Relação inversa entre adição e subtração em alunos adultos do Ensino Fundamental

Caroline Lacerda Dorneles
Beatriz Vargas Dorneles

RESUMO

Este texto descreve uma pesquisa-intervenção que teve como objetivo identificar o papel do ensino na aprendizagem da relação inversa entre adição e subtração e verificar se o cálculo relacional pode ajudar nessa relação. A pesquisa se caracterizou por uma abordagem quali-quantitativa, realizada com vinte e quatro (24) alunos adultos do Ensino Fundamental de um programa brasileiro da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. Estes faziam parte do Programa PROEJA FIC- Formação Inicial e Continuada do Instituto Federal Farroupilha Campus São Borja. A intervenção foi desenvolvida em março de 2012, através de quatro oficinas de problemas matemáticos sobre adição e subtração com três avaliações: um pré-teste, aplicado antes da primeira sessão; um pós-teste, aplicado após a última sessão; e um pós-teste tardio, aplicado três meses após a última sessão. Foi possível observar que nos problemas indiretos de início desconhecido os alunos encontraram maiores obstáculos, pois nestes problemas se acrescenta algo a uma quantidade e, em seguida, pergunta-se não o resultado da adição, mas o resultado da quantia que foi acrescentada. Portanto, assim como as crianças, os adultos também apresentam maiores dificuldades em problemas de relação inversa. O estudo revelou que na aprendizagem de adultos é fundamental considerar o tempo que cada aluno necessita para aprender, assim como os conhecimentos construídos ao longo da vida. Entretanto, é preciso ter cuidado para não confundir os conhecimentos construídos na trajetória de vida com a capacidade de raciocino complexo, necessária para operações matemáticas.

Palavras-chave: Relação inversa entre adição e subtração. Cálculo relacional. Educação de Jovens e Adultos.

Inverse relationships between addition and subtraction with adult students in Primary Basic Education

ABSTRACT

This text describes a research-intervention that aimed to identify the role of teaching on learning the inverse relationship between addition and subtraction and to verify if the relational calculus can be of help in this relationship. The study was based on a qualitative-quantitative approach with twenty-four (24) adult students in primary basic education from a Brazilian

---

Caroline Lacerda Dorneles é Mestre em Educação pela UFRGS. Atualmente, é pedagoga no IF Farroupilha, Santa Maria/RS, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Esmeralda, 430 – Faixa Nova – Camobi – CEP: 97110-767 – Santa Maria/RS, Brasil. E-mail: carol.lacerda.ped@gmail.com
Beatriz Vargas Dorneles é Doutora em Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano (USP). Atualmente, é Professora Associada do Departamento de Estudos Especializados da UFRGS. Endereço para correspondência: Av. Paulo Gama, s/n, Prédio, 12201, Centro. CEP: 90040-060 – Porto Alegre/RS, Brasil. E-mail: bvdornel@terra.com.br
Recebido para publicação em 19/06/2014. Aceito, após revisão, em 09/03/2015.

program of the Federal Net of Professional and Technological Education. The students attended the Program PROEJA FIC-Formação Inicial e Continuada [Initial and Continuing Education] at the Instituto Federal Farroupilha Campus São Borja. The intervention was developed in March 2012, having four workshops on mathematical problems about addition and subtraction with three evaluations: a pre-test, applied before the first session; a post-test, applied after the last session; and a late post-test, applied three months after the last session. We could observe that in indirect problems with unknown beginning, the students had more obstacles, because in these problems something is added to a quantity, and then, it is questioned not the result of the addition, but the result of the quantity that was added. Therefore, as well as it happens to children, adults also present higher difficulties with inverse relationship problems. The study showed that in adults learning, it is crucial to take into account the time that every student needs in order to learn, as well as the knowledge they built throughout their lives. However, we must be careful not to confuse knowledge acquired throughout life with the capacity of complex reasoning, which is required for mathematical operations.

Keywords: Inverse relationship between addition and subtraction. Relational calculus. Education of youth and adults.

INTRODUÇÃO

O contexto social atual exige que a escola dê um novo rumo ao processo de aprendizagem, pois as demandas sociais requerem sujeitos que saibam pensar diante das complexidades. Nesse sentido, a escola tem papel fundamental neste novo panorama, pois precisa ensinar a pensar e para isso é necessário libertar-se de práticas pedagógicas conservadoras e mecanicistas para dar uma nova direção ao ensino, principalmente na área da Matemática em que ainda há muitas resistências que acabam tornando-a "complicada".

Diante do que essas novas conjunturas sociais exigem da escola, apresenta-se um estudo que propôs a investigação do papel do ensino na aprendizagem da relação inversa entre adição e subtração e discute se o cálculo relacional pode ajudar nessa relação. Na referida pesquisa foi realizada uma intervenção com vinte e quatro (24) alunos de um programa brasileiro da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica, denominado: PROEJA FIC, desenvolvido no Instituto Federal Farroupilha *campus* São Borja-RS. O estudo buscou verificar diferenças na compreensão da relação inversa entre adição e subtração antes e após intervenção; também procurou identificar, após a intervenção, as influências do entendimento do cálculo relacional na compreensão da relação inversa entre adição e subtração.

Essa investigação surgiu a partir do interesse da primeira autora em investigar os sujeitos adultos com quem trabalhava, pois observou diversos obstáculos na aprendizagem da Matemática. Dessa forma, destaca-se que tais obstáculos na aprendizagem da matemática não se restringem somente à realidade pesquisada, pois sabemos que nesse campo do saber as dificuldades são inúmeras, nas diferentes etapas da vida, seja na infância ou na vida adulta.

No ensino de adultos, pelo fato de já terem uma longa caminhada e utilizarem essas habilidades para o próprio sustento, a primeira impressão é de que os adultos compreendem as habilidades matemáticas básicas como adição e subtração. Porém, na aprendizagem da adição e subtração, diante dos desafios encontrados pelos estudantes pesquisados, na utilização das operações básicas, essa ideia parece questionável. Nesse sentido, há de se pensar qual o papel do ensino da adição e da subtração na aprendizagem de estudantes adultos? Aparentemente o campo conceitual aditivo parece simples de ser ensinado e de ser aprendido, porém, quando explorado, observa-se a necessidade de utilização de raciocínio complexo, o que pode causar estranheza em estudantes e educadores.

