

Uma Experiência com Modelagem Matemática para a Abordagem de Conceitos de Física

Ednilson Sergio Ramalho de Souza

RESUMO

A Modelagem Matemática, enquanto estratégia educacional, tem como característica a análise de situações-problema com ênfase na construção de modelos matemáticos e vem sendo utilizada com bons resultados na aprendizagem em Matemática. Considerando que a aprendizagem em Física requer, em grande parte, a movimentação de modelos matemáticos, é interessante indagar: *o ensino de Física pode ser mediado pela Modelagem Matemática?* Para investigar essa questão, optamos por uma pesquisa qualitativa com 20 estudantes de um curso de Matemática da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa), na cidade de Santarém-PA, durante a disciplina Física Fundamental I. Concluímos que foi possível abordar conceitos de Física por meio de atividades de Modelagem Matemática, no entanto, houve a necessidade de complementações nas atividades de ensino para que a compreensão dos alunos em relação aos conceitos pudesse se manifestar.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Possibilidades. Ensino de Física.

An Experience with Mathematical Modelling for the Approach of Concepts of Physics

ABSTRACT

The Mathematical Modelling while educational strategy has as characteristic the analysis of situation-problem with emphasis in the construction of mathematical models and it has been used with good results in the learning in Mathematics. Considering that the learning in Physics requests, largely, the movement of mathematical models is interesting to investigate: Is it possible to teach Physics mediated by the Mathematical Modelling? To investigate that question we opted for qualitative research with 20 students of course of Mathematics of the Federal University of the West of Pará (Ufopa), in the city of Santarém-PA, during the discipline Fundamental Physical I. We concluded that was possible to approach concepts of Physics through the Mathematical Modelling, however, there was the need of complementations in the teaching activities so that the students' understanding in relation to the concepts could show.

Keywords: Mathematical Modelling. Possibilities. Physics Teaching.

Ednilson Sergio Ramalho de Souza é Mestre em Educação em Ciências e Matemática. Professor assistente da Universidade Federal do Oeste do Pará/Ufopa. Instituto de Ciências da Educação. Programa de Educação. Endereço para correspondência: Av. Marechal Rondon s/n, Caranazal, Santarém-PA. E-mail: ednilson.souza@yahoo.com.br

Acta Scientiae	Canoas	v. 14	n.2	p.309-325	maio/ago. 2012
----------------	--------	-------	-----	-----------	----------------

INTRODUÇÃO

De maneira geral, podemos dizer que a Modelagem Matemática está associada ao estudo de situações-problema com enfoque na construção de modelos matemáticos¹. Como estratégia de ensino de Matemática teve seu início na década de 70 e desde então tem sido aplicada em diferentes níveis de escolaridade (BIENBENGUT, 2009) produzindo, a julgar pelas pesquisas publicadas em anais de congressos nacionais e internacionais, bons resultados educacionais.

A dinâmica de Modelagem Matemática na sala de aula geralmente começa com a escolha de um tema. Escolhido o tema, formula-se uma situação-problema a ser investigada por meio da construção e interpretação de modelos matemáticos. Finaliza-se a dinâmica avaliando-se tanto o processo em si quanto os modelos matemáticos construídos.

Segundo Burak (2004), em atividades de Modelagem Matemática o processo de ensino é compartilhado com os alunos e, de modo geral, a motivação advém do interesse pelo tema, decorrendo daí alguns aspectos importantes a destacar: maior motivação do grupo; interação no processo de ensino-aprendizagem; forma diferenciada de conceber a Educação.

Essa forma de conceber a Educação a partir de temas, ensejando, por conseguinte, a modificação de procedimentos e métodos, encontra apoio nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN +),

Cada disciplina ou área de saber abrange um conjunto de conhecimentos que não se restringem a tópicos disciplinares ou a competências gerais ou habilidades, mas constituem-se em sínteses de ambas as intenções formativas. Ao se apresentarem dessa forma, esses temas estruturadores do ensino disciplinar e seu aprendizado não mais se restringem, de fato, ao que tradicionalmente se atribui como responsabilidade de uma única disciplina. Incorporam metas educacionais comuns às várias disciplinas da área e das demais e, também por isso, tais modificações de conteúdo implicam modificações em procedimentos e métodos, que já sinalizam na direção de uma nova atitude da escola e do professor (BRASIL, 2006 p.13 – Grifos nossos)

Considerando que a aprendizagem em Física requer, em grande medida, a movimentação de conceitos/modelos matemáticos torna-se interessante indagar: O ensino de Física pode ser mediado pela Modelagem Matemática?

Para investigar essa questão desenvolvemos uma pesquisa qualitativa em que os sujeitos foram 20 estudantes que cursavam a disciplina Física Fundamental I durante um curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Oeste do Pará (Ufopa), na cidade de Santarém-PA.

