

# Avaliação em Matemática no Ensino Médio: uma análise de estratégias equivocadas de estudantes

Rosângela de Souza Jorge Ando  
Nielce Meneguelo Lobo da Costa

## RESUMO

Neste artigo, apresentamos resultados parciais de uma pesquisa de doutorado em andamento cujo foco está na análise dos estudos sobre avaliação de um grupo de professores de Matemática. Discutimos estratégias equivocadas de alunos identificadas na resolução de questões de funções do Exame Nacional do Ensino Médio. O referencial teórico, no tocante à avaliação, vem dos estudos de Haydt, Luckesi e Perrenoud; quanto à análise de erros, baseamo-nos em Cury, Esteban e em Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar. A metodologia é do tipo investigação-ação, com caráter cogenerativo, desenvolvida em duas fases: pesquisa documental e de campo. A coleta dos dados utilizou questionário de entrada; entrevistas semiestruturadas; gravações em vídeo e áudio, protocolos de atividades dos professores do grupo e arquivos digitais. A análise interpretativa dos dados, baseada em categorias, identificou no episódio analisado cinco tipos de estratégias equivocadas nas resoluções dos alunos. Concluímos que a análise feita pelos docentes os auxiliou a identificar lacunas no processo de aprendizagem dos estudantes, particularmente com relação à interpretação e análise de informações sobre funções apresentadas em gráfico e tabela.

**Palavras-chave:** Funções. Avaliação Diagnóstica. Erros. ENEM.

## High School Mathematics Assessment: An analysis of students' misguided strategies

### ABSTRACT

In this paper, we present preliminary outcomes of a doctoral research in progress focused on analysis of studies on assessment from a group of mathematics teachers. We discuss students' misguided strategies identified in solving functions questions of the *Exame Nacional do Ensino Médio*. The theoretical framework comes from Haydt, Luckesi and Perrenoud's studies on evaluation and from Cury, Esteban, and on Movshovitz-Hadar, Zaslavsky and Inbar's studies on error analysis. The methodology is action-research, using co-generative characteristics, with the following phases: documentary and field research. Data collection has used input questionnaire; interviews; video and audio recordings, teachers' activities protocols and digital files. The interpretative analysis,

---

**Rosângela de Souza Jorge Ando** é Mestre em Educação Matemática. Atualmente, é doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN. Endereço para correspondência: Rua Dr. Valentim Bouças, 389 - Vila Mazzei - 02315-010 São Paulo, SP.  
E-mail: rosangela.ando@gmail.com

**Nielce Meneguelo Lobo da Costa** é Doutora em Educação: Currículo. Atualmente, é professora do ensino superior na Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN, Campus Pirituba, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Rua Sampaio Viana, 238, apto. 92 - Paraíso - 04004-000 São Paulo, SP.  
E-mail: nielce.lobo@gmail.com

Recebido para publicação em 05/07/2016. Aceito, após revisão, em 30/08/2016.

Acta Scientiae	Canoas	v.18	n.3	p.597-620	set./dez. 2016
----------------	--------	------	-----	-----------	----------------

done by categories, identified in the analyzed episode five types of students' misguided resolutions strategies. We have concluded that the analysis done by the teachers of students' errors or misguided strategies helped them to identify gaps in their learning process, particularly with regards to the interpretation and analysis of functions information presented on graphs and tables.

**Keywords:** Functions. Diagnostic Evaluation. Errors. ENEM.

## INTRODUÇÃO

A Avaliação no campo educacional é primordial para fornecer devoluções sobre as ações educativas empreendidas, seus efeitos, durabilidade e extensão. A partir dela é possível consolidar procedimentos ou redirecioná-los e corrigir rumos. Para o professor, a avaliação pode ser uma aliada para o acompanhamento da aprendizagem dos alunos, informando-o sobre os conhecimentos já consolidados.

Se entendemos a prática educativa, compartilhando os pressupostos de Zabala (1998), como sendo composta dos momentos anteriores à ação (planejamento), da ação docente (aula) e dos momentos posteriores a ela (avaliação), então concluímos que avaliar é fundamental para fornecer *feedback* que pode levar ao replanejamento e a novas ações, de modo a constituir um ciclo que caracteriza a prática. Na escola, a avaliação feita pelo professor pode auxiliá-lo na compreensão do nível individual de aprendizagem de seus alunos. Entretanto há outra forma de avaliação da aprendizagem que é a em larga escala, ou avaliação externa, na qual os resultados são globais procurando detectar o desempenho de um conjunto de alunos e espelhar o nível atingido pelo sistema educacional. Também essa cumpre seu papel quanto a fornecer dados para a análise das ações educacionais.

Uma das questões fundamentais para a prática é a de se identificar tanto os acertos quanto os tipos de erros e estratégias equivocadas dos alunos. Analisar os erros dos alunos pode subsidiar o professor nas devolutivas que fornece a esses e a adequar a ação docente no sentido de melhor auxiliar o aluno na superação das dificuldades.

Diversos pesquisadores em Educação Matemática, tais como Dalto (2007) e Pereira Filho (2012), têm investigado estratégias/procedimentos de resolução de questões por estudantes, assim como seus erros. Estas pesquisas apontaram que uma das mais significativas dificuldades enfrentadas tem sido a compreensão do enunciado da questão proposta. Para Pereira Filho (2012) uma causa frequente para os erros tem sido identificada como desconhecimento ou interpretação distorcida de definições, de teoremas e/ou inferência lógica inválida. Dalto (2007) identificou que procedimentos aritméticos têm sido usados de maneira recorrente como estratégia de resolução das questões. Ambos sinalizam a necessidade de mais estudos sobre erros e processos avaliativos, o que em nosso entender indica ser pertinente e relevante a presente investigação.

Esse artigo apresenta parte dos resultados de uma pesquisa de doutorado em andamento inserida em um projeto maior do Programa Observatório da Educação da CAPES (Projeto 19366/2012). No âmbito desse Projeto foi constituído um Grupo de estudos sobre avaliação e o objetivo da pesquisa de doutorado é o de identificar características da participação de professores de Matemática no Grupo de estudos para

ampliar o conhecimento profissional docente e impulsionar o desenvolvimento profissional. Assumimos como pressuposto que participar de um grupo de estudos de professores é uma possibilidade formativa e que os processos reflexivos neles desenvolvidos, auxiliam a impulsionar a prática pedagógica.

No caso deste artigo, o foco está na análise de estudos de um Grupo de professores sobre avaliação no campo educacional, em particular de avaliações em Matemática, como, por exemplo, a nível nacional o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e, internacional, o *Programme for International Student Assessment (PISA)*<sup>1</sup>. Quanto ao conteúdo matemático, os estudos desse Grupo de professores centram-se em funções no Ensino Médio. Discutimos neste texto estratégias equivocadas de alunos na resolução de questões sobre funções presentes no ENEM.

Este Exame é uma avaliação em âmbito federal, de responsabilidade do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep, atinge todo o território brasileiro e se destina a alunos com escolaridade no nível do Ensino Médio. O ENEM se propõe a avaliar o desempenho dos estudantes bem como avaliar as escolas, fornecendo *feedback* sobre seus egressos; seus resultados podem ser utilizados para ingresso no Ensino Superior, para certificação equivalente ao Ensino Médio e para financiamentos na continuidade de estudos. Para mais detalhes sobre esse exame nacional, ver Ando e Lobo da Costa (2014).

