

Utilização da videoanálise para o estudo do movimento circular e a construção do conceito de aceleração centrípeta

Arandi Ginane Bezerra Jr.
Jorge Alberto Lenz
Nestor Cortez Saavedra Filho

RESUMO

O ensino e aprendizagem do movimento de rotação é um assunto tortuoso para professores e estudantes, por não raro culminar no simples decorar de fórmulas e conceitos. Em parte, isto ocorre por tratar-se de movimento não inercial, mantido por força resultante, chamada de centrípeta, que implica na necessidade de uma abordagem vetorial, nem sempre acessível ao ensino médio. Este trabalho propõe um resgate conceitual da força centrípeta, por meio de uma atividade experimental envolvendo videoanálise e baseada no software livre *Tracker*. Busca-se desenvolver recursos para expandir a percepção dos estudantes sobre a dinâmica do movimento de rotação, combinando experimento e abordagem teórica, num processo que ilustra aspectos importantes do próprio fazer científico.

Palavras-chave: Rotação. Força Centrípeta. Videoanálise. Atividade Experimental. Tecnologias de Informação e Comunicação. *Tracker*.

Videoanalysis for the study of circular motion and the construction of centripetal acceleration concept

ABSTRACT

The teaching and learning of rotational motion is a tortuous subject for teachers and students, for it quite often culminates in the memorizing of formulas and concepts. In part, this occurs because rotation constitutes a non-inertial motion driven by a central force, the so-called centripetal force. It, therefore, implies the need for vectorial calculations, a subject that is not always accessible at the high school level. This paper proposes an approach to the teaching of centripetal force throughout an experimental activity based on video analysis with the software *Tracker*. It aims at developing an experimental activity which focuses on expanding students' understanding regarding the dynamics

Arandi Ginane Bezerra Jr. é Doutor em Física pela UFPE. Atualmente é professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (PPGFCET) e do curso de Licenciatura em Física da UTFPR. Endereço para correspondência: UTFPR, Avenida Sete de Setembro, 3165, Centro, 80230-901 – Curitiba, PR. E-mail: arandi@utfpr.edu.br

Jorge Alberto Lenz é Doutor em Física pela UFRGS. Atualmente é professor do curso de Licenciatura em Física da UTFPR. Endereço para correspondência: UTFPR, Avenida Sete de Setembro, 3165, Centro, 80230-901 – Curitiba/PR. E-mail: lenz@utfpr.edu.br

Nestor Cortez Saavedra Filho é Doutor em Física pela USP. Atualmente é coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (PPGFCET) e professor do curso de Licenciatura em Física da UTFPR. Endereço para correspondência: UTFPR, Avenida Sete de Setembro, 3165, Centro, 80230-901 – Curitiba, PR. E-mail: nestorsf@utfpr.edu.br

Recebido para publicação em 10/08/2016. Aceito, após revisão, em 21/10/2016.

Acta Scientiae	Canoas	v.18	n.3	p.782-798	set./dez. 2016
----------------	--------	------	-----	-----------	----------------

of rotational motion. It combines both experimental and theoretical procedures, in a process that sheds light on important aspects that relate to how scientific work is done.

Keywords: Rotation. Centripetal Force. Video Analysis. Experimental Activities. Information and Communication Technologies. *Tracker*.

INTRODUÇÃO

O movimento de rotação foi causa de muitas discussões, desde o início da física que ocorreu no Renascimento. Galileu Galilei já se defrontava com as particularidades deste movimento no seu livro “Diálogos sobre os dois principais sistemas do mundo” (GALILEI, 2011). Quando instado por Simplicio a discorrer porque, já que a Terra está em rotação, os objetos não são arremessados “para fora” de sua superfície, Salviati, o alter-ego de Galileu, simplesmente argumentou que seria devido à gravidade, sem nenhum argumento quantitativo. De fato, a confusão de efeitos inerciais com uma suposta “força centrífuga” está associada à visão aristotélica de Simplicio, a qual se manifesta nas concepções espontâneas dos estudantes, assunto discutido há tempos no ensino de física (VILLANI et al., 1985). Tanto Galileu quanto Kepler tinham a percepção da necessidade da atração entre os corpos celestes para tornar coerentes as suas visões do movimento planetário. Entretanto, ambos não conseguiram elaborar explicações sobre *como* os planetas se movem ao redor do Sol.

Coube a Isaac Newton, ao publicar “Princípios Matemáticos da Filosofia Natural” (NEWTON, 2002), explicar *porque* os planetas se movem desta forma. Newton demonstrou que o movimento de rotação é sustentado pela existência de uma força resultante centrípeta, no caso dos planetas, a força gravitacional. Desta forma, por apresentarem uma resultante não nula, os movimentos de rotação são intrinsecamente não inerciais e, dado o processo segundo o qual o movimento é geralmente ensinado nos cursos de física, envolvem uma “passagem do movimento linear para o movimento ao longo de um percurso curvo” (EINSTEIN; INFELD, 1988). Esta característica está no cerne da dificuldade de aprendizagem – e também de ensino – sobre este tipo de movimento, tão importante na descrição da natureza.

No ensino de física, é curioso notar que artigos e relatos, incluindo aspectos básicos e avaliações de aprendizagem referentes ao assunto rotação, sejam escassos ou inexistentes. Os primeiros estudos de caso sobre este tema são abordagens experimentais, como a feita por Hessel, cujo experimento (HESSEL, 1983) serviu de modelo para kits didáticos comerciais utilizados hoje em dia. Esta abordagem experimental inspira trabalhos como o de Beraha e colaboradores (BERAHA et al., 2009), no qual experimentos simples e significativos são propostos aos estudantes. Outras iniciativas estão baseadas na dinâmica de rotação dos corpos rígidos (BONAGAMBA et al., 1995; CISNEROS; LUJAN, 1996). Há também propostas de analogias entre o Movimento Harmônico Simples e o Movimento Circular Uniforme, a partir de atividade experimental (MOREIRA et al., 1991). Com o advento da utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ensino de física, a sua integração com atividades experimentais tem sido proposta no estudo da rotação em aplicações que envolvem, por exemplo, o tratamento de imagens

digitais (PETERSON, 2011) ou que se apoiam em simulações computacionais, como as disponíveis no portal PhET (PhET, 2012).