Os resultados mostram que foi possível ensinar Física por meio da Modelagem Matemática, no entanto, foi necessária uma complementação com outras atividades

¹ Souza (2010) argumenta que um modelo matemático é qualquer representação matemática que permita interpretação e tomada de decisão. Tabelas, equações, gráficos são modelos matemáticos na medida em que possibilitem descrição, explicação para a situação em estudo.

envolvendo os conceitos de física que emergiram das atividades de modelagem. A partir dessa complementação e da sistematização desses conceitos é que a compreensão dos estudantes pode ser observada. Isto sinaliza que o detalhamento/aprofundamento conceitual é uma tarefa que deve ser valorizada no ensino de Física mediado pela Modelagem Matemática.

SOBRE AS COMPREENSÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A literatura nacional e internacional tem revelado diferentes compreensões com relação à Modelagem Matemática e suas influências sobre o desenho das atividades de Modelagem para a sala de aula.

Bassanezi (2004, p.24) compreende por Modelagem Matemática,

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Observa-se que, para este autor, a finalidade do processo de Modelagem Matemática consiste em traduzir uma situação-problema em representações matemáticas que deverão ser confrontadas com a realidade. Essa é uma compreensão de Modelagem enquanto construção e testagem de modelos matemáticos. Essa percepção perdurou nas primeiras aplicações da estratégia em sala de aula, uma vez que o autor Rodney Bassanezi foi um dos precursores da Modelagem na educação brasileira (BIEMBENGUT, 2009).

Na mesma linha de Bassanezi, Biembengut e Hein (2003, p.12) entendem Modelagem Matemática como uma “arte que envolve a formulação e resolução de expressões matemáticas que servirão não apenas para uma solução em particular, mas que sejam usadas para outras aplicações e teorias”. Neste caso, os autores privilegiam o desenvolvimento de atividades de Modelagem que oportunizam a abordagem dos conteúdos curriculares no decorrer das tarefas de ensino.

Para Burak (1992, p.62) a Modelagem Matemática compreende um conjunto de procedimentos visando construir um “paralelo para tentar explicar, por meio da Matemática, os fenômenos do dia a dia do homem, auxiliando-o a fazer previsões e tomar decisões”. Este autor atribui importância ao processo de Modelagem em si, sinalizando que a obtenção de um modelo matemático não é o aspecto fundamental durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.

Barbosa (2001, p.46) caracteriza a Modelagem Matemática como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. Esta compreensão volta-se para a importância social da Matemática.

Segundo esse autor, a maneira de se organizar as atividades de Modelagem Matemática depende, principalmente, do contexto escolar, da experiência do professor e dos interesses dos alunos, sendo que a configuração da dinâmica das atividades pode ser vista em termos de *casos*: no primeiro caso, a descrição da situação, os dados reais e os problemas são trazidos pelo professor, cabendo aos alunos apenas a tarefa de resolução. No segundo caso, o professor traz para a sala de aula um problema não matemático, a coleta de dados qualitativos e quantitativos necessários para resolvê-lo fica a cargo dos alunos. No terceiro caso são escolhidos temas para desenvolver a atividade, o levantamento de informações, a formulação de problemas e a resolução destes cabem aos alunos.

Chaves e Espírito Santo (2008, p.159), ao refletirem sobre as diversas possibilidades de uso e aplicação da Modelagem Matemática no ensino, entendem a mesma como um “processo gerador de ambiente de ensino-aprendizagem” no qual os conteúdos matemáticos podem ser vistos imbricados a outros conteúdos de outras áreas do conhecimento, tendo-se, dessa forma, uma visão holística do problema em investigação.

A partir das compreensões de Modelagem Matemática associadas a *ambiente de aprendizagem*, argumentamos neste texto que esse ambiente pode não ocorrer naturalmente, necessitando de ação didática do professor. Neste sentido, a caracterização de Barbosa (2001) considera um ambiente onde os estudantes *são convidados* a analisarem matematicamente uma situação-problema. No entanto, esse convite é apenas o início de uma dinâmica maior em que os discentes serão levados a uma série de tarefas: investigar, criar hipóteses, construir modelos matemáticos, interpretá-los de forma crítica, pesquisar conceitos. Ou seja, esse ambiente de aprendizagem é gerado por uma dinâmica mais ou menos controlada didaticamente pelo professor. Tal dinâmica pode ser desenvolvida em quatro momentos gerais: escolha de tema; formulação de situação-problema; investigação e avaliação.

Levando em consideração essa compreensão de Modelagem Matemática, desenvolvemos uma experiência educacional na disciplina de Fundamentos de Física, investigando cada um desses momentos.

METODOLOGIA, EXPERIÊNCIA E DISCUSSÕES

Para buscar respostas a nossa questão de investigação *O ensino de Física pode ser mediado pela Modelagem Matemática?* optamos por uma pesquisa do tipo qualitativa, a qual, segundo Marques et al. (2006, p.39) é conveniente para:

[...] apreender as percepções comuns e incomuns presentes na subjetividade das pessoas envolvidas na pesquisa, notadamente na condição de sujeito-objeto. Prestam-se como instrumento de coleta de dados nessa abordagem a entrevista, questionários abertos, registros fotográficos, filmagens, técnica de discussão em grupo, observação sistemática e participante e outras que o investigador poderá criar e/ou adaptar.