Iniciado em 1998, com uma proposta de avaliação com questões envolvendo diversas disciplinas do currículo e habilidades perpassando várias competências, o ENEM manteve o caráter interdisciplinar e a estrutura inicial até 2008. Reestruturado a partir de 2009, passou a ter 180 questões divididas igualmente em quatro áreas do conhecimento, dentre as quais Matemática e suas tecnologias, sofrendo modificações nos conteúdos e habilidades avaliadas. Desde então, o ENEM tem questões específicas para avaliar conhecimentos matemáticos.

Na prova de Matemática as 45 questões são elaboradas a partir de uma Matriz de Referência que se estrutura em cinco eixos cognitivos comuns a todas as áreas do conhecimento e sete competências específicas da área, com trinta habilidades nelas distribuídas.

Neste estudo destacamos as competências M4 e M5 da área de Matemática e as correspondentes habilidades, por eixo cognitivo. São habilidades que devem ter sido desenvolvidas pelo aluno ao estudar funções no Ensino Médio e estão avaliadas no ENEM. Essa opção deve-se ao foco dos estudos do Grupo, qual seja o de analisar questões que avaliam o conteúdo de funções, indicadas no quadro a seguir.

---

<sup>1</sup> O PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) é uma avaliação aplicada a estudantes na faixa dos 15 anos. Foi desenvolvido pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e aplicado em diversos países, particularmente os do continente europeu, desde o ano de 2000, com periodicidade trienal. Para mais informações, consulte <http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos>. Acesso em 15 fev. 2013.

QUADRO 1 – Competências M4 e M5 da Matriz de Referência do ENEM.

MATEMÁTICA ENEM Desde 2009	Eixos cognitivos				
	Domínio de linguagens <b>DL</b>	Compreensão de fenômenos <b>CF</b>	Enfrentamento e resolução de situações-problema <b>SP</b>	Capacidade de argumentação <b>CA</b>	Elaboração de propostas <b>EP</b>
<b>M4</b> – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.	<b>H15</b> – Identificar a relação de dependência entre grandezas		<b>H16</b> – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.	<b>H17</b> – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.	<b>H18</b> – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.
<b>M5</b> – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.	<b>H19</b> – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.	<b>H20</b> – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.	<b>H21</b> – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.	<b>H22</b> – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.	<b>H23</b> – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Fonte: adaptado da Matriz de Referência do ENEM –Disponível em <http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas>. Acesso em 10 fev. 2012.

Na competência M4 são avaliadas quatro habilidades e na M5 cinco, distribuídas entre os eixos cognitivos, totalizando nove habilidades.

A seguir apresentamos os aportes teóricos, características da pesquisa e de um episódio, acompanhado de discussão e análise.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A pesquisa sobre avaliação educacional, no recorte que é cerne do artigo, se fundamenta nos estudos de Haydt (2008), Luckesi (1997) e Perrenoud (1999) e nas pesquisas de Cury (2015) e de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) sobre erros.

Partimos do pressuposto, seguindo Haydt (2008), de que *Avaliar* significa interpretar dados (qualitativos e quantitativos) e emitir um julgamento, baseado em critérios previamente estabelecidos ou seja, apreciar algo tendo por base uma escala de valores. Como enfatizam El Hawat e Gil (2015), “é lícito supor que em todo processo de ensino há, em alguma medida e em momentos diversos, ações e apreciações avaliativas, fato é que estas não tiveram sempre a mesma forma nem a mesma significação na

escola” (p.63), ou seja, a interpretação dos dados depende do significado que se atribui à avaliação dos estudantes.

Para Perrenoud (1999) a avaliação deve estar a serviço das aprendizagens sendo um “instrumento privilegiado de uma *regulação* contínua das intervenções e das situações didáticas” (p.14) visando instrumentar o professor no sentido de auxiliar cada estudante a progredir em sua aprendizagem. Este autor nos indica para não nos esquecer de “que a avaliação é sempre muito mais que uma medida. É uma representação, construída por alguém, do valor escolar ou intelectual de outro indivíduo.” (p.57). Isso significa entender que o professor deve utilizar o instrumento prova (ou teste) para avaliar o desenvolvimento cognitivo do estudante e, apoiar-se, nas informações apresentadas pelas respostas obtidas (certas ou erradas), objetivando auxiliar o estudante a prosseguir em seu processo de aprendizagem.

A avaliação é um processo interpretativo e não se restringe a aplicar um instrumento (teste ou prova) e emitir uma nota. Os resultados devem ser interpretados tanto pelo professor quanto pelo aluno para que, na sequência, possam subsidiar possíveis ajustes tanto no processo de ensino quanto no de aprendizagem dos conteúdos avaliados (HAYDT, 2008). Para a autora “atualmente, a avaliação assume novas funções, pois é um meio de diagnosticar e de verificar em que medida os objetivos propostos para o ensino-aprendizagem estão sendo atingidos. Portanto, a avaliação assume uma dimensão orientadora” (p.14).

Segundo Luckesi (1997, p. 28) “a avaliação educacional, em geral, e a avaliação da aprendizagem escolar, em particular, são meios e não fins em si mesmas, estando assim delimitadas pela teoria e pela prática que as circunstancializam.” A avaliação por si só não pode estar dissociada dos processos de ensino e de aprendizagem, pois a interpretação de seus resultados, devem auxiliar para direcionar possíveis ajustes tanto na reestruturação da prática pelo professor, quanto nas formas de estudo, pelo aluno.

A avaliação apresenta como funções primordiais: a de diagnosticar, a de controlar e a de classificar. A partir dessas funções são definidas três modalidades de avaliação: a diagnóstica, a formativa e a somativa.

A avaliação diagnóstica pode ser realizada, por exemplo, no início de um curso, para detectar se os alunos apresentam os conhecimentos necessários para novas aprendizagens; bem como para identificar possíveis causas de problemas de aprendizagem a fim de buscar formas de intervenção para saná-los. A avaliação formativa tem a função reguladora, podendo ocorrer a qualquer momento, visando verificar se os alunos estão atingindo os objetivos esperados. Funciona como um termômetro tanto para o professor como para o aluno, visto que permite ao professor identificar desvios ou lacunas para reajustar o ensino, visando otimizá-lo e, ao aluno permite perceber erros e acertos de modo a refinar seus conhecimentos. A avaliação somativa tem função classificatória e ocorre no final de um período letivo ou de um curso, geralmente com a finalidade de promoção para outro estágio.

Estas modalidades de avaliação estão ligadas e se complementam para confiabilidade do julgamento, formando um tripé assegurando uma coleta de dados própria para fornecer informações a serem utilizadas na continuidade dos processos de ensino e de aprendizagem. Nesse sentido vamos ao encontro das ideias de Haydt que afirma: “Essas três formas de avaliação estão intimamente vinculadas. Para garantir a eficiência do sistema de avaliação e a eficácia do processo ensino-aprendizagem, o professor deve fazer uso das três modalidades” (2008, p.18).

Neste artigo nos referimos a uma avaliação diagnóstica empreendida pelo grupo de professores, com questões do ENEM, na qual erros e estratégias equivocadas foram identificados e analisados.

Com relação à análise dos erros de alunos ao resolverem questões, apoiamos-nos em estudos de Esteban (2002), Cury (2015), e de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987).

