

Recuperação individualizada de conteúdos: caminhos percorridos por um estudante no estudo das equações de 1º grau

Andrielly Viana Lemos
Carmen Teresa Kaiber

RESUMO

Este artigo tem como objetivo apresentar resultados de uma pesquisa de Mestrado, a qual investigou em que medida uma Sequência Didática com o tema equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), favorece a recuperação de conteúdos para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. A Sequência Didática foi estruturada visando a uma retomada de ideias, conceitos e procedimentos em torno do conteúdo equações de 1º grau e disponibilizada no SIENA, pois esse possibilita que os estudantes realizem testes adaptativos, a partir dos quais é gerado um mapa individualizado que apresenta o desempenho dos mesmos. Considerando esse desempenho, avaliado no âmbito do próprio sistema, sequências didáticas são disponibilizadas para recuperação dos conceitos nos quais os alunos apresentem dificuldades. Destacam-se, neste artigo, os resultados referentes aos caminhos percorridos por um aluno participante da pesquisa (aluno 236), uma vez que foi o único que necessitou realizar recuperação em todos os conceitos da Sequência Didática desenvolvida. Os resultados obtidos ao longo da investigação apontam que a Sequência Didática equações de 1º grau possibilitou aos alunos retomarem conceitos e procedimentos em torno do tema, favorecendo sua recuperação. Com relação ao aluno 236, seu desempenho indica que ocorreu uma evolução ao longo da realização da Sequência Didática, principalmente no que se refere à compreensão do conceito de equação de 1º grau como uma igualdade e nos procedimentos de resolução de equações.

Palavras-chaves: Recuperação Individualizada de Conteúdos. Sequência Didática Eletrônica. Equações de 1º Grau.

Individualized content recovery: The pathway covered by a student learning first-degree equations

ABSTRACT

This article presents the results of an MSc research that investigated the extent to which a didactic sequence about first-degree equations available in the Integrated Teaching and Learning System (SIENA) favors the recovery of contents for 7th graders in a Brazilian elementary school. The didactic sequence was structured with a view to reviewing ideas, concepts, and procedures associated with first-degree equations, since the SIENA enables students to take adaptive tests,

Andrielly Viana Lemos é Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM/ULBRA e Bolsista CAPES. E-mail: andriellylemos@gmail.com

Carmen Teresa Kaiber é Doutora em Ciências da Educação. Atualmente, é Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM/ULBRA. E-mail: kaiber@ulbra.br
Recebido para publicação em 31/08/2015. Aceito, após revisão, em 18/09/2015.

from which an individual map is produced to illustrate students' performance. Considering this performance, evaluated in the scope of the system, didactic sequences are made available to recover concepts around which students present difficulties. In this article, the results discussing the pathways covered by a student who participated in the research (student236) are emphasized, since this student was the only one who needed to recover all concepts in the didactic sequence developed. The results obtained indicate that the didactic sequence on first-degree equations afforded students to make progress with concepts and procedures about the topic, promoting recovery. As for student236, the performance observed indicates an evolution throughout the didactic sequence, mainly in terms of the understanding of the concept of first-degree equation as an equality and the procedures used to solve these equations.

Keywords: Individual concept recovery. Electronic didactic sequence. First-degree equations.

INTRODUÇÃO

No contexto educacional atual, os índices em relação ao desempenho pouco satisfatório dos estudantes, na disciplina de Matemática, têm se revelado presente não só no contexto escolar, mas, também, em avaliações externas, como Prova Brasil e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Araújo e Cardoso (2006) destacam que o número de alunos reprovados e considerados pelos professores com dificuldades na apropriação dos conceitos matemáticos é elevado e uma constante nas escolas. Ponderam, ainda, que os estudantes não só não conseguem superar as dificuldades, como vão acumulando outras, à medida que novos conceitos são apresentados.

Uma alternativa para a superação das dificuldades, no âmbito escolar, refere-se ao processo de recuperação de conteúdos, que além de se constituir em um direito do aluno garantido pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996), deve se constituir em elemento que possibilite aos estudantes avançarem na apropriação do conhecimento, o que pode levar a um melhor aproveitamento.

Machado (2010) pondera que a recuperação de conteúdos deve ocorrer ao longo do processo de ensino e aprendizagem, o que possibilita aos estudantes retomar ideias e conceitos não assimilados ou compreendidos, evitando acúmulos de dúvidas e incertezas, além de uma carga excessiva de questões a serem retomadas ao fim do processo. O autor vê essa alternativa como a mais adequada e considera que os professores devem buscar novas estratégias para a retomada dos conteúdos a serem recuperados.

Diante da pertinência e necessidade de ocorrer recuperações de conteúdos, destaca-se a investigação realizada em Lemos (2013), parte da qual será aqui apresentada, que buscou estruturar e avaliar uma proposta de recuperação para o conteúdo equações de 1º grau, a partir de uma Sequência Didática disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), com o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), lançando mão de diferentes recursos e metodologias e com a possibilidade da realização de uma avaliação, por meio de testes individualizados. Entende-se que estes elementos articulados se constituem em um ambiente próprio para a recuperação de conteúdos e a busca pela superação das dificuldades.

A investigação teve como foco um grupo de 21 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Canoas no Rio Grande do Sul, participante do Projeto Observatório da Educação.¹ Os alunos foram selecionados pelos seus professores, mediante o desempenho que vinham apresentando no estudo das equações de 1º grau, durante o segundo trimestre de 2012. Os encontros foram realizados, semanalmente, no turno inverso ao da aula regular, nos quais os alunos trabalharam na Sequência Didática Equações de 1º Grau, realizando os testes adaptativos dos seis conceitos que a compõe: Expressões Algébricas, Igualdade e Equivalência, Conceito de Equação, Resolução de Equações de 1º Grau I e II e Situações Problemas. Quando necessário, ou seja, quando não atingiam a pontuação mínima estabelecida para o teste, realizavam os estudos de recuperação, os quais ocorriam mediante os estudos dos materiais e a realização das atividades estruturadas nas Sequências Didáticas Específicas.

Destaca-se que a opção pelo trabalho com equações de 1º grau deve-se ao fato de que se constitui em conteúdo no qual os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem (LINS; GIMENEZ, 1997; SILVA; COSTA, 2010; FREITAS, 2002). Além disso, marca para os estudantes, a transição entre a aritmética e a álgebra, caracterizando-se, ainda, por ser abrangente, sendo utilizado para resolução de problemas e surgindo em diferentes momentos da vida estudantil, não só na Matemática, mas em outras áreas (FREITAS, 2002).

