Curiosidades Matemáticas

Fábio Kruse·

1 - Introdução

A falta de motivação e interesse dos alunos pela Matemática é um dos principais problemas que fazem com que o rendimento escolar nessa disciplina seja desastroso nos três níveis de ensino. Isto ocorre porque, na grande maioria das vezes, as aulas são monótonas, sem relações com o cotidiano do aluno nem com outras áreas do conhecimento, e nada desafiadoras. Conforme Dante (1991), "um dos principais objetivos do ensino da Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações problemas que o envolvem, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las."

Há vários anos tenho desenvolvido atividades em sala de aula com o objetivo de mostrar aos alunos que a disciplina de Matemática é uma ciência repleta de maravilhas e curiosidades que nos ajudam a observar e entender melhor o mundo no qual vivemos. Além disso, é interessante fazer com que o aluno descubra que a Matemática fez, faz e sempre fará parte da vida de todas as civilizações, uma vez que praticamente tudo o que tocamos ou vemos está relacionado, de uma forma ou de outra, com ela.

Para tentar mudar este quadro de marasmo e desânimo freqüente nas aulas, resolvi trazer atividades que despertassem o interesse dos alunos, tais como mágicas, brincadeiras e curiosidades que envolvessem o conteúdo de Matemática. Esses momentos tornaram-se especiais para os alunos e eram aguardados com grande expectativa. Cada vez que tínhamos dois períodos conjugados (algo em torno de 1 hora e 40 minutos), fazíamos alguma atividade diferente daquelas que os alunos estavam acostumados. Era o que chamávamos de "recreio Matemático". Porém, a idéia não era apenas descontrair a aula mas mostrar aos alunos inúmeras relações na qual a Matemática estava

Fábio Kruse – é Mestre em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e professor do Curso de Matemática da Universidade Luterana do Brasil- ULBRA e do Centro Universitário FEEVALE.

inserida. Fazíamos adivinhações, mágicas e, em cada brincadeira, verificávamos como e por que funcionava a atividade e, para tanto, conhecimentos Matemáticos eram utilizados para justificar à curiosidade desenvolvida.

Apresento a seguir duas das atividades desenvolvidas com os alunos e como podemos aproveitar a curiosidade para retomarmos conteúdos já trabalhados.

2 - Quadrados Mágicos

Os quadrados mágicos já eram usados pelos chineses há muito tempo atrás como diversão e passatempo. Chama-se de quadrado mágico de ordem n aquele que é formado por números naturais consecutivos de 1 a n^2 , de modo que em todas a linhas, colunas e diagnonais se tenha a nesna soma, chamada de constante mágica.

Exemplo:

8	**1**	**6**
3	**5**	**7**
4	**9**	**2**

QQuadrado mágico de 3ª ordem
CConstante mágica = 15

Primeiramente, precisávamos saber como obter o quadrado mágico, ou seja, descobrir a regra de formação do mesmo. Para construir um quadrado mágico de módulo ímpar, ou seja, com um número ímpar de quadradinhos em cada linha, podemos proceder da seguinte maneira:

- Iniciamos com o número 1 colocado no centro (meio) da 1ª linha, ou seja:

	1	

- O movimento a ser feito para chegarmos à próxima casa, onde será escrito o próximo número, é sempre o mesmo: uma casa para cima e uma para a direita. Com esse movimento poderá acontecer o seguinte:

a. cair fora do quadrado mágico, ou seja, no prolongamento de uma linha ou coluna. Nesse caso, escrevemos o número na extremidade oposta da linha ou coluna. Isso irá acontecer com os números 2, 3, 8 e 9. Vamos escrever os números 2 e 3 !

	1	
3		
		2

Como o nº 2 caiu no prolongamento da 3ª coluna, escrevemo-lo na extremidade oposta dessa coluna.

O nº 3 caiu fora do quadrado, no prolongamento da 2ª linha; logo, deve ser escrito na extremidade oposto dessa linha.

b. cair sobre uma casa já ocupada.