Esteban (2002) enfatiza que investigou conhecimentos dos alunos presentes em respostas erradas, principalmente procurando compreender o que sabem e o que pode estar dificultando sua aprendizagem. Para a autora, “O erro, muitas vezes mais do que o acerto, revela o que a criança “sabe”, colocando este saber numa perspectiva processual, indicando também aquilo que ela “ainda não sabe”, portanto o que pode “vir a saber”.” (ESTEBAN, 2003, p. 21). Nesse sentido, o erro deve ser analisado pelo professor para que ele auxilie seus alunos a construírem conhecimentos.

Para Cury (2015), ao analisar os erros dos seus alunos, o professor pode identificar diversas situações que necessitem intervenção em sala de aula. A partir dessa análise, ele pode estimular os alunos a questionarem as soluções obtidas e, ao mesmo tempo, pode rever sua própria prática, avaliando se está apropriada para o seu particular conjunto de alunos. A autora justifica a metodologia das análises dos erros dos alunos por *análise de conteúdo* que é embasada em Bardin (1979, apud Cury, 2015), pois se analisa o conteúdo da produção dos estudantes e embora não seja uma pesquisa acadêmica é uma metodologia de ensino visando o trabalho investigativo sobre respostas dos alunos. Indica que a análise de erros tem três etapas básicas, de forma similar ao indicado para análise de conteúdos. São elas: 1) pré-análise, que consiste na exploração do material e tratamento dos dados, 2) corpus, que seria o conjunto de produções textuais a serem analisados pelo pesquisador; 3) exploração do material, onde surgem procedimentos de separação e categorização, a qual pode ser definida previamente ou *a posteriori*. No caso da pesquisa aqui discutida, a categorização foi *a priori*.

Outro aporte teórico para a análise dos erros veio de estudo de Movshovitz-Hadar et al. (1987) desenvolvido com base em um exame nacional aplicado em Israel a estudantes do final da *High School*, que corresponde ao Ensino Médio no Brasil. No estudo foram aplicadas 18 questões de matemática referentes a funções afins e quadráticas, equações, logaritmos, séries, geometria plana e espacial, estatística elementar, probabilidade e trigonometria. Os dados de dois anos consecutivos do exame foram coletados, referentes a 20.000 alunos, dos quais foram escolhidos aleatoriamente

110 para análise, a qual deu origem a um modelo descritivo de categorias de erros, construída empiricamente a partir dos erros constatados nas provas analisadas. Para aquela pesquisa os autores encontraram seis categorias de erros, quais sejam: uso errado dos dados, linguagem mal interpretada, inferência lógica inválida, definição ou teorema distorcido, solução não verificada e erros técnicos, categorias essas que podem ser utilizadas na identificação da distribuição de quantidade de erros e estratégias equivocadas de alunos, apontando onde se encontram as principais dificuldades. Ao final da investigação indicaram a necessidade do empreendimento de novas pesquisas com um número maior de itens, de modo a identificar grupos de erros recorrentes que originassem um modelo preditivo de erros dos alunos.

Com base no modelo descritivo sugerido pelos estudos de Movshovitz-Hadar et al. (1987) elaboramos uma lista de categorias de erros a qual foi utilizada na identificação e análise das estratégias equivocadas apresentadas neste artigo.

## A PESQUISA

A pesquisa de doutorado que dá suporte a este texto é qualitativa com metodologia do tipo investigação-ação, de caráter cogenerativo, segundo Greenwood e Levin (2000). Tais autores consideram que a investigação-ação se dá através da colaboração dos pesquisadores e dos pesquisados, por meio da qual ambos aprendem e colaboram para mudança social. Greenwood e Levin (2000) ponderam ainda que este tipo de pesquisa tem um caráter cogenerativo, apresentando as seguintes características:

1. os participantes e pesquisadores cogeram o conhecimento por um processo de comunicação colaborativa no qual todas as contribuições dos participantes são levadas a sério. O significado construído no processo de investigação leva à ação social, ou aquelas reflexões sobre a ação conduzem à construção de novos significados;
2. trata a diversidade de experiências e capacidades dentro do grupo local como uma oportunidade para o enriquecimento do processo de pesquisa-ação;
3. produz resultados válidos de pesquisa;
4. está centrada no contexto e objetiva resolver os problemas da vida real no seu contexto. (p. 96)

Entendemos que essa metodologia é a mais apropriada uma vez que esta pesquisa se dá sobre um grupo constituído de pesquisadores e pesquisados, no qual o conhecimento é gerado em conjunto. A partir dos estudos empreendidos ocorrem, no caso, ações pedagógicas ligadas à avaliação e, a partir delas, reflexões que conduzem à construção de significados práticos. Entendemos que a investigação ocorre em um

grupo local, produzindo resultados válidos de pesquisa, embora sejam estes referentes à um grupo pequeno de sujeitos. A pesquisa está centrada no contexto de atuação dos envolvidos, procurando resolver aspectos da prática pedagógica ligados à avaliação da aprendizagem.

Os procedimentos metodológicos de pesquisa se dividem em duas fases: análise documental e análise sobre um grupo de estudos de avaliações na Educação Básica. A coleta de dados em campo utilizou como instrumentos: um questionário de entrada; gravações em vídeo e áudio dos encontros; protocolos de atividades dos professores, arquivos digitais, materiais produzidos pelos integrantes do grupo e entrevistas semiestruturadas.

O Grupo de estudos foi composto por duas pesquisadoras e oito professores da Educação Básica de cinco escolas estaduais reunindo-se semanalmente em uma destas escolas em encontros de três horas cada um, ao longo de um ano. Nesse período o Grupo estudou provas e avaliações realizadas em Matemática no âmbito da escola bem como itens e resultados de avaliações externas para o Ensino Médio, tanto no âmbito internacional (PISA) quanto nacional (ENEM), com foco específico em funções.

Nos encontros, os professores do Grupo, entre outras atividades, coletaram as 315 questões do ENEM de Matemática nas provas de 2009 a 2015 e identificaram 42 questões envolvendo funções, as quais foram, então, resolvidas, classificadas e analisadas.

Para empreender estas análises o Grupo utilizou fichas, desenvolvidas por nós, uma para cada questão. Tais fichas continham o enunciado da questão, espaços para a resolução e classificação. Os critérios para classificação das questões foram estabelecidos a partir da Matriz de Referência do ENEM e de conceitos do PISA, documentos previamente estudados no Grupo. Assim sendo, os critérios foram: identificação do Eixo Cognitivo, das Subcompetências da área de Matemática e das Habilidades requeridas na Matriz de Referência do ENEM; identificação, de acordo com os referenciais do PISA, da Situação ou contexto envolvido na questão; do Conteúdo Matemático; do Agrupamento de competências e do Tipo de resposta<sup>2</sup>. Na mesma ficha, os professores deveriam escrever a “Síntese da tarefa” de cada questão, ou seja, o que o aluno deveria mobilizar em termos de conhecimentos para responder à questão.

No quadro a seguir apresentamos o modelo de ficha.

---

<sup>2</sup> De acordo com o referencial do PISA, as competências são agrupadas em Reprodução, Conexão e Reflexão. O agrupamento de competências de Reprodução é mobilizado pelo aluno em atividades que envolvem reprodução de conhecimentos já praticados; Conexão envolve a mobilização de competências anteriores e contextos mais familiares; Reflexão, além das duas anteriores mobiliza a capacidade de se escolher estratégias de resolução em situações mais originais que os de Conexão. Mais detalhes ver: OCDE (2004).



