

A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática

Milton Rosa
Frederico da Silva Reis
Daniel Clark Orey

RESUMO

A modelagem matemática vem se constituindo em uma das mais importantes linhas de pesquisa para os processos de ensino e aprendizagem em Matemática. Este artigo teórico tem como propósito apresentar uma sugestão de trabalho com a modelagem matemática em sua dimensão crítica, nos cursos de formação dos professores. Dessa maneira, esse trabalho aponta algumas razões para um ensino de Matemática voltado para a solução de problemas do mundo real, com a utilização da modelagem matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem que valoriza e possibilita a conexão entre a Matemática e a realidade. Entretanto, esse aspecto não se reflete na prática docente dos professores de Matemática. Nessa perspectiva, a revisão de literatura mostra que a modelagem matemática em sua perspectiva crítica pode contribuir para a formação crítico-reflexiva de professores e para uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos por parte dos alunos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática Crítica. Formação de Professores. Educação Matemática.

Critical Mathematical Modeling in the Development of Mathematics Teachers

ABSTRACT

Mathematical modeling is becoming one of the most important lines of research for the processes of the teaching and learning of Mathematics. This theoretical paper presents a suggestion to work with mathematical modeling in their critical dimension in teacher training courses. Thus, this work points out some reasons for teaching and learning of Mathematics aimed at solving real

Milton Rosa é Doutor em Educação. California State University, Sacramento, USA. Docente da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Centro de Educação Aberta e a Distância (CEAD), Ouro Preto, Minas Gerais. Endereço para correspondência: Campus Universitário Morro do Cruzeiro, Bauxita, 35400-000 – Ouro Preto, MG. E-mail: milton@cead.ufop.br

Frederico da Silva Reis é Doutor em Educação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Departamento de Matemática, Ouro Preto, Minas Gerais. Endereço para correspondência: Campus Universitário Morro do Cruzeiro, Bauxita, 35400-000 – Ouro Preto, MG. E-mail: fredsilvareis@yahoo.com.br

Daniel Clark Orey é Doutor em Educação. University of New Mexico, USA. Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Centro de Educação Aberta e a Distância (CEAD), Ouro Preto, Minas Gerais. Endereço para correspondência: Campus Universitário Morro do Cruzeiro, Bauxita, 35400-000 – Ouro Preto, MG. E-mail: oreydc@cead.ufop.br

Acta Scientiae	Canoas	v. 14	n.2	p.159-184	maio/ago. 2012
----------------	--------	-------	-----	-----------	----------------

world problems using mathematical modeling as a methodology for teaching and learning that values and enables the connection between Mathematics and reality. However, this aspect is not reflected in teaching practices by Mathematics teachers. From this perspective, the literature review shows that the mathematical modeling in its critical perspective can contribute to the formation of critical and reflective teachers and presents us with opportunities for meaningful learning of mathematical concepts by students.

Keywords: Critical Mathematical Modeling. Teacher Education. Mathematics Education.

INTRODUÇÃO

Lançando um olhar sobre a história da Matemática, nota-se que o seu desenvolvimento esteve frequentemente atrelado à resolução de problemas e à tentativa de modelar o mundo físico, o que culminou com o estabelecimento de modelos explicativos e interpretativos dos fenômenos relacionados a tais problemas. Esses modelos podem ser identificados como formulações, equacionamentos ou até mesmo teorizações sobre um determinado conteúdo matemático ou área de conhecimento humano. Nesse sentido, a Matemática sempre esteve a *serviço* da humanidade em seu intuito de entender e dominar a realidade, isto é, em uma cosmovisão subjacente àqueles que a realizam, conferindo a essa disciplina um caráter aplicado. Porém, esse fato não implica em uma contradição funcional em relação ao seu desenvolvimento enquanto ciência *pura*.

O desenvolvimento da álgebra, da geometria, da análise e de outros tópicos da Matemática é fundamental para a compreensão dos conteúdos dessa disciplina e a sua aplicação na resolução de problemas internos à própria Matemática ou de situações cotidianas pertencentes ao mundo que nos cerca. No entanto, na maioria das vezes, o ensino da Matemática está atrelado ao formalismo excessivo, sendo também caracterizado pela postura tradicional dos professores. Nesse formalismo matemático, “as deduções [matemáticas] são cadeias de transformações de expressões simbólicas segundo regras explícitas de manipulação de símbolos” (SILVA, 2007, p.184). Assim, esse formalismo apresenta a Matemática como um conjunto de regras que tem uma linguagem unidimensional e sem significado (BORGES, 2004).

De acordo com esses pontos de vista, não existe uma preocupação com o significado real das situações-problema apresentadas no ensino e aprendizagem da Matemática, pois essas situações estão desvinculadas do cotidiano dos alunos, impedindo-os de percebê-las no mundo real. Nessa perspectiva, a Matemática:

[...] apresenta-se “camuflada” no cotidiano, sem que as pessoas percebam a sua importância como um instrumento da compreensão do mundo, servindo “apenas” como um instrumento utilitário, em razão das necessidades de resolução de alguns problemas que surgem no dia a dia. (CALDEIRA, 2007, p.94)

Entretanto, há de se destacar que muito colabora, para essa visão, o fato de que o ensino da Matemática em nossas instituições de ensino tem relegado a natureza problematizadora e aplicada da Matemática a um patamar quase que exclusivamente

composto por pesquisas acadêmicas, as quais se restringem a cursos específicos de pós-graduação. Por isso, essas pesquisas não chegam às salas de aula, não influenciam o ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos. Por outro lado, os cursos de formação dos professores de Matemática têm contribuído para o excesso de formalismo e rigor na linguagem matemática e também para a supervalorização da formalização dos conteúdos matemáticos, em detrimento das ligações que esses fazem com o cotidiano e com as demais áreas do conhecimento (SILVA, 2007).

Acreditamos que não seja mais possível conceber um sistema educacional voltado para a transmissão de conteúdos estritamente formalizados, em que os alunos assumem o papel de receptor passivo de informações e que não sejam capazes de transferir o conhecimento matemático para a resolução de problemas enfrentados no cotidiano e nas demais esferas do conhecimento humano. Seguindo essa mesma linha, novas tendências pedagógicas surgiram no sentido de compreender o novo contexto social, no qual os alunos estão inseridos (MORAES, 1997). Concordamos com esse ponto de vista, pois de acordo com Rosa e Orey (2007a) existe a necessidade de adotarmos metodologias alternativas para o ensino e aprendizagem em Matemática.

Dentre as metodologias inovadoras de ensino e aprendizagem em Matemática, destacamos a utilização da abordagem crítica da Modelagem Matemática, em sala de aula, para a resolução de situações-problema que afligem a sociedade contemporânea, como por exemplo, as questões ambientais. Assim, entendemos que seja possível, durante o processo de modelagem, discutir sobre situações-problema relacionadas com o meio ambiente, provocando reflexões críticas sobre o papel da Matemática com relação a esse tema (CALDEIRA, 2008).

De acordo com esse contexto, Rosa e Orey (2007a) argumentam que, nas duas últimas décadas, a pesquisa sobre a dimensão crítica da modelagem matemática vem buscando a sua identidade, definindo os seus objetivos, estabelecendo a natureza e a potencialidade de seus métodos de investigação e, também, os limites de seu campo de atuação, com o objetivo de legitimar a sua ação pedagógica.

Nesse sentido, justificamos a escolha da modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem nos cursos de formação de professores, pois pode possibilitar a exploração de questões relacionadas ao contexto e ao interesse dos alunos e, dessa maneira, fornecer significado aos conteúdos matemáticos estudados. Então, nesse ambiente, é ressaltada a importância da integração de situações provenientes do cotidiano e de outras áreas do conhecimento na sala de aula, com o propósito de possibilitar aos alunos intervirem na própria realidade (BARBOSA, 2001).

