# Em busca de elementos que propiciem ao professor de Matemática a reflexão sobre seu saber

**Bárbara Lutaif Bianchini**
**Silvia Dias Alcântara Machado**

[...] *não há saber senão em uma relação com o saber.*

(CHARLOT, 2005)

**RESUMO**

Este artigo apresenta um recorte de um projeto de pesquisa que tem como objetivo investigar o efeito do estudo sobre os principais processos do Pensamento Matemático Avançado (PMA), segundo Dreyfus (1991), sobre a relação do professor de matemática com seu próprio saber Charlot (2013). Os dados foram coletados em 2013, durante um curso de formação continuada para vinte professores de matemática, o que caracteriza a investigação como um estudo de caso. Os resultados apontam que os professores se beneficiaram com os conhecimentos apropriados durante o curso, pois passaram a analisar seu 'fazer matemático' inicialmente do ponto de vista puramente procedimental, algorítmico, a uma análise mais profunda que incorporou os principais processos do PMA. No entanto, concluímos que é necessário maior aprofundamento em relação a alguns dos processos estudados.

**Palavras-chave:** Educação matemática. Processos. Pensamento matemático avançado (PMA). Formação contínua do professor.

## In Search of Elements which Provide to the Mathematics Teacher the Reflection about your Knowledge

**ABSTRACT**

This article reports part of a research project which aims to investigate how the study of the main advanced mathematical thinking processes as Dreyfus (1991) could affect teacher's relationship with their own knowledge as Charlot (2013). Data was collected from 20 mathematics teachers of a professional development course. The results from this empirical study indicated that teachers moved from a purely procedural perception to and more profound analysis incorporated by the main advanced mathematical thinking processes.

**Bárbara Lutaif Bianchini** é Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora associada do Departamento de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: barbara@pucsp.br

**Silvia Dias Alcântara Machado** é Doutora em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1986). Atualmente, é professora titular do Departamento de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: silviaam@pucsp.br

Recebido para publicação em 07/10/2014. Aceito, após revisão, em 26/03/2015.

We noted that some of the AMT' processes require to be deeper, maybe require more time of the course.

**Keywords:** Mathematics education. Processes. Advanced mathematical thinking (AMT). Teachers' professional development.

## INTRODUÇÃO

Desenvolvemos uma pesquisa com o objetivo de investigar o efeito do estudo dos **principais processos do Pensamento Matemático Avançado**, segundo Dreyfus (1991), sobre a relação do professor de matemática com seu próprio saber. Para tanto nos baseamos principalmente nas ideias de Charlot (2013). Os dados requeridos pela pesquisa foram colhidos em 2013, durante um curso de formação continuada para vinte professores de matemática, o que caracteriza a investigação como um estudo de caso. Neste artigo, apresentamos parte dessa pesquisa.

O pensamento matemático avançado, o PMA, de acordo com Dreyfus (idem), se diferencia do pensamento elementar pela complexidade e de como se lida com a matemática. Nosso ponto de vista é de que a complexidade está presente desde a infância, quando a criança desenvolve ideias e conceitos matemáticos como o de número, frações, ordenação de números, classificação de sólidos geométricos, dentre outros. Concebemos que a complexidade depende tanto das ideias e dos conceitos matemáticos envolvidos como também do sujeito nos processos de compreensão das ideias matemáticas e da construção dos conceitos.

Dessa forma, o conhecimento sobre os processos do PMA possibilita ao professor de matemática avaliar, tanto as dificuldades inerentes aos conceitos e ideias que deseja desenvolver com seus alunos, como também aquelas apresentadas pela falta de hábito dos alunos com a utilização dos processos do PMA requeridos na construção de tais conhecimentos. Disso decorre a afirmação de Dreyfus (1991) de que é importante para o professor de matemática ter consciência desses processos para compreender as dificuldades que seus alunos podem enfrentar. Tal fato nos remete a Ball (1991), quando comenta que, para ensinar, não basta somente o conhecimento do conteúdo, pois esse molda e é moldado por outros tipos de conhecimentos e crenças. A mesma autora ressalta ainda que, o conhecimento tácito pode servir para o uso pessoal do professor, mas para ensinar é necessário que esse conhecimento seja explícito. O que nos leva a considerar que o conhecimento explícito dos processos do PMA pode auxiliar o professor a elaborar atividades que visem à apropriação desses processos por seus alunos.