QUADRO 2 – Ficha de Questões do ENEM.

ENEM: (ano)	NÚMERO DE ORDEM:
Conteúdo: funções	
Total de Questões de Matemática:	Total de questões de funções:
Conteúdo de função:	
Enunciado da questão:	
Referência:	
Gabarito:	
Resolução:	
Classificação de acordo com a Matriz do ENEM	
Eixo Cognitivo:	
Subcompetência:	
Habilidade:	
Classificação de acordo com o PISA	
Situação ou contexto:	
Conteúdo Matemático:	
Agrupamento de competências:	
Tipo de resposta:	
Síntese da tarefa	

Fonte: acervo das autoras.

Após o término da análise das 42 questões sobre funções estavam todas classificadas e resolvidas e, como resultado, foram identificados os seguintes tipos de funções: afim, definida por várias sentenças, quadráticas, algébricas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Algumas funções estavam na representação gráfica e outras na representação por tabela.

O resultado está descrito em detalhes, na tabela 1.

TABELA 1 – Tipos de função nas questões do ENEM.

Tipo de função	Quantidade de questões
Afim	11
Definida por várias sentenças	8
Exponencial	3
Logarítmica	2
Quadrática	7

Tipo de função	Quantidade de questões
Trigonométrica	1
Algébrica	6
Outras: Função dada na representação gráfica	3
Outras: Função dada na representação por tabela	1

Fonte: acervo das autoras.

Vale ressaltar que o Grupo considerou função afim como sendo a função do tipo:  $f(x) = ax + b$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ . Assim sendo, a função linear foi considerada como um caso particular de afim (quando  $b = 0$ ) e computada como questão de função afim.

Quanto à função definida por várias sentenças, em todas as oito questões, foram abordadas nas sentenças funções afins, quadráticas e constantes. Vale destacar que a função constante só surgiu nessas edições do ENEM como integrante de uma função definida por várias sentenças.

Relatamos a seguir um episódio dos encontros do Grupo nos quais foram identificados erros e estratégias equivocadas dos alunos ao resolverem uma avaliação contendo funções.

## **EPISÓDIO: IDENTIFICANDO ESTRATÉGIAS EQUIVOCADAS**

Neste episódio os professores do Grupo, de posse das fichas de resolução e classificação das 42 questões do ENEM (2009 a 2015) sobre funções, elaboraram uma Avaliação Diagnóstica, aplicaram a seus alunos e, a partir dos resultados obtidos, identificaram e analisaram as estratégias equivocadas que surgiram nas resoluções das questões da prova.

A decisão de elaborar e aplicar uma Avaliação Diagnóstica, com questões escolhidas entre as questões do ENEM, fez com que o Grupo se dedicasse à análise prévia das 42 questões selecionadas. Entre outros propósitos, esta Avaliação Diagnóstica se dispunha a identificar conhecimentos dos alunos sobre funções, as formas e procedimentos de resolução e, especialmente, identificar as dificuldades, os erros e as estratégias equivocadas utilizadas pelos alunos ao resolverem as questões dessa Avaliação. Assim sendo, o Grupo analisou previamente as características de cada questão, levantando as possibilidades de se identificar conhecimentos mobilizados pelos alunos ao resolvê-la e as possíveis dificuldades que enfrentariam.

Na sequência, apresentamos aos componentes do Grupo uma listagem, elaborada por nós, com categorias de possíveis erros com base em Movshovitz-Hadar (1987). Isso posto, os professores do Grupo ratificaram as categorias de erros, as quais entenderam que poderiam surgir nas resoluções dos alunos. Tal lista está exposta no quadro a seguir.

QUADRO 3 – Categorias de erros para análise da resolução de questões.

<b>Categorias de erros</b>	<b>Descrição</b>
Erro de interpretação do enunciado/tarefa (E1)	Este erro caracteriza-se quando o aluno apresenta dificuldade em compreender o que é solicitado na tarefa ou compreende parcialmente o enunciado.
Erro conceitual ou estratégico (E2)	Este erro caracteriza-se quando o aluno desconhece o conceito envolvido na questão ou a estratégia de solução, ou utiliza outros conceitos que destoam do proposto na tarefa.
Erro procedimental ou técnico (E3)	Este erro caracteriza-se quando o aluno utiliza procedimento inadequado para solucionar a tarefa proposta ou aplica erroneamente os procedimentos.
Erro de cálculo (E4)	Este erro caracteriza-se quando o aluno, ao resolver a tarefa, escolhe uma estratégia adequada, no entanto, ao efetuar o(s) cálculo(s) erra na aplicação dos algoritmos das operações, regras de sinais, ....
Erro na utilização de dados (E5)	Este erro caracteriza-se quando o aluno utiliza dados de forma inadequada para solucionar a tarefa, ou utiliza apenas parte dos dados necessários para a resolução.
Erro na validação da solução (E6)	Este erro caracteriza-se quando o aluno escolhe uma estratégia adequada, resolve os cálculos pertinentes à tarefa, no entanto não valida a solução ou aceita soluções inadequadas à questão.
Erro de representação (E7)	Este erro caracteriza-se a mudança entre registros de representação envolvidos na tarefa foi inadequada
Outros erros (E8)	Esta categoria agrega erros que não se enquadrem nas anteriores.

Fonte: acervo das autoras.

A próxima etapa do trabalho do Grupo foi a de escolher quatro das questões previamente analisadas para compor a Avaliação Diagnóstica, a saber:

1) (ENEM 2009 – Prova Amarela – Questão 142) Questão envolvendo como contexto tabagismo e câncer de pulmão, apresentando um gráfico sobre Casos de câncer pulmonar X número de cigarros consumidos diariamente. De acordo com as informações do gráfico o aluno deveria identificar a alternativa com afirmação correta. A questão, de acordo com a Matriz do ENEM, se classifica como sendo do eixo Cognitivo Construção de Argumentação (CA); da Subcompetência da área de Matemática: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas (M5); da Habilidade: Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação (H22). De acordo com o PISA classifica-se como Situação ou contexto: Pública; Conteúdo Matemático: Mudança e Relações; Agrupamento de competências: Reflexão; Tipo de resposta: Múltipla escolha. A síntese da tarefa é: Análise de gráfico.

2) (ENEM 2013 – Prova AMARELA – Questão 136) Questão que apresenta o desenho de uma taça gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z e desenhada com apoio do plano cartesiano. Informações sobre a parábola e sobre a função que a descreve:  $(f(x) = \frac{3}{2} x^2 - 6x + C)$  estão entre os dados da questão e pede-

se que o aluno encontre o valor da constante  $C$  dessa função. A questão se classifica de acordo com a Matriz do ENEM como: Eixo Cognitivo: Enfrentamento e resolução de situações-problema (SP); Subcompetência da área de Matemática: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas (M5); Habilidade: Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos (H21) e, de acordo com o PISA, como Situação ou contexto: Pública; Conteúdo Matemático: Mudança e Relações; Agrupamento de competências: Reflexão; Tipo de resposta: Múltipla escolha. A síntese da tarefa é: Determinar o coeficiente  $C$  da função quadrática.