Portanto, com a realização deste trabalho, pretendeu-se mostrar que nas operações aritméticas elementares, como adição e subtração, há uma lógica da relação inversa que precisa ser compreendida, tanto por crianças como por adultos, para a realização de problemas, por isso há necessidade de entendermos qual o papel do ensino nesse processo. Assim apresenta-se o referencial teórico que embasa essas questões, pautado nos estudos de Jean Piaget, Gerard Vergnaud e Terezinha Nunes. Na sequência, os dados da pesquisa ajudam a promover um diálogo com esses autores e a trazer algumas considerações sobre o estudo proposto.

Por conseguinte, será abordada a Teoria dos Campos Conceituais, fundamental para a compreensão da relação inversa entre a adição e subtração, com atenção especial para o campo conceitual aditivo. Além disso, será abordado o cálculo relacional e o cálculo numérico que ajudam a estabelecer relações e entender o caminho percorrido para chegar ao resultado de uma situação-problema.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS COMO PRINCÍPIO PARA O ENTENDIMENTO DA RELAÇÃO INVERSA ENTRE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

As habilidades matemáticas exercem um importante papel na vida dos sujeitos, pois permitem desenvolver diversas experiências no cotidiano e na escola em diferentes etapas da vida. Desta forma, apresenta-se, de forma breve, a Teoria dos Campos Conceituais que foi idealizada por Vergnaud (1996a) e tem base cognitivista. Tal teoria propõe a organização do conhecimento em campos conceituais e mostra que a aprendizagem ocorre através de um tempo necessário para cada indivíduo e que o desenvolvimento cognitivo e as experiências exercem influência significativa nesse processo.

Vergnaud (1996b) dedicou-se ao estudo dos campos conceituais das estruturas multiplicativas e das estruturas aditivas, porém este último será a base teórica deste trabalho. Esses campos foram caracterizados como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, interligados durante o processo de aprendizagem, sendo cada um desses componentes importantes para os demais nesse processo.

O autor aponta que, para a aprendizagem dos campos conceituais, o ensino precisa considerar os conhecimentos construídos pelo aluno em sua trajetória e em sua estrutura cognitiva. Assim, os educandos, construirão novas relações e estruturas de pensamento, pois não se pode ensinar e aprender matemática somente por meio de teorias e demonstrações, é preciso considerar o sentido das situações e dos símbolos para que o aluno os relacione aos conceitos e conteúdos que já sabe. Além disso, para escolher o cálculo correto ao resolver um problema, é fundamental que compreenda os conceitos envolvidos (VERGNAUD, 1979).

Observa-se que o educando adulto, inclusive aquele com pouca escolarização, mas com diversas experiências em sua trajetória de vida, pode ter construído diferentes conceitos, relações e estruturas de pensamento que precisam ser considerados no seu processo de aprendizagem. Esses conhecimentos que o educando carrega também são destacados na teoria piagetiana, porém de outra forma. Piaget (1972) se refere aos esquemas como as ações desenvolvidas desde a infância, tais como mamar, brincar, correr, manipular, ações que desenvolvem esquemas mentais e possibilitam o aprendizado. No campo da educação matemática, Justo (2004) destaca que, nas ações e reflexões realizadas durante a solução de problemas, são utilizados os saberes já construídos. Desta forma, ao voltar o olhar para a vida adulta, pode-se dizer que esses esquemas podem ser construídos através de ações voltadas para o trabalho e para a exploração do mundo em busca de satisfação pessoal.

Essas reflexões sobre a construção de esquemas trazem uma importante contribuição para que se entenda a teoria dos campos conceituais, pois é a partir dos esquemas evocados pelo sujeito por uma ou mais situações ligadas a um conjunto de conceitos, que uma situação terá sentido para o indivíduo. Por isso, para Vergnaud (1996b) o significado de um conceito não provém apenas de uma situação, mas de um conjunto de outras situações e esquemas evocados, o que Piaget (1972) denomina de instrumentos lógicos preliminares necessários para a construção de uma nova estrutura.

Dessa maneira, para resolver uma situação-problema, é necessário compreender a relação entre vários conceitos, construir hipóteses e comprová-las por meio de conhecimentos já construídos. Assim o sujeito se desenvolve cognitivamente, compreende os conceitos matemáticos, e dá sentido às tarefas (VERGNAUD, 1996b). Por isso a importância do tempo e das experiências no processo de aprendizagem, pois é por meio deste contexto de aprendizagem que as estruturas operatórias se desenvolvem e o sujeito aprende (PIAGET, 1972).

A compreensão dos conceitos permite que se estabeleçam relações e construção de novos conceitos. Assim, ao pensar nessa aprendizagem dos conceitos por alunos adultos com pouca escolarização, é importante considerar que muitas de suas construções são estabelecidas em suas relações sociais e nas atividades laborais. Portanto, mesmo que esse indivíduo esteja em fase inicial do processo de aprendizagem formal dos conceitos matemáticos, ele carrega diversos saberes relacionados ao número e à contagem, decorrentes das experiências informais, que precisam ser considerados.

O CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

A adição e a subtração fazem parte do mesmo sistema operatório para Piaget (1972) e como Vergnaud (1990, 1996b) desenvolveu sua teoria baseado nas idéias piagetianas, define o campo conceitual das estruturas aditivas como o conjunto de situações que envolvem adição, subtração ou a combinação das duas operações. O autor as caracteriza como operações do mesmo gênero, por isso são trabalhadas dentro da mesma estrutura de raciocínio. Essas operações envolvem conceitos e teoremas da mesma espécie que permitem realizar situações matemáticas, tais como: vendas, trocas, algoritmos, dentre outras atividades que fazem parte da vida diária.