No entanto, resultados de algumas de nossas pesquisas (BIANCHINI; MACHADO, 2013; MACHADO; BIANCHINI, 2013) indicam que, quando um professor de matemática é instado a analisar os conhecimentos mobilizados em sua resolução de uma situação-problema, ele enfoca e descreve principalmente os procedimentos matemáticos, muitas vezes já automatizados, e algumas vezes tacitamente aceitos. Tal fato dificulta sua percepção sobre os processos vivenciados, como a ocorrência de tentativa e erro, idas e vindas, visualizações, validações, generalizações etc., que fazem parte de seu saber sobre o *fazer matemático,* dificultando assim sua relação com o próprio saber.

## A REFLEXÃO SOBRE O PRÓPRIO SABER MATEMÁTICO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR

Consideramos essencial criar condições para que o professor seja levado de uma reflexão geralmente restrita aos procedimentos algorítmicos exigidos na resolução de uma atividade matemática, a uma reflexão mais ampla e profunda que abranja aspectos dos processos do pensamento matemático utilizados para essa resolução. Essa nossa hipótese tem nos levado a incorporar, na formação continuada do professor de matemática, atividades que enfatizam seu modo de pensar e fazer matemático, ou seja, que propiciem a ele o aprofundamento de sua relação com o próprio saber, conforme pode ser visto em nossos artigos citados anteriormente.

A reflexão do professor sobre seu saber é um tema cuja relevância tem obtido a atenção de vários pesquisadores dentre os quais Ball (1991), Schön (2000), Alarcão (1996, 2004), Charlot (2005, 2013).

Conforme Charlot (2013), o *que caracteriza a pessoa é sua forma de se relacionar com o mundo, com os outros,* ***consigo mesma*** *e, portanto, com o saber e, de forma mais geral, com o aprender*[1] (p.162). No entanto o autor chama a atenção sobre o fato de que quem aprende é o eu pensante, o eu racional.. O que sugere a questão: O que fazer para que uma pessoa se engaje em uma atividade intelectual, isto é, mobilize o eu epistêmico?

No entanto, Charlot (2013) destaca que:

> A motivação é externa, ao passo que a mobilização é um fenômeno interno: motiva-se alguém de fora, enquanto mobiliza-se a si mesmo de dentro. [...] O que e como fazer para que o próprio aluno se mobilize para aprender? Como despertar um desejo interno? (p.160)
>
> [...] Não se pode aprender se não se é ensinado, de uma forma ou de outra; ninguém pode ser ensinado, seja qual for a pedagogia, se não se mobiliza a si mesmo em uma atividade. (p.180)

Disso decorre que na atividade escolar a ação motivadora do professor tem a mesma importância que a mobilização do aluno para aprender, isto é, são processos que devem ocorrer simultaneamente, intimamente articulados. O que leva Charlot (2013) a afirmar que [...] *atrás da mobilização intelectual ou da ausência de mobilização intelectual, há alguma coisa. Há uma coisa: toda a construção da relação com o saber, da relação com o mundo, da relação com os outros* (p.173).

Com base nessas ideias, apresentamos a seguir, os resultados de uma investigação empírica com professores de matemática em formação continuada enfocando a relação

[1] Grifo nosso.

com seus saberes, relação essa provocada pela exploração das ideias sobre o Pensamento Matemático Avançado (PMA).

## PROCESSOS DO PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO

Dreyfus (1991) descreve em seu texto que existem vários processos do PMA que ocorrem e interagem em cadeia, como os da descoberta, da intuição, da validação, da prova, da definição e outros, mas que os principais processos são os de representar e de abstrair. Neste artigo, descrevemos esses dois principais processos, com base nas ideias de Dreyfus (idem), e por constituírem aqueles enfocados na pesquisa em apresentação.

