Relação entre algoritmo da divisão, frações e números decimais através do jogo

Reni Wolffenbüttel
Rodrigo Francisco Lazarotti

RESUMO

Descrevemos nesse trabalho a ocorrência de uma prática pedagógica envolvendo jogo em um cenário investigativo como aporte didático. Nosso objetivo foi o de buscar e analisar uma metodologia diferenciada de ensino que envolvesse os alunos a perceberem as relações entre as representações dos números racionais, em particular entre a equivalência da escrita da fração e a representação decimal. Nessa proposta de ensino, com o jogo por nós elaborado, os alunos puderam observar regularidades entre frações e escrita decimal por meio dos restos da divisão. A exploração do jogo no cenário investigativo nos resultou em alunos mais ativos no processo de aprendizagem, e a compreensão das regularidades entre as representações dos números racionais decorreu do raciocínio dos próprios alunos, cabendo a nós, professores, somente organizá-los.

Palavras-chave: Jogos. Investigação. Metodologia. Ensino da Matemática.

Relation between division algorithm, fractions and decimal numbers through games

ABSTRACT

We describe in this work the occurrence of an educational practice involving game in an investigative scenario as an educational contribution. Our objective was to seek and analyze a different methodology of teaching that involve students see the relationship between the representations of rational numbers, in particular, the written fraction of equivalence and the decimal representation . This proposal for education with the game for us prepared, students were able to observe regularities between decimal fractions and writing through the division remains. The operation of the game in the investigative stage resulted in the most active students in the learning process, and understanding the regularities between the representations of rational numbers was due to the reasoning of the students themselves, leaving us teachers, only organize them.

Keywords: Games. Research. Methodology. Mathematics Teaching.

Reni Wolffenbüttel é licenciado em Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) e mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGEMAT – UFRGS). Atualmente, é professor da Escola Municipal de Educação Básica Alberto Santos Dumont, Sapucaia do Sul, e professor na Escola Municipal de Ensino Fundamental Edgard Coelho, São Leopoldo. E-mail: reniwo@ig.com.br

Rodrigo Francisco Lazarotti é licenciado em Matemática pela Universidade do Vale dos Sinos (Unisinos) e mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGEMAT – UFRGS). Atualmente, é professor da Fundação Escola Técnica Liberato Salzano Viera da Cunha (FETLSVC) e da Escola Técnica de Caxias do Sul (EETCS). E-mail: rflazarotti@gmail.com

Recebido para publicação em 30/10/2014. Aceito, após revisão, em 4/12/2015.

INTRODUÇÃO

Nos currículos escolares é comum encontrarmos no 5º ano do Ensino Básico uma iniciação dos estudantes nos números racionais através do reconhecimento de frações por meio de figuras. No ano seguinte, 6º ano, os números racionais são ampliados, tratando das relações entre frações e números decimais equivalentes, bem como da medida ou da quantidade que estes representam.

Quando lecionamos para turmas dos 7ºs anos, tomamos novamente os números racionais revisando os anos anteriores e tratando de valores positivos e negativos, além de sua representação na reta numérica e das conversões de frações para números decimais e vice-versa.

Tanto no 6º ano como no 7º ano as frações também são tratadas como divisão, e realizamos as divisões para determinarmos o número decimal que representa a fração; no entanto, nos livros didáticos e conversando com outros professores de matemática, não é mencionada ou é pouco abordada a relação entre o algoritmo da divisão com o número decimal gerado pela fração, em particular o que o resto da divisão pode significar.

Em outubro de 2013, na cidade de Sapucaia do Sul, participamos de um curso de formação de professores promovido pela prefeitura daquela cidade em parceria com a Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI), que nos propôs elaborarmos uma prática de ensino para o Ensino Fundamental e, em seguida, aplicá-la. Tendo em vista os aspectos sobre números racionais citados nos parágrafos acima, e sendo nós, mestrandos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), vimos a possibilidade de tratar desses números, por se tratar de um assunto já muitas vezes discutido no curso.

Assim, nos capítulos seguintes, descreveremos uma proposta de aprendizagem aplicada com alguns alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola de Sapucaia do Sul, que se utilizou de um jogo por nós elaborado, a fim de contemplar as propriedades sobre resto da divisão com os números decimais.

JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Escolhemos o jogo por acreditarmos que a sua utilização no ensino de matemática pode ser considerada uma metodologia tão relevante quanto qualquer outra que se destine à aprendizagem. De imediato, fazer o jogo presente na sala de aula propicia um ambiente de investigação que julgamos ser importante para o aprender, uma vez que os alunos passam à condição de exploradores. Conforme Brocardo, Oliveira e Ponte (2003, p.23):

> Na disciplina de matemática, como em qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações.

> Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem.

Para Groenwald (2003), o aspecto lúdico dos jogos propicia para o ensino da matemática um ambiente favorável à aprendizagem, pois tende a motivar os educandos a quererem estar nas aulas e a fazerem as atividades propostas. O emprego de jogos surge assim como alternativa de fazer com que os alunos gostem de aprender matemática.

