

Convergências e conexões nas teorias de David Ausubel e Raymond Duval: a construção significativa de conhecimentos matemáticos

Tarcísio Kummer
Mérciles Thadeu Moretti

RESUMO

Neste trabalho, buscam-se convergências e conexões na Teoria da Aprendizagem Significativa e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, em especial à luz das ideias de seus precursores David Ausubel e Raymond Duval. A complexidade da construção de conhecimentos e como estes são estruturados faz emergir a necessidade de mais pontos de vista para o fenômeno. A possibilidade de conexões e diferenças, além de estabelecer alguns limites, para uma melhor compreensão das mesmas e melhorar o processo de ensino/aprendizagem em geral e da matemática em particular.

Palavras-chave: Conexões de Teorias. Aprendizagem Significativa. Registros de Representação Semiótica. Educação Matemática.

Convergences and connections in the theories of David Ausubel and Raymond Duval: The meaningful construction of mathematical knowledge

ABSTRACT

Through this article it was looked for convergences and connections in the Theory of Meaningful Learning and Theory of Semiotics Representation Recordings, particularly in the light of the ideas of their precursors David Ausubel and Raymond Duval. The complexity of the construction of knowledge and how these are structured points out the need for more views to the phenomenon. The possibility of connections and differences, besides establishing some limits, for a better understanding of them and improve the teaching / learning process in general and particularly in mathematics.

Keywords: Connections of theories. Meaningful Learning. Semiotic Representation recording. Mathematic Education.

Tarcísio Kummer é Doutor em Ciências Pedagógicas. Atualmente, é Professor de Matemática Adjunto IV da UFFS. Endereço para correspondência: Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó/SC. E-mail: Kummer@UFFS.edu.br

Mérciles Thadeu Moretti é Doutor em Didática da Matemática. Atualmente, é Professor Titular voluntário da UFSC e permanente do PPGECT/UFSC. Endereço para correspondência: Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Departamento de Matemática, Campus Universitário Trindade, 88040-900 – Florianópolis/SC, Brasil. E-mail: mthmoretti@gmail.com

Recebido para publicação em 2/11/2015. Aceito, após revisão, em 21/06/2016.

Acta Scientiae	Canoas	v.18	n.2	p.301-318	maio/ago. 2016
----------------	--------	------	-----	-----------	----------------

INTRODUÇÃO

O entendimento das conexões entre as teorias de Ausubel e Duval se dá na mesma linha de raciocínio de Radford (2008), que as descreve como sendo um espaço que gira em torno de diferentes e complementares temas de integração e diferenciação. Conceitua as teorias de Educação Matemática com um sistema de princípios teóricos, metodológicos que permitem investigar possíveis conexões e diferenças entre as mesmas. A busca destas, os limites de conectividade, os próprios conflitos intra e entre teorias permitem o avanço da educação matemática.

Segundo Radford (2008, p.317): “Certamente, uma condição para a implementação de uma rede-trabalho das teorias é a criação de um novo espaço conceitual onde as teorias e suas conexões tornam-se objetos de discurso e pesquisa”.

A busca do novo espaço tem como objetivo conectar entidades conceituais como também diferenciar, fazendo emergir novos conceitos, novos significados e mesmo novas teorias.

A tarefa não é simplória, mas também não vamos à exaustão e sim buscar caminhos para estabelecer conexões significativas nesta complexa rede de ligações possíveis entre as duas teorias, para uma melhor compreensão das mesmas e para melhorar o processo de E/A da matemática. Radford (2008, p.318) escreve que: “Um diálogo entre as teorias é muito mais complexo do que pode parecer à primeira vista. Para falar com outra teoria significa na verdade fazer um esforço para ser compreendido e compreender o que a outra teoria diz”.

É necessário estabelecer interações dialógicas e a flexibilidade semiótica para a compreensão. Obstáculos, como cultura, motivação, idioma, dentre outros, devem ser relevados, analisados e o diálogo entre estas estruturas permite uma melhor compreensão das teorias.

E no caso das teorias de Ausubel escrita originalmente em Inglês e de Duval, escrita em Francês, necessitam análises mais profundas, até mesmo de tradução, para sua correta interpretação, além disso, o diálogo entre as duas teorias e suas intersecções, sugere uma triangulação de vias duplas entre elas para a melhor compreensão e a construção do novo.

O estabelecimento da metodologia adequada para conectar teorias, para a melhor compreensão, é estabelecer o que é essencial ou não, o que é relevante ou não o que é coerente ou não. A escolha dessas poderá ter as suas implicações, pois esta metodologia pode ajudar ao pesquisador a selecionar dados importantes e esquecer outros.

A formação de uma rede de conexões de teorias pode ser emblemática, pelo fato da conexão acontecer em vários níveis. Radford (2008, p.322) coloca que “[...] uma conexão pode acontecer ao nível dos princípios, ao nível de metodologias, em nível de perguntas ou como combinações destes”.

Considera ainda, uma conexão de teorias como um flexível tripló $S=(P,M,Q)$, ou seja a nível de Princípios, de Metodologias e de Questionamentos, que denomina de *trigêmeos*. Radford (2008) sobre esse tripló flexível e sobre as conexões escreve que:

Embora que as conexões são sempre possíveis, como afirmado anteriormente, apesar de tudo há um limite para o que pode ser conectado. Esse limite é determinado pelo objetivo da conexão, mas também pelas especificidades dos componentes (P, M, Q) das teorias que estão sendo conectadas. (RADFORD, 2008, p.323)

Pretende-se, neste estudo, estabelecer limites da possibilidade da aprendizagem significativa de ambas as teorias, sem perder os princípios de cada uma delas, buscar metodologias e questionamentos adequados para estabelecer as conexões possíveis e adequadas para o limite proposto.

A identificação dos limites entre teorias é um trabalho contínuo, dinâmico e praticamente inesgotável. A necessidade de escolhas é premente. Pretende-se descrever limites teóricos possíveis para proporcionar análises refinadas dos processos de construção significativa do conhecimento matemático.

