Dif culdades na resolução de problemas aditivos a uma operação: ponto de encontro esclarecedor à luz da noção de congruência semântica

Méricles Thadeu Moretti
Celia Finck Brandt

RESUMO

A questão central da pesquisa é estudar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas aditivos de Vergnaud a uma única operação. Buscamos identificar e compreender essas dificuldades tendo por base a noção de congruência semântica teorizada por R. Duval. Salientamos que R. F. Damm, em sua tese de doutorado de 1992, trata da resolução dos problemas aditivos a duas operações associada à ideia de representação auxiliar como auxílio à resolução desses problemas. Pensamos que o estudo da resolução de problemas aditivos a uma única operação, permite identificar, com mais precisão, as relações de congruência entre as formas verbais utilizadas nas mensagens discursivas dos problemas propostos e as operações aritméticas correspondentes. Para poder levar a cabo esse estudo, usamos um instrumento de coleta de informações com problemas do campo aditivo cujas resoluções exigem uma única operação aritmética, aplicado a um grupo de alunos do 6° ano do ensino fundamental. Antecipamos que as análises dos procedimentos de resolução observadas indicam que o quadro teórico adotado se mostrou adequado para esclarecer as dificuldades encontradas pelos alunos quando da resolução desses problemas.

Palavras-chave: Semiótica e aprendizagem matemática. Problemas Aditivos a uma operação. Congruência semântica.

Diff culties in the resolution of additive problems to an operation: clarifying meeting point under the notion of semantic congruence

ABSTRACT

The main focus of this research is to study students´ difficulties in the resolution of Vergnaud´s additive problems to a single operation. The study tried to identify and understand

---

Méricles Thadeu Moretti é Doutor em Educação Matemática – Universidade Louis Pasteur (Estrasburgo I) e Pós-doutor pela Universidade de Lisboa. Atualmente, é Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) e do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Endereço para correspondência: Campus Universitário Trindade, 88040-900 Florianópolis, SC, Brasil. E-mail: mthmoretti@gmail.com

Celia Brandt Finck é Doutora em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina. Atualmente, é Professora Adjunta da Universidade Estadual de Ponta Grossa. Endereço para correspondência: Setor de Ciências Humanas Letras e Artes, Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino. Praça Santos Andrade s/n, Centro, 84010-790 Ponta Grossa, PR, Brasil. E-mail: brandt@bighost.com.br.

Recebido para publicação em 1/09/2014. Aceito, após revisão, em 6/11/2014.

these difficulties based on the notion of semantic congruence theorized by R. Duval. The study highlights that R. Duval, in his 1992 doctoral thesis, discusses the resolution of additive problems to 2 operations associated to the idea of auxiliary representation as an aid to the resolution of these problems. This study believes that the study of additive problems to a single operation allows identifying more precisely the congruence relations between the verbal forms used in the discursive messages of the proposed problems and the corresponding arithmetical operations. In order to carry out the study, an instrument for collecting data about additive problems whose resolutions require a single arithmetical operation was applied to a group of students at the 6th grade at elementary education. The analysis of the procedures used in the resolutions point out that the theoretical framework adopted was adequate to clarify the difficulties found by students in the resolution of the problems studied.

Keywords: Semiotics and Math learning. Additive problems to one operation. Semantic congruence.

INTRODUÇÃO

O interesse na realização desta pesquisa é a constatação das dificuldades que a maioria dos alunos tem ao resolver problemas matemáticos de adição e subtração. Pesquisas, tais como, Vasconcelos (1998) e Alves (1999) explicitam algumas dessas dificuldades, as quais podem estar relacionadas à obtenção da informação matemática, à escolha da operação adequada para resolver o problema, dentre outras.

Outras pesquisas que contemplaram as dificuldades das crianças para a resolução de problemas aditivos focaram problemáticas distintas e, em virtude disso, encontraram explicações para essas dificuldades ou apresentaram contribuições para explicá-las ou para levar os alunos a superá-las. Dentre elas ressaltamos uma pesquisa desenvolvida por G. Vergnaud e C. Durandt cujos resultados foram publicados, segundo Damm (1992, p.13) num artigo em 1976, que contemplou a resolução de problemas aditivos do tipo estado-transformação-estado (ETE) e transformação-transformação-transformação (TTT). Esses resultados confirmaram a importância da distinção entre estado e transformação e a aparição de grandes decalagens que subsistem, em anos escolares posteriores, em problemas do tipo TTT. Um dos problemas é o lugar da incógnita e outro é a presença de verbos antônimos no enunciado que não condizem com a operação numérica a ser colocada para resolver o problema. As pesquisas que se seguiram ao trabalho de Vergnaud (1985, 1990) orientaram-se para fatores semânticos a fim de explicar os sucessos ou fracassos dos alunos em problemas do tipo TTT.

LEVANTAMENTO DA TESE DE DAMM (1992) SOBRE OS PROBLEMAS ADITIVOS

A pesquisa de Fischer (1979 apud DAMM, 1992, p.14) voltou-se para avaliação das dificuldades dos alunos na resolução de problemas subtrativos levando em conta a grandeza dos números e a ordem dos dados. O autor também procedeu a uma análise dos procedimentos de resolução utilizados e dos erros cometidos pelas crianças.

A pesquisa de Marthe (1982 apud DAMM,1992, p.15) abordou três categorias de problemas aditivos buscando comparar o sucesso nas categorias de problemas TTT, ETE e EEE. O autor propôs também uma experiência de ensino para levar os alunos a aprender a resolver problemas.

Segundo Damm (1992, p.19) outras pesquisas mostraram que existem fontes das dificuldades além daquelas de origem conceitual ou semânticas. São aquelas que dizem respeito à formulação do enunciado, com fatores que desempenham um papel muito importante na compreensão e que podem ser associados às dificuldades para a resolução. Dentre elas, citamos, segundo Nescher e Katriel (1978, apud DAMM, 1992, p.22): relações semânticas de dependência do tipo argumentos, adjetivos, agentes, localização, tempo, verbos, termos relacionais e também as que podem expressar relações conceituais do tipo estáticas, dinâmicas ou de comparação. O autor ainda inclui outras variáveis: número de frases dos problemas, localização da questão, número de palavras. Sua conclusão é que são os fatores de ordem semântica que desempenham um papel importante para a criança.

Importante será destacar as pesquisas que evidenciaram fatores especificamente textuais, isto é, a formulação do enunciado com fatores que podem desempenhar um papel importante na compreensão. Esses fatores podem estar relacionados ao léxico utilizado ou à ordem das informações (aspecto cronológico das informações no enunciado). Dentre esses tipos de pesquisas lembramos a de De Corte, Verschaffel e Dewinn (1985 apud DAMM, 1992, p.25) que propôs problemas com enunciados em ordens diferentes e obteve resultados também diferentes. Os resultados obtidos mostraram que "a formulação de um enunciado pode efetivamente mudar o desempenho dos alunos e facilitar a compreensão e, por consequência, a resolução dos problemas." Damm (1992, p.25).

Fayol e Abdi (1986 apud DAMM, 1992, p.26) também propuseram problemas com a pergunta colocada no início e no fim do enunciado. Como resultado encontraram performances melhores em problemas com a pergunta formulada no início do enunciado. Além das questões apontadas, Damm (1992, p.26) ressalta que situações familiares e mais conhecidas facilitam a resolução dos problemas e que a utilização de informações inúteis pode dificultar. Damm (1992, p.27) também apresenta pesquisas cujo enfoque compreendeu o papel das representações na resolução de problemas. Dentre elas a de Fuson e Willis (1988) que propuseram problemas acompanhados de esquemas para a resolução. Esses esquemas eram de três tipos, conforme o problema fosse de combinação (parte/todo), de comparação ou mudança (transformação). Como resultado encontraram aumento do sucesso na resolução de alguns tipos de problemas, em outros não houve diferença e em alguns o sucesso diminuiu. Os autores também analisaram as estratégias utilizadas pelos alunos e encontraram como resultado que uma diversidade de tipos de desenhos parece mais eficaz que um tipo só; o desempenho na utilização da estratégia melhora; os alunos, com a ajuda dos desenhos, conseguem distinguir o tipo de problema (comparação, combinação ou transformação) e colocar os dados corretamente nos esquemas apresentados e, como consequência, escolherem estratégias corretas para resolver o problema.