É necessário ressaltar a importância que Dreyfus (ibidem) atribui à abstração:

> Se o estudante desenvolve a habilidade de fazer abstração de situações matemáticas conscientemente, ele atingiu um nível avançado do pensamento matemático. Alcançar essa capacidade de abstrair pode bem ser o objetivo único mais importante da educação matemática avançada. (p.34)

No entanto, apesar da preponderância dada por Dreyfus (1991) ao processo de abstrair, é importante salientar que tal processo só acontece se estiver presente o processo de representar, pois esses dois processos são complementares, um não existe sem o outro. Se, por um lado, um sujeito abstrai um conceito a partir de suas várias representações, por outro, essas representações são por sua vez sempre representações de um conceito abstrato.

Iniciamos a descrição pelo processo de **abstrair**, que é o processo construtivo de estruturas mentais baseado nas estruturas matemáticas, isto é, baseado em propriedades e relações entre objetos matemáticos. O autor salienta a necessidade de que a atenção do aluno esteja focada nas estruturas do conceito abstrato, para desconsiderar as variáveis irrelevantes e possibilitar a redução da complexidade da situação proposta, e assim vivenciar esse processo construtivo.

O processo de abstrair contém dois **subprocessos:** o de **generalizar** e o de **sintetizar**.

> Generalizar é o processo que permite ao sujeito tirar como consequência ou induzir do particular, identificar o que há de comum, expandir o domínio de validade. Enquanto o processo de sintetizar significa combinar ou compor partes de tal forma, que elas formem um todo isto é, um objeto matemático. É importante ressaltar que tais processos são indissociáveis. (MACHADO; BIANCHINI, 2013, p.592)

Embora o processo de abstrair contenha os subprocessos de generalizar e sintetizar, ele vai além deles. Esses subprocessos estão presentes potencialmente no processo de abstrair, porém nem sempre ocorrem os dois, e quando ambos estão presentes, não o completam. Assim, a natureza do processo mental de abstração é diferente do da generalização e da síntese, uma vez que o processo de abstrair requer demandas cognitivas mais pesadas que seus subprocessos.

Para Bianchini e Machado (2014), o processo de **representar** simbolicamente em matemática um objeto:

> [...] é aquele de criar, registrar um exemplo, uma imagem dele. Esse processo ocorre em registros compartilhados da escrita, do desenho, da fala, dos gestos etc. Um dos papeis do processo de representar é o de facilitar a comunicação dos objetos matemáticos.

Em matemática, o processo de representar é aquele da geração de representações. Um indivíduo pode criar representações relativas à matemática para sua necessidade. No entanto, para que a comunicação de suas ideias a outros seja compreendida, essas representações têm que ser compartilhadas pela sociedade em geral e especificamente pela comunidade matemática. Assim, a vida em sociedade exige que o indivíduo domine algumas das principais representações de certos objetos da matemática convencional. Quanto mais representações articuladas de um objeto matemático um sujeito possuir, maior sua possibilidade de conceber esse objeto de maneira mais ampla e profunda, e maior sua capacidade de flexibilidade na resolução de problemas que envolvem esse objeto.

O processo de representar inclui dois **subprocessos**: o de **alternar e interpretar** e o de **modelar**.

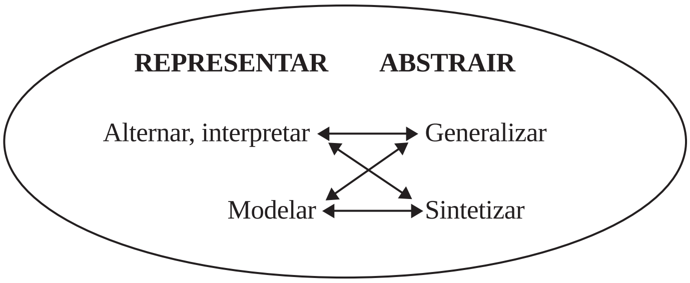
O subprocesso, denominado por Dreyfus (1991) como **alternar e interpretar** as representações, é indicado como um único subprocesso, mas explicado pelo autor como duas ações: a de **alternar,** referente ao fato de que não é suficiente conhecer várias representações de um mesmo objeto matemático, mas também é necessário que essas representações estejam conectadas, articuladas, dando condições ao sujeito de transitar de uma representação para outra, sempre que a outra seja mais eficiente para o próximo passo; e de o **interpretar** referente à capacidade de passar de uma formulação matemática de uma afirmação ou problema para outro.

