

Modelos representativos de um sistema didático e a criação de um instrumento para analisar a relação com o saber matemático

Wellington Hermann
Marinez Meneghelo Passos
Sergio de Mello Arruda

RESUMO

Neste artigo, apresentamos discussões acerca do modelo triangular das relações didático-pedagógicas em sistemas formais de ensino, também conhecido como triângulo didático-pedagógico, articuladas com a noção de relação com o saber de Charlot (2000). O objetivo que norteou essa pesquisa foi ampliar o poder heurístico do modelo triangular das relações didático-pedagógicas em salas de aula de matemática para abarcar não apenas o ensino, mas também situações em que os sujeitos envolvidos buscam aprender matemática. Os pesquisados são quatro acadêmicos de um curso de matemática de uma universidade pública paranaense, que estavam no primeiro ano do curso em 2015, ano em que os dados foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas. A análise dos dados foi fundamentada na Análise Textual Discursiva (ATD). No processo analítico, contrastamos os sentidos que os depoimentos dos sujeitos expressavam com a teoria já estabelecida sobre as relações com o saber em sistemas didáticos, o que resultou na emergência de duas propriedades da relação com o saber: a reflexividade e a transitividade. Essas propriedades proporcionaram a criação de um modelo representativo para as relações didático-pedagógicas e a criação de um instrumento analítico denominado matriz das propriedades da relação com o saber.

Palavras-chave: Relação com o saber. Triângulo didático-pedagógico. Reflexividade. Transitividade.

Wellington Hermann é doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina e professor assistente do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) – Campus de Campo Mourão. Rua Juscelino Kubitschek, 1.760, Jardim Albuquerque, 87309-126 Campo Mourão/PR. E-mail: eitohermann@gmail.com

Marinez Meneghelo Passos é Doutora em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Docente sênior da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina/PR. Tem apoio da Fundação Araucária. Rua Professor Samuel Moura, 328, apto. 1502, Vila Judith, 86061-060 – Londrina/PR. E-mail: marinezmp@sercomtel.com.br

Sergio de Mello Arruda é Doutor em Educação pela Universidade de São Paulo. Docente Sênior da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina/PR, e professor visitante sênior da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Campus Londrina/PR. Com apoio do CNPq. Rua Professor Samuel Moura, 328, apto. 1502, Vila Judith, 86061-060 – Londrina/PR. E-mail: sergioarruda@sercomtel.com.br

Recebido para publicação em 19 abr. 2017. Aceito, após revisão, em 12 nov. 2017.

Representative models of a didactic system and the creation of an instrument to analyze the relationship with Mathematical knowledge

ABSTRACT

In this article, we present discussions about the triangular model of didactic-pedagogical relations in formal education systems, also known as the didactic-pedagogical triangle, articulated with the Charlot's (2000) notion of relationship with knowledge. The aim of this research was to increase the heuristic power of the triangular model of didactic-pedagogical relations in mathematical classrooms to encompass not only teaching, but also situations in which the subjects involved seek to learn mathematics. The subjects of the research are four academics of a mathematics course from a Public University of Paraná, who were in the first year of the course in 2015, the year in which the data were collected through semi-structured interviews. Data analysis was based on Discursive Textual Analysis (DTA). In the analytic process, we contrast the meanings that the statements of the subjects express with the established theory about the relationship with knowledge in didactic systems, which resulted in the emergence of two properties of the relationship with knowledge: reflexivity and transitivity. These properties provided the creation of a new representative model for didactic-pedagogical relations and the creation of a new analytical instrument called the matrix of the properties of the relationship with knowledge.

Keywords: Relationship with knowledge. Didactic-pedagogical triangle. Reflexivity. Transitivity.