Do ponto de vista teórico, a abordagem da “necessidade” de uma força centrípeta é frequentemente feita de uma forma puramente vetorial, seja em artigos de ensino de física (SILVA et al., 1998) ou nos livros didáticos do Ensino Superior (HALLIDAY et al., 2012). Estas abordagens, embora obviamente corretas, são por demais abstratas aos estudantes do Ensino Médio e mesmo aos iniciantes no Ensino Superior, tornando por não demonstrar a existência de uma resultante centrípeta que dialogue efetivamente com as concepções prévias dos estudantes sobre a natureza do movimento de rotação, no sentido destes avançarem na compreensão do conceito. Na tentativa de contornar este fato, os livros didáticos para o Ensino Médio tornam a situação ainda mais grave, pois a fórmula para o cálculo da aceleração centrípeta aparece subitamente no texto, acompanhada de jargões como “pode ser demonstrada matematicamente” (MÁXIMO; ALVARENGA, 2005) – mas não o é; certamente uma estratégia que peca por uma tentativa de simplificação do conteúdo e que termina por induzir os estudantes à “decoreba” pura e simples, o que vai contra as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002, p.2), que determinam:

De certa forma, a sinalização efetuada pelos PCN é explícita quanto ao que não conduz na direção desejada e vem sendo percebida com clareza pelos professores. O ensino de Física vem deixando de concentrar-se na simples memorização de fórmulas ou repetição automatizada de procedimentos, em situações artificiais ou extremamente abstratas, ganhando consciência de que é preciso dar-lhe um significado, explicitando seu sentido já no momento do aprendizado, na própria escola média.

A proposta deste trabalho esta assentada em unir aspectos experimentais e teóricos, através do uso de TIC, como forma de proporcionar uma aprendizagem significativa para os estudantes de física, sejam do Ensino Médio ou Superior. As atividades experimentais desempenham um papel fundamental no ensino de física, não apenas por esta ser uma ciência cujo método faz delas o seu esteio, mas porque as mesmas podem colaborar de forma definitiva no processo de ensino-aprendizagem. Estas atividades experimentais devem estar articuladas com uma estratégia de ensino (ROSÁRIO LIMA et al., 2009) e em consonância com os próprios PCN+ (BRASIL, 2002, p.84):

É indispensável que a experimentação esteja sempre presente ao longo de todo o processo de desenvolvimento das competências em Física, privilegiando-se o fazer, manusear, operar, agir, em diferentes formas e níveis. É dessa forma que se pode garantir a construção do conhecimento pelo próprio aluno, desenvolvendo sua curiosidade e o hábito de sempre indagar, evitando a aquisição do conhecimento científico como uma verdade estabelecida e inquestionável.

O formalismo na dedução dos conceitos também é fundamental para a aprendizagem dos alunos, desde que articulado com as concepções prévias destes, dado que a dedução formal lhes permite perceber o fio condutor no encadeamento das ideias, na construção do conceito e mesmo o caráter constitutivo que a linguagem matemática desempenha na física (ALMEIDA, 2004).

De forma a articular experimento e teoria, para que os alunos construam um modelo mental que permita o entendimento e consequente aprendizagem do conceito em questão, as TIC são aqui utilizadas na forma do software livre *Tracker* (BEZERRA JR. et al., 2012), que faz uso da videoanálise para aquisição de dados e análise do movimento, fazendo uso de tabelas e gráficos para o entendimento dos alunos.

A articulação entre aspectos da realidade (observação do fenômeno com atividades experimentais), a descrição dos mesmos a partir de um modelo físico (o formalismo teórico) e a sua representação, baseada no modelo, em forma de gráficos, expressões algébricas e outras formas de linguagem simbólica (com a utilização das TIC), encontra apoio na Teoria de Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (VERGNAUD, 1981, 1993, 2007). Esta teoria define que para estudar e compreender como os conceitos evoluem na mente de um sujeito, por meio de suas experiências, é preciso considerar o conceito (C) como uma terna de conjuntos, ou seja, $C = (S, I, R)$, onde:

- **S** é o conjunto de situações que dão significado e utilidade ao conceito, representadas neste trabalho pelas atividades experimentais;
- **I** é o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito (objetos, propriedades e relações), que podem ser reconhecidas e usadas pelos sujeitos, de forma a analisar e dominar aquelas situações, aqui ancoradas no formalismo teórico, na dedução e discussão de aspectos do movimento de rotação;
- **R** é o conjunto de significantes, isto é, a representação simbólica, linguística, gráfica ou gestual, que podem ser utilizadas para representar aqueles invariantes, e, desta forma, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Aqui é onde entra a utilização do *Tracker*, visando a unificar esta tríade e proporcionar um melhor desenvolvimento no processo de ensino-aprendizagem.

ENSINO DO TEMA ROTAÇÃO

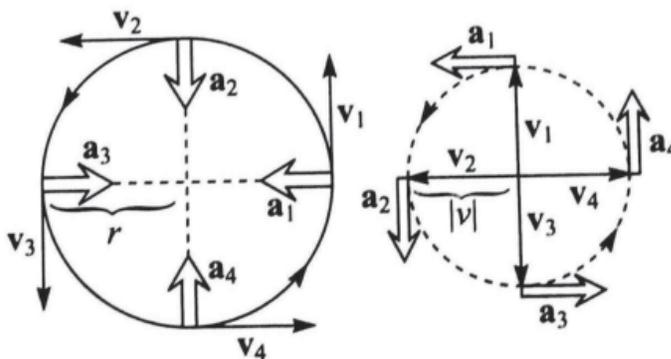
Para abordar o assunto rotação, uma alternativa aos textos correntes no Ensino Médio, seria a dedução inspirada em um argumento do próprio Newton, como o descrito por Feynman (FEYNMAN, 2001). Ao fazer a primeira grande unificação da física, descrevendo movimentos sub e supralunares à luz da mesma teoria, Newton questiona o porquê da Lua não se chocar com a Terra, de acordo com a atração gravitacional entre elas. Ele então conjecturou que, sem a atração gravitacional, a Lua descreveria uma trajetória “inercial”, ou seja, um movimento retilíneo uniforme (MRU). Mas, ao mesmo

tempo, a Lua “cai” em sentido ao centro da Terra. A composição de ambos os movimentos terminaria por descrever um arco de circunferência. Desta forma, Newton conjecturou a existência de uma força resultante apontando para o centro da trajetória da Lua, o que, de acordo com sua Segunda Lei, implica numa aceleração, também centrípeta.