Como dissemos os jogos naturalmente criam um ambiente investigativo, e quando a matemática está como pano de fundo da atividade lúdica, ao mesmo tempo em que os alunos jogam, vão investigando sobre conceitos e propriedades matemáticas. Para os alunos, o jogo se caracteriza como uma situação-problema, no desafio de vencê-lo. Eles começam a levantar questões e a procurar suas respostas. O ambiente investigativo é constituído por questões que levam alunos a mobilizar formas de pensar. Para melhor entendermos sobre investigação matemática utilizamos novamente as palavras de Brocardo, Ponte e Oliveira (2003, p.22).

> As investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relacionam, de muito perto, com a resolução de problemas.
>
> Trata-se de situações mais abertas – a questão não está bem definida no inicio, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição.
>
> O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações.
>
> O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito de atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.

Por outro lado, cabe-nos tomar precauções para que não ocorra a descaracterização do ambiente investigativo. Apesar da participação ativa dos alunos quando jogam, devemos estar alerta para que a concentração deles não fique restrita apenas a vencer o jogo, ou na simples ação de jogar por jogar. A proposta de jogar tem finalidades pedagógicas que devem ser mantidas enquanto os alunos jogam. Essa adversidade é descrita por Menezes (2003, p.4).

> Quando o jogo educativo tem como objetivo principal o auxílio aprendizagem de algum conteúdo curricular, isto acaba tornando-se uma árdua tarefa, pois muitas vezes o conteúdo fica em segundo plano e o aluno acaba por se concentrar

> somente no desafio que muitas vezes está desvinculado do conteúdo. O aluno se envolve com tanto afinco na competição do jogo que não percebe o que está sendo ensinado, ficando a sua atenção desviada para o jogo em si, que é mais divertido, e até conseguindo cumprir os objetivos vinculados ao conteúdo, mas, de forma mecânica. Neste caso a presença do professor ainda é mais importante pois deve conduzir o aluno à reflexão sobre a causa do erro e/ou acerto fazendo com que ele tome consciência do conceito envolvido.

Assim como Smole et al. (2008), não podemos pensar que o jogo é uma atividade esporádica que, de vez em quando, tornaria a aula mais divertida, mas sim como uma possibilidade de utilização que se relacione com a aprendizagem, como a própria construção do conhecimento matemático. Logo, o jogo na aula de matemática é algo sério, que exige planejamento, avaliação constante das ações didáticas e das aprendizagens dos alunos.

Concordando com as exigências para que o jogo assuma caráter didático, ao partirmos para a sua elaboração, passamos a pensar em estratégias que levassem os estudantes a perceber a matemática ali envolvida, atendendo recomendações de Ribeiro (2009) que vêm ao encontro de nossos interesses, tais como fazer o aluno exercitar e ter domínio de algoritmos, construir ideias matemáticas e explorar dificuldades em conteúdos específicos; em nosso caso, na compreensão das frações e números decimais e em suas relações.

Podemos destacar ainda que a aprendizagem da matemática através do jogo coloca nossos alunos no papel de protagonistas de seu ensino, fazendo-os interagir com aquilo que veem e exigindo deles ações mediante pensamentos prévios para se chegar a um objetivo. Segundo Groenwald e Timm (2009), para que se aprenda matemática é fundamental que o aluno desenvolva o raciocínio lógico e que seu pensamento seja estimulado de modo independente, assim como a sua criatividade e capacidade de resolver problemas. Dessa maneira, nós, como professores de matemática, devemos buscar por jogos que venham aumentar o interesse dos estudantes motivando-os a aprender. Conforme esses autores, durante o desenvolvimento do jogo, é provável que ocorra maior concentração, atenção, organização, raciocínio lógico-dedutivo e senso cooperativo, aumentando a socialização e as interações interpessoais, o que vem a favorecer a autoconfiança dos alunos. Para Starepravo (2009, p.19):

> Os jogos exercem um papel importante na construção de conceitos matemáticos por se constituírem em desafios aos alunos. Por colocar as crianças constantemente diante de situações-problema, os jogos favorecem as (re)elaborações pessoais a partir de seus conhecimentos prévios. Na solução dos problemas apresentados pelos jogos, os alunos levantam hipóteses, testam sua validade, modifica seus esquemas de conhecimento e avançam cognitivamente.

Vinculados a esses esforços e suas reflexões, que credenciam o aluno a superar o desafio proposto pelo jogo, estão os objetos de estudo, os quais percebe à medida que vai jogando. Dessa forma, prendemos a sua atenção e o direcionamos como agente de seu aprendizado, concordando e transparecendo o aspecto descrito por Smole et al. (2008, p.10):

> Por sua dimensão lúdica, o jogar pode ser visto como uma das bases sobre a qual se desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente. Isso ocorre porque entendemos que a dimensão lúdica envolve desafio, surpresa, possibilidade de fazer de novo, de querer superar os obstáculos iniciais e o incômodo por não controlar todos os resultados. Esse aspecto lúdico faz do jogo um contexto natural para o surgimento de situação-problema cuja superação exige do jogador alguma aprendizagem e certo esforço na busca por sua solução.