INTRODUÇÃO

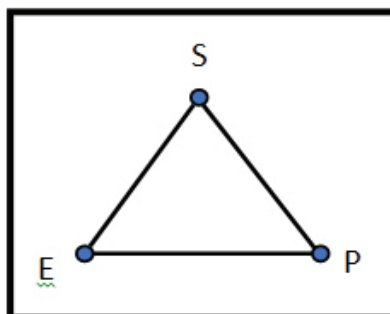
É difícil para pesquisadores das áreas de Educação ou de Ensino captar toda a diversidade de complexas relações que acontecem em situações formais de ensino e de aprendizagem. Muitas vezes, na busca pela compreensão dos fenômenos envolvidos nessas situações, faz-se necessário o uso de modelos e de analogias para operar simplificações ou recortes da realidade escolar para que, a partir delas, possam elaborar compreensões acerca desses fenômenos. Um modelo de configuração de sala de aula amplamente difundido em diversos meios científicos relacionados à Educação e ao Ensino é o sistema didático proposto por Chevallard (2005), que parte daquilo que Tardif (2013, p.43) denomina de modelo canônico: o professor, os alunos e o saber. O sistema de Chevallard (2005) basicamente é um sistema de relações explícitas no próprio modelo, apresentadas na própria representação geométrica do sistema, e relações implícitas ao modelo, representadas pelo conceito de *noosfera*.

Chevallard (2005) diz que os sistemas didáticos se formam a cada início de ano letivo e são constituídos por um grupo de alunos, um professor e um saber.

[...] em torno de um saber (geralmente designado pelo programa) se forma um contrato didático que toma esse saber como objeto de um projeto compartilhado de ensino e aprendizagem que une em um mesmo lugar professores e alunos. (p.26)

A representação geométrica das relações nesse sistema é o já bastante conhecido triângulo didático-pedagógico (Figura 1).

FIGURA 1 – Triângulo didático-pedagógico.



Fonte: adaptado de Arruda e Passos (2015, p.4).

Nele, além dos elementos evidentes – vértices representando, respectivamente, professor, alunos e saber; e lados representando as relações entre os sujeitos e o saber – existem outros que são assumidos por Chevallard: o sistema de ensino, que é o suporte para os vários sistemas didáticos que se formam e a *noosfera*, que é a “esfera de onde se pensa – segundo modalidades talvez muito diferentes – o funcionamento didático”¹ (CHEVALLARD, 2005, p.27). Nesse artigo, mencionamos apenas os vértices e os lados do triângulo, pois nosso objetivo é analisar as relações explícitas no modelo geométrico. Não estamos dizendo com isso que os outros elementos não importam ou que os resultados de nossas análises independem deles, mas que nessa investigação não fizemos referências diretas a eles porque tais elementos têm mais sentido em referência à Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau² e à transposição didática de Chevallard e tratar dessas teorias foge ao escopo do artigo.

O modelo triangular do sistema didático está pautado em uma premissa implícita: quem ensina, ensina algo a alguém, ou como afirma Passmore (1983, p.36, tradução nossa) “se alguém ensina, deve haver algo a ensinar e alguém a quem ensinar”. Esse sistema está condicionado a situações institucionalizadas de ensino, em que existe um professor, um saber e um aluno em relações complexas, visando à aprendizagem deste último sujeito. Mas, embora o modelo triangular apresente-se profícuo às análises referentes a situações institucionalizadas de ensino, ele pouco serve para auxiliar a compreender a aprendizagem.

¹ Para saber mais sobre o sistema de ensino e a noosfera, consulte Chevallard (2005). Além desses dois elementos, dependendo da concepção teórica que se considere, pode-se encontrar o termo *milieu* (meio), que “é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age” (FREITAS, 2008, p.79).

² Para saber mais a respeito da Teoria das Situações Didáticas, consulte: BRUN, J. (Org.). Didática das Matemáticas. Portugal: Instituto Piaget, 2000; FREITAS, J. L. M. de. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação matemática: uma (nova) introdução*. 3.ed. São Paulo: EDUC, 2008.

Isso pode ser melhor compreendido se nos situarmos nos vértices do triângulo didático. Ao assumir o ponto de vista do professor, o que está em jogo em uma situação de ensino é a relação com o saber e com os alunos, propondo tarefas, expondo conteúdos, organizando atividades instrucionais ou investigativas, sem, no entanto, esquecer que o professor precisa “gerir a si mesmo, sua aprendizagem, sua identidade, seus desejos, seu envolvimento, também deve ser incluída dentre as tarefas que estruturam a ação do professor em sala de aula” (ARRUDA; PASSOS, 2015, p.7). Porém, ao colocarmos-nos no vértice dos alunos, suas relações extrapolam aquelas com o professor e com o saber e outros atores entram em cena, entre os quais relacionamos: a internet, os colegas, a família e o próprio aluno em questão.