Consideramos que esse texto contribuirá para a área de pesquisa em modelagem, pois discute sobre a formação de professores no âmbito da Modelagem Matemática Crítica. Esse *olhar* está direcionado para a reflexão crítica que deve ser desencadeada no processo de modelagem ao se discutirem suposições que foram previamente levantadas para a elaboração dos modelos matemáticos. Entendemos que essa discussão poderá indicar pistas dos rumos que poderão ser objetivados ao se planejar um curso de formação

de professores nesse âmbito, visando exercer um impacto positivo sobre os professores nos cursos de formação em Matemática.

Assim, a partir de uma pesquisa teórico-bibliográfica, com base em nosso próprio trabalho e de outros pesquisadores, inicialmente discutimos a Modelagem Matemática Crítica na Educação Matemática. Na sequência, apresentamos exemplos práticos de processos de modelagem na perspectiva crítica. Finalmente, defendemos o trabalho com a dimensão crítica da modelagem em cursos de formação de professores de Matemática.

A MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA

A Modelagem Matemática Crítica (MMC), enquanto metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática, busca trazer, para a prática pedagógica dos professores, a reflexão sobre a importância de auxiliar os alunos a entenderem, compreenderem e interpretar criticamente o mundo no qual estão inseridos. Essa abordagem pedagógica tem como objetivo fornecer as ferramentas adequadas para que os alunos, enquanto cidadãos em formação, possam agir, modificar, alterar e transformar o mundo. Assim, a modelagem matemática possui um papel importante na educação crítica para a cidadania, pois pode auxiliar os alunos a entenderem e moldarem a sociedade de acordo com as próprias necessidades.

Na perspectiva crítica da modelagem matemática, as competências desenvolvidas auxiliam os alunos a criticarem a elaboração e adequação dos modelos matemáticos na busca de soluções para uma determinada situação-problema (BARBOSA, 2006). Esse processo tem como objetivo desenvolver a criticidade dos alunos, promovendo sua participação ativa na sociedade por meio de discussões relacionadas com economia, o meio ambiente e a política (SKOVSMOSE, 2001). Nesse caso, a Matemática serve como um apoio tecnológico que critica a “própria Matemática assim como o seu uso na sociedade, e não apenas se preocuparia com o desenvolvimento de habilidades em cálculos matemáticos” (ARAÚJO, 2009, p.55-56) dos alunos.

Diante desse contexto, a dimensão crítica da modelagem matemática:

[...] fundamenta-se na compreensão e no entendimento da realidade na qual os alunos estão inseridos pela reflexão, análise e ação crítica sobre essa realidade. Ao emprestar-se da realidade os sistemas nela existentes, os alunos passam a estudá-los simbólica, sistemática, analítica e criticamente. Nesse caso, partindo de uma [determinada] situação-problema, os alunos podem levantar hipóteses, testá-las, corrigi-las, fazer transferências, generalizar, analisar, concluir e tomar decisões sobre o objeto estudado. (ROSA; OREY, 2007a, p.204)

A utilização da perspectiva da MMC nas salas de aula favorece o exame das maneiras pelas quais os alunos desenvolvem e utilizam determinados procedimentos matemáticos para que possam identificar e propor soluções para os problemas enfrentados no cotidiano (SKOVSMOSE, 2003). Esse processo é crucial para o desenvolvimento de cidadãos bem informados, ativos e críticos em uma sociedade que é estruturada matematicamente.

Assim, uma das práticas pedagógicas necessárias para o caráter transformador do ensino da Matemática é a implantação e a implementação dessa perspectiva nos cursos de formação dos professores, que tem como objetivo auxiliar os futuros professores a interpretar e compreenderem os diversos fenômenos que afligem o nosso cotidiano. Talvez, a interpretação e a compreensão desses fenômenos sejam devidas ao *poder* proporcionado pela modelagem matemática, que ocorre por meio da análise crítica das aplicações dos conceitos matemáticos durante o processo de elaboração dos modelos matemáticos (BARBOSA, 2003). Entendemos que essa análise proporciona o desenvolvimento e a sustentação de posicionamentos sociais, em termos matemáticos, na busca de soluções para os problemas que se apresentam em nosso dia a dia.

Dessa maneira, a elaboração de modelos matemáticos não é uma atividade neutra, pois modelar uma situação-problema significa entender como as ideias e as concepções matemáticas são projetadas no processo de elaboração, análise e resolução desses modelos. Assim, é importante que os resultados matemáticos obtidos nesse processo estejam vinculados à realidade dos alunos (BARBOSA, 2006), pois esses não são descrições neutras da realidade.

Então, durante o processo da modelagem matemática, podemos descrever, analisar e interpretar os fenômenos com o propósito de gerar discussões críticas e reflexivas sobre os diferentes processos de resolução dos modelos, que são elaborados pelos alunos. Essas discussões reflexivas ocorrem por meio dos debates sobre a influência dos critérios necessários para a construção dos modelos bem como sobre as comparações entre os diversos modelos que são construídos pelos alunos (BARBOSA, 2008). Dessa maneira, entendemos que:

[...] refletir sobre a realidade torna-se uma ação transformadora que procura reduzir seu grau de complexidade permitindo aos alunos explicá-la, entendê-la, manejá-la e encontrar soluções para os problemas que nela se apresentam. (ROSA; OREY, 2007a, p.204)

Essa discussão reflexiva deflagra o ciclo de construção do conhecimento matemático a partir da realidade por meio do processo da modelagem matemática crítica. Nesse processo, os alunos desenvolvem habilidades que os auxiliam a processar informações e definir estratégias indispensáveis para a realização de ações, que têm como objetivo a modificação e a transformação da realidade (ROSA; OREY, 2007a). Concordamos com Skovsmose (1990) que a discussão reflexiva provoca nos alunos a capacidade de debater sobre as implicações dos resultados matemáticos, decorrentes da resolução de situações-problema, que estão presentes na sociedade.

A MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Apesar de existirem concepções de modelagem que não estejam ancoradas na educação matemática crítica, a sua abordagem sociocrítica (BARBOSA, 2003) está

fundamentada no papel crítico da Educação Matemática. Nessa abordagem, uma das principais características da MMC no ensino e aprendizagem da Matemática é a resolução de problemas não matemáticos retirados da realidade dos alunos a partir da utilização de teorias e conceitos matemáticos durante o processo de modelagem (ARAÚJO, 2007). No entanto, ressaltamos que essa é uma característica comum a várias concepções de modelagem na Educação Matemática, pois existem outras características que podem ser acrescentadas a essa, como por exemplo, o desenvolvimento de habilidades que:

[...] vão além do conhecimento matemático e permitem ao estudante uma participação crítica em sociedade para entender e discutir questões políticas, sociais, econômicas nas quais a matemática é usada como “pano de fundo”. (ALMEIDA; SILVA, 2010, p.225-226)

No entanto, no ensino e aprendizagem da Matemática, como o mundo real é variado e complexo, os alunos negociam com ideias, conceitos e objetos matemáticos abstratos. Dessa maneira, a simplificação de suposições sempre emerge quando a Matemática é aplicada na resolução de situações-problema cotidianas. Por exemplo, no mundo real não existem linhas retas, superfícies planas ou esferas que sejam perfeitas. Nesse mesmo sentido, a realidade também não é composta por objetos que possam ser medidos com precisão absoluta. Nessa perspectiva, a modelagem matemática:

[...] é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos sempre elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele. (BASSANEZZI, 2002, p.24)

Nesse contexto, existem “atividades de modelagem que representam um forte convite aos alunos para produzirem [o] conhecimento reflexivo” (BARBOSA, 2003, p.7) que nos auxiliam no desenvolvimento de uma reflexão crítica sobre a realidade. Nesse sentido, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é importante que os alunos reflitam até sobre uma adição da aritmética elementar como, por exemplo, o resultado da adição de *duas bananas mais uma banana é igual a três bananas*. No mundo real, é extremamente importante que esse problema seja tacitamente¹ baseado na suposição implícita de que as bananas não estejam apodrecidas e que sejam exatamente iguais em formato e tamanho.