Outro motivo que nos levou ao caminho lúdico foi o fator social que este desempenha. Por motivos diversos, que não discutiremos aqui, é comum não somente em nossas aulas, mas também na de muitos outros colegas, restringirem a ação docente à utilização de quadro e giz. Com isso, acabamos inibindo a participação dos alunos mais acanhados, cabendo àqueles mais despojados realizar os questionamentos quanto às dúvidas. Contrário a isso, o envolvimento dos estudantes durante a realização de um jogo torna a sala de aula um ambiente de discussão coletiva, onde grupos de alunos, ao formarem equipes, podem compartilhar ideias com seus pares a fim de obter melhor estratégia para ganhar a competição, deixando à vontade até mesmo os mais acanhados.

Por outro lado, se o jogo acontecer de forma individual, o estudante terá de articular seu conhecimento com os do outro (atitudes dos colegas) e elaborar suas próprias estratégias para obter o resultado esperado, o que resulta em "saber andar com as próprias pernas". Seja no âmbito coletivo ou individual, o jogo como atividade pedagógica age socialmente sobre os indivíduos contribuindo para ações de cidadania. De acordo com Ribeiro (2009), os jogos na escola surgem como possibilidade bastante significativa no processo de ensino-aprendizagem. De forma simultânea, concretiza-se a ideia de aprender brincando, quando se obtém do aluno atenção e interesse, e ocorre o desenvolvimento cognitivo, afetivo e social por parte dele – é quando a sala de aula passa a ter uma nova configuração, voltada ao desenvolvimento de sujeitos críticos, criativos, reflexivos, inventivos e entusiastas, o que privilegia a promoção da autonomia e do respeito ao próximo.

Acabamos aqui por destacar alguns aspectos importantes quanto à utilização dos jogos em sala de aula. A escrita que segue abordará a experiência didática que tivemos com os alunos, destacando os diálogos acerca de percepções matemáticas significativas, levando-se em conta os fatores educacionais anteriormente citados.

JOGANDO E APRENDENDO

Esse capítulo destina-se ao registro dos acontecimentos relevantes durante a abordagem didática com alunos voluntários, mas primeiramente a uma breve descrição do local, da escolha dos participantes e das explicações sobre o jogo.

Quanto aos protagonistas

Nossa proposta didática foi realizada com nove alunos do 7º ano da Escola Municipal de Ensino Básico Alberto Santos Dumont, instituição que está localizada na Rua Ivoti, nº 93, Vila Vargas, Sapucaia do Sul – RS.

O número reduzido de participantes se justifica pelos seguintes motivos:

a) tendo a prática caráter experimental, quisemos verificar aspectos que pudessem ser melhorados, e o acompanhamento de um número pequeno de indivíduos nos possibilitou fazer isso com uma atenção maior, embora saibamos que com uma amostra maior teríamos apontamentos mais diversificados;

b) o desafio de elaborar uma proposta didática nos foi colocado em um curso de formação de professores promovido em uma ação conjunta da Prefeitura Municipal de Sapucaia do Sul e da URI, como já havíamos mencionado, e foi realizado entre os dias 31.10 e 18.12.2013. Na ocasião, o jogo já havia sido elaborado, aplicado e seus resultados tiveram de ser analisados em apenas cinco semanas;

c) os assuntos abordados na formação e o tema de interesse neste artigo já estavam contextualizados no início do ano, embora o foco fosse outro. Logo, as atividades teriam de ser aplicadas em momentos após a aula regular;

d) a data de planejamento também foi prejudicial, em se tratando do final de ano letivo, visto que as avaliações finais tomam tempo tanto do professor como dos alunos e, assim, geram resistência dos estudantes em querer participar de um projeto dessa natureza.

Metodologia

A metodologia de pesquisa utilizada em nossa ação didática foi a qualitativa, pois estivemos inclinados a saber os efeitos do jogo sobre os alunos como proposta de ensino – conforme Araújo e Borba (2013), a pesquisa qualitativa traz para o pesquisador dados mais descritivos. Dessa forma, pudemos analisar também se os alunos adotaram estratégias para o jogo e/ou perceberam alguma propriedade ou regularidade dos números racionais enquanto jogavam, bem como verificar como eles desenvolveram os raciocínios para estabelecer essas estratégias e/ou identificar propriedades dos números racionais. Para Goldenberg (2000, p.14): "a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc.".

Ao encontro de nossa abordagem, Bogdan e Biklen (2010) indicam cinco aspectos sobre a pesquisa qualitativa:

1) na investigação qualitativa, a fonte direta de coleta de dados é obtida no ambiente constituído pelo pesquisador, atendo-se ao contexto local por acreditar ter a melhor compreensão das ações.

2) a investigação qualitativa é descritiva, o pesquisador tem preocupação em analisar os dados obtidos por meio de palavras e imagens, descrevendo os resultados da pesquisa por citações feitas com base nesses dados, ilustrando e substanciando, assim, a apresentação.

3) os investigadores qualitativos têm maior interesse na maneira como se desenvolveu o processo de pesquisa do que simplesmente nos resultados ou produtos. A análise transcorre das atividades, procedimentos e interações diárias.

4) os investigadores qualitativos buscam analisar os dados de forma indutiva, cuja descrição dos resultados é construída à medida que os dados particulares recolhidos vão se agrupando.

5) o significado é elemento fundamental na abordagem qualitativa, os pesquisadores se interessam pelo ponto de vista da perspectiva dos participantes.