Sobre conexões entre teorias, Radford (2008, p.324) conclui: “Uma vez que é impossível ter uma teoria abrangente, um diálogo entre as teorias em educação matemática, com destaque para as conexões possíveis entre eles, é mais do que uma tarefa apropriada e dado boas-vindas”.

TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA (TAS)

O fundamental na TAS é que no processo de aprendizagem as novas informações ou conhecimentos estejam relacionadas com algum aspecto relevante, que existe na estrutura de conhecimentos do aprendiz.

Ausubel (1976) investigou e descreve o processo de cognição numa perspectiva construtivista. Fundamenta que para ocorrer o processo de aprendizagem significativa, deve-se partir daquilo que o aprendiz já conhece e que denomina de conhecimentos prévios. E de ancoragem o processo pelo qual os conhecimentos prévios seriam suportes em que o novo apoiaria.

A teoria de Ausubel (1976, p.6) resumida a uma frase: “Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, anunciaria isto: de todos os fatores que influenciam na aprendizagem, o mais importante é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isso, e ensine-o de acordo”.

A relevância dos conhecimentos prévios dos aprendizes no processo de ensino/aprendizagem (E/A) é fundamento na TAS. Ausubel (1976) indica que estes, devem ser analisados para desenvolver sequências de ensino adequado para a aprendizagem

significativa do aprendiz. Porém, questões metodológicas impõem grandes dificuldades para o estudo das representações dos alunos. É muito difícil elaborar instrumentos que permitem aproximar à realidade complexa, oculta e subjetiva que são os conhecimentos prévios e suas representações.

Para a ocorrência da aprendizagem significativa, as seguintes condições sejam satisfeitas segundo Ausubel (1976): 1. A intenção do aluno para aprender significativamente, ou seja, a disposição de relacionar o novo material não arbitrário e substantivamente à sua estrutura cognitiva (de modo intencional); 2. A disponibilidade de elementos relevantes na sua estrutura cognitiva, com os quais o material a ser aprendido possa relacionar-se de modo não arbitrário e substantivo, incorporando-se à estrutura; 3. O material a ser aprendido seja potencialmente significativo para ele, isto é relacionável do modo não arbitrário e substantivo aos elementos relevantes da sua estrutura cognitiva.

O potencial de significação da aprendizagem depende principalmente de dois fatores: a) da natureza do material – que deve ser não arbitrário de forma que possa ser relacionado com ideias relevantes no escopo da capacidade humana. Ausubel denomina de significação lógica; b) da estrutura cognitiva do aluno – a disponibilidade e propriedades organizacionais de determinados conteúdos na estrutura cognitiva de diferentes alunos, constituem as variáveis determinantes do potencial de significação do material. Este varia de acordo com o estudo, idade, cultura dentre outras (AUSUBEL, 1976).

Ao afirmar que o material da aprendizagem seja não arbitrário e sim substantivamente pertinente, correspondentemente relevante a capacidade humana de aprender, Ausubel explicita dois critérios: a) relacionabilidade não arbitrária – o material logicamente significativo deve ser não arbitrário e relacionável a ideias especificamente relevantes assim como exemplos, derivações, generalizações, ou ser relacionável a uma classe mais ampla de ideias relevantes, diz-se que o material é potencialmente significativo; b) relacionabilidade substantiva – se o material for não arbitrário, um símbolo ou um grupo de símbolos equivalentes, podem ser relacionáveis à estrutura cognitiva sem que haja mudança no significado, ou seja nem a aprendizagem significativa nem o significado emergente dependem essencialmente do uso de determinados signos e não de outros, um mesmo conceito pode ser expresso em linguagem sinônima e transmitir precisamente o mesmo significado (AUSUBEL, 1976).

Um processo de aprendizagem significativo tem início quando uma expressão simbólica, que é apenas potencialmente significativa, isto é, não tem ainda significado real para o aprendiz, é a ele apresentada. Esta expressão matemática ou qualquer outra é então relacionada de modo significativo e que em consequência interage com as ideias relevantes na estrutura cognitiva do aluno. Neste processo surge o produto de interação que constitui o significado da expressão simbólica aprendida, que é um conteúdo cognitivo diferenciado e que surgirá sempre que a expressão for reapresentada.

Segundo Ausubel (1976), o tipo mais elementar de aprendizagem significativa e do qual dependem todos os outros tipos, é a representacional, isto é, a aprendizagem do que símbolos individuais representam. Cada símbolo pode representar objetos, eventos, situações, conceitos ou mesmo outros símbolos do mundo físico, social e ideacional.

Um determinado símbolo inicialmente pode ser totalmente desconhecido para o aluno. Esse processo de aprender é chamado de aprendizagem representacional (objetos e seus referentes), isto é, os novos símbolos significam para o aprendiz as mesmas coisas que os seus referentes ou evocam o mesmo conteúdo cognitivo.

Outro tipo básico de aprendizagem significativa é a proposicional concerne aos significados de ideias expressas por palavras ou símbolos combinados a formar sentenças ou proposições. Neste tipo, não se aprende os referentes individuais ou combinadas, mas sim, “[...] o significado de novas ideias expressas em forma de proposição” (AUSUBEL, 1976, p.62). Naturalmente antes de se aprender os significados de proposições, são necessários conhecer os termos que a compõem. Assim, a aprendizagem proposicional pressupõe uma aprendizagem representacional.

Oportuno e necessário indicar como Ausubel (1976) relaciona a aprendizagem de conceito com a representacional. Conceitos, assim como objetos e eventos são representados por símbolos ou símbolos associados (palavras), aprender o que os símbolos-conceito significam é o principal objetivo da aprendizagem representacional. Segue daí a aprendizagem conceitual, ou seja, identificar um conceito consiste em explicitar seus atributos criteriosais que são os diferenciadores ou identificadores, o que envolve um tipo diferente de aprendizagem significativa que, como a aprendizagem proposicional, é substantivo por natureza e muito mais representacional, segundo Ausubel.