Neste artigo serão apresentados e discutidos, particularmente, os caminhos percorridos por um dos alunos participantes da pesquisa, o aluno 236, uma vez que foi o único que necessitou realizar recuperação em todos os conceitos abordados na Sequência Didática. Considera-se que a partir da análise da trajetória desse estudante é possível apresentar, discutir e analisar todo o processo de recuperação proposto.

A RECUPERAÇÃO DE CONTEÚDOS A PARTIR DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA

A retomada das dificuldades dos estudantes, com uma possível recuperação, se constitui em elemento importante no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. Nesta recuperação, busca-se a superação das dificuldades e a compreensão dos conteúdos desenvolvidos (GROENWALD; MORENO, 2007), constituindo-se, também, em um direito dos estudantes previsto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB nº 9394 (BRASIL, 1996), a qual estabelece, no artigo 12 do título IV, que é de responsabilidade dos estabelecimentos de ensino “prover os meios para a recuperação dos alunos de menor rendimento” (parágrafo V).

¹ Projeto Observatório de Educação – Edital Nº 38/2010/CAPES/INEP que aprovou o desenvolvimento do projeto “Formação Continuada de Professores em Ciências e Matemática visando ao desenvolvimento para o exercício pleno da cidadania”, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA.

Ainda, para o Conselho Estadual de Educação do Rio Grande do Sul (CEE/RS), Parecer nº 740/99, os estudos de recuperação têm como objetivo auxiliar o aluno a diminuir as dúvidas e superar as dificuldades surgidas no decorrer do processo de ensino e aprendizagem. Esses estudos de recuperação devem ser organizados pela escola, podendo ser realizados de forma individual ou coletiva (RIO GRANDE DO SUL, 1999).

Diante do que está previsto na legislação e da necessidade de estudos referentes ao tema, a investigação realizada desenvolveu uma proposta de recuperação de conteúdos individualizada, por meio de uma Sequência Didática Eletrônica² disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA). Este sistema foi desenvolvido pelo Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), em convênio com o Grupo de Tecnologias Educativas, da Universidade de La Laguna (ULL), de Tenerife na Espanha. O SIENA é um sistema que serve de apoio ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de qualquer conteúdo, uma vez que permite disponibilizar testes adaptativos a serem realizados pelos estudantes, a partir dos quais o sistema gera um mapa individualizado que apresenta o desempenho dos mesmos. Considerando este desempenho, são disponibilizadas sequências didáticas específicas para a recuperação dos conceitos nos quais os alunos apresentaram dificuldades.

O SIENA permite ao aluno realizar uma recuperação individualizada, uma vez que cada estudante realizará a recuperação, no caso, o estudo das sequências didáticas específicas, somente nos conceitos que apresentarem dificuldades. Nos conceitos em que o aluno apresenta um desempenho satisfatório, não há necessidade de realizar o estudo da sequência de recuperação, podendo avançar para outro conceito da Sequência Didática.

O estudo do tema equações de 1º grau foi desenvolvido dentro da Sequência Didática a partir de seis conceitos considerados como principais: Expressões Algébricas, Igualdade e Equivalência, Conceito de Equação, Resolução de Equações de 1º Grau I e II e Situações Problemas. Inicia-se o estudo pelas Expressões Algébricas, com foco nas representações em linguagem natural e algébrica. A seguir são trabalhados os conceitos de igualdade, equivalência e de equação, sendo que, os dois conceitos seguintes referem-se aos processos de resolução das equações de 1º grau e o último refere-se a situações problemas. Cabe destacar, que a metodologia de resolução de problemas está presente em todos os conceitos, sendo que o último foi dedicado a problemas que abordam situações intra e extramatemática.

Conforme já exposto, no SIENA são utilizados testes adaptativos, os quais são administrados pelo computador, e que disponibiliza questões com um nível de dificuldade de acordo com as respostas do estudante ao teste. O SIENA dispõe de um mecanismo de parada, quando já não se pode obter uma maior estimativa sobre ao grau de conhecimento de um conceito. A progressão do aluno para o próximo conceito ocorre sempre que alcançar uma nota igual ou superior ao estipulado no teste, no caso desta pesquisa 0,6.

² <http://siena.ulbra.br/courses/8>.

Quando o estudante não obtém a aprovação em um conceito, o sistema não prossegue, abrindo a possibilidade de realização de uma recuperação. Esta é realizada por meio das sequências didáticas específicas desenvolvidas com o objetivo de proporcionar a retomada desses conceitos. Após o estudo dessa sequência, o estudante refaz o teste e obtendo aprovação passa para o conceito seguinte, podendo retomar os estudos na sequência se necessário.

Na presente investigação, as sequências didáticas específicas para as recuperações se constituem em materiais de estudos, atividades no *software* JClíc e Scratch, atividades e jogos *online*, objetos de aprendizagem, vídeos, entre outros recursos.

Os materiais de estudos presentes nas sequências didáticas foram construídos com o objetivo de retomar as ideias, conceitos e procedimentos referentes a cada conceito principal, organizados a partir de situações problemas, buscando a compreensão dos conceitos e procedimentos. As atividades, objetos de aprendizagem e os vídeos foram utilizados com o objetivo de retomar, exercitar e aprofundar aspectos do que foi trabalhado nos materiais de estudos. Nas figuras 1, 2 e 3 apresentam-se exemplos de alguns destes recursos utilizados.

FIGURA 1 – Exemplo de telas dos Materiais de Estudos.