Para Vergnaud (1996b), as estruturas aditivas são um conjunto de situações que requerem o domínio de vários conceitos que se relacionam, como o conceito de cardinalidade, de transformação, seja por acrescentar ou por diminuir; de comparação, de composição binária, de operação unitária e de inversão. Por isso, aprender esses conceitos é importante para o desenvolvimento das habilidades aritméticas, porque permite a utilização de diversas estratégias e procedimentos facilitadores na resolução de situações básicas e complexas, ainda mais quando se trata do sujeito adulto, que utiliza essas habilidades no dia a dia para a sua sobrevivência e atividades laborais.

Vale salientar aqui que os problemas de estrutura aditiva referem-se, como já se disse, as ações de adicionar, de subtrair ou a uma combinação das duas operações. Essas ações permitem classificar os problemas matemáticos em três grupos: composição, transformação e comparação. Um dos primeiros problemas a ser aprendido é o de composição, em que estão envolvidas as partes para formar o todo. Os problemas de transformação ocorrem em situações nas quais se relaciona o estado inicial com o estado final através de uma transformação, o que se denomina de problemas indiretos em que há necessidade de compreender a relação inversa entre adição e subtração para resolver o problema. Já nos problemas de comparação há um referente, um referido e uma relação entre eles (VERGNAUD, 1996b).

Dessa maneira, a resolução desses problemas implica no domínio de habilidades aritméticas, desenvolvidas na aprendizagem de conceitos, o que para Magina et al. (2001), na criança, ocorre através das ações de juntar, retirar, separar e colocar em correspondência um a um. Já com relação ao adulto, pode-se dizer que além de ter praticado essas ações na infância, na maturidade elas são intensificadas por atividades mais complexas caracterizadas pelo próprio trabalho e quando essas habilidades aritméticas não são desenvolvidas podem comprometer suas relações sociais e laborais.

A RELAÇÃO INVERSA ENTRE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

É certo que os conceitos construídos nas estruturas aditivas são fundamentais para compreender e desenvolver as habilidades aritméticas no contexto escolar formal e em contextos informais. Por isso, Vergnaud (1996a) destaca como uma das habilidades desenvolvidas no campo conceitual aditivo a capacidade de compreender que se estiver sendo adicionado e subtraído um mesmo valor, a adição e a subtração se anulam, e, também, que a inversão permite trabalhá-las como operações relacionadas na mesma estrutura de raciocínio.

Para ajudar na compreensão dessa habilidade de pensamento, apresentam-se as ideias de Nunes (1998), que observa a existência de um sistema educacional em que os problemas são apresentados da seguinte forma: sempre que aparecer a palavra “mais”, deve ser realizada uma soma. No entanto, nem sempre a palavra “mais” indica uma soma. Para a resolução do problema, é preciso saber transformar a frase, conforme o exemplo “Gustavo tem duas redes de pesca a mais que Luís”, que transformada em seu inverso, resulta em “Luís tem duas redes de pesca a menos que Gustavo”.

Essa transformação de uma relação no seu inverso é mais uma característica do pensamento lógico, descrito por Piaget (1972), em que o sujeito executa a mesma operação em dois sentidos do percurso, tendo consciência de que se trata da mesma ação, ou seja, quando em pensamento o sujeito consegue voltar ao ponto de partida. Nunes (1998) salienta que, através do entendimento da relação inversa entre adição e subtração, são construídas habilidades mentais que permitem resolver situações-problema com elevada complexidade.

Bryant et al. (1999) mostraram que as crianças a partir dos cinco anos, quando ensinadas, entendem e frequentemente utilizam o princípio da relação inversa, podendo fazê-lo de modo quantitativo. Já Inhelder, Bovet e Sinclair (1977) insistiam que o papel do ensino é importante, mas está sempre limitado à capacidade inicial do sujeito e essa capacidade não diz respeito apenas a conteúdos anteriores, mas a capacidade de raciocínio.

Nesse sentido, Vergnaud (2009) aponta que a relação inversa entre adição e subtração é uma verificação dos fatos e das situações que podemos fazer, ou seja, a utilização de diversos raciocínios sobre determinado conteúdo. Entretanto, nem sempre o sujeito é capaz de realizar tais constatações, pois, para efetuá-las, é necessário uma atividade intelectual e uma estrutura mental que pode estar acima das capacidades intelectuais do momento. O autor cita como exemplo, a diferença de comprimento entre dois lápis que pode não ser constatada por crianças pequenas, sobretudo quando ainda não são capazes de utilizar a base dos dois objetos para comparar o comprimento.

CÁLCULO RELACIONAL E CÁLCULO NUMÉRICO

É interessante reiterar que a escolha do cálculo correto para a realização de uma situação-problema é essencial, principalmente na realidade do adulto, em que as atividades da vida diária interferem nas relações sociais e na sobrevivência. Conforme já destacado, as atividades ligadas à alimentação, ao trabalho doméstico, à manutenção e ao manejo de aparelhos, à localização na cidade, além de transações comerciais e financeiras, requerem habilidades matemáticas complexas, visto que o não entendimento das habilidades aritméticas pode comprometer a inserção desse adulto na sociedade.

Dessa forma, a realização do cálculo relacional e do cálculo numérico exigem o domínio de conceitos da matemática inicial e o desenvolvimento de habilidades aritméticas, pois compreender esses dois tipos de cálculo demanda estabelecer relações e entender o caminho percorrido para chegar ao resultado de uma situação-problema. Sobre isso, Mialaret (1975) já afirmava na década de 70 que precisamos raciocinar e ter consciência do raciocínio utilizado, para que essa consciência faça parte da construção dos pensamentos, decisões e atitudes que envolvem a resolução de situações-problema.

Para Vergnaud (2009), esse processo de conscientização do raciocínio utilizado denomina-se de cálculo relacional. São as *operações de pensamento* utilizadas para, primeiramente, o sujeito analisar o problema e, depois, buscar resolvê-lo baseado em suas experiências e na utilização de esquemas mentais construídos. Essas estratégias mentais às quais o *cálculo relacional* direciona o pensamento do indivíduo permitem um melhor entendimento da situação e da ação a ser realizada. Elas possibilitam ao aluno ler e interpretar o problema, criar estratégias, avaliar e revisar a resposta obtida, bem como utilizar conceitos e relacioná-los com suas experiências.