Dentro da abordagem qualitativa, realizamos uma pesquisa-ação a qual “[...] o pesquisador, em estreita articulação com o segmento pesquisado, desenvolve ações para resolução dos problemas fundamentais detectados” (MARQUES et al., 2006, p.54).

A pesquisa-ação pressupõe que o professor seja ativo no processo de investigação. Em se tratando de Modelagem Matemática, a ação didática ocorre dentro de alguns momentos gerais. Tais momentos são descritos a seguir.

Escolha do tema

Na perspectiva defendida por Biembengut e Hein (2003, p.20) o professor pode escolher temas ou propor que os estudantes os escolham. A escolha pelos aprendizes tem vantagens e desvantagens. Uma vantagem é que se sentem participantes no processo. Em contrapartida, as desvantagens podem surgir se o tema não for adequado para desenvolver o programa ou, ainda, muito complexo, exigindo do professor um tempo de que não dispõe para aprender sobre o mesmo.

Bassanezi (2004, p.45) sugere que o tema escolhido pode “favorecer um levantamento de possíveis situações de estudo as quais devem ser preferencialmente abrangentes para que possam propiciar questionamentos em várias direções”. Para o tema *Chuva*, por exemplo, poderíamos pensar em nuvens carregadas, descargas elétricas, entupimento de bueiros, enchentes, índice pluviométrico. O autor chama a atenção para a importância dos temas “serem escolhidos pelos estudantes que, desta forma, se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva” (BASSANEZI, 2004, p.46).

Burak (2004, p.3) sugere que o trabalho com a Modelagem Matemática parta de temas propostos por grupos de três ou quatro participantes. Quando se trabalha em grupos, argumenta o autor, o ato educativo torna-se dinâmico, mais vivo e mais significativo para o grupo e para o aluno, “a construção do conhecimento pode torna-se mais eficaz em virtude das trocas de significados que ocorrem entre os componentes do grupo”.

Em termos gerais, a escolha e a quantidade de temas vai depender do nível de maturidade dos sujeitos – alunos e professor – em relação à Modelagem Matemática. É fundamental, entretanto, que o professor, oriente os alunos no que se refere à dinâmica que será desenvolvida, deixando-os a par das atividades que serão realizadas (escolha de temas, formulação de situação-problema, investigação e avaliação). Feito esse *contrato didático* o professor pode negociar com a turma sobre a natureza e quantidade de temas. A negociação dos temas pode ser orientada tanto pelo interesse dos grupos quanto pelos anseios pedagógicos do professor.

Formulação da situação-problema

D’Amore (2007, p.287) argumenta que uma situação-problema deve constituir uma “situação de aprendizagem concebida de maneira tal que os alunos não possam resolver a

questão por simples repetição ou aplicação de conhecimentos ou competências adquiridas, mas tal que seja necessária a formação de novas hipóteses”.

Segundo o mesmo autor, o modelo de ensino mediado por situações-problema deve ser orientado por alguns aspectos: a) é necessário induzir motivação, suscitar curiosidade por um enigma qualquer, por uma pergunta, por um problema; b) o aluno, no entanto, sabe que essa é uma situação na qual está prevista a construção do conhecimento; c) a estrutura da tarefa permite a cada aluno efetuar as operações mentais demandadas para atingir o objetivo da aprendizagem; d) o aluno pode ser avaliado em suas aquisições pessoais.

Numa situação-problema, segundo D'Amore (2007), o estudante encontra-se diante de um problema associada, de modo geral, a uma atividade mais ampla. Assim, o responsável pela resolução do problema conhece o projeto e o compartilha com os colegas e o professor. Trata-se, portanto, de um verdadeiro obstáculo ao prosseguimento de uma atividade que, por outro lado, se quer continuar. Para a sua superação a motivação deve ser forte a ponto de o estudante ter a necessidade e o desejo de recorrer à criatividade, fazendo hipóteses, inventando soluções.

O autor também defende que

[...] se no papel tudo parece simples, na realidade escolar cotidiana a coisa não é tão fácil. Criar situações-problema demanda tempo e energia: é necessário ter um objetivo bem preciso para alcançar, necessita-se de um plano bem estabelecido e claro. Além disso, o professor deve conhecer não apenas as competências reais dos alunos, mas também suas possibilidades criativas, saber como motivá-las, quais são suas reais exigências. O professor deve ter claras as operações mentais que tal situação demandará para poder reconhecê-las nas atividades dos estudantes e poder guiá-los. Elas serão diferentes de sujeito a sujeito e não será fácil geri-las em uma relação personalizada. (D'AMORE, 2007, p.288)

Neste contexto, a formulação da situação-problema é uma atividade que envolve dois aspectos fundamentais: a) professor deve estruturá-la de tal forma que possa fazer previsões sobre os detalhes metodológicos, os conteúdos que serão abordados e as tarefas a serem desenvolvidas pelos estudantes; b) o estudante deve se sentir livre para usar seus próprios recursos mentais para resolvê-la, independentemente de seus conhecimentos prévios.

É importante que a situação-problema seja descrita em forma de texto contendo o contexto envolvido, a problemática anunciada de forma clara e objetiva e a importância da pesquisa.

