

# **O ensino de Matemática e a educação profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos**

## ***Mathematics teaching and professional education: the applicability of complex numbers in the analysis of electric circuits***

Sílvia Quintino de Mello  
Renato Pires dos Santos

### **RESUMO**

---

*O presente trabalho teve como objetivo principal investigar a aplicabilidade dos números complexos como estratégia de ensino na análise de circuitos elétricos em corrente alternada. Embora tradicionalmente os circuitos sejam abordados pela análise fasorial, esta é limitada na resolução de circuitos mais elaborados.*

*A investigação ocorreu em todos os cursos técnicos de nível médio do Estado do Rio Grande do Sul, onde é ensinada a disciplina de Eletricidade. Foi feito um levantamento do perfil demográfico-profissional dos docentes, da metodologia adotada, seus sucessos e fracassos, bem como de sua percepção da viabilidade da implantação da análise complexa em circuitos elétricos de corrente alternada. Simultaneamente, fizemos um experimento utilizando a análise complexa como estratégia de ensino alternativo para circuitos mais complexos. Tais atividades foram aplicadas em duas turmas experimentais enquanto uma turma de controle trabalhou com a análise fasorial convencional. Ao fim do experimento, os professores das turmas experimentais foram entrevistados acerca de suas percepções sobre a aprendizagem dos alunos.*

*Verificou-se que a análise complexa é mais usada pelos professores que possuem maior titulação, ao contrário da análise fasorial, adotada por professores que não trilharam um caminho acadêmico mais extenso.*

---

Sílvia Quintino de Mello é Vice-Diretor do Centro Tecnológico e Escola Técnica Monteiro Lobato de Taquara, Taquara (RS), e mestrando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (ULBRA). E-mail: silviodemello@tca.com.br

Renato Pires dos Santos é Professor do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (ULBRA). E-mail: renato@reniza.com

Como conclusão, aparentemente, os caminhos da educação matemática passam muito mais por uma formação técnica e pedagógica dos docentes do que a mera criação de metodologias específicas.

**Palavras-chave:** educação profissional, eletricidade, circuitos elétricos, análise complexa, análise fasorial, aprendizagem significativa.

## ABSTRACT

---

*This work aimed to investigate the applicability of the complex numbers as a teaching strategy in the analysis of alternating current electric circuits. Although traditionally the phasorial analyses is used here, it is limited in the resolution of more elaborated circuits.*

*The investigation occurred in all technical courses of medium level of the Rio Grande do Sul State where the Electricity discipline is taught. A research was made intending to identify the demographic-professional profile of the teachers, their adopted methodology, successes and failures as well as their vision on the viability of implanting the complex analysis of the electric circuits in alternating current. Simultaneously we made an experiment using the complex analysis, as an alternative teaching strategy for more complex circuits. Such activities were applied to two experimental groups while a control group worked the conventional phasorial analysis. At the end of the experiment the teachers from the experimental groups were interviewed concerning their perceptions of the student's learning.*

*It was verified that the complex analysis is more used by the teachers with higher degrees, while phasorial analysis is preferred by the teachers who have not gone through a more extensive academic study.*

*As a conclusion, it seems that the mathematical education is more a matter of theoretical and pedagogic graduation of the teachers than the mere creation of specific methodologies.*

**Key words:** professional education, electricity, electric circuits, complex analysis, fasorial analysis, significant learning.

## 1 Introdução

A educação matemática fornece suporte ao ensino de diversas outras disciplinas. Dessa maneira, ela é trabalhada, muitas vezes, por profissionais de outras áreas, sem que haja um preparo pedagógico específico para tal. Assim, estratégias equivocadas de ensino acabam por formar alunos com muitas deficiências nos conceitos matemáticos.

O ensino de Eletricidade nos Cursos Técnicos de nível médio é um dos casos clássicos do uso da matemática por outras disciplinas. A maneira tradicional de analisar circuitos elétricos é pela análise fasorial, ou seja, pela representação gráfica dos fasores de tensão e de corrente que são funções senoidais (vide p. ex. BURIAN JR, 1982; EDMINISTER, 1991; BOILESTAD, 2001). Aplicando as leis da trigonometria, podemos verificar o comportamento da tensão e

da corrente nos diferentes circuitos em CA. No entanto, esse tipo de análise na resolução de circuitos mais elaborados é difícil, abstrata e limitada.

Este trabalho teve, portanto, como objetivo, avaliar a aplicabilidade de números complexos como estratégia de ensino na análise de circuitos elétricos em corrente alternada, colocando essa abordagem alternativa de análise à disposição do Técnico em Eletrotécnica, Mecatrônica, Eletromecânica, Telecomunicações, Automação Industrial e Eletrônica, facilitando a compreensão de circuitos mais complexos e promovendo a articulação de diferentes práticas pedagógicas, visando a uma perspectiva interdisciplinar.

Embora a análise complexa dos circuitos elétricos em Corrente Alternada seja um campo bastante específico de aplicação do ensino de matemática, acreditamos estar colaborando para minimizar as dificulda-

des sofridas pelos aprendizes de Eletricidade, bem como para a redução dos elevados índices de repetência e evasão escolar.

## 2 Metodologia

A metodologia implicou na distribuição de questionários a todos os professores de 32<sup>1</sup> escolas localizadas em 25 municípios do Estado do Rio Grande do Sul que possuem cursos profissionalizantes de nível médio em que ocorre a disciplina de Eletricidade que trata da análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada (CA), visando descobrir o perfil demográfico-profissional dos docentes de Eletricidade, identificar as metodologias utilizadas, os sucessos e fracassos obtidos com o uso dessas metodologias, bem como investigar a possibilidade de implantação da análise complexa.