Tais mobilizações mentais permitem a realização do *cálculo relacional*, ou seja, a *escolha da operação a ser utilizada* para, posteriormente, realizar o cálculo e chegar ao resultado do problema. Essa segunda ação de realização do cálculo é denominada por Vergnaud (2009) de *cálculo numérico* e envolve as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, entre outras. Polya (1995) chamava a atenção para o fato de que a resposta de um cálculo não mostra somente o resultado, mas também o procedimento utilizado, ou seja, quando o sujeito chega ao resultado de um cálculo é porque mobilizou pensamentos e estruturas mentais para a prática.

Nesse aspecto, Nunes et al. (2011) estudaram os efeitos de ensinar às crianças o uso de inversão como parte do cálculo relacional. Mostraram que, quando as crianças são ensinadas sobre o cálculo relacional, elas diferem significativamente, em termos de raciocínio, daquelas crianças que são ensinadas somente com base em procedimentos numéricos. Esse foi o primeiro estudo a mostrar que, através de duas sessões de intervenção, é possível melhorar o entendimento de crianças sobre o cálculo relacional, necessário para realizar problemas de relação inversa.

Já Queiroz e Lins (2011) investigaram os conhecimentos construídos por um grupo de alunos adolescentes da Educação de Jovens e Adultos de uma escola do Recife/PE. Identificaram as dificuldades que impediam os estudantes de avançar nos estudos e ingressarem no mercado de trabalho. As pesquisadoras constataram que os alunos apresentaram dificuldades pelo fato de não conseguirem executar o cálculo numérico, mesmo depois de ensinados, além disso, demonstraram dificuldades na resolução do algoritmo: com erros nos procedimentos de inversão, decomposição e composição. Nesse caso, o aparecimento do zero pode ter contribuído para a maioria dos erros nas subtrações. Essas dificuldades mostraram que os alunos envolvidos ainda não têm o domínio algorítmico das operações de adição e subtração. Isso confirma a ideia de Nunes et al. (2011) da interdependência entre cálculo numérico e cálculo relacional, pois mesmo sabendo escolher a operação correta, se os alunos não souberem conceitos básicos da aritmética, não conseguem desenvolver o cálculo numérico.

Assim, sabe-se que a aprendizagem matemática por muito tempo se configurou e se configura como mais um obstáculo na vida do educando jovem e adulto que, em sua maioria, já vem de um histórico de lutas e desafios em busca de sobrevivência. Por isso, é importante reconhecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas do sujeito adulto, por meio do cálculo numérico e do cálculo relacional, como necessárias para a construção de uma estrutura de raciocínio mais sofisticado. Esses instrumentos de aprendizagem podem ajudar a transformar atividades da vida diária e facilitar as vivências dos jovens e adultos que retornam à escolarização.

MATERIAIS E MÉTODOS

O estudo se caracterizou por uma pesquisa-intervenção com abordagem quali-quantitativa, realizada com vinte e quatro (24) alunos adultos do Ensino Fundamental de um programa brasileiro da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. Estes faziam parte do Programa PROEJA FIC- Formação Inicial e Continuada do Instituto Federal Farroupilha *campus* São Borja. Tal Programa visa incentivar aos trabalhadores a retornar à escola e a alcançar uma formação contínua e laboral, por meio da formação básica com a formação profissional. A intervenção foi desenvolvida em março de 2012, por meio de quatro oficinas de problemas matemáticos e avaliação: um pré-teste, aplicado antes da primeira sessão; um pós-teste, aplicado após a última sessão; e um pós-teste tardio, aplicado três meses após a última sessão.

Para a análise quantitativa, utilizou-se a Análise de Variância (ANOVA) para Medidas Repetidas, com fatores intrassujeitos, que são os tempos da avaliação (pré-teste, pós-teste e pós-teste tardio). Também foi avaliado o desempenho dos alunos, representado pelo número de acertos nos testes e as variações nos testes sobre a compreensão da relação inversa entre adição e subtração e a utilização das estratégias de pensamento na realização do cálculo relacional. Na análise qualitativa, analisaram-se os procedimentos utilizados para a escolha da operação aritmética e as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas.

Para o desenvolvimento das atividades em um primeiro momento, houve uma apresentação do funcionamento da pesquisa e o preenchimento do termo de consentimento livre e esclarecido. Antes de iniciar as oficinas, aplicou-se o pré-teste, e em seguida, desenvolveu-se a intervenção por meio de oficinas de problemas matemáticos. Nas oficinas foram realizadas atividades individuais e em grupo sobre o ensino da relação inversa entre adição e subtração, realizaram-se jogos que envolviam situações problemas com a utilização de materiais de apoio para contagem. Após a última intervenção, aplicou-se imediatamente um pós-teste e, três meses depois, um pós-teste tardio.

Cada teste foi composto por 12 problemas, sendo eles divididos em três tipos/blocos:

1) o primeiro bloco continha quatro problemas diretos, de resultado desconhecido. Nesses problemas diretos era necessário apenas juntar ou retirar, conforme um dos exemplos abaixo:

QUADRO 1 – Exemplo de problema *direto* aplicado no teste aos alunos da pesquisa.

- Na colônia de pescadores, houve um almoço de confraternização. Compareceram ao almoço 10 homens e 8 mulheres. Quantas pessoas estavam no almoço? 10+8=18

Fonte: Dorneles (p.105, 2013).

2) O segundo bloco continha quatro problemas indiretos, de início desconhecido, onde foi descrita uma situação em que se acrescenta algo a uma quantidade e, em seguida, pergunta-se não o resultado da adição, mas o resultado da quantia que foi acrescentada;

QUADRO 2 – Exemplo de problema *indireto de início desconhecido* aplicado no teste aos alunos da pesquisa.