A fim de superar esse problema, para o desenvolvimento desta pesquisa, articulamos o sistema didático de Chevallard e a relação com o saber de Charlot (2000) com o objetivo de proporcionar maior poder heurístico àquele modelo. Para isso, buscamos no campo empírico, utilizando entrevistas realizadas com quatro alunos³ de um curso de Licenciatura em Matemática, fundamentos para compreendermos e interpretarmos tal sistema por meio das relações com o saber matemático que tais sujeitos expressaram. Assim, nosso objetivo foi o de elaborar representações do sistema didático a partir do ponto de vista de sujeitos que fazem parte do vértice E do triângulo didático-pedagógico, ou seja, a partir do ponto de vista dos alunos, para que, a partir delas, pudéssemos melhorar o poder heurístico do sistema e contribuir com futuras pesquisas que possam necessitar de modelos como esse do sistema didático.

A linha norteadora das entrevistas que realizamos foi a relação que os sujeitos da pesquisa tiveram com a matemática desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior. Como nos fundamentamos teoricamente em Charlot (2000; 2005), questionar os sujeitos a respeito de sua relação com a matemática significa questioná-los sobre pessoas envolvidas nessa jornada, questioná-los a respeito de si mesmos, a respeito de como essa relação tomou e ainda toma parte de suas vidas e a respeito da influência dessas relações nas expectativas que os depoentes têm do próprio futuro.

As entrevistas foram transcritas e formaram o *corpus* para a Análise Textual Discursiva (ATD) que realizamos (MORAES; GALIAZZI, 2007). Os fragmentos representativos para as análises foram codificados com a letra S seguida de um número que indica o sujeito segundo a ordem das entrevistas e um número entre colchetes que indica a ordem dos fragmentos na transcrição de cada entrevista. Assim, o código S2[12] indica o décimo segundo fragmento na transcrição da entrevista do segundo sujeito a nos conceder a entrevista.

Apresentamos, a seguir, reflexões que fizemos sobre os elementos do triângulo didático-pedagógico, pautados na análise dos depoimentos dos sujeitos da pesquisa.

³ O presente artigo faz parte do projeto “O ensino e a aprendizagem de ciências e matemática em sala de aula e em ambientes informais”, coordenado pelo pesquisador Sergio de Mello Arruda, tendo sido aprovado pelo Comitê de Ética (Número do CAAE: 57663716.9.0000.5231. Número do Parecer: 1.666.360).

OS VÉRTICES DO TRIÂNGULO DIDÁTICO- PEDAGÓGICO

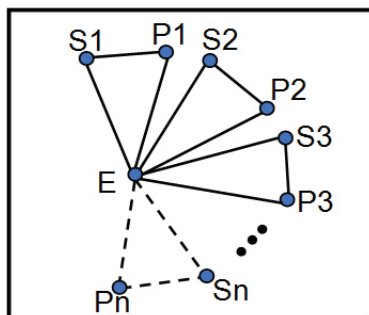
Nos três vértices do triângulo didático-pedagógico estão os três elementos básicos de um sistema didático: os alunos (E), o professor (P) e o saber (S) (Figura 1).

Os alunos constituem o ponto focal do sistema. É com referência a E que todo o sistema de ensino é pensado e estruturado. A sociedade espera que os sistemas de ensino *produzam* sujeitos com certos saberes e com certas competências, capazes de atuar nas diversas esferas sociais (ALMOULOUD, 2011). Os alunos, então, são sujeitos e produtos do sistema. Mas a despeito das esperanças que a sociedade coloca sobre E, os alunos são sujeitos com histórias singulares e com seus próprios anseios, os quais podem ou não se alinhar com os projetos educativos.

O professor, por sua vez, é também parte importante do sistema didático, mas cada professor individualmente é uma pequena parte do projeto social que é a Educação. Seu papel, na estrutura atual do sistema educacional brasileiro, é levar o aluno a adquirir um saber restrito determinado pelo currículo. Individualmente, o professor não tem a visão de todo o processo e sua atenção, na maioria das vezes, está voltada para os conteúdos da disciplina que lhe cabe ensinar e ao tempo que dispõe para isso. Geralmente, não há integração entre as diversas disciplinas que compõem o currículo escolar e mesmo entre as disciplinas que fazem parte das grades curriculares de cursos de formação de professores existe pouca integração. Assim, a cada professor cabe a tarefa de ministrar sua disciplina da melhor forma possível (PASSMORE, 1983), qualquer que seja o significado que se possa atribuir a essa expressão, e a síntese dessa formação fragmentada cabe ao aluno. Com isso queremos dizer que um mesmo conjunto de alunos faz parte de sistemas didáticos distintos, concomitantes e isolados, dentro de uma mesma instituição de ensino.