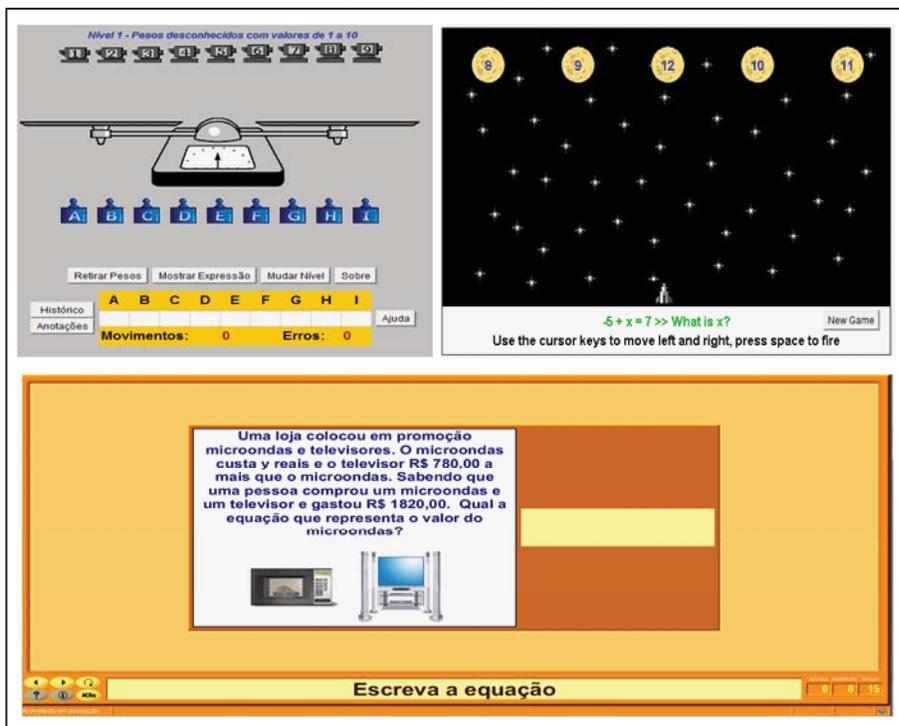


Fonte: a pesquisa.

Na figura 1 apresentam-se duas telas de um material de estudo, os quais, no âmbito da Sequência Didática, foram construídos com objetivo retomar as ideias, conceitos e procedimentos referentes ao estudo das equações de 1º grau.

Visando retomar e exercitar o que foi trabalhado nos materiais de estudo, foram construídas atividades no JClíc, selecionados objetos de aprendizagem e jogos *online*, conforme exemplos apresentados na Figura 2.

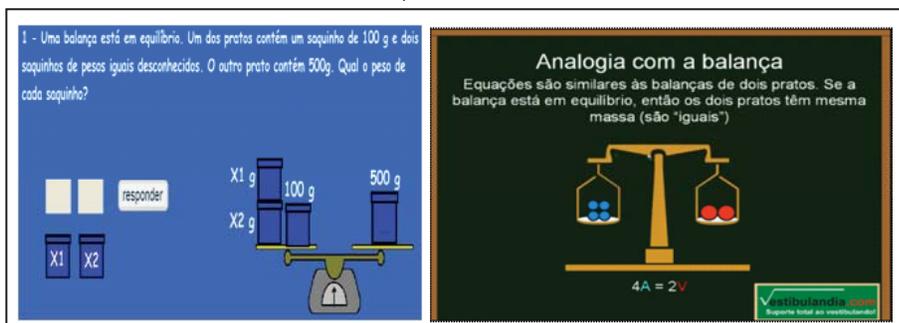
FIGURA 2 – Exemplo de Objeto de Aprendizagem, jogo *Online* e atividade no Jclíc.



Fonte: <http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/algebrativa/programas/balanca.html>; <http://www.aplusmath.com/Games/PlanetBlast/index.html>

Buscando trazer mais possibilidades de estudo para os alunos, foram selecionadas, também, atividades *online* e vídeos referentes aos assuntos trabalhados, para que os estudantes pudessem complementar os estudos realizados nos materiais, conforme exemplos apresentados na figura 3.

FIGURA 3 – Exemplo de Atividade *Online* e Vídeo.



Fonte: www.vdl.ufc.br/ativa/atividades_interativas.swf; <http://www.youtube.com/watch?v=ZwrH8nT7J1I>

CAMINHOS PERCORRIDOS PELO ALUNO 236 – UMA ANÁLISE

Apresenta-se, aqui, uma análise dos caminhos percorridos pelo aluno 236 durante a realização dos testes adaptativos da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º Grau, produzida a partir da análise dos bancos de dados do SIENA, que apresenta o desempenho do aluno nos testes, das produções do mesmo (rascunhos) e da observação participante da pesquisadora. Desses instrumentos foram extraídas questões e produções do aluno, os quais evidenciam os caminhos que este percorreu durante a investigação.

Nos encontros semanais, conforme já destacado, os alunos trabalharam na Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º Grau, realizando os testes adaptativos dos seis conceitos e quando necessário, ou seja, quando não obtinham uma nota igual ou superior a 0,6, realizavam os estudos de recuperação, os quais ocorriam por meio do estudo dos materiais e da realização das atividades estruturadas nas Sequências Didáticas Específicas.

A tabela 1 apresenta o desempenho geral do aluno 236 nos testes adaptativos, onde constam o quantitativo de testes realizados e as notas obtidas nos mesmos.

TABELA 1 – Desempenho do aluno 236.

Conceitos	Testes	Notas
Expressões Algébricas	Teste 1	0,385
	Teste 2	0,385
	Teste 3	0,980 – Aprovado
Igualdade e Equivalência	Teste 1	0,385
	Teste 2	0,989 – Aprovado
	Teste 1	0,143
Conceito de Equação	Teste 2	0,143
	Teste 3	0,493
	Teste 4	0,854 – Aprovado
	Teste 1	0,294
Resolução de Equações de 1º Grau I	Teste 2	0,938 – Aprovado
	Teste 1	0,143
	Teste 2	0,200
Resolução de Equações de 1º Grau II	Teste 3	0,901 – Aprovado
	Teste 1	0,250
	Teste 2	0,250
Situações de Problemas	Teste 2	0,250
	Teste 3	0,803 – Aprovado

Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados da tabela 1, é possível perceber que o aluno 236 necessitou realizar recuperação em todos os conceitos da Sequência Didática Eletrônica. Assim, a seguir, apresenta-se e discute-se o desempenho do mesmo nestes seis conceitos.

No conceito **Expressões Algébricas**, o aluno só obteve desempenho satisfatório após a realização do terceiro teste, atingindo a nota 0,980. A partir da análise do banco de dados, identificaram-se questões que apareceram nos três testes, apresentando-se, no que segue, a análise do desempenho do aluno nestas. Para a resolução da questão apresentada na figura 4, o aluno deveria representar algebricamente a expressão indicada em língua natural.