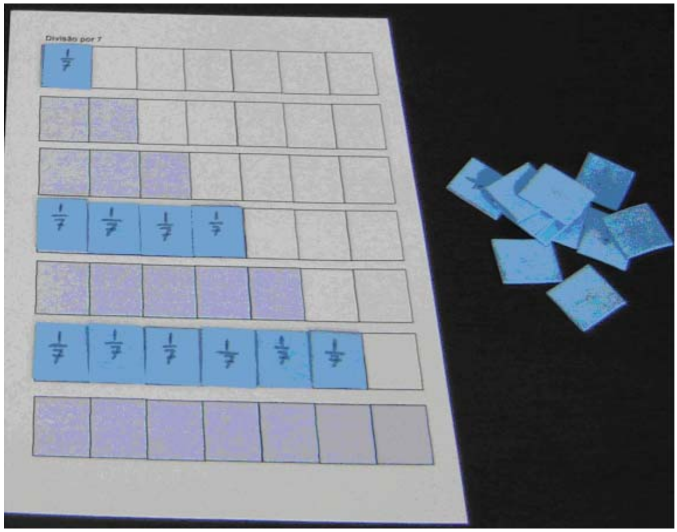
Ao nosso olhar, julgamos que a pesquisa qualitativa é aquela em que nossa pesquisa melhor se enquadra, pois estaremos tomando os dados no ambiente natural de qualquer proposta de ensino, a sala de aula, preocupando-nos em saber as influências do cenário investigativo em que colocamos os alunos a explorar os números racionais por meio de um jogo lúdico. Podemos também, dessa forma, analisar a postura dos alunos diante de uma metodologia que os coloca como investigadores matemáticos.

Na pesquisa qualitativa, tomaremos como dados para análise as anotações que fizemos em notas de campo, as gravações em áudio e algumas imagens que registraram momentos de interações entre alunos, jogo e professor. Assim, observamos as atitudes dos alunos e das influências da utilização do jogo, além do modo como a proposta de ensino repercutiu na aprendizagem dos educandos. Portanto, teremos nas atitudes e falas dos alunos os principais dados a serem considerados na análise da intervenção didática empregada.

O jogo

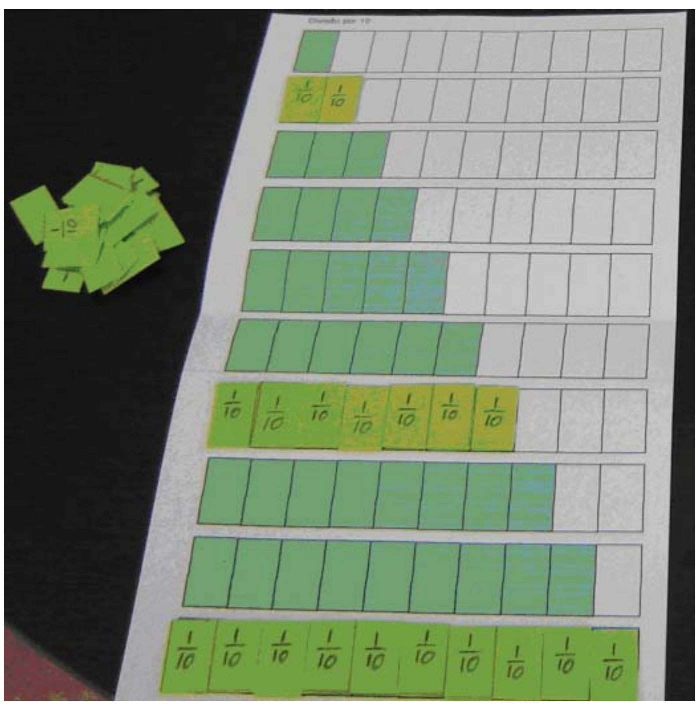
O jogo se dá através das réguas de frações e de tabuleiros diversos, sendo cada tabuleiro destinado a um denominador de 2 a 9. E, também, de uma ficha para anotações, como mostram as figuras abaixo:

FIGURA 1 – Tabuleiro do denominador 7.



Fonte: os autores.

FIGURA 2 – Tabuleiro do denominador 10.



Fonte: os autores.

FIGURA 3 – Tabela do jogo.

Nome do Aluno: ____

Turma: ____________________ **Data:** ______________

Fração		Inteiro+Fração		Divisão		Quociente		Resto		Nº Decimal

Fonte: os autores.

Antes de iniciar o jogo, dividimos os alunos em grupos de três componentes. Para cada grupo distribuímos um ou mais tabuleiros, as peças da régua de frações com o denominador indicado no tabuleiro com a ficha para anotarem a jogada e os cálculos que lhes seriam solicitados.