Extrapolando a ideia do modelo triangular de Chevallard (2005), podemos representar graficamente o que foi discutido nos parágrafos anteriores por meio da Figura 2:

FIGURA 2 – Representação dos vários sistemas didáticos de que um estudante participa concomitantemente.



Fonte: os autores.

A Figura 2 expressa a coexistência de múltiplos sistemas didáticos que têm como vértice de convergência um grupo de estudantes (vértice E). As n disciplinas que compõem as grades curriculares trazem consigo os dois vértices com os quais E se relaciona, a saber: S_n e P_n .

É importante salientarmos que existem três diferenças principais entre o modelo canônico considerado no sistema didático de Chevallard (2005) e aqueles que estamos construindo em nossa pesquisa: 1 – os modelos de sistemas que obtivemos aqui são originados a partir da perspectiva da relação com o saber e estão relacionados com a percepção que os alunos têm dos elementos desses sistemas, já o de Chevallard é parte de sua teorização a respeito da transposição didática; 2 – enquanto o autor considera que o saber do sistema didático é o saber ensinado, nós consideramos que o saber é um saber a aprender ou um saber aprendido, porque as situações que analisamos provêm de depoimentos de alunos e são parte da síntese que eles fazem do processo formativo que vivenciaram até então; 3 – o professor também não é um indivíduo específico, mas alguém do passado ou do presente dos nossos depoentes, ele é um personagem que surge na síntese que os alunos fazem de sua trajetória escolar e se transforma em uma figura genérica que foi delineada nos depoimentos desses sujeitos da pesquisa.

Voltando às discussões a respeito do vértice E, este pode ser considerado tanto como um único aluno quanto como um grupo de alunos, mas as relações que esses sujeitos mantêm entre si não estão evidenciadas no modelo. Os dados coletados apontam para algo geralmente negligenciado em algumas análises utilizando o modelo triangular do sistema didático: existem relações importantes entre alunos no processo de busca por aprender matemática. Isso pode ser constatado em diversos trechos dos depoimentos. A seguir, apresentamos fragmentos do *corpus* representativos dessa situação:

S1[19]⁴ – [...] quando eu não estou entendendo, às vezes eu pergunto para alguém que está ali do lado, se entendeu, às vezes me explica...

S4[16] – Todo mundo chega na Universidade e falam: – Faculdade é diferente! Você vai ter que estudar muito! Vai ter que se esforçar! Vai ter que chegar em casa (e estudar) ... (e você pensa): – Ah, mas não! Não é tudo isso!

Esses trechos dos depoimentos representam algo que o modelo triangular dos sistemas didáticos não considera: as relações entre alunos na busca da aprendizagem. Negligenciar essas relações significa tratar os alunos como um grupo homogêneo que

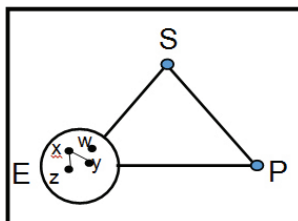
⁴ Os depoimentos que trazemos neste artigo estão assim codificados – S (diz respeito ao Sujeito da pesquisa); S1, S2, S3 e S4 (são nossos quatro depoentes). O número entre colchetes [19], representa o 19º trecho da entrevista deste depoente, ou seja, cada entrevista foi fragmentada em diversos trechos, segundo o que era comunicado em cada um deles. No artigo trazemos vários exemplos, contudo a inserção de completude das entrevistas seria impossível em função da extensão de cada uma delas.

se relacionam com o saber todos da mesma maneira, com comportamento, dificuldades, afinidades e aprendizagens semelhantes. Mesmo ao considerar o vértice E como um único aluno, comete-se o erro de isolar esse sujeito como se este mantivesse apenas as relações com o saber e com o professor, o que não condiz com a realidade de uma sala de aula. Os alunos relacionam-se entre si e esta relação é muitas vezes tão determinante para suas aprendizagens, quanto as relações que eles mantêm com o professor.

Contudo, pensamos que o modelo triangular seja importante para análises e considerações referentes às dinâmicas relacionais nos sistemas didáticos, todavia é necessário levar em conta que no “interior” do vértice E também acontecem relações importantes para o processo de aprendizagem. É óbvio, porém, que nem todos os alunos relacionam-se com os outros. Alguns podem fazer parte de subgrupos de alunos dentro de uma sala de aula, ou de uma instituição, juntamente com os sujeitos que têm mais afinidade e com os quais se relacionam na busca do saber.