Contudo, para que o conhecimento reflexivo seja produzido durante o trabalho dos alunos com a modelagem, no ensino e aprendizagem da Matemática, existe a necessidade de que a modelagem seja concebida como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são *convidados* a investigar situações da realidade, obtendo uma representação matemática da situação estudada por meio da elaboração de modelos matemáticos (BARBOSA, 2007). Nesse conceito de modelagem:

¹ O conhecimento tácito está embebido na experiência pessoal, é subjetivo, contextualizado e análogo. Esse conhecimento é adquirido e acumulado por meio da vivência individual, pois envolve fatores intangíveis como crenças, perspectivas, percepções, sistemas de valores, ideias, emoções, normas, pressentimentos e intuições (NONAKA; TAKEUCHI, 1997; ROSA; OREY, 2012).

[...] a ênfase está colocada no fato de os alunos terem que desenvolver uma investigação, ou seja, não terem esquemas definidos *a priori*, e de a situação ter origem no dia a dia ou em outras ciências que não a Matemática. A definição de um conceito de Modelagem, entretanto, não dá conta de gerar compreensões sobre a prática dos alunos nesse ambiente de aprendizagem. (BARBOSA, 2007, p.162)

A partir dessa constatação, é necessário elaborarmos um conjunto de ações pedagógicas que possam auxiliar o desenvolvimento das práticas matemáticas dos alunos no ambiente de aprendizagem da modelagem. Nesse ambiente, destacam-se os tipos de discussões produzidas pelos alunos no desenvolvimento de suas *rotas da modelagem* (BARBOSA, 2007), que são constituídas por discussões, que têm um papel na construção de modelos matemáticos, pois estão relacionados com os propósitos da atividade da modelagem. Assim, Barbosa (2006) comenta sobre as discussões matemática, técnica e reflexiva, que foram baseadas no conceito de conhecimentos matemático, técnico e reflexivo propostos por Skovsmose (1990).

Posteriormente, Barbosa (2007) utiliza essas diferentes discussões para definir as rotas da modelagem, que são compostas por:

- 1) Discussões matemáticas que tem como objetivo desenvolver ideias, conceitos e procedimentos matemáticos;
- 2) Discussões técnicas que visam desenvolver as habilidades de resolução de problemas matemáticos aplicados através de modelos;
- 3) Discussões reflexivas que buscam analisar a natureza dos modelos matemáticos.

Então, é essencial que os professores que trabalham com a modelagem matemática reconheçam as diversas maneiras de encaminhar as discussões travadas pelos alunos durante o processo de modelagem desenvolvido em sala de aula (BARBOSA, 2005). Dessa maneira, para a produção das discussões reflexivas, é necessário que os professores identifiquem as suas três partes fundamentais, ou seja, os critérios, os resultados e a utilização dos modelos matemáticos na sociedade.

Nesse sentido, apresentamos nas próximas seções dois exemplos da utilização de discussões reflexivas no processo da modelagem, a primeira relacionada com o caso 1 e a segunda relacionada com o caso 2 conforme classificação proposta por Barbosa (2001) para as atividades de modelagem desenvolvidas em sala de aula.

DISCUTINDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DURANTE O PROCESSO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Para essa discussão, utilizaremos o caso 1, apresentado por Barbosa (2001), no qual os professores escolhem uma situação-problema, descrevendo-a para os alunos.

Em nosso ponto de vista, a utilização desse exemplo está relacionada com a perspectiva *pragmática* da modelagem matemática de acordo com a análise dos resultados de uma pesquisa sobre o debate teórico da modelagem conforme proposto por Kaiser e Messmer (1991). Assim, dessa maneira, a Matemática é utilizada para estimular as habilidades dos alunos na resolução de problemas durante o processo da modelagem matemática.

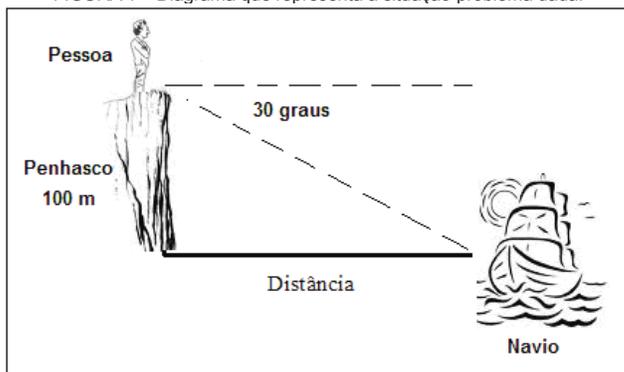
Nesse contexto, entendemos que essa perspectiva está relacionada ao conhecimento técnico que os alunos possuem e que envolve a capacidade de resolver problemas (BARBOSA, 2003; SKOVSMOSE, 1990). Contudo, o estudo conduzido por Kaiser e Sriraman (2006), que revisou o trabalho elaborado por Kaiser e Messmer (1991), denomina essa perspectiva de *realística*, na qual as situações-problema apresentadas são autênticas, podendo ser retiradas das ciências ou de outras áreas do conhecimento, para que possam possibilitar o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas, que emergem durante o processo da modelagem matemática.

Assim, consideremos um exercício típico de trigonometria, utilizado no ensino médio, cujo enunciado é:

Do alto de um penhasco, cuja altura é de 100 m, uma pessoa avista um navio sob um ângulo de depressão de 30° . A que distância, aproximadamente, o navio se encontra do penhasco?

Para que os alunos possam modelar esse problema, esperamos que desenhem um diagrama que represente a situação dada, conforme figura 1.

FIGURA 1 – Diagrama que representa a situação-problema dada.



Posteriormente, os alunos podem utilizar a função tangente para determinar a distância da base do penhasco até o navio:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{100}{d}$$

Para muitos professores, essa equação trigonométrica representa um simples modelo matemático, que demonstra uma aplicação da trigonometria que, adequadamente, ilustra a utilização da Matemática para solucionar uma situação-problema retirada da realidade.

Porém, é necessário discutirmos com os alunos sobre as suposições que foram previamente estabelecidas em relação a esse problema, pois a análise crítica da solução encontrada é um aspecto importante no processo de elaboração dos modelos matemáticos.

Podemos perceber que, na resolução desse problema, algumas simplificações generalizadas da realidade foram estabelecidas e que, geralmente, não são discutidas criticamente e nem refletidas com os alunos durante a realização das atividades matemáticas curriculares, que são desencadeadas em sala de aula.

Nesse processo de resolução, supomos que:

1. O oceano é plano e que uma linha reta pode, razoavelmente, aproximar a distância da base do penhasco até o navio. Em outras palavras, a curvatura da Terra foi ignorada. Em uma pequena escala, esse fato não é problemático, porém, em uma larga escala, isso pode gerar desvios significativos no processo de elaboração e resolução do modelo matemático.

2. O penhasco é perfeitamente vertical em relação à linha reta escolhida para representar a distância da base do penhasco até o navio.

3. A altura da pessoa (que podemos supor seja aproximadamente igual a 1,70 metros) é insignificante se comparada com a altura do penhasco que é de 100 metros.

4. O ângulo de depressão foi exatamente medido.

5. O navio está a uma distância significativa do penhasco. Nesse caso, um ponto pode, razoavelmente, representar a posição do navio no oceano. Porém, esse ponto pode adquirir outro significado matemático se o navio se aproximar cada vez mais do penhasco, que está localizado na costa litorânea.