A análise desses questionários permitiu traçar um perfil do professor de Eletricidade, incluindo sua formação, tempo de experiência, área de atuação, conhecimentos prévios, percepções sobre a aprendizagem dos alunos e, mais especialmente, a metodologia de ensino utilizada.

Após esse estudo inicial, optamos por realizar um experimento prático e comparativo entre o emprego da análise fatorial e da complexa na resolução de circuitos elétricos em CA na Escola Técnica Estadual Monteiro Lobato, em Taquara – RS. Nessa instituição, estabelecemos três grupos: dois experimentais e um de controle. O grupo de controle não sofreu qualquer interven-

ção do pesquisador. Os dois grupos experimentais tiveram seus professores orientados por nós para que utilizassem a metodologia de análise complexa com seus alunos. No percurso do processo de aprendizagem dos alunos, foram aplicados dois instrumentos de avaliação para os grupos experimentais e de controle. Além dos dados obtidos com o desempenho dos alunos, entrevistamos os dois professores envolvidos com os grupos experimentais da pesquisa acerca de suas percepções sobre a aprendizagem de seus alunos.

As principais técnicas utilizadas foram tabelas de frequência simples e cruzadas, o teste qui-quadrado, o teste t-student para médias e o teste não-paramétrico de Spearman. O banco de dados foi estruturado no Microsoft excel e a análise foi realizada no pacote estatístico SPSS 10.0.

## 3 Análise dos dados coletados

### 3.1 Do perfil do professor de Eletricidade

O tempo de serviço dos docentes é bastante variado, conforme se vê na Tabela 1 abaixo. A média é de 9,15<sup>2</sup> anos de exercício do magistério. Os extremos variam entre 1 ano até 33 anos de experiência. A grande maioria (89,18%) tem seu tempo de atuação apenas na Educação Profissional.

Tabela 1 – Distribuição entre o tempo de atuação e o exercício da profissão

EXERCÍCIO	TEMPO DE ATUAÇÃO DOS PROFESSORES				PROFESSORES
	Mínimo	Médio	Máximo	Desvio Padrão	
<b>Cursos de Formação Geral</b>	1,00	9,15	33,00	7,287	74
<b>Cursos Técnicos</b>	1,00	8,31	33,00	6,063	74

<sup>1</sup> Das 32 Escolas onde ocorre a disciplina de Eletricidade, apenas 4 instituições não responderam ao instrumento de investigação.

<sup>2</sup> Desvio Padrão igual 7,287.

Sobre os cursos em que os professores lecionam, observa-se a seguinte distribuição: 40,5% em cursos de Eletrotécnica, 24,3% de Eletrônica, 9,5% de Eletromecânica, 8,1% de Mecatrônica, 4,1% de Eletrônica e Mecatrônica, 2,7% de Eletrônica e Eletrotécnica, e 10,8% em outros cursos.

Quanto à formação, verificou-se uma parcela considerável de professores não habilitados, atuando na Educação Profissional, talvez pela falta de formação docente: 36,5% com Pós-Graduação, 29,7% com Graduação concluída, 25,7% com Graduação em curso e, surpreendentemente, 8,1% com Ensino Médio apenas.

Quanto à distribuição dos professores de acordo com a esfera de manutenção

da instituição, observou-se o Governo Estadual como principal mantenedor da Educação Profissional, com 58,1%, o Governo Federal com 8,1%, a iniciativa privada com 32,4% e outras fontes com 1,4%. Isso se deve, provavelmente, ao fato de que o Ensino Profissionalizante é parte do processo integral de formação dos trabalhadores e, portanto, deve ser compreendido como uma política pública e estratégica.

Ao investigarmos a relação entre a mantenedora das escolas e a formação dos professores, através do teste qui-quadrado, conforme Tabela 2 abaixo, verificamos que os professores mais titulados estão nas instituições privadas e públicas federais ( $p < 0,001$ ).

Tabela 2 – Relação entre a mantenedora e a formação do professor

FORMAÇÃO	MANTENEDORA				PROFESSORES
	Federal	Estadual	Particular	Outra	
Ensino Médio	0 0,0 %	6 14,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	6 8,1 %
Graduação em Curso	0 0,0 %	18 41,9 %	1 4,2 %	0 0,0 %	19 25,7 %
Graduação Concluída	1 16,7 %	12 27,9 %	8 33,3 %	1 100,0 %	22 29,7 %
Pós-Graduação	5 83,3 %	7 16,3 %	15 62,5 %	0 0,0 %	27 36,5 %
TOTAL	6 100,0 %	43 100,0 %	24 100,0 %	1 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

Dentre os entrevistados, a grande maioria se constituem de homens, em torno de 93,2%. As mulheres, por sua vez, representam uma parcela bem menos significativa, de apenas 6,8%, dos professores de Eletricidade.

Em relação ao sexo e à formação, 40% das mulheres estão cursando a graduação, 40% possui a graduação concluída e os restantes 20% têm pós-graduação. Dentre os homens, 8,7 % têm apenas o Ensino Médio; 24,6% estão com a graduação em andamento; 29% têm a graduação concluída e 37,7% tem pós-graduação.