Em sua pesquisa Fischer (s.d. apud DAMM,1992, p.31) combinou três propostas de ensino diferentes, já utilizadas por outros pesquisadores para a resolução de problemas de comparação, combinação e transformação. Para os problemas de combinação utilizou a aprendizagem por integração proposto por Lewis (1989 apud DAMM, 1992, p.31) que consiste em integrar cada dado à reta numérica conforme sua aparição no problema; para os problemas de transformação propôs um eixo horizontal orientado sobre a reta numérica e para os problemas de combinação ele utilizou os desenhos (esquemas) de Fuson e Willis (1988 apud DAMM, 1992, p.31) que acrescentam cores. Como resultado encontrou aumento de desempenho na resolução dos problemas com ajuda de esquemas e desenhos (representações auxiliares).

Damm (1992, p.33) também apresenta resultados de pesquisas que investigam a compreensão das representações auxiliares pelas crianças para a resolução de problemas aditivos. Dentre essas pesquisas, cita a de Campbell (1978) que critica a utilização de desenhos, pois, segundo ela, as crianças não retiram as mesmas informações das figuras como fazem os adultos, isto é, primeiro elas se ocupam dos elementos da figura sem se importar com as relações entre esses elementos, depois elas interpretam a ilustração a partir de alguns objetos que estão representados e somente, por último, elas apreendem o movimento que aparece na ilustração. Aponta ainda, nos seus resultados, que as crianças não chegam a perceber a relação matemática que a ilustração representa. Na mesma linha são apresentados os resultados da pesquisa de Escarabajal (1984 apud DAMM, 1992, p.34) que investigou a capacidade das crianças construírem e interpretarem esquemas durante a leitura de enunciados de problemas. Como resultado encontrou que 73% dos alunos constroem esquemas não canônicos.

Bernard e Janvier (1985 apud DAMM, 1992, p.35) investigaram as contribuições de representações (ilustrações, esquemas, diagramas no ensino de problemas aditivos do tipo E(T)E, T(T)T, (T)TE. Também a interpretação das crianças sobre essas representações. Esses pesquisadores observaram que poucas crianças interpretam as flechas numa reta numérica de maneira dinâmica, que em geral as crianças não utilizam as representações propostas, não chegam a enxergar uma relação entre a representação e o problema proposto e que suas interpretações das representações propostas são diferentes das interpretações visadas pelo ensino.

Damm (1992, p.39) anuncia que um grande número de pesquisas (RILEY; GREENO; HELLER, 1993, KINTSCH; GREENO[1]; ESCARABAJAL, 1984) que foram desenvolvidas sobre a compreensão de textos matemáticos por meio de uma

[1] Referência não localizada em Damm (1992).

simulação num computador. Entre elas Damm (1992, p.39) aponta a de Guin (1991) que teve por objetivo uma modelização da compreensão dos problemas aditivos levando em conta processos cognitivos e utilizando a noção de operador que, segundo o autor, deve permitir integrar os diferentes processos cognitivos colocados em evidência pelas pesquisas linguísticas, didáticas ou psicológicas.

Os resultados das pesquisas levaram Damm (1992) a propor outra investigação por meio da qual pudesse responder às seguintes questões: "as dificuldades dos alunos concernem, sobretudo, à compreensão dos enunciados dos problemas aditivos ou à resolução propriamente dita desses problemas? Que tipo de representação semiótica pode ser uma ferramenta útil eficaz para superar as dificuldades dos alunos? Para a realização dessa investigação ela baseou-se nos problemas aditivos, a duas operações, por julgá-los mais privilegiados.

Na pesquisa que desenvolvemos buscamos responder questões do tipo que Damm (1992) não se ocupou, tais como: Quais são as dificuldades dos alunos na resolução de problemas aditivos? Como analisar essas dificuldades e sua natureza? Para responder a essas questões, nos sustentamos na noção de congruência semântica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Esse texto aponta os resultados da pesquisa e, para tanto, foi organizado de modo a apresentar, inicialmente, a classificação dos problemas aditivos e algumas análises; numa segunda parte, analisamos, à luz da teoria de representações semióticas de Duval, dados empíricos recolhidos a partir de um grupo de alunos do ensino fundamental; nas considerações finais, as questões de pesquisa e o objetivo que são retomados com propostas de pontos para discussão.

PROBLEMAS COM ESTRUTURA ADITIVA

A apresentação a seguir contempla a classificação dos problemas com estrutura aditiva de Vergnaud (1993), segundo as dificuldades e os raciocínios requeridos e os tipos de cálculos relacional (operações do pensamento) e numérico (operações aritméticas).

Para Vergnaud (1993, p.10):

> [...] o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas é, por um lado, o conjunto das situações, cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações e, por outro lado, o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas.

Com base neste conceito formulado, faremos uma classificação dos tipos de problemas aditivos.

Tipos de problemas aditivos

- Problemas de transformação: são problemas em que:

a) uma transformação opera sobre uma medida para fornecer outra medida. Exemplo: João tem oito balas. Ele ganha três. Com quantas fica?

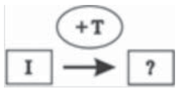
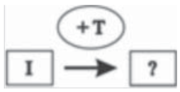
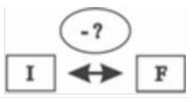
b) duas transformações se compõem para fornecer uma única transformação.

Exemplo: Paulo tinha ganhado seis bolas ontem e ele tinha perdido nove hoje. Quanto ao todo ele perdeu?

c) uma transformação opera sobre um estado relativo para formar um estado relativo. Exemplo: Paulo deve seis bolas a Henrique. Ele lhe paga quatro. Ele não deve mais que dois.

O quadro 1 apresenta os tipos de problemas de transformação (positiva ou negativa) do tipo do item “a” com situações positivas ou negativas, e conforme o valor desconhecido seja o estado inicial, o estado final ou o valor da transformação:

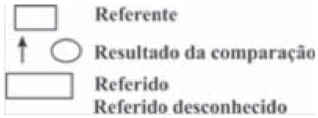
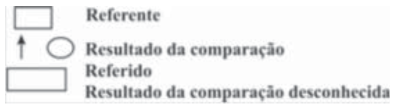
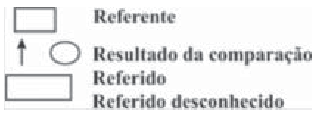
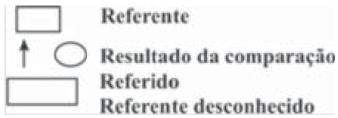
QUADRO 1 – Problemas em que uma transformação opera sobre uma medida para fornecer outra medida.

Problema	Diagrama e Cálculo relacional
1. Pedro tinha três figurinhas. Em seguida João lhe deu cinco. Quantas figurinhas Pedro têm agora?	
2. Maurício tinha oito bolas. Em seguida deu cinco para Eduardo. Quantas bolas Maurício têm agora?	
3. Marta tinha três pulseiras. Sandra lhe deu algumas pulseiras. Agora Marta tem oito pulseiras. Quantas pulseiras Sandra deu a Marta?	
4. Mônica tinha oito dados. Ela deu alguns para Adriano. Agora Mônica tem três dados. Quantos dados Mônica deu a Adriano?	
5. Rafael tinha canetas. Renata lhe deu mais cinco. Agora Rafael tem oito canetas. Quantas canetas tinha Rafael?	
6. Felipe tinha pirulitos. Deu cinco a Bruna. Agora Felipe tem três pirulitos. Quantos pirulitos ele tinha?	

Fonte: os autores (adaptado de VERGNAUD, 1990; MAGINA, 2008).

- Problemas de comparação: são problemas em que dois todos estáticos apresentados são comparados por meio de relações do tipo “mais que”, “menos que”, nos quais se tem uma organização subjacente que leva a calcular, ora o um dos todos ora o outro, ora o resultado da comparação (quantificação extensiva[2]). Para Magina (2008, p.26), as quantidades comparadas são denominadas *referente* e *referido*. Quatro desses problemas podem ser visualizados no Quadro 2, a seguir.

QUADRO 2 – Problemas de comparação.

Problema	Diagrama e Cálculo Relacional
7. Carlos (referente) tem quatro anos. Maria (referido) é sete anos mais velha. Quantos anos tem Maria?	
8. Rita (referente) tem oito gibis da Turma da Mônica Jovem. Cássia (referido) tem cinco. Quantos gibis Cássia tem a menos que Rita?	
9. Maria (referente) tem nove bonecas. Regina tem algumas bonecas. Ela tem três bonecas a menos que Maria. Quantas bonecas tem Regina?	
10. Luciana tem algumas bonecas. Márcia tem nove bonecas. Márcia tem três a menos que Luciana. Quantas bonecas tem Luciana?	