3) (ENEM 2012 – Prova Amarela – Questão 158) Questão escolhida para discussão na íntegra neste texto que apresenta um gráfico com os valores das ações de uma empresa, os quais variam de hora em hora durante um dia no período das 10h às 17h e também apresenta uma tabela com informações de horário de compra e de venda de ações por cinco investidores. A questão solicita que seja identificado qual investidor fez o melhor negócio. A questão se classifica de acordo com a Matriz do ENEM como: Eixo Cognitivo: Construção de Argumentação (CA); Subcompetência da área de Matemática: Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano (M4); Habilidade: Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação (H17) e, de acordo com o PISA, como Situação ou contexto: Pública; Conteúdo Matemático: Mudança e Relações; Agrupamento de competências: Reflexão; Tipo de resposta: Múltipla escolha. A síntese da tarefa para esta questão é: Analisar os dados apresentados em gráfico e tabela e ao realizar esta tarefa.

4) (ENEM 2011 – Prova Amarela – Questão 180). Essa questão apresenta um contexto sobre uma empresa de telefonia que oferece aos seus clientes dois planos, descrevendo-os na linguagem usual e solicitando escolha do gráfico que melhor representava tal situação. A questão se classifica de acordo com a Matriz do ENEM como: Eixo Cognitivo: Compreensão de fenômenos (CF); Subcompetência da área de Matemática: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas (M5); Habilidade: Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas (H20) e, de acordo com o PISA como Situação ou contexto: Pessoal; Conteúdo Matemático: Mudança e Relações; Agrupamento de competências: Conexão; Tipo de resposta: Múltipla escolha. A síntese da tarefa é: Reconhecimento de gráfico por duas funções.

Observamos que na elaboração dessa Avaliação Diagnóstica, os professores do Grupo escolheram questões bem diversificadas, com relação à classificação do ENEM, isto é, foram duas do eixo cognitivo “Construção de Argumentação” (CA), uma de “Enfrentamento e resolução de situações-problema” (SP) e uma de “Compreensão de fenômenos” (CF). Por se tratar do estudo de funções, as duas Subcompetências M4 e M5 da área de Matemática foram contempladas, com três questões de M5 e uma questão de M4. Quatro das nove habilidades do ENEM dessas subcompetências de área foram avaliadas: (H17) Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso

para a construção de argumentação; (H20) Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas; (H21) Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos; (H22) Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação. De acordo com a classificação do PISA, foram escolhidas quanto à Situação ou contexto, três questões de situação Pública e uma de Pessoal. Para o Agrupamento de competências, foram privilegiadas três questões de Reflexão e uma de Conexão. Vale enfatizar que questões de Reprodução, que são justamente as de aplicação imediata de procedimentos aprendidos, não foram contempladas nessa Avaliação Diagnóstica. Todas as questões escolhidas, de alguma forma, envolviam mudanças de representação, sejam da forma gráfica para a linguagem materna; da forma gráfica para a forma algébrica; da forma gráfica e tabela para a linguagem materna ou da linguagem materna para a forma gráfica.

Houve ainda a preocupação, por parte dos professores do Grupo, em selecionar questões para a Avaliação Diagnóstica que permitissem a investigação de possíveis erros cometidos pelos alunos, nas oito categorias listadas e validadas para a análise prévia.

A Avaliação Diagnóstica foi aplicada a 258 alunos do Ensino Médio, sendo 130 da 1ª série, 46 da 2ª série e 82 da 3ª série.

Vale ressaltar que, embora a prova fosse composta por questões objetivas, foi disponibilizado aos alunos espaço para resolução e solicitado que registrassem os procedimentos para obter a solução. Os professores explicaram que a avaliação objetivava diagnosticar conhecimentos e dúvidas surgidas ao resolverem questões do ENEM de anos anteriores e esse diagnóstico seria feito a partir da análise das resoluções.

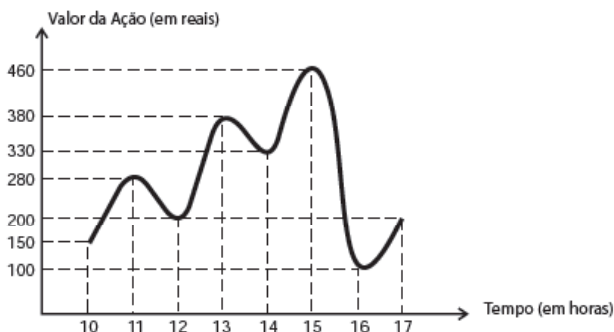
A seguir discutimos a terceira questão da Avaliação e os erros e estratégias identificadas nas resoluções dos alunos.

## ERROS E ESTRATÉGIAS EQUIVOCADAS EM UMA QUESTÃO

A questão da Avaliação Diagnóstica a ser analisada, enfocando a interpretação de gráfico e tabela, está apresentada na íntegra a seguir.

QUADRO 4 – Questão 3 da Avaliação Diagnóstica.

O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Fonte: Questão 158, Prova Amarela, ENEM 2012.

Um encaminhamento para a resolução desta questão pode ser o seguinte:

(1) Representar em um quadro, para cada investidor, o valor de compra e o de venda de ações. (2) Calcular o lucro ou prejuízo em cada caso e em seguida analisar os resultados obtidos, conforme exemplo no quadro a seguir.

QUADRO 5 – Valores de Compra, Venda e Lucro ou Prejuízo por Investidor.

Investidor	Valor da Compra (R\$)	Valor da Venda (R\$)	Valor do lucro (ou prejuízo) por ação (R\$)
1	150,00	460,00	310,00
2	150,00	200,00	50,00
3	380,00	460,00	80,00
4	460,00	100,00	- 360,00
5	100,00	200,00	100,00

Fonte: acervo das autoras.

Os resultados expressos no quadro permitem concluir que o investidor 1 fez o melhor negócio, tendo o maior lucro entre os investidores citados. Assim sendo, a alternativa correta é A.

Analisando as resoluções dos alunos, seguindo a primeira fase de análise de erros apontada por Cury (2015), foi possível identificar que entre os 258 alunos que resolveram a prova, 149 acertaram assinalando a alternativa A, 5 assinalaram a B, 54 a C, 22 a D, 23 a E e 5 deixaram a questão em branco. Isso significa dizer que um pouco mais da metade dos alunos acertou (58%), indicando que esses mobilizaram conhecimentos já construídos, os quais puderam levá-los ao êxito. Por outro lado, percebemos que quase a metade errou (42%) tal questão, que envolve interpretação de dados em gráfico e tabela, e se refere a uma habilidade que os alunos já deveriam ter desenvolvido (H17), ligada ao eixo cognitivo de “Construção de Argumentação”.

O Grupo passou a analisar as 109 provas dos alunos que assinalaram alternativa incorreta nessa questão. Entre elas, embora tivesse sido solicitado aos alunos que registrassem suas resoluções na prova e não apenas assinalassem a alternativa que julgassem correta, nem todos os alunos atenderam à solicitação, 26 estavam sem os respectivos registros de resolução da questão. Assim sendo, foram separadas as 83 provas com soluções incorretas, seleção essa que corresponde à segunda fase da análise de erros, segundo Cury (2015). Essas provas com soluções incorretas foram, então, analisadas e as categorias de erro identificadas para cada uma das estratégias equivocadas presentes.

Vale ressaltar que uma estratégia equivocada pode conter mais de uma categoria de erros.

Como resultado da análise e categorização, o Grupo identificou em cada alternativa as categorias de erros surgidos, conforme explicitado no quadro a seguir.

QUADRO 6 – Categorias de erros na Questão 3.