FIGURA 4 – Questão do teste adaptativo Expressões Algébricas.

Qual expressão algébrica correspondente a Luciana tem o dobro da quantia de balas que João tem?

0) 2 balas 1) $2x$ 2) $3x$ 3) $2x + 1$ 4) $x + 2$

Algebricamente podemos representar o quadrado de um número como:

0) $2x$ 1) z 2) z^2 3) z^3 4) y

Fonte: adaptado de Projeto Araribá (2009).

O aluno acertou estas questões nos três testes, o que pode evidenciar sua compreensão em relação a como expressar o quadrado e o dobro de um número em linguagem algébrica. Esta facilidade também pode ser advinda do fato de que estas expressões são bastante utilizadas no âmbito dos estudos de expressões e equações.

A figura 5 apresenta uma questão na qual o aluno deveria saber o conceito de perímetro, bem como operar as variáveis da expressão algébrica.

FIGURA 5 – Questão do teste adaptativo Expressões Algébricas.

Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:



O diagrama mostra um retângulo com o lado superior rotulado como $2s$, o lado inferior rotulado como $2s$, e os lados esquerdo e direito rotulados como s .

0) $2s$ 1) $3s$ 2) $4s$ 3) $5s$ 4) $6s$

Fonte: adaptado de Matemática, Ribeiro e Soares (2007).

O aluno acertou esta questão nos três testes, o que pode indicar sua compreensão em relação ao conceito de perímetro, assim como na simplificação de expressões algébricas que envolvem somente a soma de uma variável.

As duas questões seguintes, apresentadas nas figuras 6 e 7, também envolvem perímetro. O aluno errou a questão da figura 6 nos três testes, porém percebe-se que seus erros não estão relacionados ao entendimento da questão (noção de perímetro), mas sim, na realização das operações entre os termos.

FIGURA 6 – Questão do teste adaptativo Expressões Algébricas.

Na figura abaixo a letra x representa uma medida em certa unidade. Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura?



0) $\frac{1}{2}x$ 1) $\frac{2}{3}x$ 2) x 3) $\frac{13}{6}x$ 4) $\frac{4}{5}x$

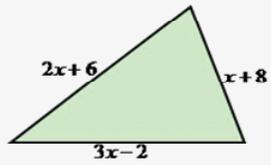
Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

Na questão, o aluno indicou como resposta $\frac{4}{5}x$, o que evidencia que seu erro, foi decorrente de dificuldades aritméticas. A resposta dada indica que o aluno realizou a operação com os termos semelhantes, porém, errou na adição dos números racionais, somando os numeradores e os denominadores entre si. No caso dos denominadores, ainda, desconsiderou o denominador unitário do termo x .

Já na questão apresentada na figura 7, o aluno indicou como resposta $6x + 16$, o que encaminha para um erro no processo de adição dos termos. O aluno provavelmente desconsiderou o sinal em (-2) , adicionando-o como $(+2)$. Este erro pode ser classificado como adição incorreta de termos semelhantes segundo Kieran (2006).

FIGURA 7 – Questão do teste adaptativo Expressões Algébricas.

Na figura abaixo a letra x representa uma medida em certa unidade. Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura?



0) $3x + 16$ 1) $6x + 16$ 2) $6x + 12$ 3) $x + 16$ 4) $x + 14$

Fonte: a pesquisa.

A partir dessas análises, pode-se considerar que o aluno obteve um bom desempenho no que se refere à representação na linguagem algébrica, porém, apresentou dificuldades aritméticas o que dificultou, inicialmente, a representação de algumas expressões. Porém, considera-se que ao longo do estudo o aluno apresentou um crescimento no que se refere ao trabalho com expressões algébricas.

No conceito **Igualdade e Equivalência**, o aluno 236 necessitou realizar dois testes. No primeiro, obteve a nota **0,385**, o que indicou a necessidade de realizar a recuperação. Já no teste realizado após os estudos, obteve a aprovação. Do estudo de Igualdade e Equivalência, selecionaram-se questões dos testes para serem discutidas e analisadas, as quais são apresentadas nas figuras 8, 9 e 10.

FIGURA 8 – Questão do teste adaptativo Igualdade e Equivalência.

Complete com o número que mantenha a igualdade: $2 + 10 - 7 = 2 + \underline{\quad}$

0) 1
1) 2
2) 3
3) 4
4) 5

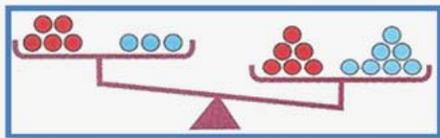
Fonte: a pesquisa.

A questão destacada na figura 8 esteve presente nos dois testes, sendo que no primeiro o aluno indicou como resposta **5**, o que leva ao entendimento que resolveu corretamente o primeiro membro da igualdade, porém não compreendeu que era para indicar o número que mantinha a igualdade verdadeira e não o resultado. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), essa situação ocorre com frequência, pois os alunos estão acostumados a trabalhar com o sinal de igual como um operador. Assim, realizam operações de um modo sequencial, da esquerda para a direita, usando o sinal de igual como “separador” entre dois raciocínios e também para introduzir um novo resultado, a partir de valores numéricos. Já no segundo teste, o aluno respondeu corretamente à questão, o que pode indicar que a partir dos estudos, possa ter ampliado o conceito de igualdade, passando a compreendê-la como uma equivalência entre duas expressões.

A questão apresentada na figura 9 também esteve presente nos dois testes realizados pelo aluno, sendo que, em ambos, a resposta indicada foi a alternativa 1, incorreta.

FIGURA 9 – Questão do teste adaptativo Igualdade e Equivalência.

A balança abaixo está desequilibrada, o que precisa ser feito para a balança ficar em equilíbrio?



- 0) Acrescentando 1 bolinha vermelha e 4 bolinhas azuis ao prato à esquerda.
- 1) Acrescentando 1 bolinha vermelha e 4 bolinhas azuis ao prato à direita.
- 2) Triplicando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da direita.
- 3) Triplicando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da esquerda.
- 4) Dobrando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da esquerda.

Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

Considera-se, a partir da resposta dada pelo aluno (alternativa 1), que o mesmo compreendeu que a quantidade de bolinhas deveria ser a mesma em ambos os pratos da balança, chegando às quantidades corretas de bolinhas azuis e vermelhas a serem adicionadas. Porém, no momento de indicar em qual dos pratos deveriam ser adicionadas as bolinhas, indicou que seria no prato da direita, em vez de indicar o da esquerda. Conjectura-se que o aluno estava em processo de construção do conceito de igualdade e de equivalência, assim, ainda cometia erros nos procedimentos de resolução. Mas o fato de já ter estabelecido as quantidades corretas e ter compreendido que ambos os pratos deveriam ficar em equilíbrio é um indicio de evolução nos estudos.

No que se refere a questão apresentada na figura 10, a resposta dada pelo aluno, alternativa 3, levou a conjectura que o mesmo utilizou a propriedade distributiva, porém não realizou algumas das operações corretamente, não respeitando os sinais. Assim chegou a uma igualdade incorreta, o que durante a resolução provavelmente não observou. O aluno indicou como resposta $(2y + 3y + 3 = 8 - 2y + 4)$, o que evidencia que não considerou o (-3) ao multiplicar por y , porém o considerou ao multiplicar por (-1) . Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), a dificuldade com a propriedade distributiva aumenta quando envolve números inteiros e fracionários no seu processo de resolução.

FIGURA 10 – Questão do teste adaptativo do Igualdade e Equivalência.

Aplicando a propriedade distributiva em $2y - 3(y - 1) = 8 - 2(y - 2)$ temos:

- 0) $2y + 3y + 3 = 8 - 2y + 4$
- 1) $2y - 3y + 3 = 8 - 2y + 4$
- 2) $2y + 3y + 3 = 8 + 2y + 4$
- 3) $2y + 3y + 3 = 8 - 2y + 4$
- 4) $2y - 3y + 3 = 8 - 2y - 4$

Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

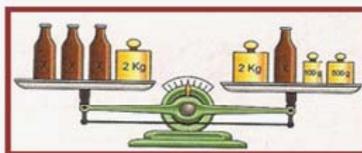
Considera-se que o aluno apresentou uma evolução no que diz respeito à compreensão do conceito de igualdade e equivalência, principalmente nas questões que envolviam igualdades numéricas, com indicação do número que manteria a igualdade verdadeira, assim como nas questões que envolviam valores desconhecidos a partir da balança de dois pratos. Um ponto que se considera que poderia ser retomado com o aluno, refere-se a questões envolvendo propriedade distributiva com números inteiros.

No **Conceito de Equação**, o aluno 236 necessitou realizar quatro testes, obtendo, nos dois primeiros, nota 0,143, no terceiro 0,493 e no quarto 0,854. Acredita-se que o estudante não tenha realizado os estudos para o segundo teste, realizando-o assim que terminou o primeiro, pois o intervalo de tempo entre um teste e o outro foi pequeno (em torno de 7 minutos), não sendo possível realizar os estudos propostos neste tempo. Já para o terceiro teste, entende-se que o aluno tenha estudado a Sequência Didática Específica, porém, ainda assim apresentou dificuldades. Conjectura-se que o aluno, somente em um segundo estudo da Sequência, tenha conseguido se apropriar das noções que envolvem o conceito de equação

A seguir, nas figuras 11 e 12, apresentam-se duas questões que caracterizam os as dificuldades do aluno 236 na resolução das questões deste conceito.

FIGURA 11 – Questão do teste adaptativo do Conceito de Equação.

A balança abaixo está equilibrada. Qual a equação que representa o equilíbrio da balança.



- 0) $3x + 2 = 2,6 + x$
- 1) $3x + 2 = 2,6 + 2x$
- 2) $5x = 2,6 + 2x$
- 3) $3x + 2 = 602 + 2x$
- 4) $3x = 602 + 2x$

Fonte: adaptado de Miami (2006).

Nos dois testes, o aluno respondeu que a equação que representava o peso na balança era $3x + 2 = 2,6 + 2x$. Percebeu-se que o aluno conseguiu identificar que os elementos que estão na balança constituem a equação e utilizou o sinal de “=” representando o equilíbrio, porém, cometeu o erro ao considerar $2x$ ao invés de x no prato da direita. Segundo a classificação de erros apresentada por Ponte, Branco e Matos (2009), apoiado em Kieran (1985), esse erro pode se constituir em adição incorreta de termos não semelhantes. Nesse caso, entende-se que a adição incorreta de termos, ocorreu quando o aluno adicionou $2x$ a x , transformando-os em $2x$. Outra questão que constou nos dois testes é apresentada na figura 12.

FIGURA 12 – Questão do teste adaptativo Conceito de Equação.

Qual das equações abaixo traduz para a linguagem matemática a seguinte situação: a metade de um número mais 100 é igual a 500.

0) $\frac{x}{2} = 500$ 1) $\frac{x}{2} + 100 = 500$ 2) $\frac{x}{2} - 100 = 500$ 3) $\frac{x}{2} = 100$

4) $\frac{x}{2} = 600$

Fonte: adaptado de Miami (2006).

Nesta questão, o aluno indicou como resposta $\frac{x}{2} = 500$, nos dois testes, o que pode evidenciar uma falta de atenção na hora de equacionar a situação dada. Segundo Ribeiro (2001), erros por falta de atenção na escrita de uma equação são comuns e podem aparecer de diversas formas, uma delas é a omissão de termos ou escrita incorreta. Entende-se que o desempenho do aluno 236 nestes dois primeiros testes, apresentou erros comuns como adição incorreta de termos não semelhantes, assim como erros decorrentes da falta de atenção no momento de equacionar a situação. Constatou-se, também, que o aluno praticamente não utilizou o rascunho para a realização dos testes, o que levou a acreditar que tenha equacionado mentalmente as situações, o que pode ter levado a cometer erros básicos e de falta de atenção.

No quarto teste, se pode perceber que o aluno obteve um crescimento no que se refere a representar as equações a partir de situações dadas, porém, ainda apresentava dificuldades. Quanto a representar a equação a partir da analogia da balança de dois pratos, o aluno apresentou um bom desempenho nos testes, pois acertou as quatro questões envolvendo essa analogia, o que pode evidenciar que o material de estudo colaborou para a compreensão desse conceito a partir da balança.