A argumentação acima serve de subsídio para o conjunto **S** dos Campos Conceituais, pois relaciona situações que são, em tese, pré-conhecidas pelos estudantes (MRU, queda dos corpos sob a ação da gravidade) que colaboram no prover de significado uma aceleração que seja centrípeta. No entanto, o desenvolvimento analítico, as simplificações e as dificuldades de realizar experimentos dificultam, para o estudante do Ensino Médio, a elaboração correta dos invariantes operatórios (**I**) e os respectivos significantes (**R**), estes especificamente as representações, de caráter vetorial, necessárias ao domínio das situações abordadas. Desta forma, o processo de ensino-aprendizagem se dá de forma incompleta, o que termina por induzir os estudantes a meramente decorar a expressão para o cálculo da aceleração centrípeta, ao invés de levá-los à formação do conceito baseados na tríade (**S**, **I**, **R**).

Um caminho mais formal para explorar o conceito de aceleração centrípeta, que enfatiza seu caráter vetorial, é apresentado no livro de Moysés Nussenzveig (NUSSENZVEIG, 2002), que resgata o conceito de hodógrafo na análise vetorial da velocidade e da aceleração para movimentos curvilíneos.

FIGURA 1 – (a) Uma trajetória de movimento circular uniforme, com o vetor velocidade tangente à mesma. (b) O movimento representado com os vetores velocidade postos na mesma origem.



Fonte: Nussenzveig, 2002, sob permissão do autor.

A figura 1(a) demonstra uma trajetória, centrada na origem do sistema de eixos cartesianos, onde também está representada a velocidade instantânea do objeto em movimento. Por ser a taxa de variação do vetor posição, tal velocidade é tangente à trajetória, desta forma, também é perpendicular ao vetor posição cujo módulo equivale ao raio da trajetória circular. Na figura 1(b), os vetores velocidade foram realocados todos na mesma origem. A “trajetória” descrita pela extremidade destes vetores é chamada de

hodógrafo. Se o movimento circular é uniforme (MCU), isto significa que o módulo do vetor velocidade, que faz o papel do “raio” no hodógrafo, é constante, logo, o seu formato é o de uma circunferência. Da mesma forma que, por ser tangente à trajetória, o vetor velocidade é perpendicular ao raio da circunferência que representa o movimento, o vetor aceleração, por representar a taxa de variação da velocidade, é tangente ao hodógrafo em todos os seus pontos. Desta forma, em um MCU, este vetor é perpendicular ao “raio” do hodógrafo, o vetor velocidade. De acordo com esta dedução, ao voltarmos para a figura 1(a), por ser perpendicular à velocidade, o vetor aceleração aponta necessariamente para o centro da trajetória circular, sendo, portanto, uma aceleração centrípeta.

Podemos obter o módulo desta aceleração também a partir da figura 1, já que o hodógrafo de um MCU é também um MCU de mesma velocidade angular ω (NUSSENZVEIG, 2002). A relação entre o módulo da velocidade vetorial e a velocidade angular, para uma circunferência de raio R , é conhecida e dada por:

$$\mathbf{v} = \omega \cdot R \quad (1)$$

No hodógrafo, o “raio”, como já comentado, é o próprio módulo do vetor velocidade, v , sendo a velocidade angular a mesma. Desta forma, obtemos a relação:

$$\mathbf{a} = \omega \cdot \mathbf{v} = \omega \cdot (\omega \cdot R) = \omega^2 \cdot R \quad (2)$$

Que já é uma forma familiar para a aceleração centrípeta (a_{cp}). Podemos torná-la mais próxima ainda do que os estudantes costumam lembrar substituindo (1) em (2) para finalmente obter:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \quad (3)$$

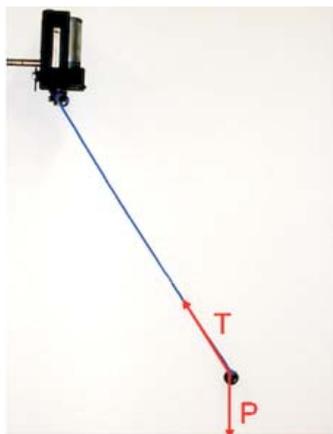
Desta forma, encontra-se uma maneira mais acessível aos alunos do Ensino Médio, no sentido que, ao recuperar o conceito do hodógrafo, tornamos a dedução da expressão da aceleração centrípeta mais próxima da maturidade cognitiva dos alunos deste nível de ensino.

A ATIVIDADE EXPERIMENTAL

A segunda etapa deste trabalho consiste em conceber uma atividade experimental por meio da qual seja possível reproduzir e interagir com um MCU. Vários dos kits experimentais disponíveis no mercado fazem a relação deste tipo de movimento com a força resultante centrípeta, geralmente através da medida da elongação de uma mola posta na direção radial do movimento. No entanto, no nosso entender, o aparato experimental soa aos alunos como uma “caixa preta”, pois o nível de abstração para se chegar à equação 3 faz com que a parte conceitual se perca pelo caminho.

Optamos, então, pela construção de um pêndulo cônico, formado por um motor conectado a uma haste à qual foi presa uma bolinha, conforme mostrado na figura 2.

FIGURA 2 – Detalhe lateral da montagem do pêndulo cônico, incluindo as forças tensão (T) e peso (P) atuantes. Acima à esquerda, está o motor responsável pela rotação do sistema.



Fonte: autores (2016).