	1	
3		
4		2

Nesse caso volta-se ao último nº escrito e escrevemos o próximo nº abaixo dele. Isso acontecerá com o nº 4. Vejamos:

O nº 4 deveria ser colocado na casa onde se encontra o nº 1. Como já está ocupada, volta-se à casa do nº 3 e escreve-se o nº 4 abaixo dele.

c. cair no prolongamento da diagonal. Nesse caso, a regra é a mesma do item b, ou seja, volta-se ao último nº escrito e escreve-se o próximo nº abaixo dele. Isso acontecerá com o número 7.

Concluindo as regras, vamos completar o quadrado mágico.

- Com os números 5 e 6 não haverá problema algum, ou seja, a casa estará vazia.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

- O número 7 caiu no prolongamento da diagonal. Logo, volta-se ao número 6 e escreve-se o número 7 abaixo dele.
- O número 8 caiu no prolongamento da 1ª linha; logo, deve ser escrito na extremidade oposta dessa linha.
- O número 9 caiu no prolongamento da 2ª coluna; logo, deve ser escrito na extrmidade oposta dessa coluna.

Essa regra vale, mas não é única, para construção de quadrados mágicos de módulo ímpar, ou seja, com um número ímpar de casas em cada linha. Tente construir os quadrados mágicos de módulo 5 e módulo 7. Confira com os quadrados abaixo.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Constante mágica = 65

30	**39**	**48**	**1**	**10**	**19**	**28**
38	**47**	**7**	**9**	**18**	**27**	**29**
46	**6**	**8**	**17**	**26**	**35**	**37**
5	**14**	**16**	**25**	**34**	**36**	**45**
13	**15**	**24**	**33**	**42**	**44**	**4**
21	**23**	**32**	**41**	**43**	**3**	**12**
22	**31**	**40**	**49**	**2**	**11**	**20**

Constante mágica (soma de cada linha, coluna e diagonal) = 175

Agora os alunos devem observar os quadrados e escrever todas as propriedades constatadas. Os alunos provavelmente concluirão que:

- O último número a ser colocado sempre cai na metade da última linha;
- Para saber qual o número que irá no centro do quadrado mágico, basta fazer a média aritmética entre o primeiro e o último número colocado;
- Uma das diagonais e constituída por números consecutivos, ou seja, uma progressão aritmética de razão unitária;
- Para saber qual a soma dos números de uma linha, coluna ou diagonal, basta multiplicar o número que está no centro do quadrado mágico pelo número de casas que ele tem em uma linha, ou seja, pela ordem do quadrado.

Exemplo: 13 x 5 = 65 ; 25 x 7 = 175

- A coluna central forma uma progressão aritmética cuja razão é o número de linhas + 1, ou seja, a ordem do quadrado **n**, mais 1 (r = n + 1).

Exemplos:

Quadrado mágico módulo 3 : P.A (1, 5, 9) razão = 3 + 1 $\Rightarrow$ r = 4

Quadrado mágico módulo 5 : P.A (1, 7, 13, 19, 25) razão = 5 + 1 $\Rightarrow$ r = 6

Quadrado mágico módulo 7 : P.A (1, 9, 17, 25, 33, 41, 49) razão = 7 + 1 $\Rightarrow$ r = 8

- A soma dos números que estão nos 4 cantos do quadrado mágico é igual ao quádruplo do número que está no centro (número central).
- A média dos números que estão nas extremidades de cada diagonal resulta no número que está no centro do quadrado mágico.
- Na linha e na coluna centrais, bem como nas diagonais, a soma dos extremos é igual à soma dos números eqüidistantes dos extremos e igual ao dobro do número central.

Após estas e, possivelmente, outras observações, pergunta-se aos alunos:

2.1 Se um quadrado mágico tem ordem ímpar n, como obter o termo central ?

Resposta: $\dfrac{1+n^2}{2}$

Observe que 1 é o 1º termo da P.A e n^2, o último.