<b>Categorias de erros que surgiram</b>	<b>Alternativas em que apareceram estas categorias</b>
E1 Erro de interpretação do enunciado/tarefa	B, C, D, E
E2 Erro conceitual ou estratégico	B, C, D, E
E3 Erro procedimental ou técnico	C, D
E5 Erro na utilização de dados	C
E8 Outros erros	B, C, D

Fonte: acervo das autoras.

Foram cinco os tipos de erros surgidos. Os alunos que erraram assinalando a alternativa B cometeram erros das categorias E1, E2 e E8; para a alternativa C, surgiram erros das categorias E1, E2, E3, E5 e E8; para a alternativa D, as categorias E1, E2, E3 e E8; para a alternativa E, as categorias E1, E2.

As categorias E1 (Erro de interpretação do enunciado/tarefa) e E2 (Erro conceitual ou estratégico) surgiram nas provas de quem assinalou qualquer uma das alternativas incorretas assinalada pelos alunos, o que é uma evidência de que a primeira entrada para a resolução de uma questão é a compreensão do enunciado e/ou da tarefa a realizar, sem a qual o aluno dificilmente terá êxito. Além disso, podemos inferir que compreendida a tarefa, deve-se mobilizar o conhecimento conceitual e/ou estratégico para então iniciar a resolução. Essa análise evidencia o que já fora anteriormente apontado por Dalto (2007) e também por Pereira Filho (2012) nos resultados de suas pesquisas, que a dificuldade que costuma surgir com mais frequência é a de interpretação do enunciado/tarefa.

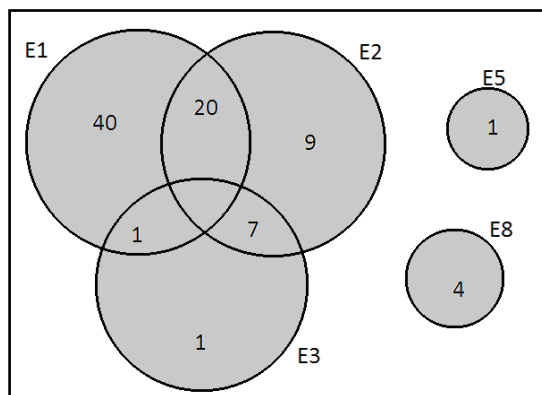
A análise das provas permitiu identificar que a categoria de erro E1 apareceu em 61 provas; E2 em 36 provas; E3 em 9 provas; E5 em uma prova; E8 em quatro provas.

A categoria de erro de interpretação do enunciado/tarefa (E1) surgida em 61 provas, o que é uma evidência de incompreensão pelos alunos do significado de operações na bolsa de valores (compra e venda de ações). A presença da categoria de erro conceitual ou estratégico (E2), surgida em 36 provas, dá indícios de que esses alunos desconhecem o conceito envolvido na questão ou a estratégia de solução, utilizando conceitos ou estratégias diversas das que são aplicáveis ao proposto na tarefa. Com relação ao erro procedimental ou técnico (E3) ele foi encontrado em 9 provas, caracterizando a presença de procedimentos inadequados para solucionar a tarefa proposta. O erro na utilização dos dados (E5) foi constatado em uma prova. Por último, na categoria de erros (E8), presente em 4 provas, foram enquadradas estratégias equivocadas diferentes das identificadas anteriormente.

A figura 1, a seguir, esquematiza o número de provas que apresentaram, na questão em análise, erros nas categorias indicadas.



FIGURA 1 – Distribuição da quantidade de erros por categorias.



Fonte: acervo das autoras.

Constatamos que, das 83 provas com resolução incorreta, 78 apresentaram três tipos de erros: ou E1 – erro de interpretação do enunciado/tarefa, ou então E2 – erro conceitual ou estratégico ou, então, E3 – erro procedimental ou técnico. As 5 provas restantes apresentaram E5 – erro na utilização de dados, em 1 prova e E8 – outros erros, em 4 provas.

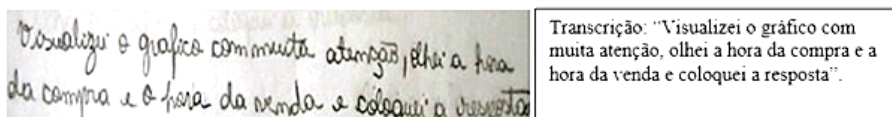
Observamos ainda nas provas mais de um tipo de erro, sendo que em 20 delas havia erro E1 – de interpretação do enunciado/tarefa e também erro E2 – conceitual ou estratégico. Além disso, em 7 provas surgiram E2 e E3 e em 1 prova constatamos os erros E1 e E3.

Na sequência, discutimos amostras de protocolos com erros nessas cinco categorias.

## AMOSTRAS DE PROTOCOLOS

O protocolo a seguir apresenta as categorias E1 e E2 de erros, o que resultou em o aluno assinalar a alternativa B.

FIGURA 2 – Protocolo PE-11: Aluno que assinalou investidor 2.



Fonte: acervo das autoras.

Entendemos que este protocolo evidencia a categoria de erro E1 pois o aluno interpretou o problema de forma equivocada. Para ele, o investidor que ficou com as ações durante o maior tempo fez o melhor negócio, o que não é verdade. O aluno justificou informando que olhou no gráfico a hora da compra (10:00) e a hora da venda (17:00) e então concluiu que o investidor 2 levou mais tempo (7 horas) para fazer este investimento. Entretanto, isso não significa que ele teve o maior lucro. No caso, o investidor 2 teve um lucro de apenas 50 reais, que não é o maior lucro possível. Assim sendo, o aluno interpretou incorretamente a tarefa, sem compreender que o maior lucro com a compra e a venda de ações ocorre para a maior diferença entre o valor de venda e o de compra, o que independe de ser o primeiro e o último horário do pregão.

Além disso, esse aluno cometeu também erro conceitual, enquadrado na categoria de erro E2, entendemos que, por ter interpretado inadequadamente o proposto na tarefa, como consequência ele empregou uma estratégia equivocada, no caso, considerando o melhor negócio como sendo feito pelo investidor 2 que foi quem ficou mais tempo com as ações.

Outro protocolo que apresenta essas duas categorias de erros, E1 e E2, o que resultou em o aluno assinalar a alternativa C, está apresentado na figura 3.

FIGURA 3 – Protocolo PE-11: Aluno que assinalou investidor 2x.

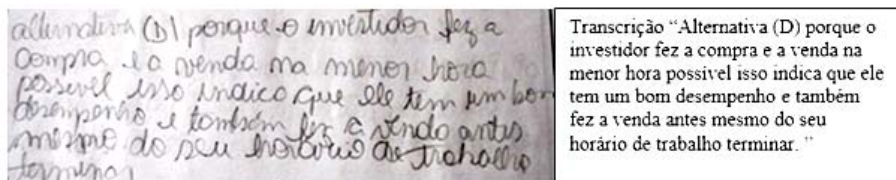


Fonte: acervo das autoras.