- José Inácio tinha alguns peixes. Ajudou seu colega durante a pesca e ganhou 15 peixes por recompensa. Agora, José Inácio tem 28 peixes. Quantos peixes ele tinha antes de ajudar seu colega? __+15=28 28-15=13

Fonte: Dorneles (p.105, 2013).

3) O terceiro bloco continha quatro problemas indiretos, de adendo desconhecido, aqui descreveu-se uma situação em que ocorre uma mudança desconhecida, uma história de adição e que, no entanto, para encontrar o resultado, deve-se utilizar a subtração.

QUADRO 3 – Exemplo de problema *indireto de adendo desconhecido* aplicado no teste aos alunos da pesquisa.

- José e Otávio saíram juntos para o rio com suas chalanas. Cada um com sua chalana. Ao todo, percorreram 9 quilômetros. José andou somente 3 quilômetros. Quantos quilômetros Otávio andou? 3+___=9 9-3=6

Fonte: Dorneles (p.106, 2013).

Para diferenciar os problemas nos testes, a fim de não se tornarem cansativos modificaram-se as histórias e as quantidades em alguns problemas do pós-teste, porém no pós-teste tardio aplicamos o mesmo instrumento do pré-teste. Os testes foram elaborados com base nos estudos realizados por Nunes et al. (2009) e Nunes et al. (2011) que também utilizam a pesquisa–intervenção para investigar a aprendizagem da relação inversa entre a adição e subtração. Além disso, a divisão por blocos de problemas diretos, indiretos de início desconhecido e indiretos de adendo desconhecido também foi utilizada por Nunes e colaboradores em suas pesquisas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o objetivo de analisar os resultados da pesquisa, foram organizadas tabelas que auxiliaram a responder os problemas: qual o papel do ensino na aprendizagem da relação inversa entre adição e subtração com alunos adultos? O cálculo relacional pode ajudar no entendimento da relação inversa com alunos adultos? Desse modo, a tabela 1 demonstra o número total de acertos dos alunos no pré-teste, no pós-teste e no pós-teste tardio.

TABELA 1 – Total de acertos dos alunos nos três testes, considerando todos os alunos pesquisados.

N° total de acertos		
Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste tardio
247	250	255
85%	86%	88%

Fonte: adaptado de Dorneles (p.66, 2013).

Dos 24 participantes, havia 288 possibilidades de acertos, levando-se em conta os 12 problemas dos testes. Com isso a tabela acima mostra que no pré-teste os alunos acertaram 85% dos problemas, no pós-teste acertaram 86% e no pós teste-tardio acertaram 88%. Entre o pré-teste e o pós-teste os alunos tiveram um pequeno aumento no número de acertos, mas *entre o pós-teste e o pós-teste tardio, o aumento foi maior*. Comparando-se o pré-teste com o pós-teste tardio houve um aumento de oito acertos, ou seja, uma diferença de 3%.

Isso indica que as sessões de intervenção foram importantes para esse aumento do número de acertos, considerando o pré-teste e o pós-teste tardio, pois mesmo sendo uma diferença percentual pequena de 3% de acertos, o aumento aconteceu. Entretanto, se o número de sessões de intervenção fosse maior, talvez se conseguisse um resultado maior nos acertos do pós-teste tardio.

A tabela 2 representa o número de acertos no pré-teste, no pós-teste e pós-teste tardio, pelos alunos dos dois cursos pesquisados, considerando os três diferentes blocos de problemas: os problemas diretos, os problemas indiretos de início desconhecido e os indiretos de adendo desconhecido.

TABELA 2 – Total de acertos dos alunos nos três testes, considerando os diferentes tipos de problemas.

	Total de acertos considerando os três tipos de problemas								
	Problemas diretos			Problemas indiretos de início desconhecido			Problemas indiretos de adendo desconhecido		
	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste tardio	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste tardio	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste tardio
96 acertos possíveis	95	93	94	74	78	72	78	79	89
	98%	96%	97%	77%	81%	75%	81%	82%	92%
288 acertos possíveis	282			224			246		
	97%			77%			85%		

Fonte: adaptado de Dorneles (p.66, 2013).

A tabela 2 aponta que nos problemas diretos, dos 288 acertos possíveis, os alunos tiveram 97% de aproveitamento, sendo que entre o pré-teste e o pós-teste houve um declínio de 1%. *Os problemas diretos foram os que os alunos mais acertaram*, pois não havia necessidade do uso da relação inversa e isso vai ao encontro da idéia de Vergnaud (1996b) de que os primeiros problemas a serem aprendidos são os de composição, em que estão envolvidas as partes para formar o todo.

Nos problemas *indiretos de início desconhecido* houve 77% de acertos, ou seja, 20% a menos de acertos que os problemas diretos. Esses *foram os problemas que os alunos mais encontraram dificuldades*, pois precisavam compreender a relação inversa entre a adição e a subtração para resolver. Nos problemas indiretos de adendo desconhecido os alunos tiveram um aproveitamento de 85%, o que equivale a 12% a menos de acertos em relação aos problemas diretos e 8% em relação aos problemas indiretos de início desconhecido. Isso representa que nesses problemas os alunos também encontraram mais dificuldades para resolver, apesar desta dificuldade ter sido menor do que nos problemas indiretos de início desconhecido.

Considerando o pós-teste aplicado nos problemas indiretos de início desconhecido e indiretos de adendo desconhecido, houve um aumento respectivo de 4% e 1% no número de acertos com relação ao pré-teste. No pós-teste tardio, com os problemas indiretos de início desconhecido, os alunos tiveram uma redução dos acertos de 2% com relação ao pré-teste e de 6% com relação ao pós-teste. Já no pós-teste tardio com os problemas indiretos de adendo desconhecido a situação foi diferente, pois houve uma progressão consecutiva do número de acertos, sendo 1% a mais com relação ao pré-teste e 10% a mais com relação ao pós-teste.