A aprendizagem significativa conceitual e proposicional difere enquanto que na conceitual, os atributos criteriosais de um novo conceito são relacionados à estrutura cognitiva para gerar um novo significado genérico e unitário, enquanto na proposição é relacionada à estrutura cognitiva para gerar um significado composto. Ambas diferem da aprendizagem representacional, embora a aprendizagem de conceito seja geralmente seguida por uma forma de representação na qual o conceito recém-aprendido, torna-se equivalente à palavra-conceito (símbolo-conceito) a ele relacionada.

Procurou-se distinguir o significado potencial inerente a certas expressões simbólicas e certas proposições para determinados alunos, do significado real (fenomenológico ou psicológico), que é o produto da aprendizagem significativa.

O significado real, segundo Ausubel (1976), emerge quando o significado potencial se transforma em um novo conteúdo cognitivo diferenciado e idiossincrático, para um determinado indivíduo, como resultado de uma relação não arbitrária e substantiva e, consequente interação com as ideias relevantes na estrutura cognitiva.

O significado lógico ou potencial corresponde ao significado que o material a ser apreendido apresenta, se este preenche os requisitos gerais de significação potencial, ou seja, um material possui significado lógico se pode ser relacionado, de modo não arbitrário e substantivo, com ideias correspondentes e relevantes dentro da capacidade de aprendizagem.

O significado psicológico é uma experiência cognitiva completamente idiossincrática, no entanto isto não exclui a existência de significados sociais e outros. Segundo Ausubel (1976), o significado psicológico é idêntico ao significado real ou fenomenológico.

A aprendizagem significativa, não deve ser interpretada como material significativo. Nesta, o material apenas é potencialmente significativo. Se já fosse, o objetivo da aprendizagem e a aquisição de significados já estariam atingidos, por definição, antes que qualquer aprendizagem fosse realizada. No entanto, partes componentes do material já podem ter significado, porém nestes casos o todo apenas tem potencial. Ausubel (1976, p.65) exemplifica “[...] ao aprender um novo teorema de geometria, cada uma das palavras componentes já tem significado para o aluno, porém a tarefa da aprendizagem em conjunto (aprender o significado do teorema), todavia não se realiza”.

A importância da aprendizagem significativa no processo educativo é em função desta, ser um tipo de aprendizagem na qual o aprendiz ou mecanismo humano adquire e retém uma grande quantidade de ideias e informações de qualquer campo de conhecimento. A aquisição e retenção de grandes corpos de conteúdos é realmente um fenômeno interessante na capacidade humana. E requer atenção neste estudo. Segundo Ausubel (1976, p.79):

A enorme eficácia da aprendizagem significativa como meio de processamento de informação e mecanismo de armazenamento da mesma pode atribuir-se em grande parte a suas duas características distintas: a intencionalidade e a substancialidade da relacionabilidade da tarefa de aprendizagem com a estrutura cognitiva.

Encontram-se realmente elementos que suportam a enorme eficácia atribuída por Ausubel (1976) a aprendizagem significativa em razão de suas características distintivas: 1. Pelo relacionamento não arbitrário de material potencialmente significativo às ideias relevantes estabelecidas na sua estrutura cognitiva, o aprendiz é capaz de explorar seus conhecimentos existentes como matriz ideacional e se organizar para incorporar, compreender, explorar e fixar grandes conjuntos de novas ideias, como também, internalizar e compreender novos significados de símbolos, conceitos e proposições. Estes apreendidos significativamente, segundo Ausubel, tornam-se menos vulneráveis ao esquecimento e são mais duradouros. 2. A natureza substantiva e não literal do material, assim relacionado e incorporado na estrutura cognitiva, possibilita a retenção por maior tempo, diferenciada da memorização mecânica, muito presente no ensino tradicional. A retenção de conhecimentos pelo aprendiz é maior quando este assimila a essência das ideias ao invés de símbolos usados para expressá-las.

A capacidade humana de aprender, segundo Ausubel, depende também de outras capacidades cognitivas tais como “[...] representação simbólica, a abstração, a categorização e a generalização” (AUSUBEL, 1976, p.80). É a posse dessas capacidades que torna possível a aprendizagem de conceitos e proposições genéricas, fundamentais na aprendizagem significativa.

Evidenciam-se alguns aspectos da representação simbólica e a dificuldade de símbolos representarem os seus referentes. Segundo Ausubel e Sullivan (1970, p.29) “[...] a essência mesma de um símbolo representacional é que, mesmo que não se pareça em

absoluto ao seu referente, significa a mesma coisa que este depois deste ter produzido a aprendizagem representacional”. Os símbolos para os humanos representam de certa forma modelos do referente e um processo de mediação entre eles. No entanto, um símbolo representativo pode não se assemelhar de forma alguma a seu referente.

Na representação simbólica deve-se considerar: o que significa um símbolo específico para o aprendiz e de que o padrão de estimulação que constituiu o símbolo não é o mesmo padrão de estimulação que constitui o significado.

Duval (2009, p.46), na Teoria dos Registros de Representação Semiótica invoca Vygotsky, que relewa o aspecto cultural e o que considera fundamental: “O desenvolvimento das representações mentais está ligado à aquisição e à interiorização de sistemas e de representações semióticas”.

Busca-se também, subsídios na teoria vygotskyana que considera o aprendizado humano como basicamente social e que as investigações nela baseadas devem considerar o contexto cultural ao qual o indivíduo está inserido. Portanto, considera a experiência do aluno no processo E/A. E a ação do sujeito sobre os objetos é mediada socialmente entre eles e através de instrumentos e signos que os representam.

No desenvolvimento o indivíduo utiliza marcas externas que vão se transformando em processos internos de mediação. No processo de internalização se desenvolve um sistema de símbolos que organizam os signos em estruturas complexas e organizadas de forma idiossincrática. Neste processo de desenvolvimento, o aprendiz, aos poucos deixa de necessitar de marcas externas e passa a utilizar signos internos que são as representações mentais, com as quais poderá operar mentalmente, estabelecer “n” relações, sem a presença dos objetos, se libera assim do espaço e próprio tempo.