Neste caso, analisando a justificativa, concluímos que o erro cometido se encaixa na categoria E1, uma vez que, a escolha do aluno foi justificada afirmando que o investidor 3 fez o melhor negócio por ter efetuado a venda no horário em que o valor da ação está mais alto. Embora o investidor 3 tenha vendido as ações no momento que elas estavam com o maior preço, não é verdade que ele tenha feito o melhor negócio. O aluno desconsiderou o valor de compra das ações. No caso, o investidor 3 lucrou com a compra e venda de ações 80 reais, que não é o maior lucro possível. Assim sendo, este aluno interpretou incorretamente a tarefa, considerando que o melhor negócio ocorreu para quem vendeu no momento de maior valor do pregão. A interpretação inadequada ocasionou um erro estratégico (E2), pois conduziu o aluno a optar pelo investidor que vendeu no momento de maior alta, sem verificar o valor da compra ou o lucro obtido e, sem comparar este lucro com os demais investidores.

Os dois próximos protocolos apresentam erro da categoria E1, o que levou os alunos a assinalarem ou alternativa D ou alternativa E. Na figura 4 está o protocolo do aluno que assinalou alternativa D.

FIGURA 4 – Protocolo BA-12: Aluno que assinalou investidor 4.



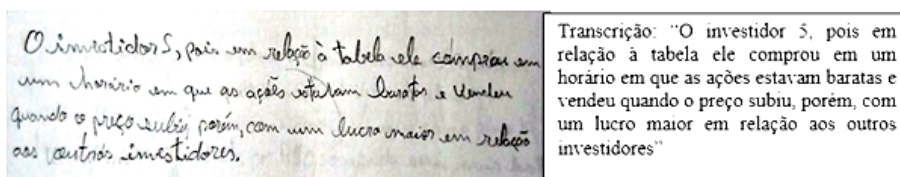
Transcrição: "Alternativa (D) porque o investidor fez a compra e a venda na menor hora possível isso indica que ele tem um bom desempenho e também fez a venda antes mesmo do seu horário de trabalho terminar."

Fonte: acervo das autoras.

Nessa situação, analisando a justificativa deste aluno, verificamos que o erro se enquadra na categoria E1. Ele explicou a escolha do investidor 4 por ter feito a operação de compra e venda de ações no menor tempo possível. Embora seja verdade, isso não indica que o investidor 4 fez o melhor negócio. Nesse caso, tal investidor comprou ações por 460 reais e vendeu por 100 reais, ou seja, teve um prejuízo de 360 reais. Concluímos que aluno não compreendeu o que seria o melhor negócio na compra e venda de ações.

Na figura 5 o protocolo evidencia que a presença do erro E1, levou o aluno a assinalar a alternativa E.

FIGURA 5 – Protocolo BA-14: Aluno que assinalou investidor 5.



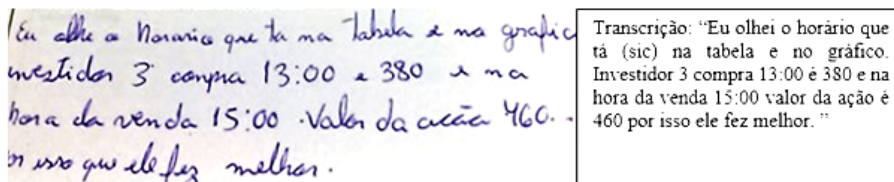
Transcrição: "O investidor 5, pois em relação à tabela ele comprou em um horário em que as ações estavam baratas e vendeu quando o preço subiu, porém, com um lucro maior em relação aos outros investidores"

Fonte: acervo das autoras.

Esta resposta foi classificada na categoria de erro E1, pois ao analisá-la concluímos que o aluno interpretou a tarefa de forma equivocada. Para ele, o investidor que comprou as ações quando estavam com menor valor e em seguida vendeu-as quando o valor se tornou maior que o da compra foi o que fez melhor negócio, o que não é verdade, pois é insuficiente analisar apenas a venda por preço maior do que o da compra, é preciso analisar o preço de venda que leva ao maior lucro. A análise feita pelo protocolo do aluno evidencia que ele desconsiderou as operações realizadas por outros investidores.

Os dois protocolos a seguir referem-se à presença do erro na categoria E2, o que resultou em os alunos assinalarem as alternativas C ou E. Na figura 6 o protocolo do aluno que assinalou alternativa C.

FIGURA 6 – Protocolo OL-08: Aluno que assinalou investidor 3.

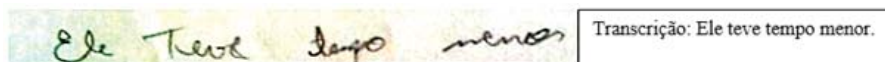


Fonte: acervo das autoras.

Nesta situação, classificamos como categoria de erro E2, pois o aluno justificou que escolheu o investidor 3, por considerar que o melhor negócio foi feito pelo investidor que comprou e vendeu as ações com os maiores valores do gráfico. Analisamos que o aluno cometeu um erro conceitual dando indícios de incompreensão do que significa fazer um bom negócio no pregão da bolsa de valores.

Na figura 7 o protocolo com o erro E2, que levou o aluno a assinalar a alternativa E.

FIGURA 7 – Protocolo AL-06: Aluno que assinalou investidor 5.

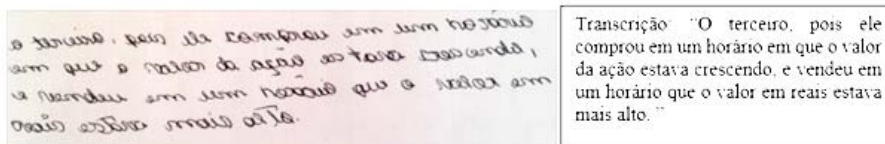


Fonte: acervo das autoras.

Nesta resposta, entendemos que ocorreu a categoria de erro E2, pois o aluno justificou a escolha do investidor 5 por ter ocorrido em menor tempo a operação de compra e venda. O aluno cometeu um erro conceitual revelando incompreensão de que para um o melhor negócio deverá haver o maior lucro e não necessariamente operar no pregão, em menor tempo.

O protocolo da figura a seguir evidencia erro nas categorias E2 e E3, que resultou em o aluno assinalar a alternativa C.

FIGURA 8 – Protocolo AL-01: Aluno que assinalou investidor 3.

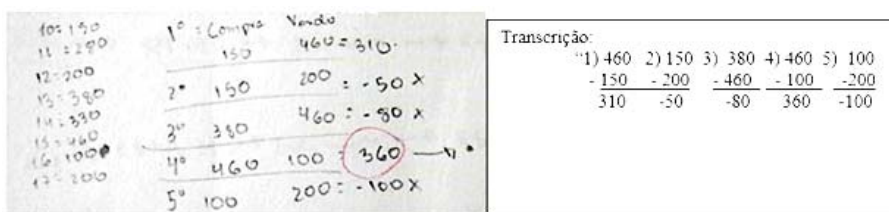


Fonte: acervo das autoras.

Neste caso, analisando a justificativa deste aluno, concluímos que o erro cometido por ele se enquadra nas categorias E2 e E3. Ele justificou sua escolha pelo investidor 3, pois comprou em um horário em que o valor estava crescendo, vendendo no horário em que as ações estavam com um valor maior ainda. No entanto, isso não é suficiente para determinar qual investidor fez o melhor negócio. Por este protocolo entende-se que o aluno não comparou os resultados dos outros investidores. Ele utilizou um procedimento inadequado por demonstrar incompreensão no que seria melhor negócio na compra e venda de ações.

O protocolo a seguir refere-se à categoria E3, que resultou em o aluno assinalar a alternativa D.

FIGURA 9 – Protocolo BO-17: Aluno que assinalou investidor 4.