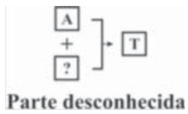
Fonte: os autores (adaptado de VERGNAUD, 1990; MAGINA, 2008).

- Problemas parte-todo

São problemas que se referem a situações estáticas e tratam da pesquisa de um todo ou de uma parte desse todo, isto é, juntar uma parte com outra parte para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo para obter outra parte. Dois desses problemas podem ser visualizados no Quadro 3, a seguir.

[2] Segundo Piaget (1981), a quantificação intensiva reserva-se à capacidade de estabelecer se um conjunto tem mais, tem menos ou tem nada, e a quantificação extensiva reserva-se à capacidade de estabelecer quantos a mais ou a menos há nesse conjunto e, nesse caso, é necessária a enumeração para as quantidades discretas e a unidade de medida para as quantidades contínuas.

QUADRO 3 – Problemas parte-todo.

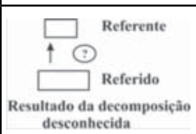
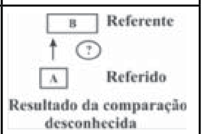
Problema	Diagrama e Cálculo relacional	Problema	Diagrama e Cálculo relacional
11. Em uma jarra tem 3 rosas vermelhas (parte). Na outra jarra tem 5 rosas brancas (parte). Quantas rosas (todo) as duas jarras têm juntas?		12. Em um quintal tem 8 galinhas de cores pretas e cinzas (todo) . Cinco são pretas (parte), quantas são as galinhas cinza?	

Fonte: os autores (adaptado de VERGNAUD, 1990; MAGINA, 2008).

Magina (2008, p.30) denomina **protótipo 1** os raciocínios de adição e subtração utilizados pelas crianças nos problemas em que são dados os valores das partes e aponta que eles estão relacionados "com as primeiras experiências da criança com a operação de adição, as quais acontecem dentro do seu cotidiano e bem antes de ela iniciar a 1ª. série do Ensino Fundamental". Para a autora "[...] o raciocínio que a criança usa, nessa situação, é intuitivo, porque foi formado espontaneamente, sem que ela se desse conta, e seguirá com ela, como modelo – **protótipo** – pelo resto de sua vida" (p.30).

- Problemas de equalização: há um status intermediário entre os problemas do tipo Comparação – devido ao caráter "estático" das situações mencionadas – e os do tipo Transformação – em consequência da transformação implicada. Nos problemas de equalização, um dos todos sofre transformação (de ganho ou perda) para se tornar igual ao outro. Nos problemas de comparação os todos não sofrem transformações. Para a quantificação extensiva (quantos a mais ou a menos) pode-se utilizar a equiparação por correspondência biunívoca e a contagem da parte que excede ou falta. Outros procedimentos podem ser utilizados como, por exemplo, o procedimento do complemento que consiste em partir de uma parte do todo e ir acrescentando até chegar ao todo ou, o procedimento da diferença que consiste em retirar a parte do todo para encontrar a outra parte. No Quadro 4, a seguir, podem ser visualizados os dois tipos de problema de equalização:

QUADRO 4 – Problemas de Equalização.

Problema	Diagrama e Cálculo relacional	Problema	Diagrama e Cálculo relacional
13. Paulo tem 3 bolinhas de gude. Juliano tem 8. Quantas bolinhas faltam para que Paulo fique com a mesma quantidade de Juliano?		14. Aline tem 8 canetinhas coloridas. Carla tem 3. Quantas canetinhas faltam para que Carla fique com a mesma quantidade de Aline?	

Fonte: os autores (adaptado de VERGNAUD, 1990; MAGINA, 2008).

Encontramos, na teoria de representações semióticas de Raymond Duval, que concentra seus estudos na aprendizagem da matemática segundo os aspectos cognitivos para a compreensão da mesma, o aporte teórico para sustentação das análises. Duval (1993) propõe que, no estudo da atividade cognitiva, é necessário levar em consideração a importância das representações semióticas presentes na matemática, pelo fato de que os objetos matemáticos não são diretamente observáveis (visto que eles não têm existência física e sua apreensão só é possível por meio de registros de representação), e pela existência de uma grande variedade de representações semióticas possíveis para serem utilizadas (língua natural, gráficos, linguagem algébrica, figuras geométricas, entre outras).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DE COLETA, ANÁLISE DE DADOS EMPÍRICOS E RESULTADOS

A investigação foi encaminhada numa abordagem qualitativa e se desenvolveu em momentos distintos. Primeiramente, aplicou-se um instrumento de coleta de informações com situações-problema do campo aditivo, segundo a classificação de Vergnaud (1985, 1990), para 132 alunos do 5° ano (4ª série) do Ensino Fundamental de duas escolas municipais. Para a elaboração deste instrumento, foram incluídos 14 problemas aditivos (Quadro 5 a seguir), a uma operação, classificados nos quadro apresentados anteriormente. Na sequência, foram analisadas as resoluções apresentadas pelos alunos, identificando-se os erros, os acertos e as formas de registro.

- Resultados e análises

Os resultados referentes aos acertos ou erros apresentados pelos alunos ao resolverem os problemas a eles propostos foram submetidos à análise, à luz da teoria de representações semióticas, mais precisamente em relação ao fenômeno da congruência semântica.

Apresentamos, a seguir, a lista dos problemas aditivos, a uma operação, e os percentuais de acerto que serão discutidos na sequência.

QUADRO 5 – Listagem dos problemas apresentados.

Ordem	Os Problemas	% de acerto
Problema 1	Pedro tinha 3 figurinhas. Em seguida João lhe deu 5. Quantas figurinhas Pedro tem agora?	96
Problema 2	Maurício tinha 8 bolas. Em seguida deu 5 para Eduardo. Quantas bolas Maurício tem agora?	92
Problema 3	Marta tinha 3 pulseiras. Sandra lhe deu algumas pulseiras. Agora Marta tem 8 pulseiras. Quantas pulseiras Sandra deu a Marta?	87

Ordem	Os Problemas	% de acerto
Problema 4	Mônica tinha 8 dados. Ela deu alguns para Adriano. Agora Mônica tem 3 dados. Quantos dados deu a Adriano?	95
Problema 5	Rafael tinha canetas. Renata lhe deu mais 5. Agora Rafael tem 8 canetas. Quantas canetas Rafael tinha?	87
Problema 6	Felipe tinha pirulitos. Deu 5 a Bruna. Agora Felipe tem 3 pirulitos. Quantos pirulitos ele tinha?	87
Problema 7	Carlos tem 4 anos. Maria é 7 anos mais velha. Quantos anos tem Maria?	92
Problema 8	Rita tem 8 gibis da Turma da Mônica Jovem. Cássia tem 5. Quantos gibis Cássia tem a menos que Rita?	97
Problema 9	Maria tem 9 bonecas. Regina tem algumas bonecas. Ela tem 3 bonecas a menos que Maria. Quantas bonecas tem Regina?	63
Problema 10	Márcia tem nove 9 bonecas. Ela tem 3 a menos que Luciana. Quantas bonecas tem Luciana?	56
Problema 11	Em uma jarra tem 3 rosas vermelhas. Na outra jarra tem 5 rosas brancas. Quantas rosas as duas jarras têm juntas?	97
Problema 12	Em um quintal tem 8 galinhas de cores pretas e cinzas. Cinco são pretas, quantas são as galinhas cinza?	89
Problema 13	Paulo tem 3 bolinhas de gude. Juliano tem 8. Quantas bolinhas faltam para que Paulo fique com a mesma quantidade de Juliano?	94
Problema 14	Aline tem 8 canetinhas coloridas. Carla tem 3. Quantas canetinhas faltam para que Carla fique com a mesma quantidade de Aline?	96

Fonte: os autores.

Duval (1995) propõe uma análise das dificuldades dos problemas aditivos de Gérard Vergnaud em função do fenômeno da congruência semântica, que se manifesta no momento do processo de ensino em que a operação cognitiva de conversão é contemplada, associada às outras duas (tratamento e formação).