Em geral, neste conceito, o aluno 236 apresentou dificuldades, que, no entanto, foram sendo superadas ao longo da realização dos testes, assim como no estudo dos materiais e na realização das atividades. Entende-se que a dificuldade em representar as equações a partir de situações é passível de ocorrer, pois, via de regra, o trabalho com

equações é muito focado no processo e em técnicas de resolução e a escrita das equações, a partir de situações, é pouco explorada, assim como a compreensão do seu conceito como uma igualdade.

No conceito **Resoluções de Equações de 1º Grau I**, o aluno necessitou realizar dois testes. No primeiro, acertou somente duas questões, obtendo 0,294 como nota e necessitando realizar os estudos de recuperação. Após realizar os estudos na sequência didática específica, o aluno realizou o segundo teste, obtendo a nota de 0,938. Analisando em detalhe os testes realizados pelo aluno, selecionaram-se duas questões para serem analisadas e discutidas. A questão apresentada na figura 13 esteve presente nos dois testes realizados pelo aluno.

FIGURA 13 – Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º Grau I.

Determine o valor de g na equação $4g - 1 = 3(g - 1)$

0) $g = 4$ 1) $g = 3/7$ 2) $g = -2$ 3) $g = 2$ 4) $g = 1$

Fonte: adaptado de *Projeto Araribá* (2009).

No primeiro teste, o aluno não conseguiu resolver corretamente a questão, chegando à resposta $g = 3/7$. A partir da resposta apontada, e também da produção escrita apresentada na figura 14, conjectura-se que o aluno aplicou corretamente a propriedade distributiva, chegando à equação equivalente $4g - 1 = 3g - 3$, porém não seguiu resolvendo a questão e, provavelmente, terminou de resolvê-la mentalmente, o que pode ter ocasionado o erro. Assim, obteve $4g + 3g = -3 - 1$, chegando então a $g = -4/7$, que não era uma opção existente, marcando $g = 3/7$. Este tipo de erro é classificado por Kieran (1992) como transposição incorreta de termos. No segundo teste, o aluno respondeu à questão corretamente.

FIGURA 14 – Produção do aluno 236.

$4g - 1 = 3(g - 1)$
 $4g - 1 = 3g - 3$

Fonte: a pesquisa.

A questão apresentada na figura 15, também esteve presente nos dois testes realizados pelo aluno 236.

Qual o valor de x na equação: $2x + 5 - 5x = -1$
 0) $x = -1$ 1) $-x = -6$ 2) $x = 3$ 3) $x = -2$ 4) $x = 2$

Fonte: adaptado de *Projeto Radix* (RIBEIRO, 2009).

No primeiro teste, o aluno não a resolveu corretamente, chegando à resposta $-x = -6$. A partir dessa resposta e de sua resolução no rascunho (figura 16), observa-se que o aluno realiza a transposição do termo (+ 5) corretamente para o outro membro, porém altera o sinal do $2x$, sendo que não o mudou de membro. O aluno não termina de resolver a questão no rascunho e responde $-x = -6$. Acredita-se que o aluno respondeu esta alternativa por considerar somente um lado da igualdade. Segundo Ribeiro (2001), este tipo de erro é classificado como erro nas transformações aditivas e ocorre quando o aluno transforma somente em um membro da igualdade. Pela resposta final dada pelo aluno, conforme Kieran (2002), o aluno realizou uma conclusão incorreta da resolução da equação. No segundo teste, o aluno resolveu a questão corretamente, conforme apresentado na figura 17.

FIGURA 16 – Produção do aluno no 1º teste.

$$2x + 5 - 5x = -1$$

$$5x - 2x = -1 - 5$$

Fonte: a pesquisa.

FIGURA 17 – Produção do aluno no 2º teste.

$$2x + 5 - 5x = -1$$

$$-3x = -1 - 5$$

$$-3x = -6$$

$$x = \frac{-6}{-3} = +2$$

Fonte: a pesquisa.

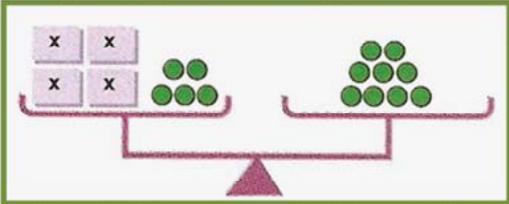
A partir da análise das questões, percebe-se que o processo de resolução do aluno era muito mecânico, apenas passava os termos de um lado para o outro, não respeitando os princípios de igualdade. Acredita-se que a partir do estudo dos materiais e da realização das atividades, tenha conseguido avançar na compreensão do processo de resolução como uma igualdade, o qual pressupõe realizar as operações em ambos os lados ou utilizar operações inversas para a resolução das equações. Cabe destacar que mesmo após os estudos o aluno ainda continuou cometendo erros em questões que envolvem números inteiros não positivos, principalmente na aplicação da propriedade distributiva.

A partir dos dados apresentados, entende-se que aluno 236 evoluiu no que se refere à compreensão do conceito de equação de 1º grau como uma igualdade, assim como nos procedimentos para a sua resolução. Cabe destacar que neste conceito o aluno utilizou o rascunho, o que possibilitou identificar suas estratégias e erros cometidos, assim como sua evolução na resolução das equações de 1º grau.

No conceito **Resolução de Equações de 1º Grau II** o aluno 236 necessitou realizar três testes, sendo que, no primeiro e no segundo, obteve notas que não atingiram a média mínima estipulada. Acredita-se que não tenha realizado os estudos para o segundo teste, realizando-o assim que terminou o primeiro, já que o intervalo de tempo entre os testes foi pequeno (5 minutos), obtendo novamente, um desempenho não satisfatório. Após os estudos, realizou o terceiro teste, no qual conseguiu a aprovação. A partir da análise dos bancos de dados, foram selecionadas três questões para serem discutidas e analisadas, que passam a ser apresentadas nas figuras 18, 20 e 21. Na figura 18, apresenta-se uma questão que esteve presente nos três testes realizados pelo aluno 236.

FIGURA 18 – Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º Grau II.

Na figura abaixo, as bolinhas são iguais, cada uma representa 1 unidade e a balança está em equilíbrio. E a equação que pode representar esta situação é $4x + 5 = 9$. Qual o valor do x para que balança mantenha o equilíbrio?