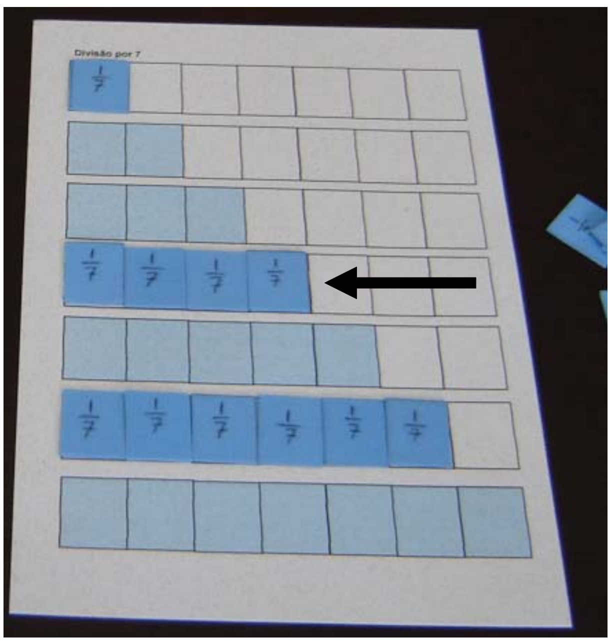
O jogo é iniciado quando o professor sorteia um número de 10 a 100. Para o sorteio, utilizaram-se cartas de 1 a 10, escolhendo-se ao acaso duas cartas, a primeira representando as dezenas e a segunda as unidades. O número sorteado é tomado como numerador da fração que o aluno forma com o denominador do seu tabuleiro; por exemplo, se o aluno tem o denominador 7 e o número sorteado é o 46, então este forma a fração 46/7.

De posse da fração, esse aluno determina, através do algoritmo da divisão, a escrita mista da fração imprópria formada. No caso do exemplo acima, teremos:

$$46 = 7.6 + 4 \Rightarrow \frac{46}{7} = \frac{42+4}{7} = 6 + \frac{4}{7}$$

Então, solicitamos que os alunos preenchessem no tabuleiro, com as peças da régua da fração, a fileira que contivesse a fração própria indicada, como mostra a seta preta na ilustração abaixo.

FIGURA 4 – Jogada.



Fonte: os autores.

Notemos que, como os tabuleiros têm distintos denominadores, cada equipe preenche uma fileira.

Simultaneamente, os alunos anotam também na ficha os dados exigidos, sendo que, para ter ganho de tempo, a última coluna que se refere ao número decimal correspondente à fração que poderia ser preenchida com o auxílio da calculadora.

À medida que os números vão sendo sorteados, as fileiras do tabuleiro vão sendo preenchidas; a equipe ganhadora é aquela que completa primeiro o(s) tabuleiro(s).

Do desenvolvimento do jogo

Nos dias 13 e 14.11.2013, no horário das 17h às 18h, posteriormente ao período de aula regular, realizamos com nove alunos do 7º ano nossas aulas experimentais, alunos estes com rendimentos escolares diversificados.

1º Encontro – 13/11/2013

Antes de apresentarmos o jogo, bem como as regras, fizemos uma breve recapitulação com nossos estudantes de que as frações também são divisões. Colocamos propositalmente algumas frações impróprias para que os educandos efetuassem as divisões e, por consequência, determinassem os respectivos números decimais.

Fizemos a conversão da primeira fração como exemplo, e em seguida os acompanhamos nas demais, indo de classe em classe. Observamos que eles não tiveram dificuldades nas conversões e que pouco falaram, questionando apenas se estavam certos ou errados, transparecendo uma atividade mecânica sem comentários que levassem a alguma reflexão.

Então questionamos:

(Professor) *"Vocês lembram do início do ano, ou do 6º ano, algo sobre as frações que possuem numerador maior que o denominador?"*

(Aluno N) *"Não são aquelas que se dividem em duas?"*

(Aluna J) *"São essas que estão no quadro!"*

(Professor) *"Sim, são as que estão no quadro. Mas, N, como assim separar em duas?"*

(Aluno N) *"É que lembro que ia um número na frente da fração."*

N referiu-se à forma mista como uma fração pode ser representada, e era este o ponto de partida relevante para dar início ao nosso jogo. Mas antes que isso fosse feito, determinamos com os alunos as formas mistas de duas outras frações que havíamos mencionado.

Depois, pedimos que os alunos formassem três equipes de três componentes, para que durante o jogo fossem interagindo uns com os outros.

Formados os grupos, explicamos as regras do jogo. Com a proximidade do término do tempo, entregamos os tabuleiros e as peças, e demos orientações, então, sobre as regras.

Para propiciarmos mais clareza ao funcionamento do jogo, simulamos algumas jogadas, a fim de que os alunos pudessem esclarecer possíveis dúvidas:

(Aluna K) *"As peças vão nas partes pintadas ou nas brancas?"*

(Aluna Jé) *"Nas pintadas, juntamos a quantidade de pecinhas para formar a fração, daí temos que ver que linha é."*

(Professor) *"Exatamente!"*

(Aluna Isa) *"Professor! Deu 2 (quociente) e zero (resto), não preencho nada então?"*

O professor dá uma pequena observada no cálculo feito por Isa e questiona a todos:

(Professor) *"Turma! Quando a fração indica o número 2, conforme a Isa tem aqui, o que isso nos diz?"*

(Aluno Jo) *"Que temos duas coisas inteiras."*

(Professor) *"E no tabuleiro, quais das fileiras representa algo inteiro?"*

(Aluno Jo) *"A última, ela tá toda pintada, é inteira."*

Temos nesse diálogo o fato de Isa ter sua atenção voltada ao zero obtido como resto da divisão, deixando o resultado inteiro em segundo plano; é quando ela demonstra a sua percepção de não ter o que preencher, o que não está totalmente equivocado se levarmos em consideração a ideia do zero representar o nada ou aquilo que não se tem. Por outro lado, quando indagado pelo professor sobre o resultado, Jo, ao responder, fez com que não somente Isa, mas os demais colegas notassem que, no tabuleiro, a figura com todas as partes pintadas representa o inteiro, e o 2 como resultado indicaria duas partes daquela figura.