No instrumento de pesquisa verifica-se que os entrevistados dizem que 50% das escolas não estão preocupadas com a formação continuada e 50% estão. Essa desconsideração dos educandários em relação à formação de seus professores repercute em problemas de um despreparo pedagógico iminente e que poderá ser observado através das análises de dados posteriores.

Ao se investigar, mais profundamente, esta questão, podemos verificar que há uma relação direta entre a esfera de manutenção e a oferta de cursos de formação continuada, conforme Tabela 3 abaixo.

Tabela 3 – Relação entre a mantenedora e a oferta de cursos de formação continuada

FORMAÇÃO	MANTENEDORA				PROFESSORES
	Federal	Estadual	Particular	Outra	
SIM	2 33,3%	12 27,9%	22 91,7%	1 100,0%	37 50%
NÃO	4 66,7%	31 72,1%	2 8,3%	0 0,0%	37 50%
TOTAL	6 100,0 %	43 100,0 %	24 100,0 %	1 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

Observando com atenção os dados da Tabela 3 acima, percebe-se que a maioria das escolas da rede pública (estadual e federal) não apresenta programas de formação *a posteriori* para seus professores. Dos entrevistados da rede pública, 71,4% alega não haver a disponibilidade de cursos de atualização. Já na rede privada, 91,7% dos professores indicam a oferta de cursos de formação oferecidos pelas instituições na qual trabalham.

### 3.2 Da metodologia de ensino empregada

Nas respostas para a questão “Qual a metodologia aplicada para a resolução de circuitos em CA?” 38 entrevistados dizem utilizar a análise fasorial, o que corresponde a 51,4% do universo pesquisado; 24 entrevistados (32,4%) dizem utilizar várias metodologias para a resolução dos circuitos de corrente alternada; 10 entrevistados (13,5%) dizem utilizar a análise complexa e outros 2 entrevista-

dos (2,7%) dizem utilizar simulações em softwares. Verifica-se, assim, que os dados coletados apontam a análise fasorial como a metodologia mais utilizada pelos professores na resolução de circuitos elétricos.

Na verdade, analisar circuitos RLC mistos, na ótica dos fasores, significa envolver conhecimentos matemáticos mais elaborados, enquanto que os números complexos apontam soluções mais simples.

Cruzando os dados entre a formação e a metodologia empregada, através do teste qui-quadrado, resulta em um valor de  $p$  menor que 0,001, o que indica uma relação fortemente significativa entre essas duas variáveis. Observando os dados da Tabela 4 abaixo podemos notar que os professores que utilizam a análise complexa na resolução de circuitos em corrente alternada são os que possuem pós-graduação.. A quase totalidade dos professores que possuem apenas o ensino médio (83,3%) valem-se da análise fasorial.

Tabela 4 – Relação entre a formação do professor e a metodologia empregada

METODOLOGIA	FORMAÇÃO				PROFESSORES
	Ensino Médio	Graduação em Curso	Graduação Concluída	Pós-Graduação	
Análise Fasorial	5 83,3 %	14 73,7 %	10 45,5 %	9 33,3 %	38 51,4 %
Análise Complexa	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	10 37,0 %	10 13,5 %
Simulações	0 0,0 %	0 0,0 %	1 4,5 %	1 3,7 %	2 2,7 %
Várias	1 16,7 %	5 26,3 %	11 50,0 %	7 25,9 %	24 32,4 %
TOTAL	6 100,0 %	19 100,0 %	22 100,0 %	27 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

Ao se perguntar sobre a possibilidade de relacionar o fasor resultante de um circuito RLC e o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente com o módulo e o argumento de um número complexo da forma  $z=a+bi$  as respostas obtidas foram de 93,2% para sim e 6,8% para não.

Esse dado é extremamente significativo, pois demonstra que os professores compreendem, em sua grande maioria, a utilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos. No entanto, uma comparação com a tabela anterior, que indica a não utilização da análise complexa por uma fatia considerável do número dos professores, permite inferir que lhes falta o conhecimento pedagógico e metodológico de sua aplicação prática ao ensino, seja por desconhecimento do professor ou, ao que se arriscaria supor, a problemas nos cursos de formação docente.

### 3.3 Quanto à aprendizagem do aluno

Durante a montagem do instrumento de coleta de dados esteve sempre presente o referencial teórico da teoria de David Ausubel pois este (AUSUBEL, 1976) afirma que, caso se pudesse isolar o fator mais importante para a aprendizagem seria o conhecimento prévio, aquilo que o aluno já sabe. Procurou-se, então, investigar as percepções dos professores acerca do conhecimento prévio de seus alunos e que são indispensáveis para a compreensão dos circuitos em corrente alternada.

Quanto ao nível de entendimento dos alunos obteve-se uma média de 3,44<sup>3</sup> (em escala ordinal Likert), conforme Tabela 5 abaixo, o que indica que os professores acreditam em um entendimento mediano por parte dos alunos.