Os problemas 1, 3 e 5 referem-se a transformações positivas e os de números 2, 4 e 6 tratam de transformações negativas. Para Fayol (1996, p.130), “[...] a transformação negativa não se mostra mais difícil do que a positiva, contrariamente ao que nos deixaria pensar a concepção ingênua. [...] é – sem dúvida – a natureza da incógnita que acarreta as maiores dificuldades”.

Nunes e Bryant (1997, p.119) consideram os problemas de transformação, como os de números 1 e 2, bastante fáceis. Na pesquisa realizada pode-se constatar o que dizem os autores. As porcentagens de erros nesses problemas foram baixas (4% e 8%, respectivamente). Segundo Magina (2008, p.32), “isto acontece porque a associação de “ganho” com a operação adição e de “perda” com a de subtração, além da situação de juntar partes, constituem as primeiras representações que as crianças formam sobre essas operações”.

Magina (2008) afirma que os problemas que envolvem transformação com estado inicial desconhecido requerem do aluno um raciocínio aditivo mais sofisticado dentre o grupo de problemas básicos.

A facilidade explicitada pelos índices de acerto dos problemas 1 e 2 pode ser explicada em função da congruência semântica entre os dados do problema e a sentença que representa a solução do problema. Os dados do problema são expressos com utilização da língua natural e a solução é expressa com a utilização de sentenças matemáticas em linguagem numérica, portanto outro sistema semiótico de representação, caracterizando uma operação cognitiva de conversão.

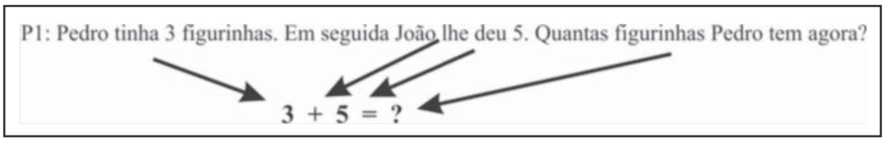
Magina (2008, p.48) coloca que Vergnaud

> [...] considera esses problemas como os mais difíceis da classe de transformação, porque a solução deles envolve a operação inversa. Neste tipo de problema, o fato de o estado inicial ser desconhecido faz com que, muitas vezes, o aluno não saiba por onde iniciar a resolução do problema, dificultando assim a sua sistematização e, consequentemente, a obtenção da resposta correta.

A operação cognitiva de conversão pode ser responsável pela manifestação mais contundente do fenômeno da congruência semântica entre representações pertencentes a dois sistemas semióticos (DUVAL, 1999). Esse fenômeno está na base das dificuldades, conforme nos alerta Duval (1995), quando da coordenação de registros de representação pertencentes a sistemas semióticos diferentes. Para que esse fenômeno não se apresente, são necessárias três condições: *correspondência semântica* entre unidades significantes que constituem os registros de representação; *mesma ordem* possível de apreensão destas unidades, nos dois registros de representação; *conversão* de uma unidade significante do registro representação de partida a uma só unidade significante no registro de representação de chegada.

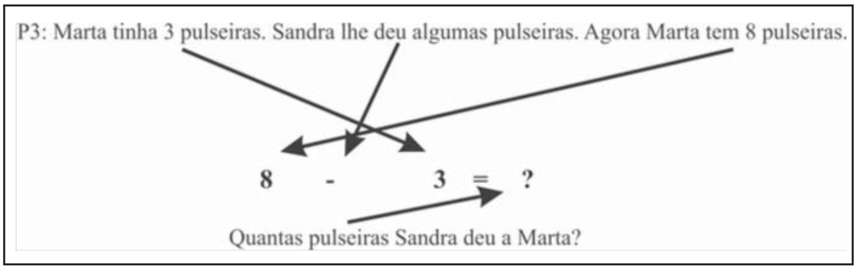
Há que se considerar, igualmente, os sentidos dos números envolvidos, dentre os quais aqueles que expressam transformações temporais (aditivas ou subtrativas). Isso não significa que a operação para a resolução seja aditiva ou subtrativa. O raciocínio envolvido refere-se a uma quantidade inicial que se transforma a partir de uma ação (que pode ser de ganho ou de perda) para atingir um valor final.

Para o problema 1, a expressão algébrica formulada para resolver o problema: 3 + 5 para a obtenção dos oito bombons tem congruência semântica com o problema formulado em língua natural:



Este problema, cumpre com todos três requisitos para que haja congruência semântica. É o caso também dos problemas 2 e 5. Quando isto não ocorre, os problemas tornam-se não congruentes. No caso desses últimos, o índice de insucesso aumenta.

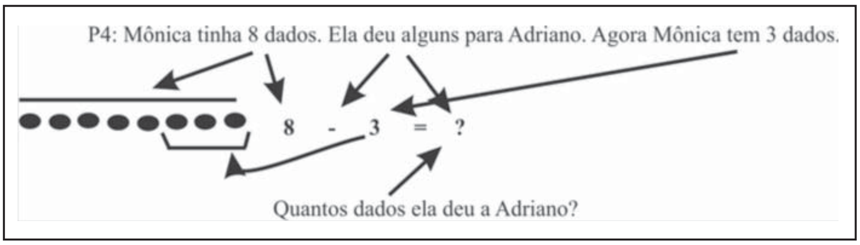
Para o problema 2, os dados numéricos da sentença matemática correspondem, na mesma ordem, aos dados apresentados no problema em língua materna. Já o problema 3 com 87% de acertos e que é também de transformação, exige que a sentença matemática representativa da estratégia de solução apresente os dados numéricos numa ordem inversa aos dados apresentados no problema em língua natural:



Agora, as dificuldades são de outra natureza, porque a estratégia de resolução vai exigir uma subtração, apesar do sentido de ganho que possa ser atribuído à palavra "dar" (indicando algo a ser recebido). A sentença matemática de resolução é 8 – 3 = 5, que não apresenta a mesma ordem dos dados do problema e, por essa razão, pode levar ao erro. É possível usar a sentença "8 – 3 = 5" se a reversibilidade e a comutatividade operatória entrarem em cena. Essa reversibilidade vai exigir fazer o caminho de volta (ganhar na ida significa perder na volta). Se Marta tinha três e ganhou algumas (isso significa, pela comutatividade, o mesmo que ganhou algumas e tinha três) ficando com oito, então o caminho de volta será admitir que tendo oito é preciso retiras as três que tinha para saber quantas ganhou. Somente o procedimento do complemento resultaria numa sentença matemática mais congruente ao enunciado: "3 + 5 (obtido pela contagem na sequência) = 8"

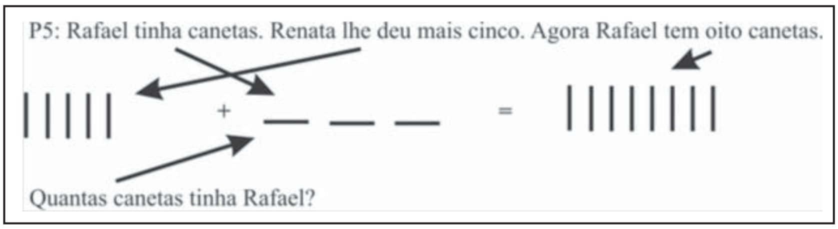
Nesse caso a adição seria associada à palavra deu, pois não foi Marta que deu pulseiras e sim Sandra que as deu a Marta. No entanto a não congruência ainda se manifesta, pois não existe univocidade semântica terminal ao associar a palavra deu à adição.

Uma análise interessante pode ser realizada para entender o maior sucesso na resolução do problema 4 (95% de acertos) se comparado ao problema 3, visto que ambos são problemas de transformação com valor da transformação desconhecida. O problema 4, inclusive, apresenta uma situação de perda. Uma nova variável interfere e pode levar ao erro. No problema 3 temos os estados inicial e final conhecidos e relativos à Marta e o valor da transformação relativo à Sandra. No problema 4 os estados inicial e final conhecidos e o valor da transformação são relativos à Mônica. Além disso, nesse problema não se manifesta a não congruência. O sentido da palavra "deu", ao ser associada à subtração caracteriza congruência semântica e leva a uma sentença matemática com dados numéricos na mesma ordem dos dados apresentados no problema em língua materna, no caso das estratégias de diferença utilizadas. A sentença relativa à solução pode ser 8 - ... = 3 e a resposta pode ser obtida por retirada de um número de unidades suficientes das 8 para atingir 5 e, nesse caso, garante-se a univocidade semântica terminal é garantida por haver associação da palavra deu à subtração. Já não é congruente para a estratégia de solução na qual os 3 dados são retirados dos 8 iniciais para saber quantos foram dados para Adriano. Essa estratégia pode ser evocada na presença de objetos ou de representações auxiliares:



A não congruência semântica explica essa dificuldade maior para a resolução do problema. Os três que sobraram para Mônica são retiradas dos oito para serem associados aos dados que foram dados para Adriano. A ordem dos valores numéricos são tomados em ordem invertida. A manipulação de objetos pode facilitar a resolução do problema, isto é, minimizar a não congruência, visto que dos oito dados são retirados o três que sobraram para Mônica. Nesse caso a manipulação dos objetos poderá ser associada à estratégia de solução se realizada pela própria crianças.