No final desse encontro, ficou combinado que, no dia seguinte, os alunos formariam as mesmas equipes para jogar, assim não perderíamos tempo em dividi-los e, ao adentrar a sala no dia seguinte, os tabuleiros, peças e fichas já estariam distribuídos, reservando maior período para a aprendizagem.

2º Encontro – 14/11/2013

Os três grupos, no início do segundo e último encontro, foram orientados a registrar os dados solicitados na ficha que distribuímos junto ao tabuleiro e às peças, podendo utilizar a calculadora exclusivamente para preencher a última coluna da tabela.

Tendo um número reduzido de participantes, distribuímos para o primeiro grupo a divisão por 8, ou denominador 8, de modo que, para qualquer divisão realizada, estes sempre teriam um número finito de casas decimais. Para o segundo grupo destinamos a divisão por 9, caso em que, qualquer que fosse a divisão, seria gerada uma dízima periódica se o resto fosse diferente de zero. E, para o terceiro grupo, a divisão por 6, que contempla as duas situações mencionadas nos grupos anteriores.

E, ainda, conforme as jogadas iam sucedendo, pedíamos aos alunos que prestassem atenção nos registros com a finalidade de descobrir regularidades entre os números ali escritos.

Demos início ao jogo através de cartas numeradas, sorteando números entre 10 e 100, e com esses números, juntamente com o divisor indicado no tabuleiro, obtinha-se a fração que fornecia os dados a serem colocados na ficha.

FIGURA 5 – Alunos jogando.

Fonte: os autores.

Em poucas jogadas surge o primeiro apontamento:

(Aluna Isa) "*Professor o grupo deles (grupo da divisão por 6) vai ganhar, eles tem menos figuras!*"

(Professor) *"Todos concordam com ela?"*

(Aluno N) *"Não sor, nossa divisão deu a mesma figura e o senhor disse para não fazer nada, quando acontecer isso, já tá preenchido."*

Podemos perceber a fala de N observando a 3ª e a 1ª jogadas registradas na ficha.

FIGURA 6 – Preenchimento da ficha.

Fração	Inteiro+fração	Divisão	Quociente	Resto	Nº Decimal
41/6	36+5/6 = 6+5/6	41÷6	6	5	6,8333...
92/6	90+2/6 = 15+2/6	92÷6	15	2	15,333...
37/6	36+1/6 = 6+1/6	37÷6	6	1	6,1666...
32/6	30+2/6 = 5+2/6	32÷6	5	2	5,333...
38/6	36+2/6 = 6+2/6	38÷6	6	2	6,333...

Fonte: os atores.

Na quinta rodada os alunos J, referindo-se à divisão por 9, e R, à divisão por 6, percebem que algo comum acontece entre os dois grupos.

(Aluno R) *“O número 3 de novo fica se repetindo depois da vírgula.”*

(Aluna J) *“Aqui no nosso também, mas não é o 3, foi 1, o 5, o 2.”*

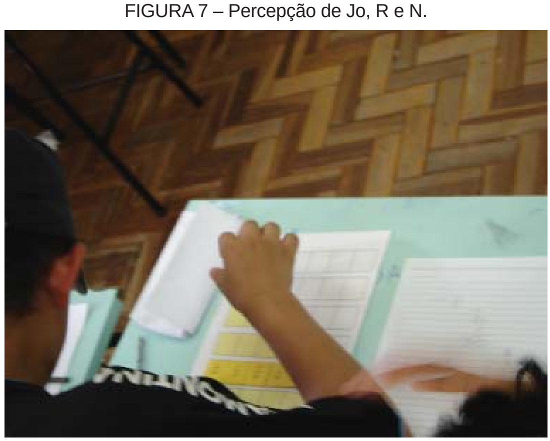
Preferimos não intervir nesse momento, pois os deixamos jogando de maneira que dialogassem entre si, compartilhando ideias. Os alunos em seus respectivos grupos conferiam os resultados, analisavam o que escreviam, e já percebiam certas propriedades que os levavam a torcer para que determinados números saíssem no sorteio, para assim completarem o tabuleiro e ganharem o jogo.

(Aluno Jo) *“Tem que sair o 39 agora!”*

(Aluno R) *“Por quê?”*

(Aluno Jo) *“É só tu ver a sequência, saiu o 37 e anotamos 1/6, agora saiu o 38 que deu 2/6, se sair o 39 vamos ter essa aqui que não temos ainda.”*

FIGURA 7 – Percepção de Jo, R e N.



Fonte: os autores.

Em nenhum momento falamos sobre propriedades dos restos da divisão nem de classes residuais, todavia notemos que Jo passa para os seus parceiros, por meio da análise dos restos, uma estratégia de para quais números devem torcer para serem sorteados. Assim, foi atendido um dos nossos objetivos: o de perceber quais são as implicações que os restos propiciam.