Tabela 5 – Estatísticas descritivas para questões expressas em escala ordinal Likert

			Média		
Importância da Indução Eletromagnética	Não Importante	1	4,31	5	Muito Importante
Relação entre Tensão e Corrente	Difícil	1	4,24	5	Fácil
Conceitos Capacitância/ Indução Eletromagnética	Nunca	1	4,16	5	Sempre
Ensinar as operações básicas com n <sup>os</sup> complexos	Impossível	1	4,29	5	Possível
Capacitor defasando Tensão e Corrente no circuito RL	Pouco claro	1	3,66	5	Muito claro
Conceito de Ressonância nos circuitos RLC	Nunca	1	3,43	5	Sempre
Nível de entendimento dos alunos em circuitos de CA	Baixo	1	3,44	5	Alto

Para a pergunta “A análise e resolução do circuito RLC misto é de fácil entendimento para o aluno?” 74,3% dos entrevistados dizem que não, de forma que apenas 25,7% acreditam que sim. Para a pergunta “A relação entre tensão/intensidade de corrente num circuito puramente resistivo é de fácil assimilação pelos alunos?” As respostas foram dadas em uma escala Likert variante entre 1 (difícil) e 5 (fácil) tendo-se como resposta mínima 3 e máxima 5; a média obtida foi de 4,24<sup>4</sup> (Tabela 6), o que parece evidenciar que os alunos têm relativa facilidade na compreensão da relação entre tensão e corrente. Ao perguntar-se, “Para o alu-

no, o conceito de capacitor e a alteração que provocará na defasagem da tensão e da corrente, quando intercalado em um circuito RL, está claro?” as respostas também foram feitas em uma escala Likert variante entre 1 e 5, sendo 1 a extremidade referente a pouco claro e 5 a extremidade referente a muito claro. As respostas giraram entre 2 e 5, com uma média de 3,66<sup>5</sup>. Para a pergunta “O aluno tem idéia de que a bobina num circuito indutivo interfere na potência dissi-

<sup>3</sup> Desvio Padrão = 0,86.

<sup>4</sup> Desvio Padrão = 0,74.

<sup>5</sup> Desvio Padrão = 0,88.

pada pelo circuito?” As respostas indicam que 78,4% dos entrevistados acreditam que seus alunos tenham compreensão sobre a relação entre a bobina e a potência. Esses dados permitem supor que uma parcela considerável dos estudantes possui conhecimentos prévios sobre o assunto abordado e que podem servir como ancoradouros de novos conhecimentos, por exemplo, a análise complexa.

No entanto, há mais relações que se possa imaginar. Valendo-se do teste não-paramétrico de Spearman é possível obter a íntima relação entre esses múltiplos conceitos que envolvem os conhecimentos

prévios dos alunos. Essa relação que os dados evidenciam mostra a profundidade da teoria de David Ausubel (1980) ao falar da estrutura cognitiva como uma rede de conceitos interligados e fortemente entrelaçados. Vê-se, por exemplo, que a relação entre intensidade de corrente e tensão é diretamente proporcional à compreensão de vários conceitos, tais como capacitância, indução eletromagnética e outros.

Ao cruzar as informações entre o que os professores acham do nível de entendimento de seus alunos e a metodologia que empregam, obtém-se os seguintes resultados (Tabela 6):

Tabela 6 – Metodologia empregada x entendimento dos alunos

NÍVEL DE ENTENDIMENTO	METODOLOGIA				PROFESSORES
	Fasorial	Complexa	Simulações	Várias	
1- Pouco	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,00 %	0 0,00 %
2	7 18,4 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,00 %	7 9,5 %
3	21 53,3 %	2 20,0 %	2 100,0 %	13 54,2 %	38 51,4 %
4	9 23,7 %	0 0,0 %	0 0,0 %	9 37,5 %	18 24,3 %
5 - Muito	1 2,6 %	8 80,0 %	0 0,0 %	2 8,3 %	11 14,9 %
TOTAL	38 100,0 %	10 100,0 %	2 100,0 %	24 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

Ao analisar a Tabela 6 acima se pode inferir ( $p < 0,001$ ) que os professores que utilizam simulações com software acreditam que seus alunos tenham um entendimento em torno de 3, o que representa o ponto médio da escala de observação. Os professores que utilizam a análise complexa tendem a acreditar que seus alunos têm um nível de entendimento muito elevado, 80% dos entrevistados que utilizam análise complexa responderam o máximo da Escala Likert para o nível de entendimento dos alunos. As demais metodologias não apresentam um padrão de resposta em relação ao nível de entendimento de seus alunos, sendo que as respostas se distribuem de forma dispersa ao longo da Escala Likert, com uma tendência ao nível 3, que é o ponto médio da tabela.

### 3.4 Quanto à possibilidade de ensinar números complexos

Além dos conhecimentos prévios inerentes aos circuitos de corrente alternada, é importante descobrir o que os docentes pensam acerca do aprendizado de seus alunos, especificamente em relação aos números complexos. Ao serem inquiridos sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos para o entendimento da análise complexa, os professores respondem não terem estudado (13,5%), não terem entendido números complexos (17,3%), não terem tido noção de aplicabilidade de número complexos no momento em que estudaram (41,9%), mais de uma das opções acima (24,3%) e outras (2,7%).

Na verdade esses dados reforçam a afirmação feita anteriormente, de que o ensino

de matemática se dá em função dele mesmo, sem qualquer contextualização. Esses processos de ensino equivocados, onde a aprendizagem ocorre de forma mecanizada, não geram conhecimentos prévios para que uma nova informação encontre neles ancoragem para uma aprendizagem significativa. Isso se justifica pelo alto percentual dos professores que apontam o maior entrave para os alunos não entenderem a análise complexa como sendo a falta de entendimento de números complexos e, principalmente, não terem percebido sua aplicabilidade quando estudaram.

Ao cruzar os dados referentes a essa questão com as respostas dadas sobre a possibilidade de ensinar noções e operações básicas com números complexos (Tabela 7), percebe-se que os professores constatam a menor possibilidade (2 na escala de 1 a 5) naqueles que se enquadram na categoria de *não ter estudado números complexos, não ter noção de aplicabilidade* ou *várias* ( $p < 0,05$ ). Como a média obtida para a possibilidade ensinar números complexos foi de 4,29, verificamos que as dificuldades apresentadas pelos alunos não são impeditivo de seu uso.