Observa-se que a formulação e descrição da situação-problema é uma tarefa realizada a partir de um tema e que necessita da orientação docente para ser desenvolvida. Uma vez descrita a situação-problema, o próximo passo é a investigação.

INVESTIGAÇÃO

Para Barbosa (2003, p.4-5), “[...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação”. Problematizar, diz Barbosa, significa criar perguntas e/ou problemas enquanto que investigar significa busca, seleção, organização e manipulação de informação e reflexão sobre elas. O autor comenta ainda que “ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a tarefa proposta”.

Podemos dizer que investigar ou pesquisar é a busca por uma resposta significativa a uma dúvida ou problema. Segundo Marques (2006), toda pesquisa *científica* deve caracterizar-se por meio da efetivação de um processo que, mediante aplicação de técnicas adequadas, procura obter dados fidedignos para se conhecer e compreender um dado fenômeno. Neste contexto, o autor defende que a pesquisa é um processo reflexivo, sistemático, controlado e crítico que conduz à descoberta de novos fatos e das relações entre as leis que regem o aparecimento ou ausência dos mesmos.

É no meio das investigações que os estudantes coletam dados qualitativos e quantitativos. Alguns instrumentos são clássicos para a coleta de dados: leituras em fontes diversas, observação *in loco*, entrevistas com especialistas, visitas a determinados locais (prefeituras, escolas, órgãos públicos), experimentação, aplicação de questionários, entre outros.

AVALIAÇÃO

A avaliação no âmbito de atividades de Modelagem Matemática deve levar em consideração tanto a dinâmica como um todo, quanto o desempenho dos grupos de alunos. A avaliação da dinâmica ocorre observando-se pontos de bloqueio ao bom andamento das tarefas. A avaliação dos grupos, por sua vez, ocorre observando-se principalmente o interesse na realização das pesquisas, elaboração de relatório com aprofundamento teórico, apresentação de seminários, produção de textos individuais. É importante deixar os estudantes cientes dos pontos que serão alvo de avaliação no decorrer da dinâmica de modelagem.

A EXPERIÊNCIA DESENVOLVIDA

Com vistas a apresentar reflexões sobre nossa questão de pesquisa, desenvolvemos experiências de Modelagem com grupos de 04 estudantes de um curso de Matemática na Universidade Federal do Oeste do Pará, na disciplina Física Fundamental I durante o ano de 2010, na cidade de Santarém-PA. Abordaremos neste artigo duas dessas atividades. A primeira atividade teve como tema *Aumento de temperatura em Santarém-PA* e a segunda foi intitulada *Compra de Carro*.

FIGURA 1 – Estudantes de Matemática desenvolvendo tarefas de Modelagem Matemática.



Fonte: autor.

Atividade 1 – Aumento da temperatura em Santarém-PA

A turma foi dividida em equipes de quatro discentes, totalizando cinco equipes. Uma das equipes escolheu o tema *Aumento de temperatura em Santarém-PA* em função do calor que a cada ano parece ser mais intenso na região. A escolha do tema ocorreu sem maiores dificuldades, não ocorrendo divergências entre os estudantes.

Após a escolha do tema houve necessidade de orientar a equipe sobre a formulação da situação-problema. Nesse momento houve algumas dificuldades em virtude das várias propostas de situações-problema que surgiram em que cada estudante defendia sua proposta. Uma aula foi dedicada a essa definição e na aula seguinte os alunos apresentaram sua descrição conforme mostra o quadro 1.

QUADRO 1 – Descrição da primeira situação-problema.

O aumento de temperatura na cidade de Santarém, localizada no oeste do Pará, tem levado muitos consumidores a comprarem condicionadores de ar para aliviar o calor em suas casas. Porém, nem sempre o consumidor conhece a capacidade ideal que o aparelho deve ter; podendo comprar um equipamento que consumirá energia elétrica exageradamente ou uma máquina que não terá seu desempenho adequado. Orientar tanto consumidores quanto vendedores sobre a potência ideal que um condicionador de ar deve ter é uma atitude que vai além da consciência de uso de energia elétrica e passa a ser de interesse socioeconômico. Torna-se importante perguntar: qual a potência ideal que um ar condicionado deve ter para refrigerar determinado ambiente?

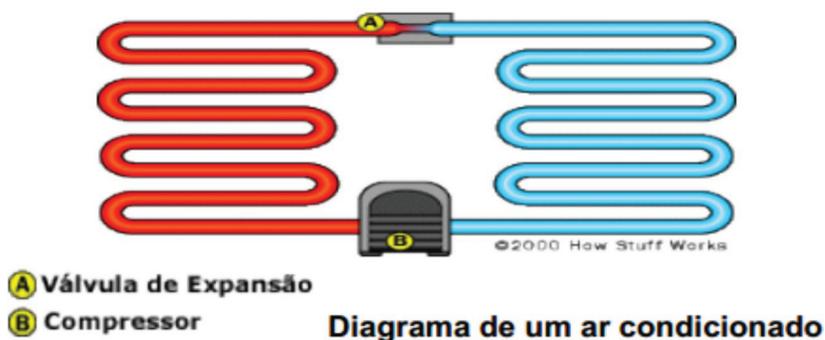
Fonte: Relatório do grupo “Aumento de temperatura em Santarém-PA”.