Na internalização ocorre uma série de transformações, segundo Vygotsky (1989, p.64):

Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente [...] Um processo interpessoal é transformado em um processo intrapessoal [...] A transformação de um processo interpessoal em um processo intrapessoal é o resultado de uma série de eventos ocorridos no decorrer do desenvolvimento.

Este processo de internalização, ligado a educação, é fundamental no desenvolvimento de conceitos. Nesta organização interna dos signos em estruturas mentais ocorre a formação dos conhecimentos prévios dos aprendizes, destacados também na teoria de Ausubel.

Outro conceito importante da teoria vygotskyana e para este trabalho, é o de zona de desenvolvimento proximal (ZDP), que segundo Vygotsky (1989), mede a distância entre o nível de desenvolvimento efetivo e o nível de desenvolvimento potencial. Entende-se que estes níveis são guias que indicam como interferir no desenvolvimento da aprendizagem

do aluno que é relevar a experiência do aprendiz e seus conhecimentos prévios no processo E/A tanto na teoria de Ausubel, Vygotsky e também de Duval.

A importância da interação entre professor e alunos é fundamental no que Vygotsky (1989) chama de ZDP que:

[...] es la distancia entre e nivel de desenvolvimiento real, que se acostumbra determinar a través de la solución independiente de problemas, y el nivel de desenvolvimiento potencial, determinado a través de la solución de problemas bajo la orientación de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces. (VYGOTSKY, 1989, p.97)

O aluno tem a capacidade de resolver um problema sem ajuda externa, essa capacidade Vygotsky (1989) chamou de nível de desenvolvimento real e caracteriza o desenvolvimento retrospectivo, a experiência acumulada e com este processo de desenvolvimento já consolidado.

Quando o aluno não é capaz de resolver um problema sozinho, porém, é capaz de resolvê-los mediante algumas pistas e ou instruções e com ajuda, esta capacidade Vygotsky (1989) chamada de nível de desenvolvimento potencial.

Com o conhecimento prévio e com algumas pistas do professor, o aluno poderá entender e resolver problemas. Entende-se de que é essa a principal função do ensino, buscadas nas teorias. Enfim, a teoria vygotskyana sugere pensar o desenvolvimento cognitivo dos alunos, considerando-o retrospectivamente para através da mediação, oportunizá-lo a construir prospectivamente.

Faremos uma análise, em função da importância fundamental dos conhecimentos prévios e seus registros no processo E/A para estabelecer conexões entre as teorias. Os conhecimentos prévios, segundo Ausubel (1976) são aspectos relevantes da estrutura cognitiva, onde as novas informações são ancoradas e denomina de conceitos subsunçores ou somente de subsunçores e a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação se ancora em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Ausubel (1976) indica que o armazenamento das informações no cérebro humano, altamente organizado, ocorre de forma hierarquizada, onde os elementos específicos de conhecimentos são ligados e mais facilmente assimilados se ancorados a conceitos mais gerais, mais inclusos. Assim a estrutura cognitiva é uma estrutura hierárquica de conceitos, ideias, concepções que são as abstrações da experiência do aprendiz (do ser que aprende).

A estrutura cognitiva hierarquizada é um conceito fundamental da teoria de Ausubel (1976) para explicar a aprendizagem e a retenção de conhecimentos. E por hipótese uma estrutura piramidal, hierarquicamente organizada. Coloca a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa como princípios básicos da teoria de assimilação cognitiva. A aprendizagem escolar deve ser baseada em ideias mais gerais, porque o

aluno normalmente tem algum conhecimento geral sobre o assunto e a partir disso avançar para as mais específicas. Implica também, que é mais fácil aprender a partir do geral para o particular.

Ausubel (1976) discorda da teoria de Robert Cagné, em relação à aprendizagem de conceitos. Enquanto Ausubel sugere a organização por diferenciação progressiva, Cagné (1975) postula que a aprendizagem é maior por reconciliação integradora, ou seja, quando se vai do domínio de unidades conceituais menores para os mais gerais. Porém Ausubel não descarta que em alguns casos possa ocorrer, de forma específica o contrário.

Segundo Moreira (2005), a influência dos conhecimentos prévios na aprendizagem subsequente é um ponto de convergência entre muitas teorias educacionais:






Destaca-se aí a posição de Ausubel, pois, para ele, “aquilo que o aluno já sabe é o fator isolado que mais influencia a aprendizagem subsequente”. É a presença de ideias, proposições, conceitos, claros, estáveis e diferenciados (isto é, de subsunções) na estrutura cognitiva de quem aprende que se constitui em condição indispensável para a aprendizagem significativa. (MOREIRA, 2005, p.90)

Pesquisas têm investigado a natureza desses conhecimentos prévios e o seu alcance. Entretanto o desafio ainda é relevar estes conhecimentos prévios dos alunos em sala de aula para as aulas de matemática.

Para facilitar a aprendizagem significativa Ausubel (1976) indica o uso de organizadores prévios. Trata-se de um conjunto de ativadores sugeridas antes da introdução do novo assunto e é constituído por conteúdos gerais, familiares ao aluno, da experiência do aprendiz e formulados num nível mais elevado de abstração. A sua função é atualizar um quadro de referência onde o aluno integrará a nova informação que lhe será fornecida. Os organizadores prévios são uma espécie de ponte (pode ser uma pergunta, uma imagem, a lembrança de um evento, etc.) entre o que o aluno já sabe e a nova informação. O resultado da interação, que ocorre entre o novo material e a estrutura cognitiva já existente, é a assimilação dos significados velhos e novos, dando origem a uma estrutura mais altamente diferenciada.