Tabela 7 – Dificuldade na análise complexa x Possibilidade de ensinar números

POSSIBILIDADE DE ENSINAR N <sup>OS</sup> COMPLEXOS	DIFICULDADES NA ANÁLISE COMPLEXA					TOTAL
	Não ter estudado números complexos	Não ter entendido números complexos	Não ter noção da aplicabilidade dos números complexos	Outras	Várias	
1-Impossível	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
2	5 50,0 %	0 0,0 %	2 6,5 %	0 0,0 %	1 5,6 %	8 10,8 %
3	1 10,0 %	3 23,1 %	3 9,7 %	1 50,0 %	2 11,1 %	10 13,5 %
4	0 0,0 %	1 7,7 %	5 16,1 %	0 0,0 %	2 11,1 %	8 10,8 %
5-Possível	4 40,0 %	9 69,2 %	21 67,7 %	1 50,0 %	13 72,2 %	48 64,9 %
TOTAL	10 100,0 %	16 100,0 %	31 100,0 %	2 100,0 %	18 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

No instrumento de pesquisa houve duas questões abertas que permitiram aos entrevistados dissertar sobre a aplicabilidade prática dos números complexos em corrente alternada e sobre as principais dificuldades dos alunos na compreensão de circuitos mistos. O padrão de resposta aponta para uma maioria absoluta que indica a falta de conhecimentos matemáticos (trigonometria, gráficos, vetores e outros) como principal obstáculo para a aprendizagem dos circuitos em corrente alternada. Essa inquietação dos docentes vem ao encontro do conceito-chave do referencial teórico deste estudo, que é o conhecimento

prévio dos alunos. Nas questões anteriores verificou-se que os conhecimentos relativos aos circuitos em corrente alternada tais como capacitor, indução eletromagnética, bobina, ressonância, não apresentam maiores dificuldades pelos alunos. Dessa maneira, tende-se a apontar como maior dificuldade para o uso de números complexos na resolução de circuitos mistos em corrente alternada às deficiências de conhecimentos matemáticos e que são consideradas como pré-requisitos aos estudantes da disciplina de Eletricidade.

Por fim, ao se perguntar para os docentes qual a possibilidade de se ensinar os nú-

meros complexos para sua possível utilização na resolução dos circuitos em corrente alternada, as repostas foram dadas em escala

Likert, com extremidades em 1 (impossível) e 5 (possível). As respostas variam entre 2 e 5 apresentando uma média de 4,29 (Tabela 8).

Tabela 8 – Metodologia x Possibilidade de ensinar números complexos

METODOLOGIA	POSSIBILIDADE DE ENSINAR OPERAÇÕES BÁSICAS COM N <sup>OS</sup> COMPLEXOS		
	n	Média	Desvio-padrão
Análise Fasorial	38	4,05	1,16
Análise Complexa	10	4,80	0,63
Simulações em Softwares	2	4,50	0,71
Várias	24	4,45	1,02
TOTAL	74	4,29	1,07

Ao cruzar-se os dados referentes a essa questão e às respostas dadas quanto à metodologia utilizada (Tabela 9), verificou-se que os professores que se valem da análise

fasorial são os que consideram mais difícil o ensino dos números complexos, enquanto que os que já utilizam a análise complexa têm suas repostas entre 4 e 5 ( $p < 0,001$ ).

Tabela 9 – Formação x Possibilidade de ensinar números complexos

ENSINAR AS OPERAÇÕES BÁSICAS COM COMPLEXOS	FORMAÇÃO				TOTAL
	Ensino Médio	Graduação em Curso	Graduação Concluída	Pós-Graduação	
1-Impossível	0 0,0 %	0 0,00%	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
2	4 66,7 %	1 5,3 %	2 9,1 %	1 3,7 %	8 10,8 %
3	2 33,3 %	1 5,3 %	5 22,7 %	2 7,4 %	10 13,5 %
4	0 0,0 %	5 26,3 %	2 9,1 %	1 3,7 %	8 10,8 %
5-Possível	0 0,0 %	12 63,2 %	13 59,1 %	23 85,2 %	48 64,9 %
TOTAL	6 100,0 %	19 100,0 %	22 100,0 %	27 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

Da mesma forma os professores que possuem apenas o ensino médio como formação respondem, em sua grande maioria, entre 2 e 3, aproximando-se muito da impossibilidade de se ensinar os números complexos. Verifica-se também que 85,2% dos professores que possuem pós-graduação respondem que é perfeitamente possível<sup>6</sup> ensinar os números complexos.

Analisando os dados acima expostos, percebe-se que os professores acreditam na possibilidade de resolução dos circuitos em corrente alternada através de números complexos mesmo quando os alunos não apresentam os pré-requisitos matemáticos necessários. As respostas negativas parecem surgir dos sujeitos que não têm sua formação concluída ou dos que apresentam déficit em sua aprendizagem matemática ( $p < 0,001$ ).

<sup>6</sup> 5 na escala Likert.

### 3.5 Investigação junto às turmas experimentais e de controle

A análise de dados da avaliação se deu através de um estudo comparativo. Para essa comparação foram utilizados 3 grupos: duas turmas experimentais e uma turma de controle. Essas turmas configuraram-se por serem grupos de alunos que estudam Eletricidade no segundo semestre dos Cursos de Eletrotécnica e Eletrônica da Escola Técnica Estadual Monteiro Lobato. A turma de controle era composta por seis alunos, enquanto que a turma experimental A, era composta por nove e a turma experimental B, por quatro alunos.