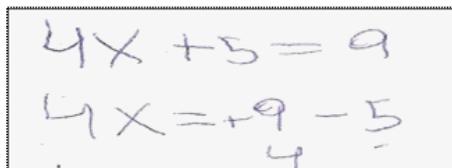


0) 1
1) 2
2) 3
3) 4
4) 5

Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

Nos dois primeiros testes, o aluno não respondeu corretamente à questão, indicando como resposta **4**, o que pode ser visto na figura 19, que destaca a produção do mesmo. Observa-se que realizou corretamente as operações necessárias no que se refere ao princípio aditivo, porém não prosseguiu na resolução, considerando somente um lado da igualdade. Conjectura-se, ainda, que o aluno possa ter realizado o que Kieran (2002) denomina como uma conclusão incorreta da resolução da equação. Ressalta-se que no terceiro teste respondeu corretamente à questão.

FIGURA 19 – Produção do aluno 236.


$$4x + 5 = 9$$
$$4x = +9 - 5$$
$$4 \quad -$$

Fonte: a pesquisa.

A questão apresentada na figura 20 fez parte dos três testes realizados pelo aluno 236, sendo respondida incorretamente em todos os testes. O aluno indicou como resposta a primeira alternativa R\$ 14,00.

FIGURA 20 – Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º Grau II.

Mariana comprou um livro por R\$25,00 e quatro canetas que custam o mesmo valor. Ao todo Mariana gastou R\$39,00. Qual o preço de cada caneta?

- 0) R\$ 14,00
- 1) R\$ 7,00
- 2) R\$ 3,50
- 3) R\$ 1,75
- 4) R\$ 39,00

Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

A partir da análise da produção do aluno 236, verificou-se que o mesmo não utilizou a estratégia de equacionar o problema, resolvendo a situação por operações aritméticas, operando somente com os valores em Reais postos. Observou-se que o aluno resolveu corretamente a operação entre os valores em Reais, porém não considerou, em sua resolução, a compra das quatro canetas. Assim encontrou o valor de R\$ 14,00 e o indicou como resposta final, em vez de indicar o valor de R\$ 3,50 referente ao valor unitário da caneta. Considera-se que o aluno respondeu incorretamente a questão, por ter apresentado dificuldades na interpretação do problema.

Apresenta-se, na figura 21, uma questão do terceiro teste, a qual o aluno respondeu corretamente e apresenta em sua produção (figura 22) as estratégias utilizadas na resolução.

FIGURA 21 – Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º Grau II.

Uma casa de R\$ 148.650,00 foi paga em três prestações. A 2ª prestação foi o dobro da primeira e a 3ª foi R\$ 14.800,00 a mais que a segunda. Qual foi o valor de cada prestação?

0) 1ª R\$ 26.770,00; 2ª R\$ 53.540,00; 3ª 68.340,00
 1) 1ª R\$ 53.540,00; 2ª R\$26.770,00; 3ª 68.340,00
 2) 2ª R\$26.770,00; 3ª 68.340,00
 3) Prestações de R\$ 49.550,00
 4) 1ª R\$ 50.540,00; 2ª R\$26.770,00; 3ª 71.340,00

Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

FIGURA 22 – Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º Grau II.

$$X + 2X + 2X + 14.800 = 148.650$$

$$2X + 2X + X = 148.650 - 14.800$$

$$5X =$$

$$\begin{array}{r} 148.650 \\ - 14.800 \\ \hline 133.850 \\ \div 5 \\ \hline 26.770 \\ + 14.800 \\ \hline 41.570 \end{array}$$

Fonte: a pesquisa.

Observa-se, a partir da produção do aluno 236 (figura 22), que o mesmo conseguiu organizar o problema por meio de uma equação, interpretando corretamente os dados apresentados, resolveu as transformações adequadamente para encontrar o valor do x e, a partir deste, realizou as operações aritméticas necessárias para responder o problema. Considera-se que este problema exemplifica o crescimento do aluno em relação à interpretação e à busca de estratégias de resolução de uma situação problema.

No que se refere a Resolução de Equações do 1º grau II, a análise realizada apontou para um baixo desempenho nos dois primeiros testes, porém, no terceiro, observou-se uma evolução no que diz respeito à interpretação e à resolução dos problemas apresentados.

No conceito **Situações Problemas** o aluno 236 necessitou realizar três testes, sendo que nos dois primeiros obteve a nota 0,250 e no terceiro 0,803. Ressalta-se que o primeiro teste foi realizado no quarto encontro e o segundo e o terceiro teste foram feitos no quinto encontro. Assim, conjectura-se que o aluno realizou o estudo de recuperação somente do segundo para o terceiro teste.

Dos três testes realizados pelo aluno 236, selecionaram-se três questões para serem discutidas e analisadas, as quais são apresentadas nas figuras 23, 24 e 25.

Na figura 23, apresenta-se uma questão que esteve presente nos três testes realizados pelo aluno 236, sendo respondidas incorretamente nos três, indicando como resposta -36°C .

FIGURA 23 – Questão do teste adaptativo Situações Problemas.

$\frac{3}{4}$ da temperatura na Antártica certo dia era -48°C . Qual era a temperatura local nesse dia?
0) 36°C 1) -36°C 2) 64°C 3) -64°C 4) -48°C

Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

A partir da resposta indicada, conjectura-se que este possa ter equacionado corretamente a questão, porém, provavelmente cometeu erros na aplicação do princípio multiplicativo. Entende-se que esta dificuldade se evidenciou, pois conforme Ponte, Branco e Matos (2009), quando as equações envolvem denominadores e também números inteiros as dificuldades dos alunos aumentam, uma vez que a maioria já apresenta dificuldades com essas questões na aritmética.

Na figura 24, apresenta-se uma questão que também esteve presente nos três testes realizados pelo aluno 236. Destaca-se que o aluno acertou a questão nos três testes, o que se pode considerar uma evolução, já que ele vinha apresentando dificuldades em questões que envolviam números racionais.

FIGURA 24 – Questão do teste adaptativo Situações Problemas.

Há algum tempo, se aprendia na escola que o rio Nilo, com seus cerca de 6695 km, era o maior rio do mundo. Pesquisas recentes mostram que o rio mais extenso do mundo é mesmo o rio Amazonas. Sabendo que a metade da diferença entre a extensão do rio Amazonas e o rio Nilo é 86,5 km. Qual é a extensão do rio Amazonas?
0) 6 608, 5 km
1) 6 781,5 km
2) 6 868 km
3) 6 695 km
4) 6 886 km

Fonte: adaptado de Mori e Onaga (2006).