Vejamos o modelo a seguir:

QUADRO 1 – Negociação de significados e a construção do conhecimento.

a Interação A 		Resulta em a' A' 	Dissociação a'  A' 	Obliteração A' 
Novo Conhecimento	Conhecimento Prévio	Produto Interacional	Fase da Retenção	Subsuncor Modificado

Fonte: adaptado de Moreira (2008).

Segundo Moreira (2008), a negociação de significados é essencial para o processo E/A significativo. Descreve a aprendizagem significativa conforme mostrado no Quadro 1:

O novo conhecimento **a**, potencialmente significativo, interage com o conceito subsunçor **A** e passa a ser **a'** (adquirindo significado para o aprendiz) ao mesmo tempo em que **A** passa a ser **A'** (adquirindo novos significados). Segue-se, então, uma fase de retenção e outra de obliteração cujo resultado final é o subsunçor modificado (a aprendizagem significativa de **a** é obliterada, mas fica contida residualmente em **A'**). (MOREIRA, 2008, p.11, grifos do autor)

A interação cognitiva deve ser mediada socialmente e o processo E/A entre professor e alunos e também com o uso de novas tecnologias.

Como exemplo, podemos ver o conceito de triângulo retângulo (**a**), será potencialmente significativo se o aprendiz já tiver um conceito ou ideias prévias de triângulos (**A**), como figura geométrica plana de três lados e três ângulos internos. Teremos resultado da interação a assimilação (**a'A'**) onde o triângulo retângulo é um caso particular com um ângulo de 90°. Portanto, triângulo retângulo = **a**, adquire o significado de **a'**. O conceito de triângulos = **A** torna-se **A'** uma ideia ou conceito mais elaborado, modificado ou ampliado que inclui também o conceito triângulo retângulo. Na fase da retenção ocorre uma dissociação entre os novos significados de triângulo retângulo **a'** e os conhecimentos prévios modificados de triângulos **A'**. No final do processo da aprendizagem significativa, ocorre a obliteração em que o conceito de triângulo retângulo **a** fica incorporado no conceito modificado de triângulo (**A'**).

Neste processo, ao contrário da aprendizagem *mecânica* a informação chega ao aprendiz por construção ou descoberta e organizado internamente e ou representado pelo aprendiz, mediado pelo professor, ao contrário da aprendizagem por recepção onde a informação é apresentada pelo professor na sua forma final.

É importante destacar que a negociação e construção de conhecimentos nem sempre é tranquila entre os conhecimentos prévios e a construção do novo. A interação pode ser conflitante, tendo em vista que o conhecimento prévio foi construído historicamente pela experiência do aprendiz, resistem a certas mudanças e mesmo em aceitar uma alteração ou mesmo troca destes e dificultam o processo de E/A.

Este conflito de conceitos ocorre muitas vezes porque foram construídos historicamente pela humanidade ou pelo aprendiz. Com exemplo geral citamos o geocentrismo, o heliocentrismo, dentre outros. Da mesma forma, na matemática a nossa experiência indica que o aluno reluta e tem dificuldade em aceitar certas “verdades”, como exemplo de que o quadrado é um retângulo. Isto também pode ocorrer, porque os nossos sentidos, numa primeira observação, podem enganar, como por exemplo, a posição de duas figuras geométricas idênticas, parecendo diferentes ou vice-versa.

São ideias, concepções alternativas e esquemas dotados de coerência interna, resistentes a mudanças, segundo Kummer (1987, p.34) “[...] as concepções alternativas são, para o aprendiz, sensatas e úteis, obedecem a uma lógica interna, mas às vezes, cientificamente não corretas”.

Além disso, perduram além do processo E/A formal, ou seja, o ensino de certos conceitos não tem impacto sobre concepções alternativas fundamentais. O exemplo é que certos alunos usam conceitos científicos na escola e fora da escola usam conceitos alternativo. Pode-se citar o uso de algoritmos formais da escola e fora dela o aluno usa os seus próprios, para resolver os problemas, investigado por Carraher e Schliemann (1993).

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA (TRRS)

Raymond Duval (2009), psicólogo e filósofo, no seu trabalho, destaca o caráter central das representações semióticas. Descreve a aprendizagem da matemática como sendo um campo fértil de estudos das atividades cognitivas do aprendiz como a formação de conceitos, o raciocínio, a resolução de problemas e a compreensão de textos. Destaca que na aprendizagem, as atividades cognitivas relacionadas, estão ligadas ao uso de sistemas de expressões e representações como a linguagem natural, os sistemas de escrita de números, de expressões algébricas, de notações simbólicas formais, de figuras geométricas, de gráficos, diagramas, dentre outras. Defende que as representações mentais se relacionam com as representações semióticas. Pois não há noêsis sem semiose, indica que a apreensão conceitual de um objeto matemático depende da produção e da coordenação de diferentes representações semióticas.

Duval (2009, p.14) defende que “[...] não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação”.

Os objetos matemáticos não podem ser confundidos com suas representações porque estes podem ter representações muito diferentes.

Raymond Duval (2009, p.29) indica que “[...] não há conhecimento que não possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação”. E essa representação pode ser de três formas diferentes, mental, interna ou computacional relacionada a uma codificação e a representação semiótica. A última foi desenvolvida “[...] no quadro dos trabalhos sobre aquisição de conhecimentos matemáticos e sobre os problemas consideráveis que sua aprendizagem origina” (DUVAL, 2009, p.32).

As especificidades das representações semióticas na matemática, a sua linguagem específica, o uso de signos e sistemas de representações próprios e a possibilidade de converter uma em outra, pode dar significados diferentes para o aprendiz.

A diversidade de possibilidades de registros, a conversão de um em outro, ao mesmo tempo pode ser um complicador para a aprendizagem, porque pode ter significações

diferentes pelo aprendiz. Entende-se, no entanto, que é um potencial maior para a sua compreensão.

Duval (2009) classifica dois diferentes tipos de representação: a oposição consciente/não consciente e a oposição interna/externa. A passagem do não consciente para o consciente ocorre um processo de descoberta e é intencional: “Este caráter intencional das representações conscientes é essencial de um ponto de vista cognitivo. Porque ele permite tomar conta fundamental da significação [...] Pois é através da significação que ocorre a apreensão perceptiva ou conceitual de um objeto” (DUVAL, 2009, p.41).