O subprocesso de **modelar** é descrito por Dreyfus (idem) como sendo o ato de:

> [...] encontrar uma representação matemática para um objeto ou processo não matemático. Nesse caso, significa construir uma estrutura ou teoria matemática que incorpore as características essenciais do objeto, sistema ou processo a ser descrito. O modelo dessa estrutura ou teoria pode então ser usado para estudar o comportamento do objeto ou processo que foi modelado. (p.34)

A seguir sintetizamos na Figura 1 os processos e seus subprocessos descritos anteriormente.

FIGURA 1 – Principais processos do PMA.




Fonte: criação das autoras.

## A PESQUISA DE CAMPO: DESCRIÇÃO E ANÁLISE

Desde 2012, temos realizado pesquisas relativas a um projeto que visa investigar o efeito da introdução de conhecimentos sobre o Pensamento Matemático Avançado na ampliação e aprofundamento da reflexão dos sujeitos sobre seu próprio saber.

No ano de 2013, em um curso de formação continuada de professores de matemática, realizamos a pesquisa da qual, neste artigo, apresentamos a análise de uma das atividades matemáticas propostas.

Durante essa formação, dedicamos parte dos encontros à leitura, análise e realização de atividades relativas à reflexão sobre o próprio saber do professor embasada pelos processos do PMA. Essa parte ocorre segundo três fases:

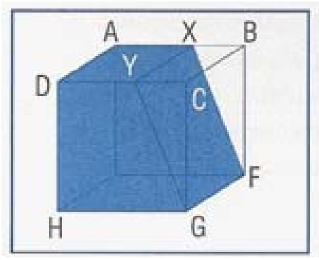
- Na primeira, solicitamos que os alunos resolvam situações-problema usuais da matemática básica, observando e descrevendo os tipos de argumentos e representações utilizados em suas resoluções;
- Na segunda, propomos a leitura sobre textos do PMA e seus processos, que analisamos por meio de discussões;
- Na última, devolvemos aos alunos seus protocolos, isto é, as folhas contendo as situações-problema resolvidas na primeira fase, sugerindo que revejam e, se necessário, corrijam e/ou completem o que consta, enfatizando os processos do PMA identificados em seus protocolos.

Com essa abordagem, temos a intenção de propiciar o aprofundamento das reflexões dos sujeitos sobre seus saberes, por meio do conhecimento dos principais processos do PMA.

A situação-problema apresentada na primeira fase foi a seguinte:

FIGURA 2 – A situação-problema.

A figura abaixo destaca o sólido que restou de um cubo de aresta ***a***, após retirar-se dele o prisma BCYXFG, com o segmento XY paralelo à aresta AD. Se o volume do sólido restante é 4/7 do volume do cubo, encontre a fração de ***a*** que expressa a medida do segmento AX.



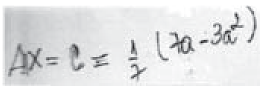

Fonte: PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002, p.112).

Solicitamos aos sujeitos que resolvessem a situação acima, observando e registrando o tipo de argumento e de representação utilizados em suas resoluções.

Antes de passarmos às análises sobre a produção dos sujeitos, é preciso esclarecer que esses alunos haviam tido apenas um primeiro contato com as ideias do PMA e seus processos.

Quinze sujeitos resolveram integralmente a situação-problema, sendo que oito deles apresentaram em seus procedimentos algum ponto matematicamente obscuro, o que não os impediu de dar a resposta correta. Os cinco restantes apresentaram procedimentos matemáticos em suas tentativas de resolução que, no entanto, não os levou à resposta da questão, isto é, três deles deram como resposta a medida do segmento XB, em vez da medida solicitada; e um apresentou como resposta o que consta a seguir.