O aparato experimental que foi utilizado para realizar a atividade consistiu da fixação de um motor elétrico de passo com alimentação de 12,0 V CC e corrente elétrica máxima de 3,0 A numa haste horizontal com seu eixo apontando para baixo. É importante salientar que o motor a ser utilizado para a construção de um pêndulo cônico seja robusto, ou seja, apresente torque e precisão de giro suficientes para que a velocidade propiciada pelo mesmo não se altere significativamente durante a atividade experimental. Ao eixo do motor está fixado um pequeno disco cuja extremidade apresenta um orifício onde se pode prender, através de um nó, a ponta de um barbante ou uma pequena vara de metal. À medida que o barbante, rotacionado pelo motor, descreve a superfície lateral de um cone, o movimento descrito pela bolinha presa à outra extremidade do pêndulo é um movimento circular e uniforme (quando projetado em um plano horizontal perpendicular ao eixo de rotação do motor). A velocidade angular é regulável ajustando-se a frequência de rotação do motor. Baseados em nossa experiência pedagógica, acreditamos que este seja um bom aparato experimental para o estudo do MCU. Nesta atividade experimental, os estudantes percebem facilmente que a esfera na extremidade do pêndulo executa um MCU. A resultante centrípeta pode ser obtida pela soma vetorial da força de tração ao longo do barbante com a força peso da bolinha, conforme mostrado também na figura 2.

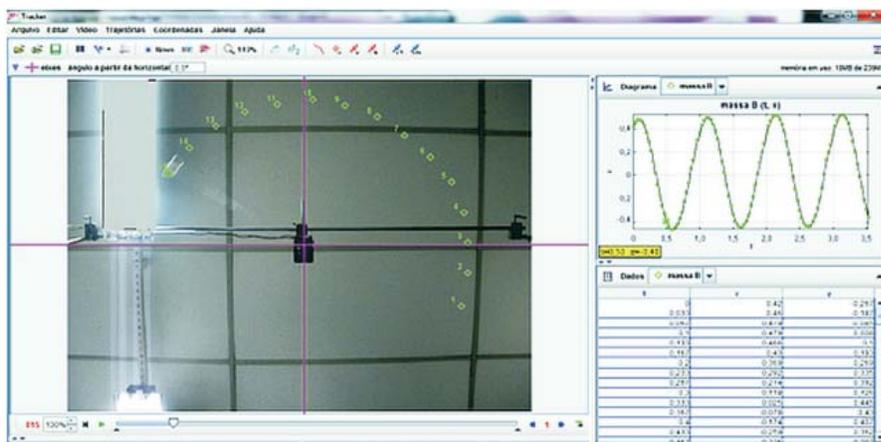
VIDEOANÁLISE E RESULTADOS

Após a concepção do experimento, tratou-se de obter os dados experimentais de modo que fosse possível observar, após o tratamento dos mesmos, as características

marcantes de um movimento circular para que, em seguida, proceda-se à construção do conceito de aceleração centrípeta a partir dos próprios dados, não sendo necessárias abstrações e cálculos vetoriais de maior monta, como os citados na introdução deste trabalho. Desta forma, optou-se pela utilização da videoanálise, que consiste em filmar com câmeras digitais o fenômeno físico de interesse, efetuar a análise de dados experimentais contidos no vídeo e o consequente tratamento dos mesmos. Para isto, foi utilizado o software livre *Tracker* (BROWN; COX, 2009). Uma metodologia detalhada de aplicação nos laboratórios didáticos de física na realidade brasileira encontra-se em BEZERRA-JR et al (2012). É importante destacar uma característica fundamental do *Tracker*, dentre suas diversas funcionalidades: a possibilidade que a videoanálise fornece a professores e alunos de realizar medidas das grandezas fundamentais do movimento, ou seja, posição e tempo. O fulcro da mecânica está, justamente, no estabelecimento de nexos e inter-relações entre estas grandezas. Assim, entendemos que, para o desenvolvimento de atividades experimentais em sala de aula, medir posição e tempo é um ponto de partida fundamental. Neste sentido, o *Tracker* é uma tecnologia compatível com a realidade escolar brasileira, aí incluídos o tempo didático das aulas (é comum que aulas de física tenham a duração de um ou dois tempos de 50 minutos, por exemplo) e a (falta de) estrutura de laboratórios didáticos, principalmente no nível médio.

Aplicamos a videoanálise neste experimento do pêndulo cônico, para obtenção de dados do MCU da bolinha presa ao barbante. Realizou-se a filmagem do movimento da bolinha em um plano que contém a base do que seria o cone descrito pelo barbante do pêndulo, de forma a captar, sem problemas de erros devido à paralaxe, o movimento circular da massa suspensa. Uma visão desta perspectiva pode ser observada na figura 3, que apresenta uma captura de tela referente ao vídeo analisado com o *Tracker*.

FIGURA 3 – Captura de tela (integrada ao *Tracker*) com o pêndulo visto de baixo para cima. Os pontos em verde representam parte da trajetória circular decomposta quadro a quadro. À direita, os dados da posição em função do tempo para o MCU e um gráfico tal como processado com o *Tracker*.



Fonte: autores (2016).