Uma ampliação do vértice E, assim como apresentado na Figura 3, a seguir, em que os elementos x, y, z e w representam alunos do sistema e E é o conjunto ao qual pertencem. Obviamente, como já dissemos, não consideramos que cada aluno do sistema didático estabelece relações com todos os outros alunos do sistema.

FIGURA 3 – Ampliação do vértice E do triângulo didático-pedagógico.



Fonte: os autores.

Não estamos propondo que se adote um modelo como esse da Figura 3 em vez daquele já conhecido (Figura 1), o que pretendemos com ele é salientar e ilustrar a importância de se considerar as relações que ocorrem entre alunos.

Algo que o modelo da Figura 3 ainda não dá conta de representar é a relação que um aluno de um sistema didático pode desenvolver com alunos de outros sistemas didáticos. O trecho do relato S1[20] trata de uma situação como essa:

S1[20] – Então, eu vivo perturbando ela (uma amiga que está um ano a frente e que mora na mesma cidade)⁵. Pedindo ajuda. Porque ela tem uma facilidade muito

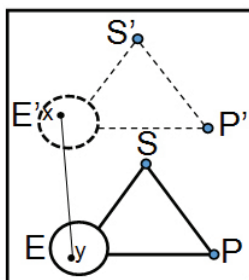
⁵ O texto entre parênteses nos trechos dos depoimentos são comentários dos pesquisadores para esclarecer e contextualizar as informações.

grande para ensinar. E a forma que ela me ensina, às vezes, tem umas matérias que eu pego mais rápido ela me ensinando que os professores.

O sujeito S1, que na ocasião da entrevista estava no primeiro ano do curso de Matemática, desenvolveu uma relação com uma aluna que estava no segundo ano do mesmo curso. Ao considerarmos as características do modelo proposto por Chevallard (2005), podemos dizer que os sistemas didáticos dos quais essa aluna do segundo ano participou durante o seu primeiro ano de curso (o triângulo E'S'P' da Figura 4) já não existem, mas para auxiliar S1 em sua tarefa a aluna pode referir-se a eles. Teríamos, assim, uma relação intersistemas didáticos representada na Figura 4.

Embora julguemos que essas relações intersistemas didáticos sejam importantes, não tratamos do assunto exaustivamente no artigo. Restringimo-nos apenas em considerar os efeitos dessas relações nos sistemas didáticos analisados, todavia pretendemos abordar tais questões em pesquisas futuras.

FIGURA 4 – Representação da relação intersistemas didáticos.



Fonte: os autores.

Nesta seção, discutimos algumas considerações sobre os vértices que compõem o triângulo didático-pedagógico que têm implicações para as análises realizadas. Na sequência, apresentaremos considerações a respeito dos lados desse triângulo e definiremos características das relações com o saber relevantes para os resultados que trazemos neste momento e também desenvolvimentos futuros.

OS LADOS DO TRIÂNGULO DIDÁTICO-PEDAGÓGICO

Como dissemos anteriormente, os lados do triângulo didático-pedagógico representam as relações entre: professor, aluno e saber. Alguns autores como D'Amore e Fadiño Pinilla (2002) atribuem verbos para indicar as relações entre os elementos do sistema didático, de acordo com suas próprias concepções a respeito do funcionamento dos processos de ensino e de aprendizagem representados pelo triângulo didático-pedagógico. Por exemplo, a relação entre os alunos e o saber é designada por esses

autores pelo verbo aprender, a relação entre o professor e o saber pelo verbo ensinar e a relação entre o professor e os alunos pelo verbo estimular⁶. Diferentemente de D'Amore e Fadiño Pinilla (2002), nós consideramos os lados do triângulo didático-pedagógico a partir da perspectiva da relação com o saber de Charlot (2000).