Existe, então, a necessidade de destacarmos que essas suposições não são consideradas ilógicas se quisermos simplificar o problema, pois podemos obter uma estimativa razoável ao determinarmos a distância entre a base do penhasco e o navio. Porém, matematicamente, é importante discutirmos com os alunos que as respostas obtidas, para situações-problema como essa, nunca são absolutamente exatas. Assim, a análise dos modelos matemáticos permite que os alunos determinem uma solução mais precisa por meio da utilização de uma representação mais detalhada da realidade (D'AMBROSIO, 1993). Esse aspecto da modelagem matemática auxilia os alunos e também os professores a ampliarem o entendimento matemático que possuem, principalmente, por analisarem situações matemáticas que apresentam diferentes graus de complexidade.

Nessa perspectiva, é importante que os professores enfatizem o trabalho com os modelos matemáticos por meio da modelagem matemática ao realçarem a importância das suposições implícitas em cada situação-problema e, conseqüentemente, estejam cientes das possíveis limitações que essas suposições possam trazer para a validação da solução determinada para o problema.

No entanto, o fato de os alunos utilizarem algoritmos matemáticos, procedimentos lógicos e equações para resolver situações-problema, não significa que estejam aptos para interpretar e resolver criticamente os problemas reais enfrentados pela comunidade. Assim, concordamos com Rosa (2010) quando afirma que um dos problemas encontrados nesse processo está no fato de que a maioria dos alunos tem dificuldades em transferir e traduzir os conhecimentos da Matemática acadêmica para situações práticas e vice-versa, pois, frequentemente, a Matemática é ensinada de uma maneira descontextualizada do mundo real.

A DISCUSSÃO REFLEXIVA DURANTE O PROCESSO DA MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA

Por outro lado, em nosso ponto de vista, existe a necessidade de utilizarmos a perspectiva sociocrítica, nos cursos de formação de professores, que utiliza o conhecimento reflexivo para analisar o papel da Matemática na sociedade. Dessa maneira, o principal objetivo dessa perspectiva é priorizar as discussões sobre as implicações dos resultados matemáticos obtidos durante o desenvolvimento da modelagem matemática, que são decorrentes da resolução de situações-problema enfrentadas pela sociedade em seu cotidiano (ROSA; OREY, 2012). Então, é importante que o conhecimento matemático seja utilizado nas atividades de modelagem matemática, como um “suporte para as discussões sobre a realidade e que as discussões em sala de aula sejam problematizadas para o contexto social” (SILVA; KATO; PAULO, 2012, p.112).

Assim, entendemos que a perspectiva da modelagem matemática crítica pode ser entendida como uma:

(...) abordagem por meio da matemática, de um problema não matemático da realidade, ou de uma situação não matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupo, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho. (ARAÚJO, 2002, p.39)

Nesse contexto, um objetivo importante da Educação Matemática Crítica é o desenvolvimento da *materacia*, que visa o desenvolvimento de habilidades de cálculos numéricos, promovendo, simultaneamente, o desenvolvimento de alunos críticos, que consigam refletir e discutir sobre questões políticas, econômicas, ambientais e financeiras, que afligem a sociedade (SKOVSMOSE, 2000). Nessa perspectiva, a *materacia* consiste em um instrumento analítico, que está relacionada com a capacidade de inferência, proposição de hipóteses e a obtenção de conclusões por meio de dados. Essa abordagem possibilita a interpretação e a análise de sinais e códigos, a proposição e a utilização de

modelos e simulações na vida cotidiana e, também, a elaboração de abstrações sobre as representações do mundo real por meio de instrumentos intelectuais (D'AMBROSIO, 2005; ROSA; OREY, 2012).

Assim, em nosso ponto de vista, uma das etapas mais importantes da modelagem matemática refere-se ao levantamento do conjunto de suposições, que tem por finalidade a simplificação do modelo matemático a ser elaborado e de sua solução. No entanto, o levantamento de suposições simplificadoras pode estar associado com a perda de precisão da previsão do modelo matemático. Então, é importante que se obtenha uma boa estimativa sobre o nível de imprecisão de um modelo matemático devido à aplicação das suposições simplificadoras. Por exemplo, podemos supor que a força de atrito do ar pode ser desprezada na elaboração do modelo matemático de previsão do lançamento de uma bola de futebol. Porém, se essa suposição for realizada sobre a temperatura da superfície de uma nave espacial entrando na atmosfera terrestre, o desprezo da força de atrito pode acarretar consequências catastróficas.

Por outro lado, as relações matemáticas ou as equações utilizadas em um modelo matemático podem ser consideradas como expressões que representam leis físicas, nas quais as previsões com relação a um modelo matemático são baseadas. Nesse sentido, é importante incluir as relações relevantes para um determinado modelo matemático, pois, caso contrário, as previsões podem ser erroneamente consideradas. As relações que geralmente são empregadas na elaboração de modelos matemáticos são as leis da massa, energia e conservação do momento. Contudo, para que essas relações sejam utilizadas adequadamente, existe a necessidade de utilizarmos equações, relacionamentos empíricos e, também, derivar funções.

O PROCESSO DA MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA NA CONCENTRAÇÃO DE POLUENTES EM UM RIO

Para a realização de atividades curriculares na perspectiva da modelagem matemática crítica, nos cursos de formação de professores, existe a necessidade de que os alunos relacionem essas atividades com os problemas enfrentados pela comunidade na qual estão inseridos (ROSA; OREY, 2007a). Assim, essa abordagem pode, por exemplo, estar relacionada com a concentração de poluentes de um rio, podendo auxiliar os alunos a refletirem sobre os aspectos matemáticos envolvidos nessa situação-problema, possibilitando-lhes o entendimento desse fenômeno para que possam atuar criticamente sobre essa situação, transformando-a para o bem estar da coletividade.

Para essa discussão, utilizaremos o caso 2 proposto por Barbosa (2001), no qual os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, tendo que sair da sala de aula para coletar dados. No entanto, os professores desempenham a função de formular o problema inicial, tornando os alunos responsáveis pela condução das tarefas propostas durante o desenvolvimento da modelagem.

Nesse contexto, consideremos a situação-problema mostrada na figura 2, na qual os poluentes industriais, residenciais e comerciais são lançados em um determinado rio.

FIGURA 2 – Poluentes lançados em um determinado rio.



Fonte: autor.

Então, é de suma importância que os alunos consigam prever a concentração de poluentes nas águas desse rio para se certificarem de que essa concentração está abaixo do padrão limite permitido por lei. Nesse contexto, considerando a perspectiva da MMC, o valor limite de concentração de poluentes do rio também é tema de discussão, pois é importante que os alunos tenham conhecimento de quem o define e porque esse valor é determinado. A figura 3 mostra a concentração de poluentes em um determinado rio.

FIGURA 3 – Concentração de poluentes em um determinado rio.



Fonte: autor.

De acordo com esse contexto, é possível que os professores proponham o seguinte problema para investigação:

Uma empresa descarrega as suas águas residuais em um rio localizado nas proximidades de suas instalações. Essas águas contêm substâncias químicas dissolvidas que podem afetar o meio ambiente no qual o rio está inserido. Como podemos determinar a concentração de poluentes nas águas do rio? É possível certificarmos se essa concentração está abaixo do padrão limite permitido por lei?

A figura 4 mostra o descarregamento de resíduos por essa empresa nas águas do rio.

FIGURA 4 – Descarregamento de resíduos por uma empresa nas águas de um determinado rio.



Fonte: autor.

Então existe a necessidade de levantarmos as suposições necessárias para que os alunos possam desenvolver um modelo matemático, que tenha condições para prever a concentração de resíduos químicos nas águas do rio. A figura 5 mostra uma das consequências da poluição nas águas de um determinado rio.