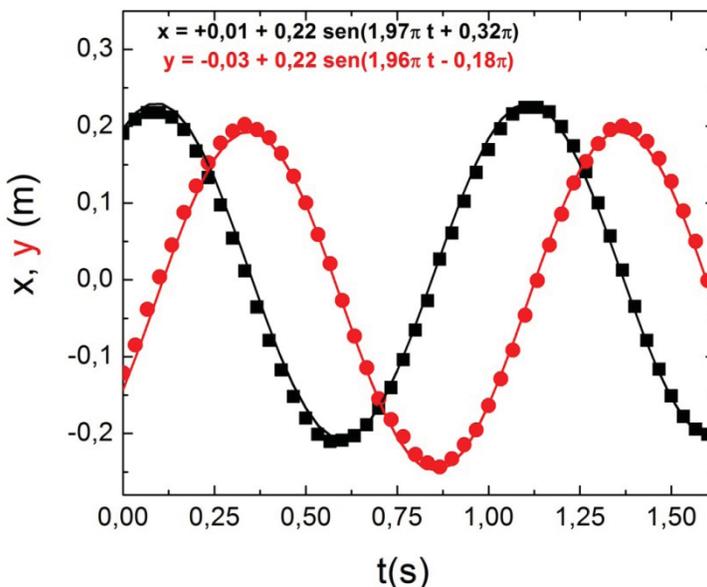
No campo esquerdo da tela, pode-se observar o tratamento do vídeo do MCU, feito a intervalos constantes de 0,03 s entre quadros sucessivos (característica da câmara utilizada na filmagem). Os pontos verdes representam a marcação dos dados experimentais, quadro a quadro, feita com o *Tracker*. Como se pode ver, o espaçamento temporal entre os pontos é sempre o mesmo, o que resulta em deslocamentos angulares iguais entre pontos consecutivos, o que comprova tratar-se de um MCU. À direita da tela podemos observar a evolução temporal da coordenada cartesiana X (no eixo rosa horizontal da figura 3, na imagem capturada do MCU). A natureza senoidal obtida nesta representação gráfica indica o acompanhamento do caráter periódico do movimento pelo *Tracker*, através dos pontos experimentais extraídos dos quadros do filme. A grandeza dinâmica do movimento a ser representada graficamente neste campo também pode ser escolhida pelo usuário. Finalmente, à direita, campo inferior, estão os dados experimentais (no caso, instante de tempo, coordenadas X e Y, respectivamente) que são armazenados pelo programa e que podem ser exportados em uma planilha de dados para serem trabalhados em programas de planilhas eletrônicas. Em nosso caso, foi utilizado o software livre *SciDavis* (SCIDAVIS, 2014). Estes fatos aqui elencados consistem em um enorme diferencial da videoanálise frente aos procedimentos normais de laboratórios didáticos: o estudante pode acompanhar, quantas vezes forem necessárias, a evolução temporal das grandezas dinâmicas do movimento ao interagir diretamente com a interface do *Tracker*. O ajuste da taxa de quadros por segundo também consiste em um aprendizado importante, pois vários fenômenos físicos céleres e sutis não são perceptíveis “a olho nu” em laboratório, mas podem ser observados em detalhes com os procedimentos da videoanálise.

Neste experimento proposto para o movimento circular uniforme, salientamos que o *Tracker* foi utilizado para determinar a posição do móvel em função do tempo e que estes dados – uma tabela simples, mas que contém os dados experimentais fundamentais – foram analisados com o uso de outra tecnologia (que pode ser uma planilha ou um programa para a confecção de gráficos). Os dados foram, portanto, manipulados de acordo com um procedimento comum em laboratórios de física, tanto os laboratórios didáticos quanto os de pesquisa. Ora, um aspecto fundamental da física, tão importante quanto a concepção e execução do experimento, é o tratamento que se dá aos dados experimentais. No caso do movimento, a trajetória, ou seja, a posição em função do tempo, enseja ao cálculo de outras grandezas fundamentais derivadas: velocidade e aceleração. Nos textos básicos de física, apresenta-se o conceito de velocidade como a variação da posição em função do tempo. Em tratamentos mais elaborados, introduz-se o conceito de derivada, a partir de variações infinitesimais, num momento em que a inter-relação entre física e matemática ganha contornos reveladores do significado mesmo da física enquanto ciência. A partir de nossa experiência em sala de aula, notamos que este tratamento de dados, que implica em decidir quais operações realizar – e como – faz parte de um processo relevante para a aprendizagem dos estudantes, porque a manipulação dos dados experimentais, mesmo que sejam os dados “simples” obtidos nesta experiência de mecânica, transporta os estudantes a um “mundo de fazer ciência” em que eles são os protagonistas. Dado que o intervalo de tempo entre quadros sucessivos equivale a 0,03s (para o caso de ser utilizada uma câmara com resolução de 30 quadros por segundo), a velocidade média pode ser entendida como

a velocidade instantânea, ou seja, como sendo a derivada da posição em função do tempo, consideradas as condições experimentais específicas deste experimento, o que permite que a nossa proposta também seja apropriada a disciplinas do Ensino Superior.

O tratamento de dados para o movimento mediado pelo *Tracker* forneceu, em primeira instância, a evolução temporal das coordenadas espaciais X e Y do movimento da massa suspensa no pêndulo cônico. A figura 4 representa tal evolução.

FIGURA 4 – Evolução temporal das coordenadas cartesianas X e Y do MCU. Acima, as expressões matemáticas correspondentes aos ajustes das curvas.



Fonte: autores (2016).

Os ajustes das curvas, indicados na figura 4, no *SciDavis* foram realizados segundo a equação geral:

$$z(t) = z_0 + a_z \text{sen}(c\pi t + F_z\pi) \quad (4)$$

Onde $z(t)$ é a função do tempo da grandeza dinâmica a ser ajustada, z_0 , a_z , c e F_z são os parâmetros de ajuste. A partir destes, pode-se reconhecer facilmente as quantidades: $\omega = c\pi$, como a frequência angular e $\varphi_z = F_z\pi$, como a constante de fase. Deste ajuste, observam-se indicativos de tratar-se, de fato, de um movimento circular, como a mesma amplitude e, praticamente, a mesma frequência angular para as duas curvas ajustadas a partir dos dados experimentais. A diferença de fase entre as duas curvas é $\varphi = [0,32 - (-0,18)]\pi = 0,50\pi$ que é o esperado para a evolução temporal senoidal de duas coordenadas ortogonais entre si.

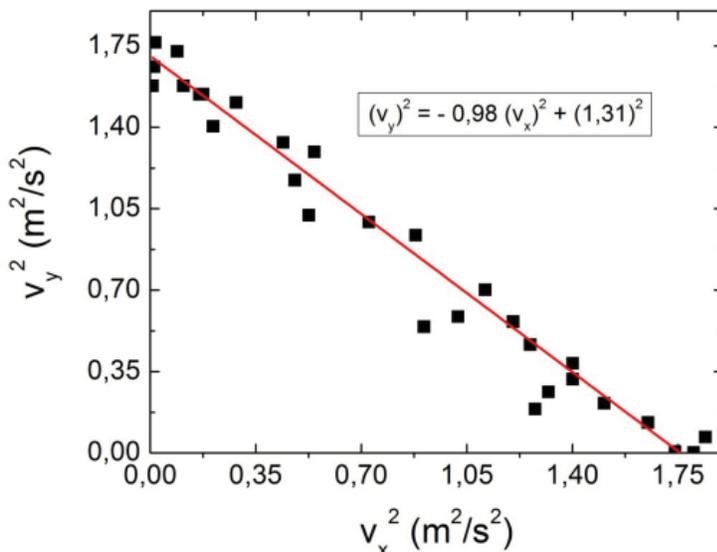
Para enfatizar este aspecto, partiu-se para a análise dos dados das velocidades instantâneas colhidas pelo *Tracker*. O ajuste das curvas feito sobre a função (4) forneceu, para V_x e V_y , respectivamente,