Já os problemas 5 e 6 em que o estado inicial é desconhecido a não congruência se apresenta se a estratégia do complemento ou da diferença é usada. A estratégia de solução, para o problema 5, pelo procedimento do complemento vai exigir a comutatividade que significa admitir que somar alguns com cinco é o mesmo que somar cinco com alguns. A mesma ordem não é mantida e, por essa razão, a não congruência:



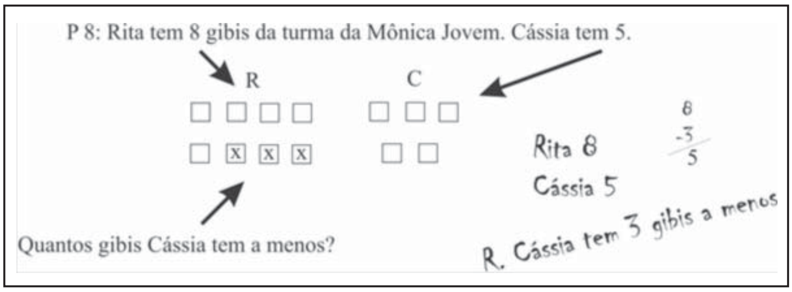
No caso do procedimento da diferença é necessário a reversibilidade, a mesma ordem não é mantida e nem a correspondência semântica, pois ganhar na ida significa perder na volta e a palavra deu tem que ser associada à operação de adição.

A mesma análise feita para o problema 6 (Rafael tinha canetas. Renata lhe deu mais 5. Agora Rafael tem 8 canetas. Quantas canetas Rafael tinha?) evidencia o fenômeno da não congruência semâtica. Pelo procedimento do complemento é necessário a comutatividade (alguns mais cinco é o mesmo que cinco mais alguns) e a ordem não se mantém. Além disso não existe correspondência semântica, pois as cinco rosas dadas têm que ser somadas à cinco dadas para Bruna, logo à palavra deu será associada a adição.

No caso do procedimento da diferença a reversibilidade é uma exigência e a mesma ordem não é mantida e nem é garantidada a correspondência semântica, pois perder na ida (Felipe retirou cinco dos seus pirulitos) significa gnahar na volta.

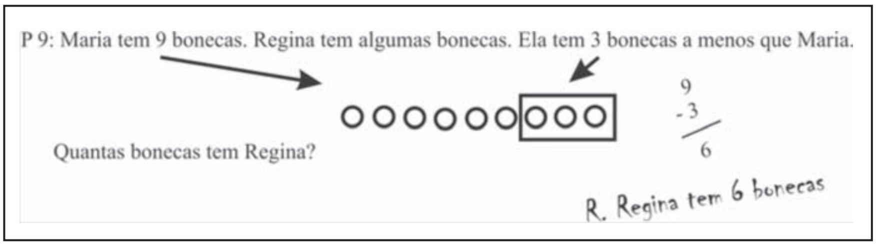
Os problemas 8 (problema de comparação) e 11 (problema parte-todo), nos quais são conhecidos os dois todos, são semânticamente congruentes. Além disso, os termos "tem a menos" e "têm juntas" presentes, respectivamente em cada um desses problemas, podem explicar ainda mais os altos índices de acertos. O problema 9 é também de comparação, mas existe informação sobre um todo e sobre o resultado da comparação, tem menor congruência do que os problemas 8 e 11 o que pode explicar o índice de acerto mais baixo.

Por correspondência, os todos são comparados e de um deles são retiradas os três gibis que excedem uma das coleções. Na estratégia do outro aluno os 5 gibis de Cássia são retirados dos 8 de Rita para verificar quantos gibis Cássia tem a menos:



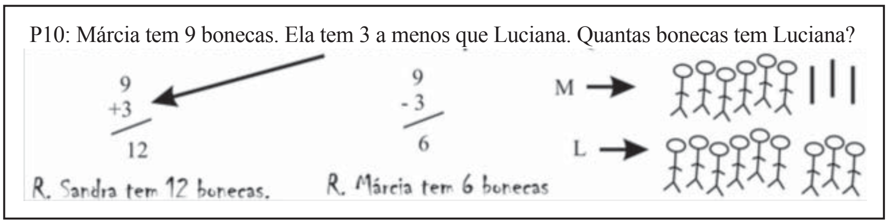
No caso do problema 11 (Em uma jarra tem 3 rosas vermelhas. Na outra jarra tem 5 rosas brancas. Quantas rosas as duas jarras têm juntas?) existe congruência semântica, pois a univocidade semântica terminal é garantida pela associação da palavra juntas (de juntar) com a adição, além dos outros dois critérios.

Para o problema 9 as informações numéricas dizem respeito ao todo e ao valor da comparação. Essas duas informações numéricas têm que ser reunidas numa única sentença matemática e numa ordem invertida, pois as informações sobre as bonecas de Maria e de Regina não podem ser utilizadas pelo desconhecimento do número de bonecas de Regina. A estratégia utilizada pelas crianças com auxílio de desenhos feitos por elas próprias contribui para enfrentar o fenômeno da não congruência, pois as informações numéricas são tomadas na mesma ordem, e a correspondência semântica existe pela associação da palavra menos com a retirada de três bonecas (enquadradas no desenho):



O todo de Regina é obtido a partir do todo de Márcia. Essa análise pode contribuir para as formas de proceder dos professores em situações de ensino para enfrentamento do fenômeno da não congruência.

No caso do problema 10 não há correspondência semântica , pois se Márcia tem 9 e ela tem 3 a **menos** que Luciana isso significa que Luciana tem que ter **mais** que 9:



Nunes et al. (2001) apontam que a dificuldade dos problemas depende da relação entre a situação descrita e os esquemas de ação que a criança pode utilizar para resolvê-los, e que quanto mais direta for essa relação, mais fácil se torna o entendimento do problema.

No caso do problema 9 as informações são do referente (a Maria tem 9) e o resultado da comparação diz respeito ao referido (a Regina tem 3 a menos que Maria). Já o problema 10 as informações dizem respeito ao referente (Márcia tem 9) e o resultado da comparação também diz respeito ao referente (Ela, a Márcia tem 3 a menos que Luciana). Magina (2008, p.41) afirma que os problemas de comparação, cujo "referente" ou "resultado da comparação" são dados, como por exemplo, os problemas 7, 8 e 9, requerem da criança formas distintas de representar as operações de adição e subtração, sendo necessário que ela perceba a "comparação" como uma relação entre os grupos. No caso de comparação, a criança deve partir do valor conhecido do grupo de referência (que é o referente), adicionar (ou subtrair) um valor (que é a relação entre os dois grupos, isto é, o resultado da comparação) e obter o valor do outro grupo (que é o referido).

Os problemas de comparação em que os grupos são conhecidos e o resultado da comparação entre eles é desconhecido surgem com um grau de complexidade maior. É o caso do problema 8. Dados os valores dos dois grupos, em geral não fica explícito para a criança quem é o referente e quem é o referido.

Algumas vezes, quando a criança não compreende qual é a natureza do problema e, portanto, não tem ainda um modelo de estratégia que dê conta de resolvê-lo, é possível propor outro problema que envolva esta mesma situação de comparação, mas que a ajude nessa busca. Conforme Magina (2008, p.45), trata-se de sinalizar para a criança a possibilidade da estratégia de complementação para resolver o problema.

Para Magina (2008, p.49), a classe de situações de comparação, em que se pede para encontrar o referente conhecendo-se o referido e o resultado da comparação entre eles relativo ao referido, é considerada difícil porque normalmente pensamos sobre o referente e, a partir dele, achamos o referido. Aqui a situação é justamente inversa e exige a reversibilidade. Esse é o caso do problema 10.