FIGURA 5 – Uma das consequências da poluição das águas de um determinado rio.



Fonte: autor.

Nesse contexto, a poluição das águas é provocada quando os resíduos das residências, indústrias ou comércio, que contém substâncias poluentes são despejados nas águas de rios e lagos diretamente ou pelas redes de esgoto (PENTEADO; TORRES, 2005). Em pequenas quantidades, esses resíduos sofrem o processo de decomposição. Porém, em grandes quantidades e sem tratamento adequado, esses resíduos podem provocar um aumento considerável de microrganismos, que ao respirarem consomem o gás oxigênio (O_2) dissolvido nessas águas, provocando, principalmente, a morte dos peixes.

O LEVANTAMENTO DE SUPOSIÇÕES APROPRIADAS

Nesse contexto, o conteúdo curricular de Matemática a ser desenvolvido nos cursos de formação de professores pode oferecer aos alunos as ferramentas matemáticas necessárias para a elaboração de um modelo, que possa solucionar a situação-problema proposta (ROSA; OREY, 2007a). Em nosso ponto de vista, essa abordagem pode ser considerada como o primeiro passo para que haja uma integração da modelagem com o ensino e aprendizagem da Matemática visando o desenvolvimento da capacidade crítica e reflexiva dos alunos. Porém, para que o:

[...] desenvolvimento da eficiência e competência sociocrítica seja uma realidade, existe a necessidade de um envolvimento ativo dos alunos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. (ROSA; OREY, 2007a, p.202)

Assim, para que esse processo seja desencadeado satisfatoriamente, existe a necessidade de que os alunos participem de discussões reflexivas sobre a situação-problema abordada durante o desenvolvimento da modelagem. Essas discussões permitem que os alunos possam observar a influência de determinados critérios, que podem ser considerados como as variáveis, as suposições, as hipóteses e os pressupostos matemáticos, que são utilizados na elaboração dos modelos matemáticos em busca de seus resultados (BARBOSA, 2005). As reflexões desenvolvidas durante esse processo auxiliam os alunos a entenderem criticamente o papel dos modelos, que estão relacionados com uma determinada prática social ou com as situações-problema enfrentadas no cotidiano.

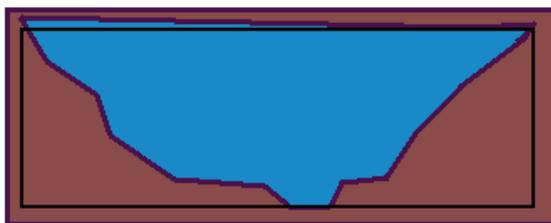
Porém, antes da coleta de dados, é importante que os professores discutam criticamente com os alunos sobre algumas suposições com relação a essa situação-problema, para que exista uma reflexão sobre os dados que serão coletados.

Por exemplo, é importante discutir reflexivamente se:

- A velocidade média da água do rio é constante;
- Não existe uma mudança sazonal no nível da água do rio;
- A taxa do fluxo e da concentração de poluentes é constante;
- O poluente e a água são completamente miscíveis, independentemente da mudança sazonal de temperatura.

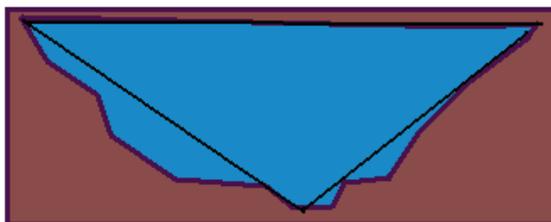
- Não há precipitação durante o período de coleta de dados;
- O poluente e a água se misturam instantânea e completamente;
- O poluente não se solidifica nas águas do rio;
- As partículas sólidas são depositadas nos sedimentos do rio;
- O poluente é volátil, pois pode se reduzir a gás ou a vapor em temperaturas ambientes;
- O poluente é quimicamente reativo; e
- Se o formato do leito do rio é irregular, podendo-se assumir que é retangular (figura 6) ou triangular (figura 7).

FIGURA 6 – Leito retangular.



Fonte: autor.

FIGURA 7 – Leito triangular.



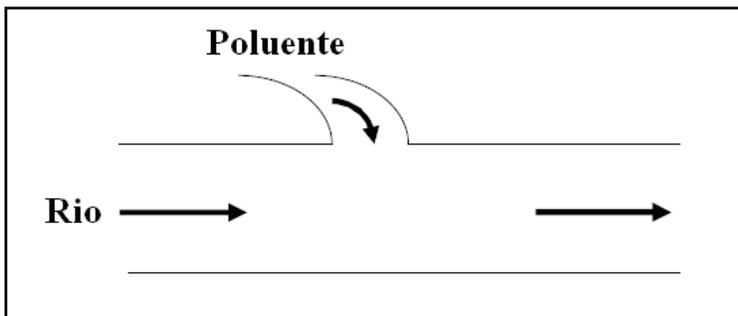
Fonte: autor.

Além dessas questões, as discussões reflexivas incluem outros questionamentos importantes, como por exemplo, os impactos causados pelos poluentes ao meio ambiente e à população local e, também, questões sobre os conteúdos matemáticos utilizados durante a modelagem.

Diante dessa perspectiva, é importante determinarmos quais são os principais questionamentos que podem afetar a concentração final dos poluentes no rio bem como sobre a taxa do fluxo de concentração de poluentes em suas águas. Assim, continuando

essa discussão crítica e reflexiva, podemos considerar o rio como um canal (figura 8), no qual se conhece a sua profundidade e largura, assumindo também que a concentração de poluentes no rio acima é zero, pois ainda não foi atingido por esses poluentes.

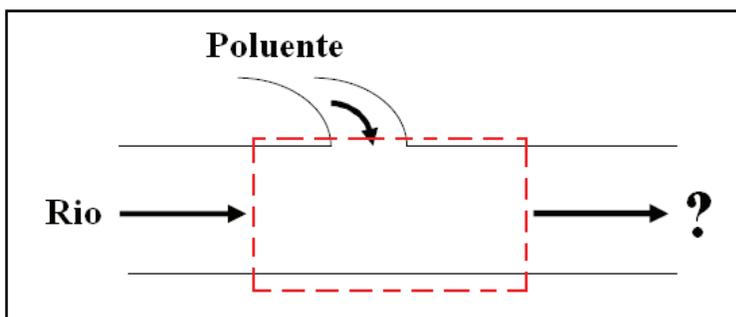
FIGURA 8 – O rio como um canal com dimensões conhecidas.



Fonte: autor.

Então, a concentração de poluentes nas águas desse rio pode ser modelada com a utilização da lei de conservação da massa, que determina que sempre existe algum tipo de poluição no meio ambiente. Essa lei pode ser aplicada ao componente de um determinado sistema ou ao sistema como um todo. Dessa maneira, é necessário enfatizar que todos os fluxos de quantidade de conservação (QC) para dentro e para fora do sistema devem ser determinados. Assim, a figura 9 mostra um diagrama que representa a taxa de variação da quantidade de conservação no rio.

FIGURA 9 – Diagrama que representa a taxa de variação da quantidade de conservação no rio.



Fonte: autor.

Essa relação geral, que representa a taxa de variação da quantidade de conservação do rio, pode ser expressa da seguinte maneira:

A taxa de variação da quantidade de conservação (QC) que ocorre no sistema é igual o fluxo da quantidade de conservação (QC) existente dentro do sistema menos o fluxo da quantidade de conservação (QC) existente fora do sistema.

Nesse caso, a energia que flui para dentro de um sistema é igual à quantidade de energia adicionada ao depósito somada com a quantidade de energia que flui para fora do sistema. Por outro lado, quando os depósitos não se modificam, a soma da entrada é igual à soma da saída de energia desse sistema (TIPLER; LLEWELLYN, 2001).