$$v_x = 1,35 \text{ sen}(1,97 \pi t - 1,18 \pi) \tag{5}$$

$$v_y = -0,01 + 1,36 \text{ sen}(1,97 \pi t - 1,68 \pi) \tag{6}$$

A diferença de fase entre ambas é de $\phi_v = [-1,68 - (-0,18)] \pi = -1,50 \pi$ ou seja, reflete o mesmo comportamento esperado e demonstrado para as coordenadas X e Y. O módulo do vetor velocidade vale $v = 1,35 \text{ m/s}$. Será este módulo constante, como requer um MCU? Na figura 5 mostra-se a relação entre $(V_x)^2$ e $(V_y)^2$, com o respectivo ajuste de curva feito no *SciDavis*. O fato desta relação ser linear, a despeito da dispersão dos dados experimentais, comprova que, de fato, o módulo do vetor velocidade em todo o movimento é constante.

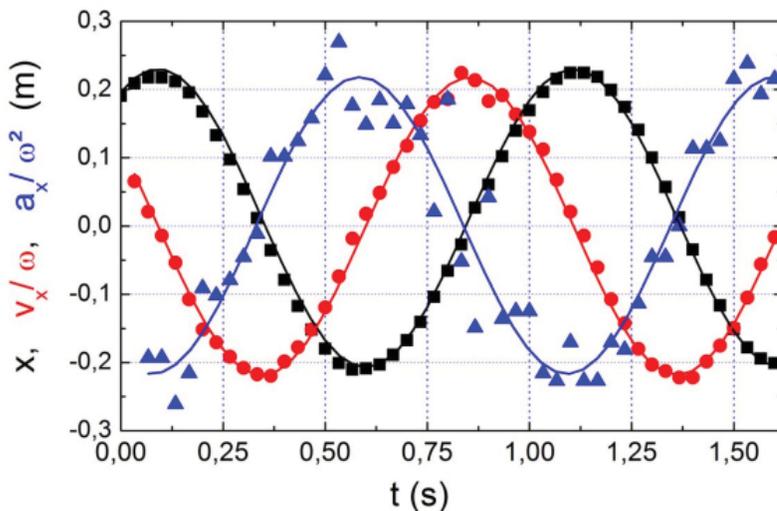
FIGURA 5 – A relação entre os quadrados dos módulos das componentes X e Y do vetor velocidade demonstra a constância do seu módulo.



Fonte: autores (2016).

A análise de dados exposta até aqui tem robustez para permitir o tratamento em apenas uma das coordenadas e extrapolar o comportamento para o movimento como um todo. Este procedimento permite tratar de outro obstáculo epistemológico entre os estudantes, que é o estudo do movimento harmônico simples (MHS) como a projeção em um dos eixos do MCU. A figura 6 expõe o comportamento das componentes sobre o eixo X da posição, velocidade e aceleração.

FIGURA 6 – Representação gráfica das componentes X da posição, velocidade e aceleração. As amplitudes foram normalizadas na forma indicada no eixo vertical do gráfico.



Fonte: autores (2016).

As equações, ajustadas de acordo com a equação (4), para a coleção de dados experimentais forneceram uma aceleração de módulo $8,34 \text{ m/s}^2$, com:

$$a_x = 0,03 + 8,30 \text{ sen}(1,97 \pi t - 0,66 \pi) \quad (7)$$

$$a_y = -0,04 + 8,39 \text{ sen}(1,97 \pi t - 1,12 \pi) \quad (8)$$

Algumas características marcantes do MHS estão presentes nesta representação gráfica da figura 6. Por exemplo, uma vez que a posição e a velocidade podem ser representadas por uma função senoidal e estão defasadas por um fator $3\pi/2$, isto é equivalente à derivada do seno, que resulta em um cosseno – um resultado do cálculo diferencial elementar. O mesmo raciocínio vale para a aceleração, que está defasada, em relação à velocidade, de $\pi/2$ e, em relação à posição, está 180° fora de fase, para usar uma expressão corriqueira. Isto demonstra para o estudante que os procedimentos matemáticos, dos mais elementares aos mais complexos, como o citado cálculo diferencial, podem ser diretamente extraídos do tratamento dos dados experimentais, auxiliando na composição do conjunto **I** dos invariantes operatórios, na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, ao observar-se que as inter-relações entre as grandezas físicas (no caso, posição, velocidade, aceleração) tem uma natureza experimental que, no campo **R** das representações, assume um caráter gráfico e matemático.

A Figura 6 apresenta também outro aspecto interessante, do ponto de vista do ensino da física: no gráfico da posição, o ajuste da curva (linha preta) acompanha “perfeitamente” os pontos experimentais (quadrados pretos); para a velocidade (linha e círculos vermelhos), percebe-se que alguns pontos estão levemente deslocados em relação à curva de ajuste;