Em relação à significação das representações Duval (2009, p.41) completa: “A significação é a condição necessária de objetivação para o sujeito, isto é, da possibilidade de tomar consciência”.

A oposição entre representação externa/interna, Duval (2009) descreve que as externas são as representações semióticas. Enquanto que as internas são individuais ao sujeito e não expressadas ou comunicadas ao outro. Uma representação interna pode ser consciente ou não e uma representação consciente pode ou não, ser exteriorizada.

As relações entre as representações semióticas e mentais, quanto à natureza destas relações segundo Duval (2009), constitui um dos grandes problemas da psicologia e a complexidade de estabelecer correspondência direta entre as duas.

As representações mentais permitem descrever objetos mesmo na ausência de todo o significante perceptível chamadas de imagens mentais. A produção destas depende de processos cognitivos, segundo Duval (2009), semelhantes aos que estão em jogo na percepção.

Enquanto que os processos de representações semióticas são: “[...] submetida ao respeito de regras ‘sintáticas’ de formação e de tratamento de unidades significantes” (DUVAL, 2009, p.49).

Duval (2009) descreve dois tipos de tratamentos intencionais fundamentais da aprendizagem e para o desenvolvimento cognitivo: os tratamentos quase-instantâneos e tratamentos intencionais.

Os tratamentos quase-instantâneos dão uma visão imediata do objeto, com suas informações e significações. E estas estão ligadas a experiência vivida do aprendiz. Enquanto que os tratamentos intencionais: “[...] são aqueles que tomam ao menos o tempo de um controle consciente para ser efetuado que se apoiam exclusivamente sobre os dados provisoriamente remarcados, numa percepção furtiva do objeto” (DUVAL, 2009, p.52). Entende-se que todas as atividades cognitivas se fundamentam na complementaridade desses dois tipos de tratamentos.

Os processos cognitivos idiossincráticos e seu desempenho variam entre os sujeitos dependendo da quantidade e qualidade das experiências vividas. Duval (2009, p.52) descreve que: “O conjunto de tratamentos dos quais um sujeito dispõe determina o nível e o horizonte epistêmico para a aplicação de tratamentos intencionais [...] Não haveria

construção hierárquica de conhecimentos possível sem o aumento dos tratamentos quase-instantâneos”.

A aprendizagem significativa passa por este processo, dos conhecimentos prévios, porém é necessário que estes passem por uma fase de tratamentos intencionais. Conceitos importantes para a ancoragem das teorias de Ausubel e Duval.

Considerar as concepções prévias dos aprendizes nas três fases das operações cognitivas pode ser importante para uma aprendizagem significativa. Segundo Duval (2009), a compreensão da matemática se torna significativa, no momento em que o aprendiz dispõe no mínimo de dois registros de representação diferentes para um mesmo objeto e a capacidade de articulá-los de forma natural. Além disso, quanto maior for o número de registros existentes, maiores são as possibilidades de significado.

Duval (2011), em seus estudos sobre a aprendizagem da matemática escreve:

Para que os alunos possam realmente compreender matemática, ou para que a matemática contribua para a formação intelectual e geral deles, que vá além de uma aprendizagem tecnológica de procedimentos executados à mão ou com máquinas, é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas. (DUVAL, 2011, p.9)

A compreensão da matemática pelos aprendizes e para que esta seja significativa, precisa ser abordada com outras metodologias e não somente com exercícios repetitivos e ou resolvidos de forma mecânica, como ainda hoje ocorre na maioria das nossas aulas.

Ainda, segundo Duval (2001, p.49), a operação cognitiva fundamental em matemática consiste em “[...] colocar em correspondência as unidades de sentido próprias de cada representação é a condição cognitiva para poder reconhecer um objeto em suas diferentes representações”. No entanto, operação matemática não pode ser confundida com a operação cognitiva, segundo Duval (2011, p.51) “[...] dizem respeito aos elementos dos conteúdos respectivos de duas representações semióticas”.

A importância das representações semióticas, as transformações possíveis são essenciais para a compreensão da representação e dar significado às mesmas. No processo E/A é necessário dar importância à operação cognitiva e a representação semiótica, porém isso não ocorre nas escolas, segundo Moretti e Hillesheim (2013, p.121) “[...] não damos a devida importância ao paradoxo cognitivo do pensamento matemático devido ao fato de estarmos mais atentos às representações mentais do que às representações semióticas”.

Os processos de E/A em geral e da matemática em particular devem contemplar as três operações cognitivas de formação, tratamento e conversão. Assim: “Sem negligenciar a operação de tratamento, é a conversão que mais contribui para a aprendizagem da matemática, ou seja, o ensino da matemática, na concepção de Duval, deve priorizar a coordenação de registros de sistemas semióticos diferentes” (MORETTI; THIEL, 2012, p.385).

Os “n” registros e a capacidade de passar de um para o outro, fundamentam a ideia do processo de E/A da matemática.

CONEXÕES ENTRE AS TEORIAS DE AUSUBEL E DUVAL

A princípio, destacamos alguns pontos gerais em comum das teorias, onde há concordância que a aprendizagem é uma construção e não uma transferência de conhecimentos. Portanto, Ausubel, assim como Duval, consideram os alunos como agentes ativos de sua própria aprendizagem.

Ambos expõem a necessidade de estudar a gênese dos processos mentais e como estes são construídos e representados. No entanto, Ausubel enfatiza mais os processos mentais e construções idiossincráticas e os conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, suas experiências vividas para a ancoragem de novos conhecimentos de forma significativa. Duval (2009) dá uma atenção especial às representações semióticas e aos tratamentos intencionais, porém também releva a importância dos tratamentos quase-instantâneos que dão significações e informações imediatas ao sujeito. Escreve que: “Intuitivamente, os tratamentos quase instantâneos correspondem a familiaridade ou à experiência resultante de uma longa prática ou de uma competência adquirida em um domínio” (DUVAL, 2009, p.51).