FIGURA 3 – Protocolo de um dos sujeitos.




Fonte: dados da pesquisa.

Assim, o quadro 1 retrata a produção dos vinte sujeitos sobre os processos do PMA identificados, nesse primeiro momento.

QUADRO 1 – Identificação dos processos do PMA no 1º momento.

| Processos | Sujeitos | Subprocessos | Sujeitos |
|---|---|---|---|
| Representar | 5 | Alternar e interpretar | 0 |
| | | Modelar | 0 |
| Abstrair | 4 | Generalizar | 0 |
| | | Sintetizar | 7 |

Fonte: dados da pesquisa.

É interessante notar a preponderância na identificação do subprocesso de sintetizar sobre o próprio processo de abstrair, provavelmente influenciados pelo conhecimento das várias fórmulas de volume de sólidos geométricos implicados na situação-problema. Destacamos que, em outra situação-problema apresentada aos mesmos sujeitos, no mesmo dia, as autoras[2] deste artigo relatam que no primeiro momento, o número de sujeitos, que identificou os subprocessos de sintetizar, também superou o do que identificou o processo de abstrair. Cabe salientar que um dos sujeitos registrou: *a partir de uma síntese é abstração,* assim fica esclarecido o encadeamento de seu raciocínio.

Já o processo de representar foi identificado por 1/5 dos sujeitos, e seus subprocessos não foram indicados por nenhum dos vinte sujeitos; repetindo a frequência encontrada e relatada no capítulo já citado.

É preciso mencionar que cinco sujeitos parecem incluir o que denominam representação mental como um subprocesso de representar. O que nos leva a sugerir que se discuta o significado do que seja “representação mental”. Três sujeitos mencionaram o processo de visualizar, ao qual não é dada ênfase no capítulo de Dreyfus (1991) em estudo. No entanto, o termo visualizar é bastante utilizado no trato de Geometria, o que pode ter influenciado os sujeitos que o mencionaram.

Os demais sujeitos, 3/5 deles, deixaram somente os procedimentos matemáticos da resolução, e alguns descreveram literalmente esses procedimentos. Talvez isso tenha ocorrido pela forma em que foi redigida a tarefa, que não citou explicitamente, que deveriam identificar os processos do PMA envolvidos, embora tivessem iniciado o estudo a duas aulas.

Após esse primeiro momento, discutimos durante duas aulas o texto de Dreyfus (1991) a partir de exemplos e de retorno às suas ideias sobre os processos mais importantes do PMA.

Passamos então ao 3º momento, quando devolvemos a cada sujeito seu protocolo relativo ao 1º momento, solicitando que revissem o que haviam registrado, complementando, se necessário, suas análises.

[2] Relatado no capítulo das autoras do livro “Teoria Elementar dos Números” que será publicado em 2014.

Apresentamos, no quadro a seguir, as citações identificadas e registradas nos protocolos dos vinte professores em formação continuada, sobre os processos do PMA no terceiro momento.

QUADRO 2 – Identificação dos processos do PMA no 3º momento.

| Processos | Sujeitos | Subprocessos | Sujeitos |
|---|---|---|---|
| Representar | 16 | Alternar e interpretar | 9 |
| | | Modelar | 2 |
| Abstrair | 15 | Generalizar | 3 |
| | | Sintetizar | 20 |

Fonte: dados da pesquisa.

Observando o quadro 2, chamou nossa atenção o fato de que, enquanto todos os sujeitos identificaram o **subprocesso** de sintetizar, apenas três quartos deles identificou o processo de abstrair, que o contém.

É evidente a preponderância da identificação do subprocesso de síntese, sobre os demais processos e subprocessos. Os protocolos dos sujeitos que citaram o subprocesso de generalizar não evidenciam que realmente eles generalizaram algo. Por exemplo, um deles registrou: *Representação algébrica e generalização V= a3*, o que evidencia a confusão entre o subprocesso de generalização e o conhecimento da fórmula do volume do cubo. Isso indica a necessidade de maior aprofundamento sobre a concepção de generalizar.