Após elaborar a situação-problema, o grupo foi orientado a fazer as investigações necessárias para respondê-la. As investigações ocorreram por meio de leitura de textos sobre o assunto obtidos da internet, entrevistas com vendedores de ar condicionado,

visita a oficinas de refrigeração, observação de diferentes modelos e preços do produto no comércio local.

No site <http://www.hsw.uol.com.br/> encontraram que um ar condicionado é basicamente uma geladeira sem seu gabinete. Ele usa a evaporação de um fluido refrigerante para fornecer refrigeração. Os mecanismos do ciclo de refrigeração são os mesmos da geladeira e do ar condicionado. O termo Fréon é genericamente usado para qualquer dos vários fluorcarbonos não inflamáveis utilizados como refrigerantes e combustíveis nos aerossóis. O ciclo de refrigeração em um condicionador de ar ocorre em quatro fases: 1. O compressor comprime o gás frio, fazendo com que ele se torne gás quente de alta pressão (em vermelho na figura 2); 2. Este gás quente corre através de um trocador de calor para dissipar o calor e se condensa para o estado líquido; 3. O líquido escoo através de uma válvula de expansão e no processo ele vaporiza para se tornar gás frio de baixa pressão (em azul na figura 2); 4. Este gás frio corre através do trocador de calor que permite que o gás absorva calor e esfrie o ar de dentro do prédio.

FIGURA 2 – Ciclo de refrigeração em um condicionador de ar.



Fonte: Relatório do Grupo, retirado do site <http://www.hsw.uol.com.br/>.

A pesquisa de campo foi um momento bastante produtivo, pois os estudantes não ficaram somente na sala de aula, mas necessitaram sair para obter informações. De volta à sala de aula, alguns estudantes comentavam que as leituras de textos sobre o funcionamento do ar condicionado foram melhor compreendidas à medida que se observava na oficina como o condicionador de ar era construído, como operava, quais eram suas peças principais. Argumentavam que, conforme o técnico de refrigeração explicava sobre o funcionamento do aparelho, conceitos como de condensador, compressor, gás quente, gás frio, trocador de calor, dissipador, pressão, entre outros, iam se elucidando. É interessante observar que muitos destes conceitos não são vistos numa aula tradicional de Termodinâmica quando limitada somente ao conteúdo programático da disciplina. A atividade proporcionou, portanto, o contato com um campo conceitual mais amplo,

tornando a aprendizagem mais rica e motivadora.

O Grupo expõe no relatório de pesquisa que o funcionamento do aparelho de ar condicionado se baseia na retirada de ar quente do ambiente e devolução de ar frio, refrigerado, para o mesmo. Isso ocorre baseado na forma de transferência de calor, denominada de convecção. A convecção é um processo de troca de calor que acontece através das correntes de convecção. É devido a essas correntes que o ar onde está localizado o condicionador de ar fica bem agradável. Essas correntes ocorrem em razão das diferenças de densidade do ar frio e do ar quente. O ar quente sendo menos denso sobe, em contra partida, o ar frio (mais denso) desce, formando as correntes de convecção. Por esse motivo é que o ar condicionado é colocado na parte superior do ambiente.

Os estudantes informam no relatório que a maioria dos condicionadores de ar tem a sua capacidade térmica (potência) classificada em Unidade de Calor Britânica (BTU). De forma geral, uma BTU é a quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de 450 gramas de água em 0,56° C. Especificamente, 1Kcal/h corresponde a 3,92 BTU.

Para facilitar a escolha do ar condicionado ideal, comenta o Grupo, usa-se um roteiro de cálculo, denominado *Cálculo da Carga Térmica*. Para tais cálculos, os fabricantes de ar condicionado, costumam publicar tabelas que fornecem o número de Quilocalorias por hora (Kcal/h), necessárias a cada tipo de ambiente. Um exemplo desse tipo de tabela é mostrado na figura 3.

FIGURA 3 – Tabela auxiliar para o cálculo da carga térmica.

1) RECINTO			2) JANELAS						3) PESSOAS	4) PORTAS	5) Aparelhos elétricos				
M ³	kcal/hora		m ²	kcal/hora						Quant.	kcal/h	m ²	kcal/h	Watts nominal	kcal/h
	Entre Andares	Sub-Telhado		c/cortina		s/cortina		Vidros na Sombra							
				Sol Manhã	Sol Tarde	Sol Manhã	Sol Tarde								
30	480	670	1	160	212	222	410	37	1	125	1	125	50	45	
33	530	740	2	320	424	444	820	74	2	250	2	250	100	90	
36	580	800	3	480	636	666	1230	110	3	375	3	375	150	135	
39	620	870	4	640	848	888	1640	148	4	500	4	500	200	180	
42	670	940	5	800	1060	1110	2050	185	5	625	5	625	250	225	
45	720	1000	6	960	1272	1332	2460	222	6	750	6	750	300	270	
48	770	1070	7	1120	1484	1554	2870	260	7	875	7	875	350	315	
51	816	1140	8	1280	1696	1777	3280	295	8	1000	8	1000	400	360	
54	864	1200	9	1440	1908	1998	3690	330	9	1125	9	1125	450	405	
57	910	1270	10	1600	2120	2220	4100	370	10	1250	10	1250	500	450	
60	960	1340													
63	1010	1410													
66	1060	1470													
69	1100	1540													
72	1150	1610													
75	1200	1680													
78	1250	1740													
81	1300	1810													
84	1340	1880													
87	1390	1940													
90	1440	2010													