Duval (2009) dá importância fundamental aos tratamentos quase-instantâneos e intencionais. Advoga que: “Toda a atividade cognitiva humana repousa sobre a complementaridade desses dois tipos de tratamento” (DUVAL, 2009, p.52). E quanto mais possibilidades de tratamento quase-instantâneos que o aprendiz possui, maior o nível de tratamentos intencionais, ou seja quanto mais conhecimentos prévios (AUSUBEL, 1976), maior possibilidade de tratamento e representação.

Ausubel (1976), em outra abordagem, descreve a construção do conhecimento, assim como Duval (2009), a interação e complementaridade. Advoga que a construção do novo é um prolongamento do conhecimento anterior. Nesta perspectiva, assim como Duval, distingue dois tipos de abstração na gênese do conhecimento: 1. Abstração primária, pela qual se formam os conceitos prévios, que Duval chama de tratamento quase-instantâneos. Estes conceitos são uma abstração direta da experiência com objetos, acontecimentos ou situações. 2. Abstração secundária é a formação de conceitos mais elaborados, como os conceitos científicos, que Duval denomina de tratamento intencional. Quanto à interação e sua elaboração, estes são entendidos como o produto de uma ancoragem de novas informações nos conceitos prévios.

Segundo Ausubel (1976), a aprendizagem significativa é caracterizada pela existência de conceitos prévios relevantes como uma pré-disposição do aprendiz para estabelecer relações significativas e um material a aprender potencialmente significativo.

Ausubel e Duval, ao dar importância aos conhecimentos prévios e aos tratamentos quase-instantâneos respectivamente aos alunos, para a construção do conhecimento objetivo, relevam a experiência acumulada, o conhecimento do cotidiano, e que estes

são vias para a construção significativa neste processo e dentro de um determinado domínio.

A complexidade da construção de conhecimentos e como estes são estruturados faz emergir a necessidade de mais pontos de vista para o fenômeno. Neste sentido, principalmente a teoria vygotskyana, foi trazida para este trabalho.

Através do conceito de ZDP, podemos aproximar as teorias de Vygotsky (1989), com a teoria de Ausubel e Duval, enquanto que o primeiro indica os conhecimentos potenciais construídos historicamente e que são potencialmente importantes para o processo de E/A, o segundo indica que os conhecimentos prévios, construídos também pela experiência do aprendiz, são relevantes para a aprendizagem significativa, o terceiro denomina estes conhecimentos e conceitos prévios de quase-instantâneos, que necessitam de tratamentos intencionais, e a possibilidade de tomada de consciência para a significação. Esta complexa interiorização/exteriorização e de formação de conceitos estão presentes nas teorias e não podem ser ignoradas no processo de E/A da matemática.

Duval e Ausubel no tangente aos objetos e suas representações, evidências questões fundamentais para o processo E/A. O primeiro escreve que a dificuldade de compreensão pelo aprendiz, consiste em não reconhecer o mesmo objeto em meio a representações diferentes. O segundo, em consonância, indica a dificuldade dos símbolos representar seus referentes, porque estes podem ser totalmente diferentes dos referentes. No processo de ensino e para a aprendizagem significativa, o aprendiz precisa ter clareza destas diferenças.

Como exemplo Duval (2012) escreve:

A distinção entre sentido e referência está estritamente ligada ao princípio de substituição, que é essencial nos procedimentos de cálculo ou dedução: duas expressões, com a mesma referência, podem ser trocadas uma pela outra, em uma frase ou em uma fórmula, sem que o valor da verdade mude. (DUVAL, 2012, p.99)

Os avanços logicistas da matemática privilegiaram o sentido referencial relegando a um segundo plano o sentido associativo interno, isto implica segundo Duval (2012) num problema: a possibilidade cognitiva da substituição entre duas expressões equivalentes. Portanto, na construção objetiva do conhecimento, a substituição, permite o desenvolvimento de demonstrações e cálculos, funcionam no sentido referencial. Mas a construção subjetiva do conhecimento matemático: “[...] a substituição funciona primeiramente em relação ao sentido associativo interno” (DUVAL, 2012, p.99).

Abre as possibilidades da congruência e não congruência semântica de expressões no processo de substituição. Duas expressões podem ter sentido referencial equivalente, mas pode não existir a congruência semântica, isto é um obstáculo para a compreensão segundo Duval (2012) e tem um custo cognitivo elevado no processo E/A.

As dificuldades na aprendizagem da matemática, segundo Duval (2012), estão relacionadas: ao fato de que a equivalência referencial destaca-se da congruência semântica e, no entanto, o funcionamento espontâneo do pensamento segue prioritariamente a congruência semântica.

As conexões entre as duas teorias se evidenciam na busca de equivalência referencial que é dar sentido no pensamento natural, possibilitando a continuidade semântica e a possibilidade de associação e interação entre as expressões a serem substituídas.

Duval (2012) descreve a complexidade das representações e sua compreensão, em função das relações existentes entre as representações mentais, computacionais e semióticas e seu desempenho no raciocínio.

Classifica de diferentes tipos de representação a oposição, consciente/não consciente e oposição externa/interna. A não consciente, ocorre no sujeito sem que ele notasse, de forma ingênua, sem intencionalidade. As representações conscientes segundo Duval (2012, p.41) “[...] são aquelas que apresentam este caráter intencional, e que completam uma função de objetivação. Este caráter intencional das representações conscientes é essencial de um ponto de vista cognitivo”.

A intencionalidade e objetivação permite perceber a importância da significação na apreensão do objeto de forma consciente.

A oposição externa/interna é a observação direta, visível e observável pelo sujeito. As representações internas são aquelas, internas do sujeito que não são comunicadas a outros sujeitos. As representações externas são as representações semióticas e são acessíveis a outros sujeitos, preenchem a função de comunicação e as funções cognitivas de objetivação, assim como as conscientes e que também é fundamental a função de tratamento.