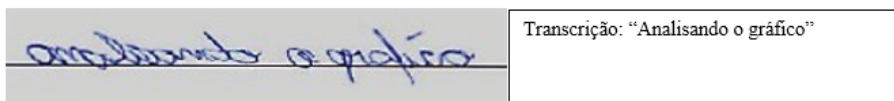


Fonte: acervo das autoras.

Os cálculos apresentados evidenciam que o aluno entendeu o enunciado e a tarefa. Ele utilizou a estratégia de calcular para cada investidor o lucro (ou prejuízo) obtido. Efetuou corretamente o cálculo referente ao investidor 1 subtraindo do valor da venda o valor da compra. No entanto, para os demais investidores, o aluno subtraiu do valor da compra o valor da venda, cometendo um erro técnico E3 que o levou à conclusão errada.

Quanto à categoria de erro E5, ele surgiu em apenas uma prova e resultou no aluno escolher a alternativa C como sendo a correta, vide figura 10, com o protocolo.

FIGURA 10 – Protocolo BO-18: Aluno que assinalou investidor 3.



Fonte: acervo das autoras.

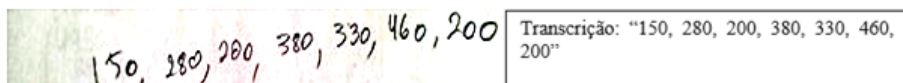
Nesta situação, o aluno justificou sua escolha pelo investidor 3, pela análise do gráfico, o que não é suficiente para tomar esta decisão. Ele deveria ter utilizado também as informações contidas na tabela. Concluímos que o aluno cometeu erro na categoria

E5 pois utilizou apenas parte dos dados do enunciado necessários para a resolução da questão.

Quanto à categoria de erro E8 – outros erros, ela surgiu em 4 provas.

No protocolo selecionado na figura 11, o erro classificado na categoria E8, resultou no aluno assinalar a alternativa D.

FIGURA 11 – Protocolo AL-16: Aluno que assinalou investidor 4.



Fonte: acervo das autoras.

Neste caso, ao analisar a justificativa que resultou na escolha do investidor 4, percebemos que o aluno apontou nesta sequência de números, os valores da função para cada horário do pregão. Provavelmente ele tenha verificado na tabela, que alguns investidores (investidores 1, 3 e 4) operaram às 15 horas, seja para compra ou para venda, horário este em que as ações estavam com o maior valor, e optou pelo investidor 4. Por ser hipotética esta análise, decidimos classificar este erro na categoria E8.

A análise prévia das questões da Avaliação diagnóstica – momento no qual os professores do Grupo conjecturaram sobre possíveis categorias de erros e estratégias equivocadas –, permitiu identificar categorias que realmente surgiram nos dados. Entretanto foi surpreendente para todos nós que o “erro na utilização dos dados” (E5) tenha surgido em somente uma das provas, o que não correspondia à expectativa do Grupo.

Notamos a correlação entre a alternativa marcada pelos alunos e os erros que os levaram a optar por ela; como exemplo, podemos citar que escolher a alternativa E ocorreu para quem cometeu erros de “interpretação do enunciado/tarefa” (E1) e “erro conceitual ou técnico” (E2). Além disso, constatamos que as duas categorias E1 e E2 apareceram juntas em número expressivo, aproximadamente 25% das provas com soluções incorretas.

## CONCLUSÃO

Concluimos que a análise dos erros e estratégias equivocadas surgidas na Avaliação diagnóstica auxiliou os docentes a identificarem lacunas na aprendizagem de seus alunos o que, como ensina Haydt (2008), é justamente um dos papéis da avaliação diagnóstica. No caso particular do episódio aqui discutido, foi possível aos professores discutirem erros dos alunos na interpretação de gráficos e tabelas. Concluimos também que intervenções pedagógicas podem ser elaboradas por esses professores, de modo a auxiliar os alunos a superarem as dificuldades identificadas na questão. Eles podem, em sala de aula, discutir as resoluções falhas feitas pelos alunos levando-os a contestar seus

procedimentos e as respostas obtidas, neste aspecto estamos de acordo com Cury (2015) quanto ao professor rever sua prática, comentar as avaliações e impulsionar os alunos a discutirem suas soluções.

Vale ressaltar que no escopo deste artigo apresentamos a análise de uma única questão, o que limita a identificação dos erros dos alunos à habilidade nela enfocada, qual seja, “Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação (H17)”. Na questão, a tarefa a ser realizada pelo aluno é a de analisar informações apresentadas em gráfico e tabela.

Além disso, a proposição de categorias e sua identificação nas provas é subjetiva e outros grupos de professores poderiam dar interpretações diferentes aos erros dos alunos, entretanto acreditamos que, critérios próximos a esses ou complementares podem auxiliar os professores a melhor compreender os erros e estratégias equivocadas dos seus alunos.

Finalizando, utilizar dados disponíveis sobre avaliações externas para identificar lacunas nos conhecimentos matemáticos dos alunos e também o que eles conseguem mobilizar de conhecimentos já construídos para enfrentar as questões de uma avaliação, pode auxiliar tanto o professor quanto o aluno nos processos de ensino e de aprendizagem.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos ao Programa Observatório da Educação (OBEDUC), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão de bolsas e demais subsídios para o desenvolvimento desta pesquisa alojada no Projeto 19366/12 Edital 049/12.

## **REFERÊNCIAS**

- ANDO, R. D. S. J.; LOBODA COSTA, N. M. Um estudo sobre processos avaliativos em matemática: Exame Nacional do Ensino Médio. VIEEMAT – ENCONTRO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Niterói: *Anais eletrônicos*. 2014.
- CURY, H. N. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.
- DALTO, J. O. *A produção escrita em Matemática: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e à terceira série do ensino médio da AVA/2002*. Universidade Estadual de Londrina. Londrina, p.100. 2007.
- ESTEBAN, M. T. A avaliação no cotidiano escolar. In: ESTEBAN, M. T. *Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos*. 5.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2003. Cap. 1, p.7-29.
- ESTEBAN, M. T. *O que sabe quem erra? Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar*. 3.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

GREENWOOD, D. J.; LEVIN, M. Reconstructing the relationships between universities and society through action research. In: DENZIN, N.; LINCOLN, Y. *Handbook of qualitative research*. 2.ed. Thousand Oaks: Sage Publications Inc., 2000. p.85-106.

HAWAT, J. E.; GIL, N. A Avaliação de aritmética nas Escolas Públicas de Porto Alegre (1873-1909). *Acta Scientiae*, Canoas, v.17, n. Especial, 2015.

HAYDT, R. C. *Avaliação do Processo Ensino-Aprendizagem*. 6.ed. São Paulo: Ática, 2008.

LUCKESI, C. C. *Avaliação da Aprendizagem Escolar*. 5.ed. São Paulo: Cortez, 1997.

MOVSHOVITZ-HADAR, N.; ZASLAVSKY, O.; INBAR, S. An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, n.1, p.3-14. 1987.

OCDE. *Estrutura de avaliação do PISA 2003: conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas*. Tradução de B & C Revisão de Textos. São Paulo: Moderna, 2004.

PEREIRA FILHO, A. D. *Análise de erros produzidos por estudantes de um curso de engenharia civil na disciplina de cálculo diferencial e integral I*. Universidade Luterana do Brasil. Canoas, p.118. 2012.

PERRENOUD, P. *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

ZABALA, A. *A prática educativa: como Ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.