Já o problema 12 (em que é dada uma das partes e o todo) deve ser trabalhado com as crianças num segundo momento, como extensão, pois o raciocínio requerido para resolver a situação já não é mais intuitivo. A solução do problema 11, parte-parte, no dizer de Magina (2008, p.38), envolve a operação de adição, enquanto a solução do problema 12, parte-todo, relaciona-se, em geral, com a operação de subtração, mas nem sempre, motivo pelo qual muitas crianças resolvem o problema utilizando o procedimento de complementação.

Os problemas envolvendo comparação de quantidades com informações sobre o referente (ou referido) e sobre o valor da comparação relativo ao refido (ou referente), de acordo com Magina et al (2008) e Nunes e Bryant(1997) parecem trazer mais dificuldades para os alunos, o que fica evidenciado pelo percentual de erros nos problemas 9 e 10, respectivamente, 37% e 44%, distantes dos valores encontrados para os demais problemas: 3% (problema 8), 3% (problema 11) e 11% (problema 12).

Os problemas de comparação, cujo "referente" e "resultado da comparação" são dados, requerem dos alunos, segundo Magina (2008) formas distintas de representar as operações de adição e subtração, sendo necessário que eles percebam o resultado da comparação como uma comparação entre os grupos.

No caso em que os valores do referente e o resultado da comparação são conhecidos, os alunos devem partir do valor conhecido do grupo de referência (que é o referente), adicionar (ou subtrair) um valor (que é estabelecido pelo resultado da comparação entre os dois grupos) e obter o valor do outro grupo (que é o referido). A resolução culmina numa sentença matemática mais congruente ao problema em língua natural: é o caso dos problemas 7 e 9.

Dados os valores dos dois grupos, em geral, não fica explícito para a criança quem é o referente e quem é o referido. De acordo com o fenômeno da congruência semântica, esse desconhecimento pode levar ao sucesso ou ao fracasso. No caso do Problema 8 levou ao sucesso, pois a resolução segue a mesma ordem dos dados apresentados em língua natural.

Se o problema fosse "Rita tem 5 e Cássia tem 8. Quantos gibis Cássia tem a mais do que Rita", poderia levar o aluno a utilizar uma adição por conta da expressão "tem a mais" com os dados do problema: 5 + 8. Se o procedimento de diferença for utilizado para a resolução (que exige a reversibilidade), o fenômeno da não congruência semântica pode explicar essa maior dificuldade, pois teremos como resolução a sentença 8 – 5 com os dados em ordem inversa aos dados em língua natural.

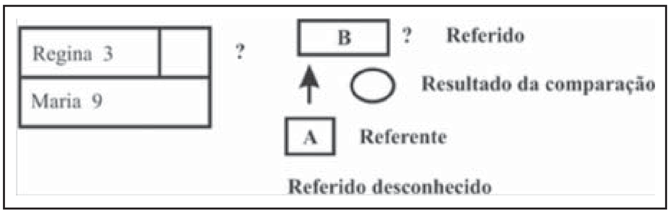
A classe de situações de comparação, em que se pede para encontrar o referente, conhecendo-se o referido e o resultado da comparação entre eles é, segundo Magina (2008), considerada difícil, porque normalmente pensamos sobre o referente e, a partir dele, achamos o referido. Aqui a situação é justamente inversa. A análise, a seguir, pode ser feita à luz do fenômeno da congruência semântica, como é o caso do problema 10. Visto que é necessário partir do referido "Márcia", a reversibilidade torna-se uma exigência e não apresenta univocidade semântica terminal com as informações do problema em língua natural (se o referente tem a menos, então o referido tem a mais). A resolução não segue a mesma ordem dos dados apresentados no problema em língua natural, evidenciando, mais uma vez, ao fenômeno da não congruência semântica. A taxa de acerto de 56% corroboram essa análise.

Para os problemas em que o resultado da comparação é conhecido (problema 8) Magina (2008, p.44-46) afirma que é importante que o aluno entenda que a pergunta se refere à **diferença entre as quantidades** e **não propriamente às quantidades**. Na pesquisa realizada pela autora, observamos que praticamente todas as crianças pesquisadas não encontraram dificuldades em reconhecer qual dos grupos tinha o maior valor (quem tem mais ou quem tem menos), mas o mesmo não acontecia quando tinham que responder "quanto a mais" ou "quanto a menos" era esse valor. Isto porque estabelecer "quem tem mais ou menos" depende de uma quantificação intensiva e, estabelecer "quanto a mais ou a menos" depende de uma quantificação extensiva, que envolve enumeração, contagem, cardinalidade, ordinalidade e estratégias de adição ou subtração, conforme apontado por Fayol (1996). São outros conceitos envolvidos, o que vem a reafirmar ser o campo aditivo um campo conceitual.

Conforme a estratégia utilizada para a resolução do problema, manifesta-se o fenômeno da não congruência semântica, mesmo que a operação utilizada seja a mesma. Quando a resolução for registrada, pode haver dúvidas, em virtude dessa não congruência oriunda da não correspondência das unidades de significado ou de ordens diferentes dos dados nos dois registros. Há que se ressaltar que o fenômeno da não congruência semântica pode ser oriundo ainda de termos portadores de informação semântica e, por essa razão, induzir ao erro, como é o caso, por exemplo, do Problema 10.

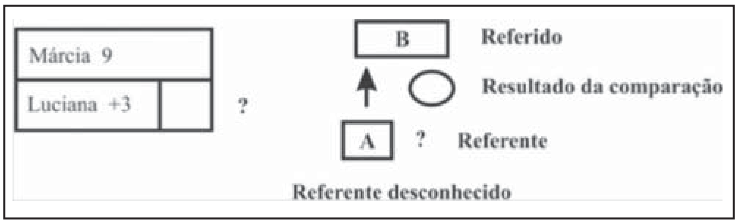
Os erros também podem ser analisados à luz dos cálculos relacionais exigidos, conforme apontado por Vergnaud (1985) e relacionados com o fenômeno da não congruência semântica. No caso dos problemas 9 e 10, temos os cálculos relacionais exigidos pela natureza do problema, que é de comparação e que pode vir a colocar em cena diferentes situações, conforme apontado nos Quadro 8 e 9:

QUADRO 8 – Diagrama e cálculo relacional referente aos problemas 9.



Fonte: os autores (adaptado de VERGNAUD; 1990; MAGINA, 2008).

QUADRO 9 – Diagrama e cálculo relacional referente aos problemas 10.



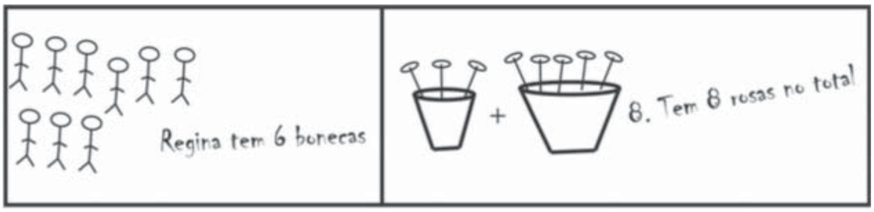
Fonte: os autores (adaptado de VERGNAUD; 1990; MAGINA, 2008).

Os Problemas 9 e 10 trazem situações de comparação envolvendo dois conjuntos e uma relação estática. Segundo Nunes e Bryant (1997), essa relação estática "tem a mais" ou "tem a menos", é necessária para quantificar extensivamente, que, conforme Piaget (1975), significa saber "quantos a mais" ou "quantos a menos", exige uma ação que não está explicitada. No problema 9, o referente é conhecido (Maria). O aluno precisa "subtrair 3 de 9", porque o valor 3 refere-se ao referido (Regina) e a solução pode ser obtida a partir do valor conhecido 9 (referente). Por isso, a não congruência semântica entre a expressão "3 a menos" e a solução "-3" não se manifesta. Mas isso ainda depende do procedimento utilizado para a realização dessa subtração.

Já para o problema 10, o referente é desconhecido (Luciana). O aluno precisa somar 3 ao valor 9 e ambos referem-se ao referido (Márcia), e a solução exige a inversão, pois parte do mesmo todo (o referido) e a não congruência semântica se manifesta. Nesse caso, a expressão "3 a menos" não concorda com a solução "9 + 3". Outra estratégia vai exigir que a criança subtraia 3 de alguns para certificar-se de que o resultado é 9, o que torna o problema mais difícil, pois ela deverá partir de hipóteses lançadas. Por exemplo, se fosse 11 menos 3, daria 8. Então, outra hipótese é testada (NUNES; BRYANT, 1997, p.134). Essa análise possibilita interpretar as dificuldades dos alunos em lançar mão dos cálculos relacionais exigidos e, por essa razão, há o maior insucesso, ocasionado pelo apelo às informações semânticas apresentadas pelas palavras “mais” e “menos” e expressas pelas sentenças “9 + 3 = 12” (congruente).