RESULTADO DO LEVANTAMENTO	
1) Recinto:	kcal/h
2) Janelas:	"
3) Pessoas:	"
4) Portas:	"
5) Aparelhos elétricos:	"
Total	kcal/h

Fonte: Relatório do Grupo, retirado do site <http://www.otimoar.com.br/cargatermica.html>.

Durante a apresentação dos dados coletados no relatório de pesquisa, o qual foi feito em sala de aula sob orientação docente, os alunos ainda manifestavam dúvidas com relação a conceitos físicos tratados anteriormente. Foi necessário fazer a sistematização e aprofundamento desses conceitos em aulas posteriores. O aprofundamento ocorreu a partir de aulas expositivo-argumentativas no quadro branco e também por meio de resolução de problemas.

É importante salientar que no relatório entregue pelo grupo não houve a apresentação de tabelas ou de expressões matemáticas que pudessem auxiliar na solução da situação-problema. A equipe apresentou uma tabela já pronta retirada da internet. A construção de uma equação matemática (modelo matemático) só foi possível a partir das orientações docentes durante a apresentação dos seminários. Esse fato pode estar mostrando que a construção de expressões matemáticas pelos estudantes em ambiente de Modelagem Matemática não é algo natural e deve ser incentivada a partir da ação didática do professor.

Para construir um modelo matemático, o grupo fundamentou-se no fato de que a capacidade térmica ideal, C , que um ar condicionado deve ter é proporcional à carga térmica, q , do local a ser refrigerado. Sendo assim, é possível escrever a relação

$$C \propto q$$

que também pode ser escrito como $C=bq$

onde b é uma constante a ser determinada. De acordo com a tabela na figura 3, a carga térmica q é dada em Kcal/h.

Sabendo-se que $1 \text{ Kcal/h} = 3,93 \text{ BTU}$, poderíamos interpretar fisicamente a constante b como o fator de transformação entre as unidades Kcal/h e BTU, o que nos daria:

$$b = 3,93 \frac{\text{BTU} \cdot \text{h}}{\text{Kcal}}$$

Entrando com o valor de b na última equação, temos:

$$C = 3,93 \left(\frac{\text{BTU} \cdot \text{h}}{\text{Kcal}} \right) \cdot q \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \right)$$

Cancelando os termos semelhantes nas unidades resulta:

$$C = 3,93 q (\text{BTU})$$

Obtém-se então uma relação matemática para encontrar a capacidade térmica, C ideal (em BTU) que um ar condicionado deve ter em função da carga térmica, q , do local a ser refrigerado. Para calcular a carga térmica recorre-se à tabela na figura 3.

Observa-se que o modelo matemático $C = 3,93q$ representa o objeto matemático função afim na forma $y(x) = ax$ cuja variável dependente y está representada pela capacidade térmica C e a variável independente x está sendo representada pela carga térmica q .

O modelo matemático $C = 3,93q$ torna-se importante na medida em que possibilita, juntamente com a tabela na figura 3, tanto a consumidores quanto a vendedores, estimar a potência ideal do condicionador de ar, o que evitaria a obtenção de um equipamento com baixo desempenho ou com potência exagerada, possibilitando o uso racional de energia elétrica.

Atividade 2 – Compra de carro

Paralelamente ao desenvolvimento da atividade anterior, foi realizada na mesma turma e na mesma disciplina outra atividade de Modelagem Matemática com outro grupo também de quatro estudantes sob a mesma condição de valer como trabalho complementar à avaliação final.

De forma semelhante ao primeiro grupo, informei para esta equipe que faríamos uma atividade de Modelagem Matemática. Expliquei sobre o que se tratava, sobre os momentos gerais a serem desenvolvidos e sobre a forma com que o grupo seria avaliado. Esse grupo mostrou bastante interesse em desenvolver a atividade.

A partir de orientações, o grupo se reuniu para discutir sobre o tema a ser desenvolvido. Como um dos participantes tinha um pai que pretendia comprar um carro, o grupo elegeu o tema *Compra de Carro*.

Na aula posterior deu-se início à formulação e descrição da situação-problema. Os estudantes precisaram fazer pesquisas na internet para retirar algumas dúvidas, telefonaram para amigos que possuíam veículos para fazer algumas perguntas. Foi interessante notar a motivação que o grupo apresentava para vencer os obstáculos que surgiam. Finalmente, na terceira aula apresentaram a situação-problema devidamente descrita, conforme mostra o quadro 2.

QUADRO 2 – Descrição da segunda situação-problema.