este deslocamento fica mais evidente para a aceleração, dado que os pontos experimentais (triângulos azuis), apesar de acompanharem a curva do ajuste (linha azul), não estão situados exatamente “sobre” ela. Os estudantes percebem, então, que esta dispersão está associada ao que se costuma chamar de erros experimentais. Mas, então, como explicar estes erros? No caso da curva para a posição, é claro que o experimento foi concebido de modo a minimizar os erros, ou seja, as dimensões (objeto e trajetória) escolhidas pelos realizadores do experimento são tais que, para os instrumentos de medida empregados (régua, câmara digital e *Tracker*), o fenômeno pode ser perfeitamente representado pela curva senoidal, conforme demonstrado no tratamento de dados e visualizado no gráfico. É a típica “figura de livro de texto”. Mas tanto a velocidade quanto a aceleração são obtidas a partir de uma operação matemática realizada com os dados experimentais. Existe, portanto, uma propagação de erros, assunto que geralmente é incluído nos currículos. Neste sentido, nota-se que, ao manipular os dados experimentais, os erros se propagam, podendo ficar mais evidentes, dependendo daquelas operações matemáticas empregadas. No caso específico aqui tratado, é razoável considerar que o erro relacionado às medidas de posição seja da ordem de 0,2cm, tendo em vista as dimensões do experimento e o processo de marcação da posição do móvel quadro a quadro. Assim, no intervalo analisado (vide Fig. 4), em que a amplitude varia de -20cm até +20cm, calculamos que o módulo do vetor posição (raio do MCU) é 21,0cm, logo, o erro seria menor que 1%, portanto, não perceptível no gráfico da posição contra o tempo. Como a aceleração é relacionada à posição pela expressão:

$$a_x = \omega^2 x \quad (9)$$

então, o erro propagado, associado a Δx , considerando um tratamento de erros elementar, seria dado por:

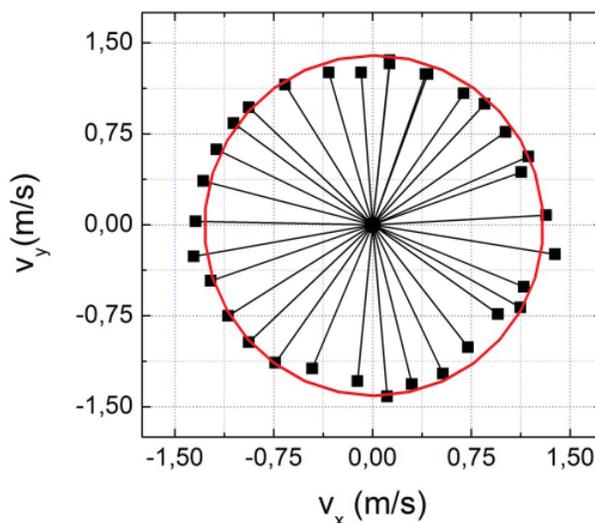
$$\Delta a_x = \omega^2 \Delta x \quad (10)$$

Ora, determinou-se que $\omega = 6,2 \text{ rad/s}$ (vide equações da figura 4), logo, o erro aproximado para a aceleração corresponde a $\Delta a_x = 7,7 \text{ cm/s}^2$. Ao comparar com o valor do módulo da aceleração, $a = 8,34 \text{ m/s}^2$, obtido em nosso tratamento de dados, percebe-se que o erro percentual é de quase 10%. Aí uma explicação para a dúvida de muitos estudantes sobre o porquê de os pontos da aceleração “não baterem” tão bem. Neste exemplo, mais um dado interessante a respeito de como a videoanálise em sala de aula pode colaborar com o desenvolvimento de atividades experimentais com viés investigativo e estimuladoras de processos que são análogos àqueles que também acontecem nos laboratórios de pesquisa, esta uma vertente que vem apresentando destaque no ensino de ciências da atualidade.

Da observação do comportamento da aceleração (figura 6) e da constatação feita anteriormente que o módulo do vetor velocidade é constante, surge outro obstáculo epistemológico corriqueiro em sala de aula: se “o módulo da velocidade é constante”, o que faz uma aceleração no meio desta discussão? Este é um ponto central neste trabalho,

o aluno perceber que, a despeito do módulo do vetor velocidade ser constante, a sua direção varia em todo o instante, logo, uma variação de tal monta no vetor velocidade requer, de fato, a necessidade de uma aceleração. Mas onde estaria a mesma? Ao resgatar a ideia do hodógrafo (figura 1), abrimos a perspectiva de um tratamento de dados experimentais (ao invés da álgebra vetorial, corriqueira em livros didáticos) que permite a construção deste conceito. A figura 7 mostra o hodógrafo obtido com o programa *SciDavis*, ao plotarmos V_y contra V_x graficamente e unindo cada um dos pontos obtidos à origem através de segmentos de retas. O lugar geométrico ocupado pela coleção de pontos (V_x, V_y) é o hodógrafo do MCU.

FIGURA 7 – Hodógrafo do movimento circular uniforme, obtido a partir do tratamento dos dados experimentais.



Fonte: autores (2016).

A circunferência em vermelho coloca este hodógrafo nas condições discutidas na seção 2 deste trabalho, ou seja, a partir da comparação entre as figuras 1(b) e 7, chega-se à constatação e à construção da necessidade de uma aceleração centrípeta, responsável pela variação na direção do vetor velocidade, para o MCU. Para corroborar este aspecto, se utilizarmos o módulo do vetor velocidade, 1,35 m/s, e o módulo do raio da trajetória, 21cm, para calcularmos a aceleração centrípeta, pela equação (3), obtemos como resultado 8,68 m/s², uma discrepância de 4% em relação ao obtido experimentalmente, 8,34 m/s², ou seja, perfeitamente aceitável do ponto de vista da margem de erro experimental.

CONCLUSÃO

O presente trabalho apresenta uma abordagem inédita de tratamento de dados experimentais, a partir da videoanálise, para o estudo do movimento circular uniforme, tão presente nas disciplinas de física do ensino superior e médio. Apesar de sua onipresença, uma série de obstáculos epistemológicos é encontrada cotidianamente em seus estudos, sendo o mais pronunciado, a aparente dicotomia entre a constância do módulo do vetor velocidade e a “necessidade” de uma aceleração centrípeta para a correta interpretação deste movimento.