Por outro lado, dos dezesseis sujeitos que identificaram o processo de representar, apenas nove reconheceram o subprocesso de alternar e interpretar. É de se notar que dois sujeitos citaram o processo de modelar, embora, de acordo com o texto estudado, esse processo só ocorre se for necessário representar matematicamente um objeto **não matemático** – e, no caso, trata-se de um cubo, um objeto geométrico, portanto matemático.

Alguns dos sujeitos identificaram outros processos como processo de visualizar, de controlar, de deduzir, de transformar, de formalizar, de analisar e de representar mentalmente. O processo de visualizar foi citado por 7 dos 20 sujeitos, enquanto os outros foram mencionados por diferentes sujeitos. O que nos parece que são termos utilizados no cotidiano escolar.

QUADRO 3 – Comparação entre dados do 1º e 3º momentos.

| Processos do PMA | Sujeitos (20) | | Subprocessos | Sujeitos (20) | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1º momento | 3º momento | | 1º momento | 3º momento |
| Representar | 5 | 16 | Alternar e interpretar | 0 | 9 |
| | | | Modelar | 0 | 2 |
| Abstrair | 4 | 15 | Generalizar | 0 | 3 |
| | | | Sintetizar | 7 | 20 |

Fonte: dados da pesquisa,

O quadro 3 evidencia a maior percepção dos sujeitos na identificação dos principais processos do PMA e de seus subprocessos, vivenciados na resolução da atividade matemática proposta.

É nítida a mudança de percepção dos sujeitos sobre os principais processos do PMA, do primeiro para o terceiro momento. No caso do processo de representar, o número de sujeitos passou de 5 para 16 e, quanto ao processo de abstrair o crescimento foi 4 para 15 sujeitos. A mudança de percepção também é notória no caso dos subprocessos, conforme se constata no quadro 4, pois quase metade dos sujeitos passou a identificar a utilização do subprocesso de alternar e interpretar e todos reconheceram o uso do subprocesso de sintetizar. O fato de cinco sujeitos, que identificaram o subprocesso de sintetizar, não terem citado o processo de abstrair parece indicar que para eles o processo de abstrair só ocorre se acontecerem seus dois subprocessos o de generalizar e o de sintetizar. Isto indica a necessidade de uma discussão sobre esse tipo de ocorrência.

Embora na realidade não haja traço nos protocolos de que tenham utilizado os subprocessos de modelar e de generalizar, dois no primeiro e três no segundo caso, os citaram.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa relatada teve o objetivo de investigar o efeito do estudo dos principais processos do PMA sobre a relação do professor de matemática com seu saber. Os dados apresentados foram colhidos em 2013, durante um curso de formação continuada para vinte professores de matemática.

Partimos da ideia de que o conhecimento sobre os processos do PMA possibilita ao professor de matemática aprofundar sua relação com o saber matemático e assim, criar e avaliar situações propícias para que seus alunos se mobilizem para aprendizagem de matemática.

A atividade proposta mostrou-se adequada para a observação requerida. No entanto, há indícios de que os sujeitos sentiram alguma dificuldade para a sua resolução, pois oito protocolos apresentam partes matematicamente obscuras, com alguns registros inexplicáveis, mas que não prejudicaram a continuidade da resolução até essa chegar ao fim. Os professores não focaram sua compreensão sobre a matemática, pois nenhum deles expressou insatisfação com seu conhecimento sobre o objeto matemático tratado.

Verificamos que, em um primeiro momento, os professores de matemática instados a analisar os conhecimentos mobilizados em sua resolução da situação-problema enfocaram e descreveram os procedimentos matemáticos, ignorando os processos vivenciados, como a ocorrência de tentativa e erro, idas e vindas, visualizações, validações, generalizações etc., que fazem parte de seu saber sobre o *fazer matemático.*

Tal fato nos remete às ideias de Charlot (2013), pois, embora cada professor tenha revelado estar mobilizado para a resolução da atividade proposta, tal mobilização embasou-se nas relações com seu saber restritas à parte técnica, identificando as fórmulas de volume já memorizadas como o processo de sintetização.