Diariamente há a necessidade de se locomover para vários lugares, como escola, trabalho e até mesmo um pequeno lazer. No entanto, isso pode se tornar algo trabalhoso e até mesmo estressante de se fazer quando não se possui um meio de transporte próprio e se depende de coletivos. E é exatamente nesses momentos em que os horários parecem não se encaixar corretamente e um dia parece não ser suficiente para cumprir os compromissos que surge a ideia de comprar um carro e finalmente se livrar dos transportes coletivos. Contudo, o desejo de ter um carro não é o único fator que deve ser levado em consideração; deve-se também observar os futuros gastos com manutenção e combustível que inevitavelmente virão e, principalmente, se está de acordo com o orçamento mensal do comprador. Diante de todos esses fatos é inevitável não surgir na cabeça de um comprador consciente a seguinte interrogação: qual o melhor carro para comprar, observando a relação custo x benefício?

Fonte: Relatório do grupo “*Compra de Carro*”.

Passamos então para o momento de investigação. Houve pesquisa na internet para verificar os modelos de carros mais populares, foram detectados dois: Fiat Uno e Celta. Houve também pesquisa de campo em concessionárias de Santarém para averiguar preços e serviços a respeito desses dois carros. Entrevistaram donos desses veículos para coletar suas opiniões sobre o produto. O entusiasmo do grupo fazia com que se empenhassem na procura de dados para responder à situação-problema.

Em pesquisa no site <http://quatorrodas.abril.com.br/> os alunos encontraram que a relação custo-benefício não tem nada a ver com itens de série x preços. Os equipamentos de fábrica são apenas um dos fatores que definem essa relação. Conta também modernidade do projeto, acabamento, soluções tecnológicas inovadoras, eficiência do motor (em desempenho e consumo). Tudo isso deve ser analisado para se chegar a um veredicto e fazer uma boa compra. Assim, um carro menos equipado e um pouco mais caro que o outro pode ter melhor relação custo-benefício.

A equipe acessou um site da internet e obteve a ficha técnica do Fiat Uno 2011 e do Celta, a qual é resumida no quadro 3.

QUADRO 3 – Ficha técnica do Fiat Uno e do Celta.

Fiat Uno 2011	Celta
Aceleração 0-100 km/h: 10,8 s	Aceleração 0-100 km/h: 13 s
Velocidade máxima: 172 km/h	Velocidade máxima: 157 km/h
Torque: 12,4 kgfm	Torque: 8,8 kgfm
Potência: 85 cv	Potência: 70 cv
Consumo: 10,7 km/l	Consumo: 13,7 km/l

Fonte: <http://www.carrosnaweb.com.br/catalogo.asp?varnome=fiat%20&origem=otimizacao>

Os alunos foram então orientados a organizar as informações coletadas em um relatório de pesquisa que deveria ser feito em sala de aula. A estratégia de elaborar o relatório sob minha orientação foi utilizada visando retirar eventuais dúvidas e aprofundar a compreensão de conceitos físicos necessários à construção do modelo matemático.

Um conceito muito debatido foi o de potência do motor do carro. Os estudantes costumavam confundir esse conceito com o de força. Foi interessante perceber que o próprio grupo reajustava sua compreensão à medida que eram expostos exemplos que diferenciavam os dois conceitos, muitos desses exemplos dados pelos próprios componentes do grupo.

Analisando o quadro 3, o grupo verificou que o Fiat Uno possui maior velocidade máxima, maior torque e maior potência que o Celta. Este, por sua vez, possui maior aceleração e maior rendimento de gasolina do que o Fiat Uno. Sendo assim, o que poderia determinar a escolha entre um ou outro seria o preço final de custo.

A partir dos dados coletados na pesquisa de campo, a equipe elaborou uma tabela contendo: o modelo do carro, o preço total à vista, o valor da entrada a ser dado no momento da compra, o número de parcelas e o valor de cada mensalidade. Tal tabela é mostrada a seguir:

TABELA 1 – Despesas com compra de carro, Santarém-PA, 2010.

Carro/modelo	Preço à vista (R\$)	Entrada (R\$)	Nº de parcelas	Valor das mensalidades (R\$)
Fiat Uno 2011(completo)	34.000,00	5.000,00	60	984,00
Fiat Uno Mille Economy 2008(completo)	24.000,00	5.000,00	60	645,00
Chevrolet Celta 2009/2010 (apenas com central de ar)	20.000,00	5.000,00	60	511,00

Fonte: Relatório do grupo "Compra de Carro".

A tabela 1 foi elaborada pela equipe e apresentada no relatório de pesquisa. No entanto, o grupo não apresentou uma expressão ou equação matemática que pudesse auxiliar na solução da situação-problema. Novamente, a ausência de uma expressão matemática no relatório evidencia que alguns estudantes não encontram motivo ou têm dificuldade em elaborar relações matemáticas algébricas a partir de dados pesquisados. Uma equação matemática possibilita, por exemplo, que se aplique regras de derivada visando estudar máximos e mínimos, algo que não é possível numa tabela. Daí a importância de se motivar os estudantes a construir equações a partir de tabelas ou gráficos.