À luz do fenômeno da congruência semântica, foram analisadas as resoluções dos alunos que utilizaram representações intermediárias (desenhos, esquemas) e tiveram sucesso na resolução dos problemas, uma vez que facilitaram o tratamento semântico dos dados, diminuindo as interpretações errôneas. No problema das rosas (problema 11), observa-se que o termo “tem juntas” leva a uma representação que indica a soma de dois vasos com flores, um com 3 e o outro com 5 totalizando 8 rosas ao todo; no caso das bonecas Regina (problema 9), o aluno representa a totalidade de bonecas devendo retirar 3 para ter a quantia que Regina possui:

FIGURA 1 – Dados empíricos de resoluções dos alunos A2 e A15, os quais lançaram mão de representações intermediárias na resolução dos problemas 9 e 11.



Fonte: os autores.

Aqui, ainda é preciso imaginar a operação para obter as 6 bonecas. No caso das rosas, a representação auxiliar é completa, a soma já está indicada.

O problema 11 refere-se à adição envolvendo a relação parte-todo. É um problema de composição com as partes conhecidas. O raciocínio exigido é a adição das duas quantidades (número de rosas vermelhas e brancas), situação dentro de contexto familiar para o aluno. A presença da expressão “as duas jarras têm juntas” na pergunta, diretamente relacionada à operação adição, proporciona fácil entendimento e tratamento aditivo. A resolução pode não ser resultado da compreensão das relações entre os dados do problema, mas, sim, da “pista” da expressão.

Os problemas de estrutura parte-todo, em que o todo e uma das partes são conhecidos, requisitam um raciocínio mais elaborado para resolver a situação, o que já não é mais intuitivo e a solução envolve a operação de subtração, enquanto a situação em que as partes e o todo são conhecidos se relaciona, em geral, à operação de adição. Esse pode ser o motivo pelo qual muitas crianças resolvem o problema anterior utilizando o procedimento de complementação (MAGINA, 2008, p.38).

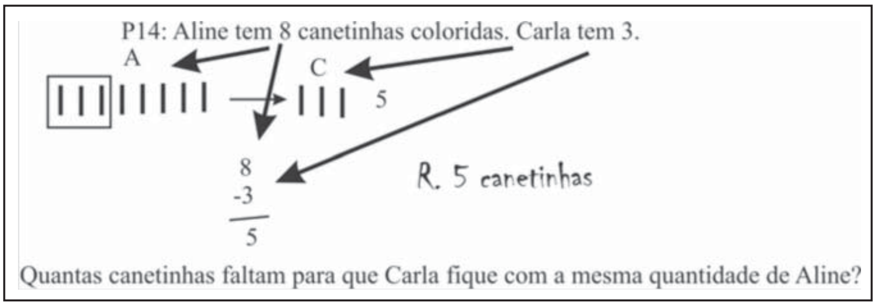
Cabe lembrar que a competência na realização das ações pelos alunos, ao interagir com as situações, está diretamente relacionada ao grau de complexidade da situação. Essa complexidade relaciona-se às ideias e aos conceitos presentes nas situações, segundo Vergnaud (1990) dentre os quais: conceito de medida (por exemplo, a magnitude de 11 é maior que 7, que é maior que 4); conceito de adição; conceito de subtração; relações de comparação (por exemplo, quanto tem a mais, quanto tem a menos, isto é, quantificação extensiva). As crianças constroem um campo conceitual pela experiência na vida diária e na escola.

Podemos perceber no problema 11 (Parte-Todo), considerado protótipo da adição, que o índice de acerto foi maior devido a ideia de juntar partes, com valores já conhecidos, e que, segundo Magina (2008, p.30), “[...] é justamente a primeira situação de adição que a criança compreende, isto é, a primeira representação de adição que ela forma, e sua solução, em geral, está associada ao processo de contagem”. Essa análise possibilita interpretar esse sucesso à luz da congruência semântica entre a sentença que representa a estratégia de solução “3 + 5 = 8” e os dados do problema.

O problema 12 é um problema parte-todo no qual o todo e uma parte são conhecidos e a pergunta é feita sobre a outra parte. Não há conexão imediata entre contar e encontrar o valor de uma parte quando a outra parte e o todo são desconhecidos. Daí, podemos justificar o número maior de erros em relação ao problema 11, no qual a adição de partes é uma extensão direta da contagem (NUNES; BRYANT, 1997, p.128). Essa estrutura coloca em evidencia a não congruência entre a sentença matemática representativa da resolução e os dados do problema em língua natural, no caso da utilização do procedimento do complemento: 5 (parte) 1+ 1 +1 (parte desconhecida) = 8 (total), e não é no caso da utilização do procedimento da diferença: 8 (total) – 5 (parte) = 3 (outra parte).

Os problemas mais complexos foram aqueles em que o referente mudou e aquele que não apresentava congruência semântica, no caso em que os termos portadores de informação semântica induziram ao erro, como por exemplo, no problema 9 “Maria tem 9 bonecas. Regina tem 3 ***a menos***.......” e o problema 10 “Márcia tem nove 9 bonecas. Ela tem 3 ***a menos*** que Luciana...”

O problema 14 envolve uma equalização e, por essa razão, leva o aluno a conectar duas medidas estáticas por meio de uma transformação, o que se relaciona de forma direta com o maior sucesso dos alunos para resolvê-lo:



À luz da congruência semântica, essa análise nos permite afirmar que o problema de equalização possibilita ao aluno relacionar a informação semântica com a ação que conectar os valores: neste caso, querer saber quanto falta para ter a mesma quantidade induz ao cálculo relacional de contar na sequência, a partir do menor até chegar ao maior, 3 + ... = 8 (não congruente, no sentido de que a informação parte de Carla e a ela se dirige, e essa informação vem em segundo lugar no texto), ou lançar mão de outro procedimento, que consiste em "contar para trás a partir de", do maior dos termos, diminuindo de um em um, até ser retirado o menor dos termos; "retirar" que seria representado pela sentença 8 – 3 = 5 (congruente).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa revela a necessidade de um estudo referente aos problemas aditivos que permita a intervenção em sala de aula, na maneira como tais problemas deverão ser apresentados aos alunos, para que haja a superação dos fracassos, no que diz respeito a esses problemas. Essa intervenção pode contar com as contribuições da teoria de representações semióticas de Duval, na qual se evidencia o fenômeno da congruência semântica, que pode ser utilizado para a análise das dificuldades dos alunos na resolução de problemas aditivos.

Em relação ao fenômeno de congruência é necessário também levar em conta a noção de equivalência referencial introduzida por Frege (1971) e incorporada por Duval (1988)

> Duas expressões podem ter o mesmo sinônimo ou referencialmente equivalentes (elas podem "dizer a mesma coisa", elas podem ser verdadeiras ou falsas conjuntamente) e não serem semanticamente congruentes: neste caso há um custo cognitivo importante para a compreensão. (p.8)

Para uma taxa de sucesso alta em problemas aditivos, não é suficiente que o enunciado do problema seja congruente com a expressão matemática que pretensamente dá a solução do problema é preciso, também, que sejam referencialmente equivalentes. Conforme assinala Moretti (2012, p.705):

> Problemas discursivos que são semanticamente congruentes com a expressão matemática, mas que não são referencialmente equivalentes, levam a uma taxa muita baixa de sucesso; da mesma forma acontece com problemas que são referencialmente equivalentes, mas não são semanticamente congruentes. A resolução de problemas que solicitam a passagem de um registro discursivo para um registro aritmético ou algébrico exige a equivalência referencial.

Os problemas que possuem a expressão "ter a mais" ou "ter a menos", mas que a operação exigida para a resolução correta é, respectivamente, a subtração e adição, podem levar a uma taxa muito baixa de sucesso. No problema 8, a expressão "tem a menos" leva a operação de subtração correta para resolução do problema. Já no problema 10, a expressão "tem a menos" pode levar o aluno a utilizar à operação de subtração que é incorreta para a resolução do problema.