Nesse momento, é de suma importância que, nos cursos de formação de professores, o aspecto interdisciplinar de conteúdos esteja presente durante as etapas do processo da modelagem matemática. Por exemplo, na Física, uma lei de conservação estabelece que determinada propriedade mensurável de um sistema físico isolado é invariante no tempo (TIPLER; LLEWELLYN, 2001). Assim, cada *lei de conservação*² pode ser considerada como uma identidade matemática que se aplica ao sistema sob estudo.

A lei da conservação da massa pode explicar um dos grandes problemas com o qual nos defrontamos atualmente e que está relacionado com a poluição ambiental. O fato de não ser possível consumir a matéria até sua aniquilação, implica a geração de resíduos nas atividades industriais, comerciais e residenciais. Esses resíduos, que são indesejáveis para quem os eliminou, podem ser reincorporados ao meio ambiente para, posteriormente, serem reutilizados. Esse processo denomina-se reciclagem e ocorre na natureza por meio dos ciclos biogeoquímicos, que tornam os resíduos aproveitáveis sob outras maneiras. Quando não existe um equilíbrio entre o consumo e a reciclagem, podem advir consequências desastrosas para o meio ambiente, como por exemplo, a eutrofização³ dos rios e lagos e a contaminação dos solos por pesticidas e fertilizantes.

Nessa perspectiva, as leis de conservação estão vinculadas com as relações matemáticas que estão associadas a um determinado sistema físico. No entanto, o tratamento matemático desses sistemas é sofisticado. Contudo, as relações que expressam a conservação dessas quantidades são necessárias para o desenvolvimento de modelos matemáticos, pois contêm informações importantes para todas as situações-problema. Assim, na elaboração de um modelo matemático, utilizaremos o termo lei de conservação, por analogia, para indicar qualquer quantidade, que se mantenha inalterada com o decorrer do tempo.

² A Física moderna também admite as leis de conservação, da energia e da massa, excluindo-se as reações nucleares, os momentos linear e angular e a carga, que não podem ser criadas ou destruídas.

³ A eutrofização ocorre quando os fertilizantes e outros nutrientes entram nas águas paradas de um lago ou nas águas lentas de um rio, causando um rápido crescimento de plantas aquáticas, especialmente as algas. À medida que essas plantas crescem, formam um tapete que pode cobrir a superfície dos lagos e dos rios, isolando a água do oxigênio do ar, provocando a sua desoxigenação e dificultando a penetração de luz, podendo causar o desaparecimento dos peixes e de outros animais aquáticos desses ecossistemas.

A MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Existe a necessidade da incorporação da modelagem matemática nos currículos dos cursos de formação de professores mediante a utilização de problemas práticos em sala de aula (BARBOSA, 2001). Assim, essa incorporação pode possibilitar a utilização de práticas pedagógicas alternativas de acordo com a realidade sociocultural em que esses professores atuam. Concordamos com esse ponto de vista e afirmamos que o principal objetivo dessa inserção é viabilizar, aos futuros professores, experiências metodológicas em relação à utilização dessa abordagem em sua futura prática profissional (ALMEIDA; DIAS, 2003).

A inserção da modelagem matemática nos cursos de formação de professores de Matemática tem ocorrido por meio de uma disciplina específica ou de atividades desenvolvidas em outras disciplinas. Contudo, defendemos o ponto de vista de Barbosa (2001), que argumenta sobre a necessidade de que esse ambiente de aprendizagem seja parte de diversas disciplinas da matriz curricular dos cursos de formação de professores e não se restrinja apenas a uma disciplina denominada modelagem.

Diante desse contexto, Almeida e Dias (2007) propõem uma reflexão sobre a formação de professores em relação à modelagem matemática. Dessa maneira, defendemos que as atividades curriculares desenvolvidas nesse ambiente de aprendizagem sejam entendidas como uma experiência fundamental para que os alunos aprendam os conteúdos matemáticos e, também, para que os futuros professores fundamentem e aperfeiçoem a sua prática pedagógica. Dessa maneira, é:

[...] altamente relevante para o envolvimento com a Modelagem Matemática, no âmbito de cursos de formação de professores, a questão de estes proporcionarem aos professores em formação a possibilidade de: “aprender” sobre a Modelagem Matemática; “aprender” por meio da Modelagem Matemática; “ensinar” usando Modelagem Matemática. (ALMEIDA; DIAS, 2007, p.266)

No entanto, o maior desafio enfrentado pelos cursos de formação de professores de Matemática é ensinar conteúdos matemáticos que estejam integrados ao pensamento moderno (D’AMBROSIO, 2002). Então, existe a necessidade de que, nesses cursos, o ensino e aprendizagem da Matemática por meio da modelagem seja crítico, para que essa tendência da Educação Matemática crie oportunidades para a discussão de questões de natureza social, cultural, política, ambiental e econômica, visto que a modelagem contribui para o desenvolvimento das ciências exatas, físicas e naturais (D’AMBROSIO, 2002).

Nossos estudos sobre os cursos de formação de professores mostram que, desde algumas décadas atrás, a preparação profissional dos professores tem sido:

[...] inadequada à realidade onde esses profissionais realizam sua tarefa docente, por ser aquela insuficiente e muito teórica, e porque tem nada ou pouco a ver com a problemática concreta e complexa que esses enfrentam no dia a dia. (LEQUERICA, 1983, p.88)

Argumentamos também que existe uma deficiência na preparação dos professores com relação ao desenvolvimento do raciocínio crítico dos alunos perante a Matemática (ROSA; OREY, 2007b). Dessa maneira, existe a necessidade de que os cursos de formação de professores de Matemática estejam direcionados para o desenvolvimento da capacidade crítica dos professores, pois esse fato contribui para que eles auxiliem os alunos e a si próprios, a distinguirem entre os mundos matemático e real ao mesmo tempo em que melhoram o entendimento entre o inter-relacionamento entre esses dois mundos. Corroborando com essa asserção, concordamos com Christensen, Skovsmose e Yasukawa (2008), que afirmam que não estamos apenas descrevendo o mundo através da Matemática, mas sim o transformando em categorias matemáticas computáveis e acessíveis nessa realidade.

Por outro lado, é importante que, nos cursos de formação de professores, a MMC seja apresentada como um fórum de discussão sobre o papel da Matemática na sociedade contemporânea, no qual os professores adquirem uma postura reflexiva sobre a própria prática pedagógica. Então, é necessário que os professores desenvolvam uma concepção sobre a importância de se mediar um processo de ensino e aprendizagem da Matemática no qual os alunos assumam um papel ativo na construção do conhecimento matemático por meio da modelagem matemática (ARAÚJO, 2007). De acordo com esse contexto, as discussões sobre a modelagem matemática podem contribuir para que os professores tenham uma formação adequada que os auxilie a utilizar processos pedagógicos que desenvolvam, nos alunos, a interpretação crítica do relacionamento do conteúdo matemático com o mundo real.

Nesse sentido, a contribuição da MMC para os cursos de formação de professores é mostrar que trabalhar com a modelagem matemática não significa apenas resolver problemas utilizando situações encontradas no cotidiano, pois em nosso ponto de vista, é a partir do desenvolvimento do processo da modelagem que os futuros professores podem ser capazes de refletir “sobre a presença da Matemática na sociedade, seja em benfeitorias ou em problemas sociais, e reagem contra as situações críticas que a Matemática também ajudou a construir” (ARAÚJO, 2009, p.64).

Assim, a modelagem matemática pode ser considerada como um ambiente de aprendizagem no qual se desenvolve uma metodologia didático-pedagógica alternativa para os cursos de formação de professores, que tem como objetivo proporcionar um ensino e aprendizagem de Matemática com significação e com conexão com o mundo real (BASSANEZZI, 2002).