Por meio destes dados, foi possível observar que os *problemas indiretos de início desconhecido são os que os alunos encontraram maiores obstáculos*, pois nestes problemas se acrescenta algo a uma quantidade e, em seguida, pergunta-se não o resultado da adição, mas o resultado da quantia que foi acrescentada. Há necessidade de inverter o pensamento, ou seja, realizar uma transformação inversa para conseguir escolher a operação correta a fim de resolver o problema. Na pesquisa realizada por Justo (2004) os problemas de início desconhecido também foram os mais difíceis para as crianças pesquisadas. Nunes e Bryant (1997), também destacaram em suas pesquisas com crianças, que esse tipo de problema é o mais difícil desses tipos de problemas, pois envolve um maior número de invariáveis que precisam ser compreendidas. Diante desses dados, parece que com adultos essa dificuldade também é real, assim como com as crianças.

Justo (2004) constatou que quanto menos o sujeito domina as relações do campo aditivo, mais ele tenta resolver a situação se apropriando apenas das palavras que compõem o problema, atentando-se a palavras chaves, como “mais”, “ganhou”, “comprou”, “vendeu”, entre outras. Nunes (1998) também tratou destas questões e apontou que para não cometer esses erros é preciso saber transformar o problema no seu inverso.

Dentro deste quadro, cabe reforçar a importância do papel do professor no ensino da Matemática como mediador destas questões, pois é ele quem deve problematizar e levar o aluno a compreender o campo conceitual aditivo, ou seja, a adição e a subtração como partes de uma mesma estrutura de pensamento que precisa ser explorada dentro da sua complexidade e da sua relação inversa. Nesse aspecto, vale ressaltar que pelo fato da adição e da subtração serem tratadas, de forma geral, como uma área que exige conhecimento menos elaborado, as relações presentes neste campo conceitual podem estar sendo menos desenvolvidas e essas habilidades podem fazer falta para aprendizagens posteriores.

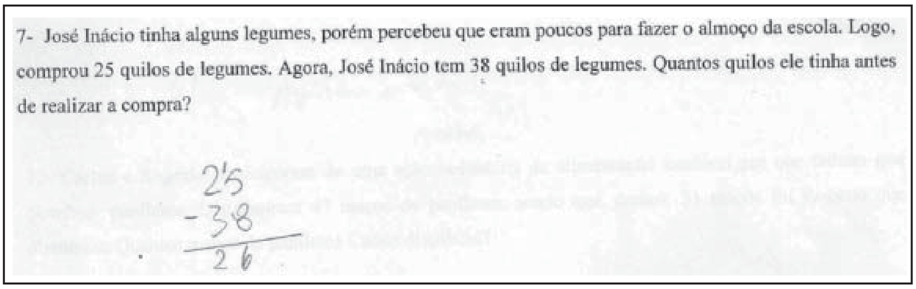
Os resultados gerais, expressos na tabela 1, mostram que as mudanças foram pequenas entre o pré-teste e o pós-teste, com um aumento de 3%, o que não possibilitou afirmar se realmente aprenderam a utilizar o cálculo relacional e a realizar a relação inversa entre a adição e subtração. Nesse sentido, destaca-se que se tivéssemos realizado maior número de oficinas, talvez esse quadro fosse diferente e conseguiríamos trazer mais dados sobre o desenvolvimento do conceito de cálculo relacional e da relação inversa. Tivemos como base a pesquisa realizada por Nunes et al. (2011) que identificou melhora no entendimento das crianças sobre cálculo relacional em apenas duas sessões de intervenção, porém percebe-se que adultos parecem carecer de um tempo maior para tal aprendizagem. Além disso, é importante mencionar que as crianças pesquisadas por Nunes são inglesas e vivem em um contexto diferente dos adultos pesquisados no Brasil. Sobre isso, Justo (2004, p.51) também afirma que a construção do campo conceitual das estruturas aditivas leva tempo e ocorre por um número expressivo de experiências variadas, assim como, pela descoberta de diferentes procedimentos de solução para essas situações-problema.

Pelo fato dos sujeitos da pesquisa serem adultos, possuírem uma vasta experiência de vida e estarem retomando a escolarização, a hipótese era de que teriam desenvolvido habilidades e conceitos numéricos, do campo aditivo, no decorrer de sua trajetória e dominariam os conceitos abordados. Porém, verificou-se que o grupo pesquisado entende a aritmética de uma maneira pouco profunda, principalmente os conceitos relacionados à estrutura aditiva, pois poucos compreenderam a relação inversa e utilizam corretamente o cálculo numérico. Mais uma vez fica evidente que o desconhecimento dos conceitos formais do campo conceitual aditivo, pode ter influenciado na escolha dos procedimentos utilizados para a resolução dos problemas, pois como aponta Vergnaud (1979, 1996b) para escolher o cálculo correto é fundamental compreender a relação entre vários conceitos.

Conforme já foi mencionado, os problemas indiretos de início desconhecido, foram os mais difíceis de serem solucionados, em que os sujeitos obtiveram o maior número de erros nos três testes, seguidos dos problemas do adendo desconhecido. Diante disso, cabe ressaltar que além dos erros de cálculo relacional, ou seja, da escolha da operação correta para resolver o problema, também houve erros de cálculo numérico nesses problemas de transformação.

A figura 1 exemplifica um dos erros de cálculo numérico:

FIGURA 1 – Pré-teste, problema 5, bloco dos problemas indiretos de início desconhecido.