Em relação às questões colocadas, pode-se afirmar que os resultados encontrados pela pesquisa permitiram a identificação das dificuldades dos alunos na resolução de problemas aditivos e na sua interpretação e natureza. Em relação ao objetivo da identificação dessas dificuldades a partir da teoria de representações semióticas, podemos sustentar que esse quadro teórico mostra-se adequado para a interpretação das dificuldades e pode apontar para caminhos de superação, não estudados nessa pesquisa.

Segundo Magina (2008), as situações aditivas envolvem diferentes conceitos que fazem parte das estruturas aditivas (campo conceitual aditivo). É importante conhecer a classificação dos diferentes problemas de estrutura aditiva para compreender os diferentes processos de resolução utilizados pelos alunos e para entender as dificuldades encontradas para a resolução. Segundo esta autora, planejar e desenvolver experiências didáticas é algo proveitoso para que possamos entender melhor como esse campo conceitual aditivo é construído. Em tais experiências, é essencial que o professor se preocupe em se fazer perguntas do tipo: Quais estruturas e classes de problemas são mais facilmente entendidas pelos alunos mais novos? Quais problemas viriam em seguida? E assim por diante.

A pesquisa revela a necessidade de um processo de formação dos professores voltado para os problemas aditivos, que promova a intervenção em sala de aula na maneira como tais problemas deverão ser apresentados aos alunos, para que haja, deste modo, a superação dos fracassos na resolução desses problemas. Essa intervenção pode contar com compreensão do fenômeno de congruência semântica no seio da teoria de representações semióticas de Duval.

Na resolução de um problema, a escolha da operação é algo complexo, além de poder ocasionar fenômenos de não congruência. Por essa razão, as representações utilizadas nas resoluções dos problemas podem auxiliar a compreensão do tratamento de um registro ou conversão entre diferentes registros, permitindo ao professor detectar a dificuldade do aluno, tanto no tratamento operatório ou numa conversão. Por meio dessas representações, o professor consegue trazer o aluno para um contexto em que os objetos matemáticos se tornem mais significativos para ele.

Concluímos com o apontamento de que muitas pesquisas a respeito dos problemas aditivos já foram desenvolvidas. Evidencia-se, no entanto, a importância das análises das dificuldades das crianças à luz do fenômeno da congruência semântica, que pode se apresentar dependendo da estratégia de solução adotada pelo aluno. Esse quadro teórico sustenta as análises e nos autoriza a afirmar que as dificuldades dos alunos não se devem exclusivamente a problemas de compreensão. Elas podem ser oriundas dos verbos ou palavras portadores de informações semânticas, da natureza das relações (estáticas ou dinâmicas), das estratégias de resolução, dentre outras situações.

As análises podem ser realizadas à luz da congruência semântica entre a representação do problema na língua natural e a representação da solução do problema, com utilização de outro sistema semiótico de representação. Em tal abordagem é possível verificar o papel das representações intermediárias para minimizar as dificuldades relacionadas à congruência semântica.

Nossas análises não estão esgotadas e outras pesquisas poderão ser desenvolvidas na continuidade, como por exemplo, elaborar as atividades para serem propostas na situação de intervenção, voltadas para a superação das dificuldades identificadas em virtude da natureza do problema, dos cálculos relacionais envolvidos e do fenômeno da congruência semântica que se manifesta. Ainda, voltar a propor a resolução de problemas aditivos aos alunos e avaliar o progresso advindo dessa intervenção.

REFERÊNCIAS

ALVES, E. V. *Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do ensino médio.* Dissertação (Mestrado em Educação) − Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas, 1999.

BERNARD N.; JANVIER B. D. Apport des representations dans l'aprentissage de concpets arithmétiques impliquant du dynamism : les operations dans le sens reconstruction d'une transformation. *Séminaire sur la Représentation*, no4, 1985.

BRANDT, C. F. *Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração decimal*. 246 f. Tese (Doutorado em Educação Científica) − Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2005.

CAMPBELL P. Texbook pictures and first-grade children's perception of Mathematical Relationships. *Journal for Reserch in Mathematics Education*, novembre, p.368-374, 1978.

DAMM, R. F. *Apprentissage des problèmes additifs et comprehension de texte.* Tese de Doutorado. Strasbourg: ULP, 1992.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: ______. *Educação Matemática:* uma introdução. São Paulo: Educ, 1999.

______. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. In: ______. MACHADO, S.D. (Org.). *Aprendizagem em Matemática*. Campinas: Papirus, 2003.

______. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. DI. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática:* registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2008. p.11-33.

DE CORTE E.; VERSCHAFFEL L.; DEWINN L. The influence of rewording verbal problems on children problem representation and solutions. *Journal of Educacional Psychology*, 77, p.460-470, 1985.

DUVAL, R. Écarts sémantiques et choérence mathématique. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitifs*. IREM de Strasbourg, v.1, p.7-25. 1988.

______. Registres de representation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitifs*. IREM de Strasbourg, n.5, 37-65, 1993.

______. *Sémiosis et pensée humaine:* Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berna: Peter Lang. 1995.
______. *Cours PUC*. São Paulo: Février, 1999. (Documento datilografado).
ESCARABAJAL M. C. Compréhension et résolution de problèms additives. In: J. F. RICHARD (Ed.). Résoudre des problèmes au laboratoire, à l école, au travail, *Psychologie Française*, v.229, n.314, p.159-187, 1984.
FAYOL, M. *A criança e o número*: da contagem à resolução de problemas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
FAYOL, M. , ABDÍ, H. Impact des formulations sur la résolution des problèmes additifs chez l'enfant de 6 à 10 ans. *European Journal of psychology of education*, v.1, n.1, 1986.
FISCHER J. P. La résolution des problèmes arithmétiques verbaux. à paraître *Annales de Didactieque et de Sciences Cognitives. IREM de Strasbourg*.
FISCHIER J. P. *La percepcion des problèmes soustractifs aux débuts de l'apprentissage de la soustraction*. Tese (de IIIe cycle em Ditactique des Mathématiques) – Université de Nancy I, Nancy, 1979.
FREGE, G. *Écrits logiques et philosophiques*. Tradução de Claude Imbert. Paris: Seuil, *1971*.
FUSON K. C.; WILLIS G. B. Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, 80, p.192-201, 1988.
GUIN D. La notion d'opérateur dans une modélisation cognitive de la comprehension des próblemes additifs. *Mathématique, Informatique et Sciences Cognitives*, vol. e, p.75-102, Strasbourg, IREM, 1991.
LEWIS A. B. Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 81, p.521-531, 1989.
MAGINA, S.; CAMPOS, T, M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. *Repensando Adição e Subtração* – contribuições da teoria dos Campos Conceituais. 3.ed. São Paulo: PROEM Editora Ltda., 2008.
MARTHE P. *Problèmes de type additif et appropriation par l'élève des groups addtifs (Z, +) et (D, +) entiers relatifs*. Tese (Doctorat de 3ème cycle) – Ecole des Hautes Etudes Sociales, Paris, 1982.
MORETTI, Méricles T. A regra dos sinais para a multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática. *Bolema*, Rio Claro (SP), v.26, n.42B, p.691-714, abr. 2012.
NESHER P.; KATRIEL T. Two cognitive modes in arithmetic word problem solving. THE SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION. *Proceedings* .... Osnabrück: Université, 1978.
NUNES, T. et al. *Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas.* São Paulo: PROEM, 2001.
NUNES, T. et al. *Educação Matemática 1* – números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.
NUNES, T. N.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artmed, 1997.

PIAGET, J. *Gênese das estruturas lógicas elementares*. 2.ed. São Paulo: Zahar, 1975.
PIAGET, J.; SEMINSKA, A. *A gênese do número na criança*. 3.ed. São Paulo: Zahar, 1981.
RILEY M. S.; GRENO J. G.; HELLER J. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In: H. P. GISNBURG (Ed.). *The development of mathematical thinking*. Academic-Press, p.153-196, 1993.
VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticos de ensino. In: SCHILEMANN, D.; CARRAHER, D. (Orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa*. Campinas: Papirus, 1998.
VERGNAUD, G. *L'enfant, la mathematique et la realité*. 3.ed. Berne: Peter Lang, 1985.
______. La théorie des champs conceptuels. *Recherches em didactique de mathématiques*, v.10, n.23, 1990, p.133-170.
______. Signifiants et signifies dans une approche psychologique de la representation. *Les sciences de l'éducation*, v.1, n.3, 1993, p.9-16.