Diante dessa perspectiva, é importante considerarmos que:

1. A presença da modelagem matemática nos currículos dos cursos de formação de professores é fundamental para a consolidação do perfil de educadores matemáticos críticos, que privilegiem a construção de um pensamento matemático flexível. Essa presença na grade curricular desses cursos pode ocorrer com o oferecimento de uma disciplina específica (como é o caso de muitos cursos de graduação e pós-graduação). Porém, é necessário que a prática da modelagem ocorra de maneira contínua em diversas disciplinas do curso de licenciatura em Matemática, proporcionando assim, uma integração

entre os conhecimentos específicos e pedagógicos dos professores de Matemática. Nesse caso, a modelagem pode ser utilizada como um método de pesquisa (BASSANEZI, 2002), que pode contribuir para o ensino e aprendizagem em Matemática.

2. A modelagem matemática surge da necessidade de os indivíduos compreenderem os fenômenos que os cercam para interferir ou não em seu processo de construção. Assim, nos cursos de formação dos professores, é de suma importância que o trabalho com a modelagem matemática esteja embasado em dois aspectos fundamentais:
 - a) Aliar o tema escolhido com a realidade dos alunos, aproveitando as experiências extraclasse que são trazidas para a sala de aula.
 - b) Utilizar o conhecimento prévio que os alunos possuem para aliá-lo à experiência dos professores e, assim, facilitar o desenvolvimento da elaboração dos modelos matemáticos.

Nesse caso, a modelagem pode ser utilizada como uma estratégia de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos (BASSANEZI, 2002).

Muitas das pesquisas acadêmico-científicas que estão relacionadas com a modelagem matemática têm focos diferenciados como, por exemplo, a apresentação da modelagem como uma metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática. Essas pesquisas ressaltam os aspectos didático-pedagógicos de sua utilização em sala de aula que estão relacionados com o ambiente de aprendizagem ou com o desenvolvimento de sua dimensão sociocrítica (ARAÚJO, 2008; BARBOSA, 2006; CALDEIRA, 2008; ROSA; OREY, 2007a). Entretanto, consideramos essencial que esse foco seja redirecionado para a questão da aprendizagem em matemática por meio da modelagem. Nesse sentido, é necessário que, nos cursos de formação de professores, seja promovido o estudo dos aspectos filosófico-epistemológicos da modelagem matemática Crítica, da avaliação e da análise do papel, do lugar e da função da modelagem na construção significativa do conhecimento matemático pelos alunos.

Então, é importante que a modelagem matemática seja trabalhada de maneira a contribuir para a formação crítico-reflexiva dos futuros professores de Matemática que, por sua vez, em sua prática docente, devem contribuir para a formação crítico-reflexiva dos seus alunos. Concordamos com a dimensão da MMC apresentada e defendida por Rosa e Orey (2007a), que parece coadunar com essa asserção, pois:

[...] quando a modelagem é trabalhada na perspectiva de educação da Matemática Crítica, os problemas escolhidos e sugeridos pelo professor ou que sejam selecionados pelos alunos devem ser aproveitados para levá-los a refletirem criticamente sobre todos os aspectos envolvidos na situação a ser modelada, como por exemplo, os aspectos matemáticos, interdisciplinares, tecnológicos, ambientais, econômicos, políticos e sociais. (ROSA; OREY, 2007a, p.203)

Em outras palavras, a reflexão crítica da realidade a partir "da modelagem, é uma ferramenta importante, que auxilia os indivíduos de diferentes grupos culturais no entendimento, análise e reflexão sobre a própria realidade" (ROSA; OREY, 2003, p.11).

Por outro lado, é importante que os cursos de formação de professores priorizem a construção de conhecimentos matemáticos a partir da exploração de seus elementos conceituais e procedimentais em conexão com a realidade (TALL, 1991; REIS, 2001). Nesse sentido, é na prática da sala de aula que:

[...] o professor de Matemática, especialmente o professor de Ensino Superior, formador de professores dos Ensinos Fundamental e Médio, deve procurar explorar todos os elementos da forma mais dinâmica possível. Mas, isso só será possível caso ele, em sua formação inicial ou continuada, vivenciar as possibilidades desta interação dinâmica em sua experiência discente. (REIS, 2003, p.21)

Enfatizamos que trabalhar com a modelagem matemática nos cursos de formação de professores significa elaborar modelos que têm como função representar, simplificar e interpretar partes da realidade, denominadas de sistemas, por meio da organização de uma estrutura composta por conceitos mentais, experimentais e matemáticos (ROSA, 2000). Dessa maneira, a utilização da modelagem matemática no ensino e aprendizagem da Matemática tem como objetivo a elaboração de modelos para realizar simulações de situações-problema diversificadas com o objetivo de estudar profundamente essas situações (BASSANEZI, 2002), proporcionando assim, condições melhores para a tomada de decisão em relação à situação-problema a ser estudada.

Então, a elaboração de modelos matemáticos é muito importante para a interpretação e a resolução crítica dos fenômenos naturais que estão presentes em nosso cotidiano (BIEMBENGUT, 1999). Dessa maneira, a modelagem matemática pode ser considerada como um ambiente de aprendizagem no qual se propõe a utilização de uma metodologia pedagógica que envolve a obtenção de um modelo, que tem por objetivo descrever matematicamente um fenômeno da nossa realidade para tentar compreendê-lo, entendê-lo e estudá-lo, criando hipóteses e produzindo reflexões críticas sobre tais fenômenos.

Finalmente, afirmamos que de nada adiantará a inserção da modelagem matemática nos currículos dos cursos de formação de professores e a realização de investigações científicas sobre a aprendizagem matemática dos alunos se os professores de Matemática não incorporarem, em sua sala de aula, o aspecto crítico dessa abordagem em sua prática pedagógica (ROSA; OREY, 2007b).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com esse estudo teórico, é de fundamental importância que os cursos de formação de professores formem profissionais que possuam práticas pedagógicas que os auxiliem a desenvolver nos alunos a habilidade crítica de matematizar situações reais. Nesse sentido, a matematização é um processo de geração de ideias, conceitos e problemas

matemáticos que são provenientes de situações reais, que utilizam os conteúdos matemáticos para derivar soluções adequadas para esses problemas. Entendemos que a matematização é uma das etapas mais importantes da modelagem matemática, pois permite a tradução de uma situação-problema, retirada da realidade dos alunos, para a linguagem matemática, a partir de atividades curriculares significantes e motivadoras (ROSA; OREY, 2006).

Os objetivos do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) estabelecem que essas atividades realcem o interesse natural dos alunos para a aprendizagem da Matemática a partir da modelagem, utilizando-a em diferentes esferas do conhecimento humano. Nesse sentido, o Ministério de Educação e Cultura – MEC (BRASIL, 2006) reconheceu que a modelagem matemática é uma proposta pedagógica efetiva para transformar problemas reais em problemas matemáticos. Esse processo visa à resolução de situações-problema e a sua interpretação através da linguagem utilizada no mundo real. Assim, as atividades pedagógicas desenvolvidas no ambiente de aprendizagem da modelagem são contextualizadas e proporcionam situações-problema reais que auxiliam os alunos a desenvolverem e aplicarem o raciocínio matemático crítico-reflexivo (ROSA; OREY, 2012).

A dimensão crítica da modelagem matemática é um processo que envolve o inter-relacionamento entre a realidade e a Matemática por meio de estratégias de ensino que possibilitam uma ação pedagógica que procura proporcionar a análise crítica da realidade na qual os alunos estão inseridos. De acordo com essa concepção, estabelecemos que, como totalidade, a realidade só pode ser apreendida numa perspectiva globalizante (MACHADO, 1987), pois o conhecimento matemático nasce a partir da realidade e para ela se direciona, originando o ciclo *Realidade* → *Indivíduo* → *Ação* → *Realidade*, proposto por D'Ambrosio (1990).