O procedimento adotado foi o seguinte: na turma de controle não houve qualquer intervenção, sugestão, opinião ou atuação do pesquisador, estando o professor trabalhando de forma totalmente livre e rotineira. As duas turmas experimentais tiveram seus professores orientados a proceder com a resolução de circuitos elétricos em corrente alternada através da análise complexa. Fora essa orientação, não houve maior intervenção.

Ao final de um primeiro período, aproximadamente, pela metade do curso da disciplina, os alunos das turmas experimentais e de controle foram submetidos a uma avaliação escrita sobre circuitos simples. O segundo instrumento, que foi aplicado ao final da disciplina, tratava de um circuito misto também em corrente alternada.

Analisando os grupos experimentais e de controle, perceberam-se divergências bastante significativas. Para a primeira prova a turma experimental A obteve notas que variaram entre 77,0 e 100,00. A média do grupo foi de 91,7<sup>7</sup> (Tabela 13). Quanto ao modo de resolução, 44% dos estudantes utilizaram a análise complexa e 55,6% mesclaram conceitos da análise complexa juntamente com pressupostos da análise

fasorial. Nenhum estudante resolveu o problema proposto valendo-se apenas da análise fasorial.

Tabela 13 – Rendimento da turma experimental A

ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa/Fasorial	100,0	APTO
2	Complexa/Fasorial	100,0	APTO
3	Complexa	77,0	APTO
4	Complexa	85,0	APTO
5	Complexa	85,0	APTO
6	Complexa/Fasorial	92,0	APTO
7	Complexa	96,0	APTO
8	Complexa/Fasorial	98,0	APTO
9	Complexa/Fasorial	92,0	APTO

Para a turma experimental B, a nota da primeira avaliação variou entre 73,0 e 100,0, tendo como média geral do grupo 88,5<sup>8</sup> (Tabela 14). Todos os estudantes utilizaram-se, em parte, da análise fasorial e, em parte, da análise complexa na resolução de seus circuitos.

Tabela 14 – Rendimento da turma experimental B

ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa/Fasorial	96,0	APTO
2	Complexa/Fasorial	85,0	APTO
3	Complexa/Fasorial	73,0	APTO
4	Complexa/Fasorial	100,0	APTO

O grupo de controle utilizou-se apenas da análise fasorial para a resolução da avaliação, pois não foram submetidos às intervenções e tiveram como instrução apenas a que normalmente é conferida pelo professor de Eletricidade. As notas giraram entre um mínimo de 8,0 e um máximo de 85,0. A média geral da turma foi de 51,5<sup>9</sup> (Tabela 15).

Tabela 15 – Rendimento da turma de controle

ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Fasorial	54,0	NÃO APTO
2	Fasorial	85,0	APTO
3	Fasorial	8,0	NÃO APTO
4	Fasorial	85,0	APTO
5	Fasorial	69,0	APTO
6	Fasorial	8,0	NÃO APTO

<sup>7</sup> Desvio padrão = 7,92

<sup>8</sup> Desvio padrão = 12,12.

<sup>9</sup> Desvio padrão = 35,61.

Fazendo uso do teste t de Student não emparelhado obtém-se a indicação de que as variâncias de médias entre o Grupo Experimental A e o Grupo Controle (índice = 0,001).e entre o Grupo Experimental B e o Grupo Controle (0,05) não permitem que se assumam as variâncias das

médias em sua comparação (Tabela 16). Esse descompromisso com a variância das médias em um teste t de Student não emparelhado indica que os grupos comparados possuem afastamentos que não permitem que se compare as suas variações internas.

Tabela 16 – Teste t de Student entre os grupos experimentais e de controle

GRUPO	n	MÉDIA	DESVIO	t	VALOR DE p	RELAÇÃO
Experimental A	9	91,7	7,92	2,71	0,039	significativa
Controle	6	51,5	35,61			
Experimental B	4	88,5	12,12	1,97	0,054	significativa
Controle	6	51,5	35,61			
Experimental A	9	91,7	7,92	0,57	0,581	não significativa
Experimental B	6	88,7	12,12			

O parâmetro do teste entre o Grupo Experimental A e o Grupo Controle fica em 0,039 e entre o Grupo Experimental B e o Grupo Controle ficam em 0,054, indicando que as médias não apresentam um padrão de aproximação e estão fortemente distantes. Já, ao compararmos as duas turmas experimentais vemos que o valor do parâmetro (0,261) demonstra que o teste assume as variações internas de médias. O parâmetro do teste não emparelhado entre as turmas experimentais chega a 0,581, o que demonstra forte ligação entre as médias e corrobora a hipótese de que as turmas experimentais desenvolveram-se de forma homogênea, podendo serem assim comparadas ao grupo controle.

Na segunda avaliação, o grupo experimental A obteve notas que variaram entre 77,0 e 100,0 e uma média geral de 91,7<sup>10</sup> (Tabela 17).

Tabela 17 – Rendimento da turma experimental A

ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa	92,0	APTO
2	Complexa	95,0	APTO
3	Complexa	89,0	APTO
4	Complexa	90,0	APTO
5	Complexa	92,0	APTO
6	Complexa	95,0	APTO
7	Complexa	100,0	APTO
8	Complexa	95,0	APTO
9	Complexa	77,0	APTO

<sup>10</sup> Desvio padrão = 6,40.