Uma estratégia de ensino-aprendizagem é então dimensionada, articulando aspectos teóricos, experimentais e de representação simbólica, o que encontra ressonância nos Campos Conceituais de Vergnaud, na articulação entre os conjuntos das situações (**S**) que dão significado aos conceitos a serem estudados no movimento circular. Tais situações foram capturadas utilizando a videoanálise, para o seu posterior estudo. É preciso ficar claro para os professores que, somente através de uma metodologia e aprendizagem bem fundamentada é que se torna possível a abertura de um caminho para a remoção dos obstáculos epistemológicos encontrados no ensino de física. É oportuno fazer esta ressalva, haja vista a ingênua concepção redentora que as tecnologias de informação e comunicação (TIC), das quais a videoanálise faz parte, desempenham tanto na prática docente como na literatura. A utilização do *Tracker*, em si, não fornece melhorias nesta prática, ao passo que, articulada sob um referencial em ensino-aprendizagem pode sim desempenhar uma contribuição efetiva. Desta forma, após o conjunto **S** estar delimitado via observação direta e filmagem do MCU, em seguida entram em ação o conjunto **I** dos invariantes operatórios associados aos conceitos em estudo, através do estabelecimento entre as grandezas físicas envolvidas, suas propriedades e relações. Neste caso, após breve discussão teórica, recorre-se à observação em tempo real destas grandezas na interface do *Tracker* com o posterior tratamento de dados experimentais discutidos neste trabalho, onde a construção dos invariantes operatórios foi sendo feita de forma gradual e extraída dos dados experimentais. Neste aspecto, desempenha papel decisivo o conjunto **R** dos significantes, em que, através da linguagem simbólica (gráfica e matemática, no tratamento e exposição de dados experimentais) foi possível dar suporte à identificação e construção dos invariantes operatórios, o que fecha a tríade na qual se assenta a elaboração de um conceito (físico, no nosso caso) na estrutura cognitiva dos estudantes.

Além do posto acima, a videoanálise, alinhada com o tratamento dos dados colhidos, encontra suporte também no que é posto nos PCN+, tendo em vista as habilidades e competências a serem desenvolvidas no campo das Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Este domínio das linguagens simbólica e analítica necessário para a descrição e compreensão dos fenômenos da Natureza também ocupa um lugar central nos referenciais da matriz do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

Desta maneira, este trabalho colabora no sentido de resgatar uma exposição formal do conceito de aceleração centrípeta, ancorada num referencial de ensino-aprendizagem e incorporando uma atividade experimental que faz uso das TIC, tudo isso incorporado numa metodologia factível à realidade da maioria das escolas brasileiras.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. J. P. M. *Discursos da ciência e da escola: ideologia e leituras possíveis*. Campinas: Mercado de Letras, 2004. 128p.
- BEZERRA-JR, A. G.; OLIVEIRA, L. P.; LENZ, J. A.; SAAVEDRA, N. Videoanálise com o software livre *Tracker* no laboratório didático de física: movimento parabólico e Segunda Lei de Newton. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v.29, n. especial 1, p.469-490, set. 2012.
- BERAHA, N.; CARUSELA, M. F.; ELHASI, C. D. Dinámica del movimiento rotacional: propuesta de experiencias sencillas para facilitar su comprensión. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.31, n.4, p.4503(1-5), dez. 2009.
- BONAGAMBA, T. J.; SANTONI, E.; LASSO, P. O.; BREYAS, C. B.; GENTIL, A. Construção de um conjunto experimental destinado à execução de práticas de rotação e oscilação de corpos rígidos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.17, p.133-139, jun. 1995.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) – Ciências da Natureza e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, 2002.
- BROWN, D.; COX, A. J. Innovative uses of video analysis. *The Physics Teacher*, v.47, p.145-150, mar. 2009.
- CISNEROS, J. I.; LUJAN, E. Estudo Experimental da Rotação de um Corpo Rígido ao Redor de um Eixo Fixo. Conservação do Momento Angular. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.18, n.1, p.1-6, mar. 1996.
- EINSTEIN, A.; INFELD, L. *A Evolução da Física*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1988. 237 p.
- FEYNMAN, R. P. *Física em Seis Lições*. Rio de Janeiro: Ediouro, 2001. 208p.
- GALILEI, G., *Diálogos sobre os dois principais sistemas do mundo, ptolomaico e copernicano*. São Paulo: 34, 2011. 888p.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física*, vol. 1. São Paulo: LTC, 2012. 368p.
- HESSEL, R. Descrição e uso de um aparelho para o estudo da dinâmica de rotação. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.5, n.2, p.21-32, dez. 1983.
- LIMA, V. M. R.; HARRES, J. B. S.; BORGES, R. M. R.; da ROCHA FILHO, J. B. Apresentação e Avaliação de Material de Sustentação e Experimentação em Ensino de Física. *Experiências em Ensino de Ciências*, v.4, n.1, p.7-22, mar. 2009.
- MÁXIMO, A.; ALVARENGA, B. *Curso de Física*, vol. 1. São Paulo: Scipione, 2005. 391p.
- MOREIRA, S. M. C.; PINHEIRO, R. L. N.; ALVARENGA, L. C. Dispositivo didático – movimento harmônico simples versus movimento circular uniforme. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v.8, n.3, p.227-231, dez. 1991.
- NEWTON, I., *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, Livro 1. São Paulo: EDUSP, 2002. 325p.
- NUSENZVEIG, H. M., *Curso de Física Básica*, vol. 1, Mecânica. 4.ed. São Paulo: Blucher, 2002. 328p.

PETERSON, J. Introducing Rotational Motion with EXIF Data. *The Physics Teacher*, v.49, p.440-441, Oct. 2011.

PhET Interactive Simulations. *A rotação da joaninha*, 2012. Disponível em: <http://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/rotation>. Acesso em: 02 mar. 2016.

SCIDAVIS. Disponível em: <<http://scidavis.sourceforge.net/>>. Acesso em: 09 out. 2014.

SILVA, M. T. X.; TONIAZZO, N.; AXT, R. O impulso e o movimento circular uniforme. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.20, n.4. p.425-427, dez. 1998.

VERGNAUD, G. Quelques orientations théoriques et méthodologiques dès recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v.2, n.2, p.215-232, 1981.

_____. *Teoria dos campos conceituais*. In: NASSER, L. (Ed.). Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática. Rio de Janeiro, p.1-26, 1993.

_____. ¿En Qué Sentido La Teoría De Los Campos Conceptuales Puede Ayudarnos Para Facilitar Aprendizaje Significativo? *Investigações em Ensino de Ciências*, v.12, n.2, p.285-302, dez. 2007.

VILLANI, A.; PACCA, J. L. A.; HOSOUME, Y. Concepção espontânea sobre movimento. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.7, n.1, p.37-45, jun. 1985.