A partir dos dados da tabela foi possível elaborar uma expressão matemática para relacionar o custo final dos veículos ao valor de cada mensalidade. Comentei que na tabela 1 é possível observar que existem duas constantes para todos os planos de pagamento: o número de parcelas igual a 60 vezes e a entrada inicial de R\$ 5.000,00.

Assim, poderíamos chamar essas constantes respectivamente de a e b fazendo $a=60$ e $b=5000$.

Considerando que a única variável significativa presente na tabela 1 é o valor das mensalidades e chamando essa variável de x , poderíamos organizar os dados em um modelo matemático na forma de uma função do primeiro grau $y=ax+b$ onde y representa o custo final do carro. Temos assim, usando os dados da tabela

$$y=60x+5000$$

Usando este modelo matemático para calcular o custo final do Fiat Uno e do Celta temos:

$$y_{Fiat\ Uno} = 60.984 + 5.000 = 64.040$$

$$y_{Celta} = 60.511 + 5.000 = 35.660$$

Assim, quanto aos benefícios, o Fiat Uno é um carro que sai na frente do Celta, pois é mais potente. No entanto, quanto ao custo, o Celta é um carro que preço relativamente bom e que pode satisfazer as necessidades diárias para um carro *popular*.

Essa atividade foi importante na medida em que se abordaram conteúdos sobre potência mecânica, força, unidade de potência em cv (cavalo vapor), unidade km/l para consumo de combustível, bem como proporcionou a construção de atitudes de consumidor crítico e consciente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso objetivo nesse texto foi encontrar resposta para a seguinte questão de pesquisa: *O ensino de Física pode ser mediado pela Modelagem Matemática?* Apresentamos duas atividades onde se desenvolveu a dinâmica de Modelagem Matemática e avaliou-se de forma crítica tal desenvolvimento. Na primeira atividade, foram mobilizados conceitos referentes à Termodinâmica e, na segunda atividade, foram estudados conceitos referentes à Dinâmica.

Percebeu-se a necessidade de aprofundar ou detalhar conceitos físicos durante o desenvolvimento das atividades para que os estudantes pudessem, de fato, compreendê-los. Esse detalhamento ocorreu principalmente durante a elaboração de relatórios em sala de aula e foi realizado de acordo com a necessidade para a construção do modelo matemático. O detalhamento/aprofundamento conceitual caracterizou-se, portanto, um ponto de destaque no ensino de Física por meio da Modelagem Matemática.

Concluimos que o ensino de Física mediado pela Modelagem Matemática é possível desde que os conteúdos de interesse para a disciplina sejam aprofundados ou detalhados pelo professor durante a construção do modelo matemático. Além do mais, é preciso que o docente seja ativo durante as tarefas de Modelagem, muitas vezes orientando pesquisas, esclarecendo dúvidas, e, principalmente, indicando caminhos para a construção

de modelos matemáticos algébricos. Sem essa ação docente os estudantes limitam-se à construção de tabelas, muitas vezes sem as interpretarem criticamente.

O ensino de Física por meio da Modelagem Matemática é um tema pouco explorado nas pesquisas da área, o que abre espaço para diferentes linhas de investigação. Esperamos apenas ter lançado uma semente a ser cultivada por diferentes professores-pesquisadores e que possa render bons frutos para a Educação em Ciências e Matemática.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva*. Rio Grande do Sul, v.27, n.98, p.65-74, jun. 2003.

_____. *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 2001. 256f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 2.ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: *Revista Alexandria*, v.2, n.2, p.7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M, S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais: Ensino Médio*, 2006. Disponível em <http://portal.mec.gov.br>. Acesso em abr. 2012.

BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DA MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPMEM), *Anais...* Londrina, 2004.

_____. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Tese de Doutorado em Educação – UNICAMP, São Paulo, 1992.

CARROSNWEB. *Fotos e fichas técnicas de carros*. Disponível em <<http://www.carrosnweb.com.br/catalogo.asp?varnome=fiat%20&origem=otimizacao>>. Acesso em: nov. 2010.

CHAVES, M. I. A.; ESPÍRITO SANTO, A. O. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. *Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, ano 21, n.30, fev. 2008. Disponível em <<http://cecemca.rc.unesp.br/ojs/index.php/bolema/article/view/1781/1568>>. Acesso em abr. 2012.

COMO TUDO FUNCIONA. *Como funciona o condicionador de ar*. Disponível em <<http://www.hsw.uol.com.br/>>. Acesso em nov. 2010.

D'AMORE, B. *Elementos de didática da matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

MARQUES, H. R., et al. *Metodologia da pesquisa e do trabalho científico*. 2.ed. Campo Grande: UCB, 2006.

OTIMOAR. *Planilha de cálculo de carga térmica segundo NBR-5410*. Disponível em <<http://www.otimoar.com.br/cargatermica.html>>. Acesso em nov. 2010.

QUATRO RODAS. *Reportagens sobre o mundo do automóvel*. Disponível em <<http://quatorrodas.abril.com.br/reportagens/>>. Acesso em nov. 2010.

SOUZA, E. S. R. *Modelagem matemática no ensino de Física: registros de representação semiótica*. Belém, 2010. 124f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – IEMCI, Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

Recebido em: maio 2012

Aceito em: jul. 2012