O grupo B alcançou notas entre 88,0 e 98,0, com um média geral de 93,5<sup>11</sup> (Tabela 18).

Tabela 18 – Rendimento da turma experimental B

ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa	95,0	APTO
2	Complexa	98,0	APTO
3	Complexa	93,0	APTO
4	Complexa	88,0	APTO

Já o grupo de controle teve como média mínima 13,0 e máxima 93,0. A média da turma foi de 56,50 (Tabela 19). O desvio padrão obtido (33,02) demonstra a discrepância entre as diferentes notas obtidas pelos alunos pertencentes a esse grupo, não estabelecendo assim um padrão típico de aprendizagem.

Tabela 19 – Rendimento da turma de controle

ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Fasorial	60,0	APTO
2	Fasorial	93,0	APTO
3	Fasorial	27,0	NÃO APTO
4	Fasorial	93,0	APTO
5	Fasorial	53,0	NÃO APTO
6	Fasorial	13,0	NÃO APTO

No segundo instrumento de avaliação, percebe-se uma diferença ainda mais

<sup>11</sup> Desvio padrão = 4,20.

acentuada entre os grupos experimentais e de controle<sup>12</sup>. Os dois grupos experimentais utilizaram somente a análise complexa para a resolução do circuito, não ocorrendo mais a situação de que em alguns momentos os estudantes ainda recorriam à análise fasorial. Os alunos do grupo controle utilizaram, mais uma vez, somente a análise fasorial.

O teste t de Student não emparelhado indica que os grupos experimentais A e B não podem ter suas variações internas de médias assumidas na comparação com o grupo controle, pois as médias afastam-se em demasia (Tabela 20). Já entre os grupos experimentais, mais fortemente do que no primeiro instrumento, as turmas tem suas variações de médias assumidas para o cálculo do coeficiente, pois se aproximam. O valor de 0,614 do parâmetro do teste não emparelhado indica uma forte relação entre os grupos de média.

Tabela 20 – Teste t-student entre os grupos experimentais e de controle

GRUPO	n	MÉDIA	DESVIO	t	VALOR DE p	RELAÇÃO
Experimental A	9	91,7	6,46	3,36	0,039	significativa
Controle	6	51,5	35,6			
Experimental B	4	93,5	4,20	2,30	0,034	significativa
Controle	6	51,5	35,61			
Experimental A	9	91,7	6,40	0,52	0,614	não significativa
Experimental B	6	93,5	4,20			

Pode-se supor que a preferência unânime pela análise complexa dentro do grupo experimental se deva ao próprio grau de dificuldade do circuito. No primeiro instrumento de avaliação, os circuitos eram associações série e paralela – com um grau de dificuldade baixo se comparado ao segundo instrumento – permitindo que sua resolução ocorresse através da análise fasorial.

<sup>12</sup> Surpreende ao próprio pesquisador a diferença abismal entre os grupos de controle e experimental. É com felicidade que se percebe a corroboração das hipóteses, embora não se esperasse tanta diferença.

Já no segundo instrumento, no qual a dificuldade aumenta por se tratar de circuitos mistos, a análise fasorial torna-se quase que inviável para a solução do problema por um estudante de nível médio, pois envolve conceitos vetoriais e trigonométricos bastante complicados e que exigem conhecimentos prévios matemáticos que normalmente os alunos da Educação Profissional não possuem. Dessa forma, a análise complexa transforma-se numa alternativa viável e de fácil entendimento para os estudantes de análise de circuitos. Na comparação dos grupos, através do teste t-student não emparelhado verificasse que os grupos experimentais mantêm um padrão em ambos os instrumentos e destoam completamente do grupo controle, apresentando um desempenho consideravelmente superior.

### 3.6 Entrevistas com os professores das turmas experimentais

A entrevista com os professores das turmas experimentais foi realizada de forma aberta e estruturada.

Para a pergunta sobre quais as principais dificuldades que se evidenciam em seus alunos durante o aprendizado de circuitos em corrente alternada, surgem categorias de resposta como a falta de conhecimentos prévios em matemática e o domínio conceitual das grandezas elétricas. O entrevistado A diz “falta de domínio da matemática, especialmente, trigonometria e cálculo vetorial, como ferramenta essencial nesse tipo de análise, pois sabemos que fasores geradores de sinais elétricos são vetores cujas operações devem ser facilmente assimiladas.”

Ao perguntarmos sobre a assimilação, por parte dos alunos, da defasagem entre corrente e tensão quando são associados elementos nos circuitos elétricos em corrente alternada, as categorias de resposta giram em torno de fácil ou lenta. A facilidade se justifica por conhecerem as leis de Ohm e Kirchhoff e a categoria lenta se justifica na fala do entrevistado B, que diz “A

assimilação é um tanto lenta pela dificuldade de relacionar conceitos físicos [...] Deve-se fazer uma retomada das operações vetoriais para que o aluno possa entender a defasagem entre tensão e corrente”.

Perguntamos diretamente ao professor se a análise fasorial se mostrava como suficiente para a resolução de circuitos elétricos em corrente alternada. As respostas foram unânimes em dizer que para os circuitos simples não há problema no emprego da análise fasorial. No entanto, nos circuitos mistos a análise fasorial torna-se praticamente descartada, conforme diz um de nossos entrevistados: “para resolver circuitos mistos onde ocorre defasamento tanto de tensão quanto de corrente, a análise fasorial torna-se impraticável pela dificuldade que o aluno tem de construir o diagrama fasorial e determinar a resultante onde o sistema vetorial não obedece às relações trigonométricas do triângulo retângulo.”