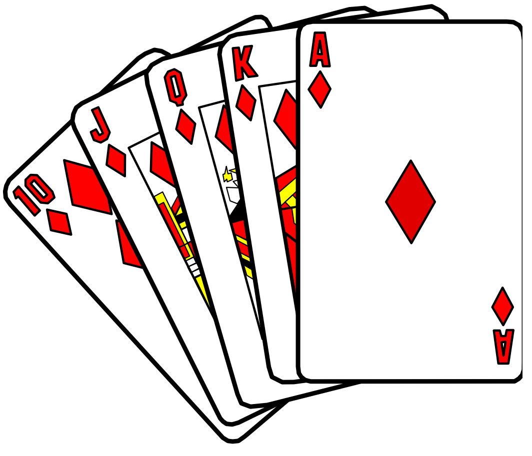
2.2 Como achar a constante mágica de um quadrado mágico de ordem ímpar n ?

Resposta: $\dfrac{(1+n^2).n}{2}$

Compare a resposta acima com a soma dos termos de uma progressão aritmética:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

3 - Descoberta da Carta Escondida



Esta é uma brincadeira que pode ser feita com todos os alunos da turma. Pegue um baralho e peça para que cada aluno retire uma carta do mesmo. Em seguida, escreva no quadro a seguinte convenção:

						Val.	Da.	Rei	Ás
Carta:	2	3	4	9	10	11	12	13	14

Valor do naipe:

Paus:	1
Copas:	2
Ouros:	3
Espadas:	4

O professor dará as seguintes instruções aos alunos:

- Multiplicar por 2 o valor da carta
- Somar 3 ao resultado
- Multiplicar a soma obtida por 5
- Somar o valor do naipe da carta

Para descobrir a carta do aluno, o professor pedirá a ele o resultado final obtido e subtrairá 15 unidades. O algarismo das unidades indicará o naipe da carta e o(s) algarismo(s) anteriores revelarão o valor da carta.

Exemplo: Carta selecionada pelo aluno: dama de ouros

Seguindo as instruções, temos:

valor da carta: 12 valor do naipe: 3

- 12 . 2 = 24
- 24 + 3 = 27
- 27 . 5 = 135
- 135 + 3 = 138 $\rightarrow$ resultado final

Subtraindo 15 unidades, obtemos:

1 3 8
- 1 5
12 3 $\rightarrow$ 3 : valor do naipe
$\downarrow$
12 : valor da carta

A álgebra nos demonstra o motivo pelo qual precisamos subtrair 15 unidades para chegarmos à carta selecionada pelo aluno (valor e naipe). Consideremos a seguinte convenção:

Valor da carta : a
Valor do naipe : b
Seguindo as instruções, obtemos:

2a
2a + 3
5.(2a + 3) = 10a + 15
10a + b + 15

Subtraindo 15 unidades do resultado anterior, obtemos: 10a + b = ab , onde b indica o valor do naipe e a o valor da carta.

Perguntas:

3.1 É possível que um aluno chegue ao resultado 74? Por quê ?

3.2 Qual a carta de um aluno que obteve como resultado 137 ?

3.3 Se a carta de um aluno for um 8 de

ouros, qual será o resultado obtido por ele?

Para finalizar, pode-se observar que muitos alunos começaram a ter uma postura diferente frente à Matemática, gostando das aulas, dedicando-se mais, mostrando um maior interesse, levando para dentro de casa as brincadeiras feitas em sala de aula e, felizmente, melhorando seus rendimentos.

4 - Referências

CHEMALE, E. H. e KRUSE, F. *Curiosidades Matemáticas*. Novo Hamburgo: Feevale, 1999.

DANTE, L. R. Algumas reflexões sobre educação matemática. *Temas & Debates* - SBEM, nº 3, p.43-50 , 1991.

IMENES, L. M. *Vivendo a matemática: brincando com números*. São Paulo: Scipione, 1987.

GARDNER, M. *Entertaining mathematical puzzles*. New York: Dover, 1996.

CLARKE, B. *Puzzles for pleasure*. Cambridge: Cambridge University, 1994.

TAHAN, M. *Matemática divertida e curiosa*. 6ª ed. Rio de Janeiro: Record, 1995.