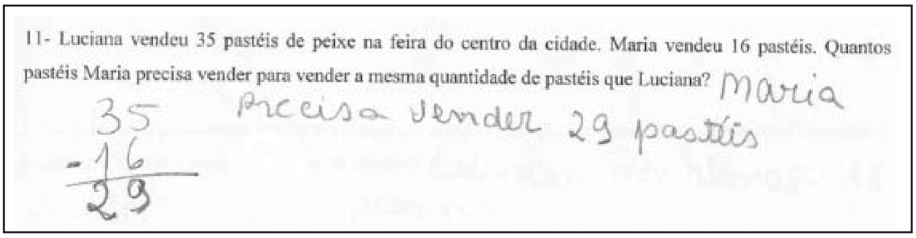


7- José Inácio tinha alguns legumes, porém percebeu que eram poucos para fazer o almoço da escola. Logo, comprou 25 quilos de legumes. Agora, José Inácio tem 38 quilos de legumes. Quantos quilos ele tinha antes de realizar a compra?

$$\begin{array}{r} 25 \\ -38 \\ \hline 26 \end{array}$$

Observa-se que o caminho do pensamento do aluno(a) foi correto, pois escolheu a operação correta para realizar o problema, porém não conseguiu realizar o algoritmo, ao armar o cálculo tentou subtrair a menor dezena pela maior.

FIGURA 2 – Pós-teste, problema 11, bloco dos problemas indiretos de adendo desconhecido.



11- Luciana vendeu 35 pastéis de peixe na feira do centro da cidade. Maria vendeu 16 pastéis. Quantos pastéis Maria precisa vender para vender a mesma quantidade de pastéis que Luciana? Maria precisa vender 29 pastéis

$$\begin{array}{r} 35 \\ -16 \\ \hline 29 \end{array}$$

Fonte: Dorneles (p 74, 2013).

Nesse problema também os sujeitos escolheram corretamente a operação, mas não souberam resolver o algoritmo, pois na subtração de 35 dezenas menos 16 dezenas, foi apresentado como resposta 29 dezenas, sendo que a resposta correta seriam 19 dezenas. Isso demonstra que nos problemas indiretos, em que era necessário utilizar os conceitos da relação inversa entre adição e subtração, também houve erros de decomposição numérica. Queiroz e Lins (2011) também detectaram erros de decomposição numérica com um grupo de jovens e adultos de uma escola do Recife-PE, principalmente quando havia o aparecimento do zero.

Diante desse quadro, verificou-se que os erros encontrados nos problemas indiretos de início desconhecido e de adendo desconhecido ocorreram pelos sujeitos da pesquisa não utilizarem corretamente o cálculo relacional e o cálculo numérico, visto que o uso desses cálculos requer o domínio de conceitos iniciais da estrutura aditiva, assim como da relação inversa. Para realizar esse tipo de problema, não basta saber analisar a operação a ser realizada, é preciso também saber calcular e utilizar corretamente os procedimentos e vice-versa. Portanto, mesmo havendo erros de cálculo numérico nos problemas indiretos de início e de adendo desconhecido, eles continuam sendo os mais difíceis de serem solucionados pelo maior percentual de erros e pela necessidade de transformação de pensamento, pois o problema menciona quantias acrescentadas, mas a resolução é por subtração.

Esse quadro geral descrito e analisado acima demonstra que há uma forte relação entre a aprendizagem da relação inversa e a aprendizagem do cálculo relacional. Os resultados demonstram a existência da interdependência do cálculo relacional com a relação inversa, já apontada por Nunes et al. (2011), pois realizar o cálculo relacional implica em compreender o caminho de pensamento para realizar tal operação, e para realizar a relação inversa é necessário compreender a transformação de uma relação em seu inverso. Além disso, cabe ressaltar que as dificuldades de cálculo relacional encontradas na resolução dos problemas indicam que os sujeitos se depararam com obstáculos para compreender o tipo de operação a ser utilizada, como na interpretação do problema, pois, como destacava Nunes (1998), nem sempre que houver a palavra "mais", será uma soma. Já os erros de cálculo numérico podem ter ocorrido pelo fato dos alunos estabelecerem relações incorretas entre as quantidades, por ainda não terem consciência da técnica utilizada e por se tratar de uma nova relação a ser estabelecida (SILVA, 2009).

Assim, entende-se que os sujeitos da pesquisa parecem ainda não utilizar o cálculo relacional pela falta de compreensão dos conceitos formais da relação inversa entre adição e subtração, pois é a relação dos conceitos aditivos e do raciocínio utilizado que reflete no entendimento da relação inversa entre adição e subtração e na utilização do cálculo relacional (VERGNAUD, 2009).

Por conseguinte, sabe-se que para a utilização do cálculo relacional é necessária a construção de conceitos matemáticos iniciais e consciência da utilização desses conceitos, sendo que os estudantes pesquisados parecem ainda não compreender esses conceitos. Assim, destaca-se que as dificuldades em utilizar o cálculo relacional podem ser devidas à falta de aprendizagem dos mesmos e da relação inversa, e pelo fato dessas experiências não fazerem parte do dia a dia desses sujeitos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo destacou que a estrutura aditiva é uma temática que carece de atenção no ensino por parte dos professores e alunos. Na realidade dos alunos adultos é necessário que as operações básicas sejam trabalhadas dentro da sua complexidade, pois como o próprio nome aponta, trata-se de uma função básica para aprendizagens posteriores e se houver lacunas nessa aprendizagem, todo o processo de ensino pode ficar comprometido.

É evidente que o aluno adulto, no Ensino Fundamental passa por um longo período fora do ensino formal e esse fato sugere a retomada de conceitos fundamentais da área da matemática, como as funções básicas da estrutura aditiva. Pelo fato desses sujeitos serem adultos e possuírem uma vasta experiência de vida, acreditamos que em algum momento já tinham se deparado com essas aprendizagens. No entanto, essa ideia precisa ser tratada com cuidado, porque nem sempre as experiências de vida pessoais e profissionais dão conta de um aprendizado que envolve raciocínio complexo. Tais experiências são importantes e precisam ser levadas em consideração, porém não garantem a aprendizagem.