Assim, o saber constrói-se contextualizado enquanto emerge da experiência vivida, sendo reforçado pelos significados da cultura na qual os indivíduos estão inseridos. Em nosso ponto de vista, a dimensão crítica da modelagem matemática conduz a uma aprendizagem que é uma relação dialética, pois o ensino e a aprendizagem estão enraizados na inserção histórica dos professores e dos alunos nesses processos (ROSA, 2000), que procuram desvendar o comportamento individual, social e cultural dos elementos do grupo ao solucionar os problemas apresentados no cotidiano.

Portanto, existe a necessidade de que os cursos de formação de professores de Matemática os preparem para a utilização da MMC na própria prática pedagógica, pois a elaboração dos modelos matemáticos pode ser considerada como o elo entre as informações captadas pelos alunos na realidade com os conceitos da Matemática acadêmica que são utilizados na escola. Essa abordagem permite que os alunos possam compreender, refletir criticamente e agir sobre essa realidade, pois o caminho selecionado para a criação do modelo matemático é o processo mediante o qual se definem as estratégias de ação dos alunos sobre a própria realidade. Dessa maneira, concordamos com Bassanezi (2002, p.61) quando afirma que “a modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do real”.

Finalizando, defendemos a implantação e a dinamização da MMC como um ambiente de aprendizagem que tem por objetivo facilitar o desenvolvimento de uma prática pedagógica crítica e reflexiva nos cursos de formação dos professores, buscando o aperfeiçoamento dos modelos matemáticos como ferramentas para a tomada de decisões na esfera social de uma maneira consciente e cidadã.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem matemática na licenciatura em Matemática: contribuições para o debate. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. *Anais...* São Paulo, SP: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

_____. Modelagem matemática em cursos de formação de professores. In: ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. (Org.). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira*: pesquisas e práticas educacionais. Recife, PE: SBEM, p.253-268, 2007.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa. *Educação Matemática e Pesquisa*, v.12, n.2, p.221-241, 2010.

ARAÚJO, J. L. *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática*: as discussões dos alunos. 173 f. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, SP: UNESP.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA – Revista de Educação e Tecnologia*, v.2, n.2, p.55-68, 2009.

_____. Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática. In: ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. (Org.). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira*: pesquisas e práticas educacionais. Recife, PE: SBEM, p.17-32, 2007.

_____. *Formatting real data in mathematical modelling projects*. In: 11th INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2008, Monterrey, Mexico: ICME 11, 2008. Disponível em <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/22>>. Acesso em 09/09/2011.

BARBOSA, J. C. *Modelagem matemática*: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP: UNESP, 2001.

_____. *A modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica*. In: II SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Santos, SP: GT de Modelagem Matemática, 2003. Disponível em <<http://www.uefs.br/nupemm/sipem2003.pdf>> Acesso em 10 de Setembro de 2011.

_____. *Modelagem matemática*: notas de palestra. Mestrado Profissionalizante de Física e de Matemática. Santa Maria, RS: UNIFRA, 2005.

_____. Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *ZDM – The International Journal of Mathematics Education*, v.38, n.3, p.293-301, 2006.

_____. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. (Org.). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife, PE: SBEM, p.161-174, 2007.

_____. *Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions*. In: 11th INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, Monterrey, Mexico: ICME 11, 2008. Disponível em <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/22>>. Acesso em 11/09/11.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo, SP: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau, SC: FURB, 1999.

BORGES, C. C. Alguns aspectos no ensino de matemática. *Folhetim de Educação Matemática*, Feira de Santana, BA, n.122, set., 2004.

BRASIL. *Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, DF: SEB/MEC, 2006.

CALDEIRA, A. D. *Mathematical modelling and environmental education*. In: 11th INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2008, Monterrey, Mexico. ICME 11 2008. Disponível em <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/22>>. Acesso em 10/09/11.

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas relações com a educação matemática na infância. In: ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. (Org.). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife, PE: SBEM, p.81-97, 2007.

CHRISTENSEN, O. R.; SKOVSMOSE, O.; YASUKAWA, K. The mathematical state of the world: explorations into the characteristics of mathematical descriptions. *ALEXANDRIA – Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, v.1, n.1, p.77-90, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática*. São Paulo, SP: Ática, 1990.

_____. Etnomatemática: Um Programa. *Educação Matemática em Revista*, n.1, p.5-11, 1993.

_____. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2002.

_____. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, v.31, n.1, jan./abr. 2005, p.99-120.

KAISER-MESSMER, G. Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. In: NISS, M., BLUM, W., HUNTLEY, I. (Ed.). *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester, Inglaterra: Ellis Horwood, 1991. p.83-92.

LEQUERICA, M. A. O. *A formação e a prática de professores de 1ª a 4ª séries do 1º grau iniciantes do exercício docente*. Dissertação (Mestrado em Psicologia da Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP: PUCSP, 1983.

MACHADO, N. *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. São Paulo, SP: Cortez, 1987.

MORAES, M. C. *O paradigma educacional emergente*. Campinas, SP: Papirus, 1997.

- NCTM. *Principles and standards for school mathematics*. Raston, VA: National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, 2000.
- NONAKA, I.; TAKEUCHI, H. *Criação do conhecimento na empresa: como as empresas japonesas geram a dinâmica da inovação*. Rio de Janeiro, RJ: Elsevier, 1997.
- PENTEADO, P. C. M.; TORRES, C. M. A. *Física: ciência e tecnologia*. São Paulo, SP: Moderna, 2005.
- REIS, F. S. *A Tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP: UNICAMP, 2001.
- _____. A formação do professor de Matemática do Ensino Superior. *Escritos sobre Educação*, v.2, n.2, p.15-22, 2003.
- ROSA, M. *From reality to mathematical modeling: a proposal for using ethnomathematical knowledge*. Dissertação (Mestrado em Educação). College of Education. California State University, Sacramento, CA: CSUS, 2000.
- _____. *A mixed-methods study to understand the perceptions of high-school leaders about English language learners (ELL): the case of mathematics*. Tese (Doutorado em Educação). College of Education. California State University, Sacramento, CA: CSUS, 2010.
- ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! *BOLEMA*, v.16, n.20, p.1-16, 2003.
- _____. Abordagens atuais do programa etnomatemática: Delineando um caminho para a ação pedagógica. *BOLEMA*, v.19, n.26, p.19-48, 2006.
- _____. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sócio-crítica. *Revista Horizontes*, v.25, n.2, p.197-206, 2007a.
- _____. Cultural assertions and challenges towards pedagogical action of an ethnomathematics program. *For the Learning of Mathematics*, v.27, n.1, p.10-16, 2007b.
- _____. A Modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. *BOLEMA*, v.26, 42A, p.261-290, 2012.
- SILVA, J. J. *Filosofias da Matemática*. São Paulo, SP: Editora da UNESP, 2007.
- SILVA, C.; KATO, L. A.; PAULO, I. J. C. A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: possíveis aproximações. *Investigações em Ensino de Ciências*, v.17, p.109-123, 2012.
- SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematics Education, Sciences, and Technology*, v.21, n.5, p.765-779, 1990.
- _____. Cenários para investigação. *BOLEMA*, n.14, p.66-91, 2000.
- _____. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus, 2001.
- _____. *Ghettoising and globalisation: a challenge for mathematics education*. Publication n.39. Centre for Research in Learning Mathematics. Roskilde, Denmark: Royal Danish School of Educational Studies, 2003.
- TALL, D. O. The psychology of advanced mathematical thinking. In: TALL, D. O. (Ed.)

Advanced mathematical thinking. Londres, Inglaterra: Kluwer Academic Publisher, p.3-21, 1991.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. *Física moderna*, Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2001.

Recebido em: abr. 2012

Aceito em: jul. 2012