Já a questão apresentada na figura 25 esteve presente somente no 3º teste realizado pelo aluno 236, sendo respondida corretamente.

FIGURA 25 – Questão do teste adaptativo Situações Problemas.

Observe a figura abaixo e responda: Qual o valor pago pelos dois rolos para pintura?



SHOW DAS LINTAS

Av. Damasco, 1015
 CEP 96541-547 - Uberaba - MG
 Tel./Fax (0xx84) 254-5458
 CNPJ 41.875.025/0001-36
 Insc. Est. 585.584-7

Nota Fiscal
12548-AT

Cliente: Edelton Dias
 Endereço: Rua Guandú, 442
 Data da emissão: 19 de outubro de 2009
 Vendedor: Coelzer Soares

Quantidade	Produtos	Preço unit.	Valor Total
3	<u> lata 18l tinta látex azul</u>	<u>R\$ 155,50</u>	A
2	<u> galão 2,5l verniz sintético grafite</u>	<u>R\$ 48,75</u>	B
2	<u> tubo 200g pintura / kg de carneiro</u>	D	C
Total a pagar			<u>R\$ 593,00</u>

Fonte: RIBEIRO, Jackson. Projeto Radix Matemática. São Paulo: Scipione, 2010.

0) R\$ 466,50
 1) R\$ 97,50
 2) R\$ 29,00
 3) R\$ 14,50
 4) R\$ 593,00

Fonte: adaptado de *Projeto Radix* (RIBEIRO, 2010).

Entende-se que o aluno apresentou um bom desempenho neste conceito. Nos dois primeiros testes, apresentou um baixo desempenho, porém acredita-se que não tenha realizado os estudos entre estes testes, já que os mesmos ocorreram em encontros diferentes. Como as questões deste conceito exigiam um nível de abstração, considera-se que o aluno 236 apresentou uma evolução, buscou estratégias para resolver os problemas, utilizando os conceitos de igualdade e equação trabalhados ao longo dos estudos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentaram-se, neste artigo, os caminhos percorridos pelo aluno 236 dentro da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º Grau, o que permitiu perceber que o mesmo, apresentou uma evolução, principalmente no que se refere aos procedimentos de resolução de equações. Inicialmente o aluno cometia muitos erros ao utilizar as operações inversas, sendo que, foi possível, por meio das produções verificar que o mesmo aplicava procedimentos mecânicos do tipo “passar para um lado e para o outro”, cometendo erros comuns como inversão de sinais e operações. Apesar de ter mostrado uma evolução satisfatória, foi possível perceber que o aluno, ainda, apresenta dificuldades na resolução de questões que envolvem números racionais, assim como na aplicação da propriedade distributiva quando envolve números inteiros não positivos.

Ao responder um instrumento de coleta de dados utilizado para traçar o perfil dos alunos e considerações sobre o trabalho desenvolvido, o aluno mencionou que foi bom realizar o trabalho, pois foi possível “pensar” em sala de aula. Ainda, verificou-se que o aluno melhorou seu desempenho que, no 2º trimestre, foi de 44 pontos e, no terceiro, 75. Destaca-se que no último trimestre, além do conteúdo de equações de 1º grau, foram desenvolvidos, também, conteúdos nos quais o processo de resolução destas é necessário, como por exemplo, sistemas de equações de 1º grau. A partir dos dados apresentados e do desempenho do aluno 236 no 3º trimestre, considera-se que a Sequência Didática Equações Eletrônica de 1º grau contribuiu para a recuperação dos conteúdos, assim como para superação de dificuldades com o tema, o que evidencia que o trabalho desenvolvido alcançou os objetivos propostos.

Cabe destacar, que o Sistema Integrado de Ensino e Aprendizado (SIENA) foi um importante elemento no âmbito da investigação, uma vez que viabilizou a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º Grau como uma proposta de recuperação individualizada de conteúdos, já que o sistema, por meio de suas funcionalidades, permite que os alunos estudem somente os conceitos que apresentam dificuldades, possibilitando, então, que a recuperação de conteúdos ocorra respeitando as especificidades de cada aluno. A partir destes caminhos percorridos por cada aluno, o SIENA possibilita ao professor realizar um acompanhamento individualizado, podendo identificar dificuldades, facilidades e estratégias utilizadas por cada aluno, se constituindo, então, em uma ferramenta que pode auxiliá-lo no seu trabalho e na busca por estratégias para atender as especificidades dos alunos, individualmente, e do grupo como um todo.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, V. R. N.; CARDOSO, E. F. M. Interferências pedagógicas na superação de dificuldades da aprendizagem matemática. *UNIrevista*, v.1, n.2, abr. 2006.
- BRASIL, Senado Federal. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília, 1996.
- FREITAS, M. A. *Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 2002.
- GROENWALD, C. L. O.; MORENO, L. Informática e Recuperação de Conteúdos: uma Experiência em Matemática. IV CIEM. *Anais....* Canoas: ULBRA, 2007.
- LEMOS, Andrielly Viana. *Recuperação de Conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática sobre equações de 1º grau disponível no sistema integrado de ensino e aprendizagem (SIENA)*. Dissertação (Mestrado Acadêmico) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas. 2013.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Arimética e Álgebra para o Século XXI*. Campinas: Papirus, 1997
- MACHADO, J. L. A. *Recuperação Escolar: qual a efetividade deste procedimento?* São Paulo, 2010. Disponível em: <http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=1352>. Acesso em 30 abr. 2011.

MIAMI, M. *Matemática no plural*. São Paulo: IBEP, 2006.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce S. *Matemática: ideias e desafios*. São Paulo: Saraiva, 2006.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa, 2009. Disponível em: [area.dgidc.mindu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_\(Set2009\).pdf](http://area.dgidc.mindu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf). Acessado em 20/09/2011.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. *Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2001.

RIO GRANDE DO SUL, Conselho Estadual de Educação. Parecer 740/99. *Orientações para o Sistema Estadual de Ensino*, 1999.

SILVA, T. M. M.; COSTA, B. M. G. Dificuldades de aprendizagem no ensino da matemática do 6º ano em relação à equação do primeiro grau. 62ª REUNIÃO ANUAL DA SBPC. *Anais....* Natal: UFRN, 2010.