Desse mesmo modo, respeitar o tempo que o adulto precisa para aprender também é fundamental, pois assim como na aprendizagem com crianças, é preciso que na aprendizagem com adultos o tempo seja considerado como fator de influência nesse processo. Sobre esse aspecto, verificou-se que o tempo destinado às atividades poderia ter sido maior com relação às necessidades apresentadas pelos alunos. Por isso, afirma-se que um dos papéis do ensino na aprendizagem da relação inversa entre adição e subtração é levar em consideração o tempo que cada aluno necessita para aprender, assim como analisar os conhecimentos que ele traz para a sala de aula, se eles são suficientes para partir de determinada etapa do conteúdo ou dar início a um novo aprendizado. E aqui cabe retomar o que Inhelder, Bovet e Sinclair (1977) destacavam sobre o papel do ensino estar limitado à capacidade inicial de aprendizagem do sujeito e essa capacidade não dizer respeito apenas a conteúdos anteriores, mas a capacidade de raciocínio. Nesse sentido, vale destacar que, mesmo os sujeitos da aprendizagem sendo adultos, isso não significa que seu raciocínio complexo foi desenvolvido, por isso cabe ao professor trabalhar numa perspectiva problematizadora que propicie o desenvolvimento desse raciocínio.

Outro ponto que merece destaque nas operações básicas de pensamento é o fato de que saber somar e subtrair não é suficiente para a aprendizagem do campo conceitual aditivo, pois em alguns casos é necessário um raciocínio mais elaborado para resolver situações problemas. Isso ficou evidente no trabalho proposto, pois juntar foi uma tarefa fácil para os alunos, diferente das tarefas de acrescentar em que os problemas exigiam a capacidade de raciocinar e interpretar de forma inversa a situação problema. Além disso, é fundamental que além da capacidade de interpretar a situação problema, o aluno utilize corretamente as técnicas e procedimentos para resolver um cálculo, pois o presente estudo provou que diversos alunos compreenderam o raciocínio do problema, mas erraram o cálculo numérico.

Portanto, conclui-se que os conceitos de relação inversa entre adição e subtração estão diretamente relacionados com a capacidade de utilizar corretamente o cálculo numérico. Além disso, é possível sinalizar que outro papel do ensino na aprendizagem da relação inversa entre adição e subtração é dar suporte para o início do desenvolvimento de um raciocínio complexo, sendo que o cálculo relacional pode influenciar nesse entendimento/desenvolvimento.

Em vista disso, percebe-se a necessidade de maior investimento na avaliação e na reflexão sobre a prática pedagógica, para que o papel do ensino seja diariamente reavaliado e o trabalho pedagógico se direcione para construção e reconstrução de conceitos e habilidades matemáticas iniciais. Nesse sentido, acredita-se que essa reestruturação perpassa pela mudança de concepção sobre o processo de ensino da matemática e isso inicia pelo processo de formação do professor.

A solução estaria em reestruturar o currículo das licenciaturas? Oferecer mais formação continuada aos professores? Não se sabe. É importante continuar pesquisando a temática para refletir sobre esses questionamentos. Por isso são inevitáveis mais estudos que abordem a formação docente, bem como intervenções que mostrem a importância do papel do ensino das habilidades básicas da matemática para aprendizagens posteriores.

REFERÊNCIAS

BRYANT, P.; CRISTIE, C.; RENDU, A. Children's understanding of the relation between addition and subtraction: inversion, identity, and decomposition. *Journal of Experimental Child Psychology.* Oxford, United Kingdom n.74, 1999, p.194-212.

DORNELES, Caroline Lacerda. *Adição, Subtração e Cálculo relacional:* uma intervenção com alunos do PROEJA FIC/Ensino Fundamental. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2013.

INHELDER, Barbel; BOVET, Magali; SINCLAIR, Hermine. *Aprendizagem e estruturas do conhecimento.* Trad. Maria Aparecida Rodrigues Cintra e Maria Yolanda Rodrigues. São Paulo: Saraiva, 1977.

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. *Mais... ou Menos?...: A construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas*. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2004.

MAGINA, Sandra CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; NUNES, Terezinha, GITIRANA,Verônica. *Repensando adição e subtração:* contribuições da teoria dos campos conceituais. 2.ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MIALARET, G. G. *Aprendizagem da matemática.* Trad. Marcelino Paiva; trad. Lucília Paiva. Coimbra. Portugal: Livraria Almedina, 1975. 310p.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
NUNES, T. *Aprender pensando:* contribuições da psicologia cognitiva para a educação. 12.ed. Petrópolis: Vozes, 1998.
NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; HALLETT, Darcy; BELL, Daniel; EVANS, Deborah; Teaching Children About the Inverse Relation Between Addition and Subtraction. *Mathematical Thinking and learning.* Oxford, UK, n.11, 2009, p.61-78.
NUNES, T.; BRYANT, P; EVANS, D.; BELL, D.; BARROS, R. Teaching children how to include the inversion principle in their reasoning about quantitative relations. *Educational Studies in Mathematics,* Oxford, UK, n.79, 2011, p.371-388.
PIAGET, J. Development and learning. In: LAVATTELLY, C. S. e STENDLER, F. *Reading in child behavior and development.* Trad. Paulo F. Slomp. New York: Hartcourt Janovich, 1972.
PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança.* Rio de Janeiro: Zahar, 1971.
POLYA, George. *A arte de resolver problemas:* um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2.reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196p.
QUEIROZ, Simone; LINS, Mônica. A aprendizagem de Matemática por alunos adolescentes na modalidade de educação de jovens e adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. *Bolema.* Rio Claro, v.24, n.38, 2011, p.75-96.
SILVA, J. A. da. *Modelos de significação e pensamento lógico-matemático:* um estudo sobre a influência dos conteúdos na construção da inteligência. 168f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2009.
VERGNAUD, G. The Acquisition of Arithmetical Concepts. *Educational Studies in Mathematics.* v.10, n.2, 1979.
______. La théorie des champs conceptuels. *Rechershes em Didactiques des Mathématiques.* v.10, n.23, 1990.
______. A trama dos campos conceituais. *Revista do GEEMPA.* Porto Alegre, n.4, 1996a.
______. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean. *Didática das matemáticas.* Lisboa: Instituto Piaget, 1996b.
______. *A criança, a matemática e a realidade:* problema do ensino da matemática na escola elementar. Trad. Maria Lucia Faria Moro; Rev. téc. Maria Tereza Carneiro Soares. 3.ed. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.