Perguntamos, ainda, aos professores, como eles consideram a aprendizagem de seus alunos após terem passado por essa experiência de resolução através da análise complexa. Os padrões de respostas remetem a um processo tranquilo e a um êxito na aprendizagem, que, segundo os entrevistados, pode ser verificado nas avaliações. Complementando essa pergunta, inquirimos os entrevistados sobre como preparar os alunos para trabalhar com os circuitos mistos quando estiverem inseridos no mercado de trabalho. As respostas foram surpreendentes, pois os professores declararam que não trabalhavam a análise de circuitos mistos porque não conseguiram resolvê-los através da análise fasorial.

Para concluir, perguntamos aos professores sobre a validade de se instaurar uma reforma curricular que contemple a abordagem complexa para análise de circuitos elétricos em corrente alternada. As respostas foram positivas, todavia, os entrevistados chamam atenção pela dificuldade dos próprios professores em alterar sua metodologia

de trabalho e o baixo conhecimento que possuem da aplicabilidade dos números complexos. Os entrevistados acreditam que essas dificuldades dos professores pode promover uma resistência em adotar a análise complexa. Um entrevistado diz: “Confesso que a princípio fui resistente à proposta do professor pesquisador, talvez pelo fato de ter de me preparar bastante para desempenhar bem a função de mediador nesse processo de aprendizagem. Acho que nós, professores, somos muito resistentes às mudanças, mas temos que ser ousados e inovar na nossa missão de educadores.”

## 4 Conclusões

A problemática levantada neste trabalho não representa apenas uma questão de pesquisa, mas uma inquietação por nós compartilhada: Por que não se trabalham os números complexos no ensino de circuitos elétricos em Corrente Alternada nas escolas técnicas de nível médio?

Por parte dos alunos, percebemos que os problemas que os professores identificam na aprendizagem dos estudantes, e que são apresentados como justificativas para a não utilização da metodologia complexa, são oriundos de uma aprendizagem descontextualizada e não-significativa, que não é capaz de estabelecer conexões com outros conceitos ou mesmo servir de ancoradouro para novas aprendizagens.

Por outro lado, a possibilidade de se ensinar os números complexos quando os alunos chegam sem essa condição, nos revela um quadro triste, pois os professores que apontam essa impossibilidade são aqueles que justamente possuem apenas o ensino médio como formação. Esse dado, em conjunto com a facilidade apresentada pelos professores pós-graduados, permite-nos chegar à conclusão de que essa impossibilidade dos alunos, reside, de fato, no despreparo do professor, seja pela deficiência em sua formação pedagógica ou

mesmo técnica, em um sistema no qual a Matemática é trabalhada da maneira que eles mesmos apontam.

Acrescido a isso, verifica-se que a análise complexa é maciçamente trabalhada pelos professores que possuem maior titulação. São esses os profissionais que também trabalham com a análise fasorial nos circuitos mais simples, refutando-a nos circuitos mais elaborados. A relação direta entre os vários fatores que envolvem a aprendizagem dos alunos e a formação dos professores, evidencia o quanto é importante o aperfeiçoamento constante. No entanto, tal relevância não é uma preocupação das escolas da rede pública, já que, muito diferentemente das escolas privadas, estas não apresentam uma preocupação efetiva com a formação dos professores.

Quanto à compreensão dos alunos através da análise complexa, o estudo comparativo parece não deixar dúvidas. Os alunos que trabalham com a análise fasorial não têm uma estrutura cognitiva capaz de dar conta de um cálculo matemático que extrapola as análises baseadas no triângulo retângulo. A análise fasorial exige um conhecimento matemático prévio bastante elaborado e difícil. Daí surge uma contradição: apesar de os professores identificarem a falta de conhecimentos prévios como o principal problema para o ensino dos circuitos em Corrente Alternada, praticam uma metodologia que, justamente, exige uma fundamentação matemática maior. Corrobora-se a isso a situação de que os professores alegam que os estudantes que trabalharam com os números complexos não têm

noção de sua aplicabilidade, mas professam um ensino que tem por pedra filosofal a reprodução mecânica de cálculos matemáticos, repercutindo na continuidade de um ensino tradicional e empirista.

Essas contradições nos permitem concluir que a falta de reflexão dos professores sobre o conteúdo com o qual trabalham é fator determinante para que a análise complexa sofra pesada resistência no que diz respeito ao fato de ser adotada como metodologia de resolução de circuitos elétricos em Corrente Alternada. Assim, aponta-se que os caminhos da Educação Matemática na educação básica passam muito mais por uma atualização técnica e pedagógica dos professores em serviço do que a criação de metodologias específicas, pois essas se mostram viáveis, amplamente possíveis de aplicação e bastante estruturadas, carecendo apenas de que os professores possam usufruir os benefícios que elas podem proporcionar.

## Referências

- AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AUSUBEL, David P. *Psicologia Educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trilhas, 1976.
- BOILESTAD, Robert L. *Introdução à Análise de Circuitos*. 8.ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2001.
- BURIAN JR, Yaro. *Circuitos Elétricos*. Rio de Janeiro: Almeida Neves Editores LTDA, 1982.
- EDMINISTER, Joseph A. *Circuitos Elétricos*. 2 ed. São Paulo: Makron McGraw-Hill, 1991.