Segundo Duval (2009, p.45): “Um dos grandes problemas da psicologia concerne à natureza das relações entre representações mentais e representações semióticas”.

Será que há uma continuidade ou equivalência entre ambas? Podem ser tratados da mesma forma? Duval indica a complexidade destas relações e escreve: E a hipótese de uma correspondência direta entre as representações mentais e as representações semióticas e, a fortiori, a de uma subordinação destas àquelas parece pouco fundamentada (DUVAL, 2009).

Indica que pode haver uma diferença muito grande entre os dois tipos de representações. Mas o que é importante é uma diferença fundamental entre ambas é que as representações semióticas apresentam um grau de liberdade, necessário a todo tratamento de informação, que as representações mentais não apresentam.

Da mesma forma Ausubel (1976) coloca o problema da representação e a mediação do significado entre símbolo e representado. Descreve:

A mesma essência de um símbolo representativo consiste em que, embora não se assemelhe de nenhuma maneira a seu referente, significa o mesmo que este depois

de ocorrido o aprendizado de representações [...] Mas o fato de que um símbolo dado produza uma resposta implícita, ou motora, é dizer, uma fração da resposta total que produz o referente, não implica de nenhuma maneira que o símbolo signifique realmente para o indivíduo que reage do modo que o referente mesmo. (AUSUBEL, 1976, p.85)

Significado e símbolo têm conteúdos de consciência diferentes, para a pessoa que conhece. O que para um aprendiz pode ter significado para outro pode ter nenhum, ou bem diferentes.

O aprendiz ainda pode reagir ou responder em relação ao símbolo como se fosse o significado e não apreciar de forma alguma o caráter representativo. Indispensável para o conceito de representação simbólica, sua apreciação, tratamento e o que significa.

Ausubel (1976) ao dar importância à representação simbólica e seu significado e as relações entre estes, assim como Duval ao analisar e dar importância para o sentido e a referência buscam saídas psicológicas e metodológicas para melhorar o processo E/A. A diversidade de análises das representações, são importantes para o avanço das pesquisas na área da construção significativa do conhecimento matemático

Nesta complexa relação de passagem dos conhecimentos prévios dos alunos para os conhecimentos científicos, dos tratamentos quase-instantâneos para os tratamentos intencionais, a sua complementaridade e suas representações, se conectam, de certa forma, as teorias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A tarefa de estabelecer conexões entre teorias, efetivamente não é simplória, mas de certa forma é gratificante, quando se observa a possibilidade de um número muito grande de interações possíveis e também mergulhar sempre mais nesta complexa rede de ligações possíveis, como também no processo de E/A da matemática.

Importante observar o dinâmico e complexo processo de construção do conhecimento em geral e da matemática em particular.

Ambas as teorias (TAS e TRRS) tem concordância, quanto às questões metodológicas, que põem grandes dificuldades ao estudo das representações dos alunos. É muito difícil elaborar instrumentos que permite nos aproximar da realidade complexa, escondida e subjetiva do aprendiz e as suas representações.

O trabalho de buscar conexões entre a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval e inferências da teoria vygotskyana não se esgota neste estudo. O processo dinâmico não nos permite finalizar, muito menos afirmar que chegamos ao limite. Podemos afirmar que é um começo interessante, é mais do que uma tarefa apropriada e damos as boas vindas a quem se interessar neste trabalho, assim como também se expressa Radford (2008).

Os anos de experiência em todos os níveis de ensino, os estudos, os erros e acertos, fizeram abandonar a concepção de ensino da matemática, vista apenas como uma construção e uma elaboração independente do social. A matemática estudada e produzida no mundo da cultura dos matemáticos e ensinada desta forma para os alunos que possuem outro universo cultural, gera uma contradição, dando sentidos diferentes para a matemática e explica de certa forma os problemas de E/A internos/externos da mesma.

A análise dos registros das representações semióticas dos aprendizes, *descobrir* o caminho e a motivação destes registros, relevar os conceitos prévios sobre o assunto, parece-nos como fundamental para melhorar o processo de E/A da matemática.

REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, David Paul. *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo*. Ciudad de México: Trillas, 1976.
- AUSUBEL, David Paul; SULLIVAN, Edmund. *El Desarrollo Infantil: aspectos lingüísticos, cognitivos e físicos*. Barcelona: Paidós, 1970. v.3.
- CAGNÉ, Robert Mills. *Como se realiza a aprendizagem*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1975.
- CARRAHER, Terezinha Nunes; SCHLIEMANN, Ana Lúcia. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1993.
- DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v.7, n.1, p.97-138, 2012.
- _____. *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico aprendizagens intelectuais*. São Paulo: Livraria Física, 2009.
- _____. *Ver e ensinar Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. São Paulo: PROEM, 2011.
- KUMMER, Tarcísio. *Um caminho para a Matemática: do cotidiano para o escolar*. Campinas: Unicamp, 1997. 139p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.
- MOREIRA, Marco Antônio. *Aprendizagem significativa crítica*. Porto Alegre: Moraes, 2005.
- _____. Negociação de significados e aprendizagem significativa. *Ensino, Saúde e Ambiente*, São Paulo, v.1, n.2, p.2-13, 2008.
- MORETTI, Mércles Tadeo; HILLESHEIM, Selma Felisbino. Alguns aspectos da noção da congruência semântica presentes no ensino dos números inteiros relativos. *Espaço Pedagógico*, Passo Fundo, v.20, n.1, p.119-135, 2013.
- MORETTI, Mércles Tadeo; THIEL, Afrâncio Australgésilo. O ensino de Matemática Hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v.7, n.2, p.379-396, 2012.
- RADFORD, Luis. Connecting Theories in Mathematics Education: Challenges and possibilities. *ZDM Mathematics Education*, Dordrecht, v.40, n.2, p.317-327, 2008.
- VYGOTSKY, Lev Semenovitch. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1989.