Em outro momento K chama a atenção de suas colegas Jé e Kel de que a parte decimal ",75" aparece algumas vezes, mas não consegue determinar o porquê disso acontecer:

(Aluna K) *"O número 75 tá aqui, aqui e aqui, tem alguma coisa aqui, ele tá aparecendo demais."*

Também não fizemos nenhuma contribuição diante desse comentário, percebendo que o jogo estava para ter um ganhador, e que a inquietação poderia ser discutida após o fim do jogo.

Percebemos com entusiasmo os grupos motivados com o jogo. Por se tratar de uma competição, ficamos inicialmente com receio, pois com o transcorrer do jogo poderíamos ter discussões não desejadas entre os educandos, o que seria prejudicial ao bom andamento da aula. Isso não se confirmou, e cremos que pelo fato de o jogo não ser feito somente de cálculos, mas de sorte também, tenhamos acertado na estratégia de ensino, pois desviamos a atenção de nossos jovens para a expectativa do número a ser sorteado.

Já conhecendo o grupo vencedor partimos para indagações com os alunos. Pedimos que, a partir desse momento, voltassem seus olhares para a tabela que eles haviam preenchido e falassem o que notaram.

(Aluno R) "*O quociente é o que vem antes da vírgula."*

(Aluna C) "*E é o número da parte inteira."*

(Professor) "*Conseguem ver alguma relação com os algarismos após a vírgula?"*

(Aluno Jo) *"É a parte da fração."*

(Professor) *"Tem certeza?"*

(Aluno Jo) "*Tenho! Se é uma fração eu dividi na calculadora e deu certo para os outros também."*

Os demais alunos também confirmaram o que Jo havia dito, contudo faltou-lhes vincular o resto como sendo o numerador da fração própria anotada nas fichas. Percebemos que a quantidade de colunas foi excessiva, e que o excesso de informações em uma única linha "polui" o campo visual dos alunos, dificultando-lhes relacionar os restos e a parte decimal dos números.

Diante deste percalço, lançamos aos estudantes outra questão, para direcioná-los à análise dos restos.

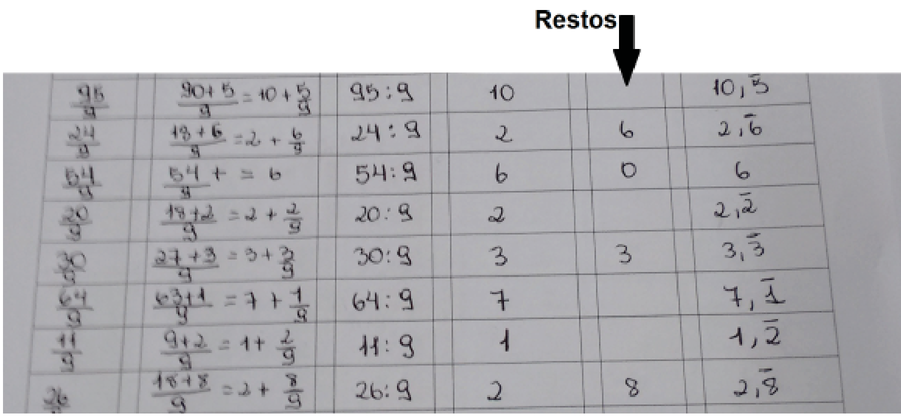
Ao pedirmos que dessem atenção para os restos que surgiram em suas fichas, as alunas C e J constataram uma propriedade em relação ao denominador 9, vejamos:

(Aluna C) *"O resto da divisão é o número depois da vírgula."*

(Aluna J) *"É, sim! E por isso não escrevemos nada, já tinha na linha antes."*

Pudemos verificar na ficha que as alunas não sentiram necessidade de ter feito o preenchimento, apagando do papel os restos que se repetiam.

FIGURA 8 – Aluna J, preenchimento da ficha.



$\frac{95}{9}$	$\frac{90+5}{9} = 10 + \frac{5}{9}$	95:9	10		$10,\bar{5}$
$\frac{24}{9}$	$\frac{18+6}{9} = 2 + \frac{6}{9}$	24:9	2	6	$2,\bar{6}$
$\frac{54}{9}$	$\frac{54+}{9} = 6$	54:9	6	0	6
$\frac{20}{9}$	$\frac{18+2}{9} = 2 + \frac{2}{9}$	20:9	2		$2,\bar{2}$
$\frac{30}{9}$	$\frac{27+3}{9} = 3 + \frac{3}{9}$	30:9	3	3	$3,\bar{3}$
$\frac{64}{9}$	$\frac{63+1}{9} = 7 + \frac{1}{9}$	64:9	7		$7,\bar{1}$
$\frac{11}{9}$	$\frac{9+2}{9} = 1 + \frac{2}{9}$	11:9	1		$1,\bar{2}$
26	$\frac{18+8}{9} = 2 + \frac{8}{9}$	26:9	2	8	$2,\bar{8}$

Fonte: os autores.

O grupo formado por Jé, K e Kel dá um significado geométrico para o resto.