Porém, após o aprofundamento sobre os principais processos do PMA, os protocolos dos sujeitos evidenciaram a identificação de subprocessos com a preponderância ao de síntese sobre os demais subprocessos. Além disso, embora todos tenham identificado o subprocesso de sintetizar, 3/4 dos sujeitos identificaram o processo que o contém, qual seja, o processo de abstrair. O subprocesso de generalizar parece não ter sido bem apropriado pelos sujeitos, pois um dos 3 protocolos, em que aparecem sua citação, evidencia a confusão entre o subprocesso de generalização e o conhecimento da fórmula do volume do cubo, o que nos indica a necessidade de mais discussão sobre a concepção de generalizar.

Pelo fato de que 4/5 dos sujeitos tenha reconhecido o processo de representar, consideramos que a maioria se apropriou do significado desse processo. É de se notar que dois sujeitos citaram o processo de modelar, embora, de acordo com o texto estudado, esse processo só ocorre se for necessário representar matematicamente um objeto **não matemático**, e no caso, trata-se de um cubo, um objeto geométrico, portanto matemático.

O processo de visualizar foi citado por 7 dos 20 sujeitos, enquanto os processos de controlar, de deduzir, de transformar, de formalizar, de analisar, e de representar mentalmente foram mencionados por diferentes sujeitos. O que nos parece é que são termos utilizados no cotidiano escolar.

Foi nítida a mudança de percepção dos sujeitos sobre os principais processos do PMA, do primeiro para o terceiro momento. A mudança de percepção também foi notória no caso dos subprocessos de alternar e interpretar e todos reconheceram o uso do subprocesso de sintetizar.

Os resultados da pesquisa permitem inferir que a reflexão sobre o próprio saber embasada nos principais processos do PMA auxilia o professor de matemática a avaliar que atividade é propícia para o desenvolvimento desses processos na construção de conhecimentos matemáticos de seus alunos. Além disso, propicia ao professor antecipar o que os estudantes podem apresentar de dificuldade para aprender além de lhes fornecer modelos alternativos ou explicações para mediar essas dificuldades.

## REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. (Org.). *Formação reflexiva de professores:* estratégias de supervisão. Porto: Porto, 1996.

______. *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*. São Paulo: Cortez, 2004.

BALL, D. L. Research on Teaching Mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. In: BROPHY, J. (Ed.). *Advances in research on teaching*. Greenwich. CT: JAI Press. v.2, p.1-48, 1991.

BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A. Reflexões de professores de matemática sobre os processos do pensamento matemático avançado. In: *Anais do VII CIBEM*, Uruguay, 2013.

______. A Matemática Discreta e a Reflexão de Professores sobre seus “Saberes”. In: MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L.; MARANHÃO, M. C. (Orgs.). *Teoria Elementar dos Números:* da Educação Básica à Formação dos Professores que Ensinam Matemática. (No prelo).

BRASIL. *2ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP 2006.* Disponível em: < http://www.obmep.org.br >. Acesso em 13 mar. 2007.

CHARLOT, B. *Relação com o Saber, Formação dos Professores e Globalização.* Porto Alegre: Artes Médicas, 2005.

______. *Da Relação com o Saber às Práticas Educativas*. São Paulo: Cortez, 2013.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, D. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer, 1991. p.25-41.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática.* Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L. Aportes da análise sobre processos do Pensamento Matemático Avançado para a reflexão do professor sobre sua “forma” de pensar a Matemática. In: *Educação Matemática Pesquisa.* São Paulo, v.15, n.3, 2013.

SCHÖN, D. A. *Educando o Profissional Reflexivo:* um novo design para o ensino e a aprendizagem. Trad. Roberto C. Costa. Porto Alegre: Artmed, 2000.