(Aluna Jé) *"Professor percebemos que quanto mais o resto chega perto do 8, mais pintada fica a figura."*

(Professor) *"E se o resto passar de 8?"*

(Aluna Jé) *"Não passa professor, em todas as linhas não aparece nenhum."*

(Professor) *"E como indicamos a figura toda pintada?*

(Aluna Jé) *"Se não temos nada de resto, dá número sem vírgula, é a figura toda daí."*

(Professor) *"Uma figura inteira só?"*

(Aluna Jé) *"Não lembro."*

(Aluna C) "É o que temos em quantia, como aqui t*emos 4 e resto zero, seriam 4 dessas com tudo pintado."*

Jé faz corretamente a relação entre o resto, a fração própria e o tamanho a que a figura corresponde, no entanto não lembrou que o número 4 indica 4 figuras completamente coloridas (inteiras), tendo de ser lembrada por sua parceira C.

O grupo que investigava sobre frações com o denominador 6, através do seu integrante Jo, relatou:

(Aluno Jo) *"Percebi outra coisa professor! O resto 2 deixa o número 333... depois da vírgula e o resto 4 deixa 666..., porque 4 é o dobro de 2, e 666... é o dobro de 333...*

Esse foi um dos resultados mais relevantes percebidos em nossa proposta pedagógica. O aluno consegue estabelecer a propriedade de que se um resto é múltiplo do outro, a parte decimal também será múltipla da outra parte decimal.

$$\frac{38}{6} = 6 + \frac{2}{6} = 6{,}333... \qquad r = 2 \Rightarrow 0{,}333...$$

$$\frac{40}{6} = 6 + \frac{4}{6} = 6{,}666... \qquad r = 4 \Rightarrow 0{,}666...$$

(Aluna K) *"Agora entendi! O ",75" aparece quando o resto é 6, que é o dobro do resto 3 e do número ",375" depois da vírgula."*

Essa última fala de K justificaria a sua inquietação feita pouco antes do término do jogo.

O escasso tempo não nos permitiu fazer demais encaminhamentos que tratassem de propriedades numéricas dos restos relacionados aos números decimais. Mas foi considerável o número de informações que surgiram dos diálogos e respostas dos alunos, além da interatividade e engajamento demonstrados por eles.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como já relatamos, esse trabalho originou-se do desafio proposto em um curso de formação de professores: elaborar uma proposta pedagógica aplicável a alunos do Ensino Fundamental.

Pudemos perceber que o recurso didático apontou um potencial significativo, conforme previsto quando nos referenciamos ao ambiente lúdico e investigativo da proposta. A exploração do jogo fez com que os estudantes indicassem as diversificadas relações entre frações e números decimais, passando pela análise do algoritmo da divisão e das manipulações concretas das peças da régua de frações no tabuleiro, o que permitiu, no campo visual, a noção de tamanho e quantidade que a fração com seu respectivo número decimal representa.

Ao colocarmos o jogo para os alunos, a investigação desses estudantes permitiu-nos, mediante as exposições de suas respostas, entender a forma como haviam raciocinado e, a partir de suas ideias, pudemos articular esses pensamentos juntamente com o jogo e, assim, estruturar o conhecimento sobre os números racionais, validando as regularidades observadas pelos alunos que procediam, assim como refutando aquelas que se confirmavam improcedentes.

Percebemos que o uso do jogo como recurso foi prestigiado pelos nossos alunos. Tal proposta de ensino resultou em uma nova roupagem às aulas de matemática, "reaproximando" os alunos dos estudos. Em outras palavras, ao colocar os alunos não somente a jogar, mas também a fazer com que investigassem o jogo, esses assumiram outra postura em aula – verificamos alunos mais comprometidos e participantes durante o período de aplicação da proposta.

Embora o curto período de tempo destinado à elaboração e à execução da proposta de ensino, obtivemos alguns resultados relevantes que podem ser generalizados e levar nossos alunos a novos conhecimentos, que ficaram apenas sinalizados nessa ocasião.

Queremos levar a prática adiante, amenizando as dificuldades aqui encontradas, com vistas à ampliação do tempo de execução, à abordagem do conteúdo de acordo com o programa da escola, contemplando todas as turmas dos 7ºs anos da instituição de ensino, e à reorganização do procedimento do jogo.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação:* uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 2010. 336p.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.* 5.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 140p.

BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

GROENWALD, C. L. O. A importância dos jogos e curiosidades matemáticas no processo de Ensino-Aprendizagem. *Educação matemática em Revista – RS*, v.5, p.26-28, 2003.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. *Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula.* Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/>. Acessado em: 04 out. 2013.

GOLDENBERG, Mirian. *A arte de pesquisar:* como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. 4.ed. São Paulo: Record, 2000.

MENEZES, C. S. *Informática Educativa II* – Linguagens para Representação do Conhecimento. Vitória: UFES, 2003.

RIBEIRO, Flávia Dias Ribeiro. *Jogos e Modelagem na Educação Matemática.* São Paulo: Saraiva, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; PESSOA, Neide; ISHIHARA, Cristiane. *Cadernos do Mathema*: jogos de matemática de 1º ao 3º ano. Ensino Médio. Porto Alegre: Grupo A, 2008.

STAREPRAVO, Ana Ruth. *Jogando com a matemática*: números e operações. Curitiba: Aymará, 2009.