Charlot (2000), em sua teorização, parte da premissa que o filho do homem nasce incompleto em um mundo humano que o precede. Um mundo compartilhado com outros seres humanos e que é acessível por meio da linguagem. Para tornar-se um exemplar único de ser humano, o filho do homem deve aprender com outros seres humanos e adquirir uma cultura, ou seja, tem que educar-se; tem que estabelecer relações com o saber. Segundo Charlot (2000),

Adquirir saber permite assegurar-se de um certo domínio do mundo no qual se vive, comunicar-se com os outros seres e partilhar o mundo com eles, viver certas experiências e, assim, tornar-se maior, mais seguro de si, mais independente. [...] Procurar saber é instalar-se num certo tipo de relação com o mundo; mas existem outros. (p.60)

Neste contexto investigado, interessa-nos as relações com o saber que acontecem na busca pela aprendizagem em sistemas formais de ensino. Charlot (2005) comenta que a ideia de ensino

[...] implica um saber a transmitir, quaisquer que sejam as modalidades de transmissão, que podem ser magistrais ou passar por processo de “construção”, de “apropriação”. Ela faz referência, ao menos implicitamente, a um modelo de três termos: o saber a ser adquirido, que é o objetivo, o ponto de referência do processo, sua razão de ser; o aluno ou, se preferir, o aprendiz; o mestre, cuja função é servir de mediador entre o aluno e o saber [...]. (p.90)

Consideramos então o triângulo didático-pedagógico como modelo para as relações entre os três termos também admitidos por Charlot (2005) como componentes principais de um sistema de ensino. Nessas configurações, o principal objetivo é a aprendizagem do aluno. Tanto o professor, quanto os próprios alunos e a sociedade, de maneira geral, almejam esse objetivo.

Os lados do triângulo didático-pedagógico são relações com o saber, logo, são relações com o outro, com o mundo e consigo mesmo. Essas relações sempre envolvem as dimensões epistêmica, pessoal⁷ e social. Nesse ponto fazemos um adendo para precisar

⁶ Tradução livre do verbo *animar* do espanhol para o português. Não utilizamos o verbo motivar porque D'Amore e Fadiño Pinilla (2002, p.11) dizem que a motivação pode ser uma consequência do *estimular*.

⁷ A dimensão pessoal é uma interpretação de Arruda, Lima e Passos (2011) para a dimensão identitária de Charlot (2000).

a terminologia que utilizamos. Preferimos utilizar as expressões ‘dimensão epistêmica’, ‘dimensão pessoal’ e ‘dimensão social’ ao invés de ‘relação epistêmica’, ‘relação pessoal’ e ‘relação social’, por dois motivos: primeiro, por acreditarmos que não é possível estabelecer uma relação puramente epistêmica, ou puramente pessoal ou puramente social, como afirma Charlot (2000) e, além disso, como salienta Buber (2015), só pode haver relação na totalidade, ou seja, a relação com o saber é uma totalidade e só existe como tal; segundo, o termo dimensão, tem mais sentido, pois estabelece as relações com o saber como amálgama dessas três dimensões, o que reduz a ambiguidade de se utilizar uma relação para definir outra relação.

As três dimensões da relação com o saber foram descritas por Arruda, Lima e Passos (2011) na elaboração do instrumento analítico que desenvolveram, denominado matriz 3x3, também fundamentado em Charlot (2000). Segundo os autores, a dimensão epistêmica da relação com o saber:

[...] diz respeito à relação com o saber enquanto um objeto do mundo a ser apropriado e compreendido; um saber dotado de objetividade, consistência e estrutura independentes; um saber “existente em si mesmo”, “depositado em objetos, locais e pessoas” e imerso em um “universo de saberes distinto do mundo da ação, das percepções e das emoções”. (ARRUDA; LIMA; PASSOS, 2011, p.145)

A dimensão pessoal da relação com o saber:

[...] diz respeito à “relação de identidade com o saber”; o saber enquanto objeto que faz sentido, que é parte da história pessoal do sujeito, de sua vida e de suas expectativas; é o saber enquanto objeto de desejo, de interesse; o saber que o sujeito “gosta” e que o faz mobilizar-se à sua procura. (ARRUDA; LIMA; PASSOS, 2011, p.145)

A dimensão social da relação com o saber:

[...] diz respeito ao fato que o sujeito nasce inscrito em um espaço social, ocupando uma posição social objetiva (a posição que ele ocupa em um espaço social, por ter nascido e crescido em uma determinada família, por exemplo), que lhe definem o contexto inicial em que ele vai se relacionar com o saber; nesse meio o saber possui valores dados pela comunidade em que o sujeito vive, recebendo o impacto das expectativas e aspirações de outros com relação a ele. (ARRUDA; LIMA; PASSOS, 2011, p.145-146)

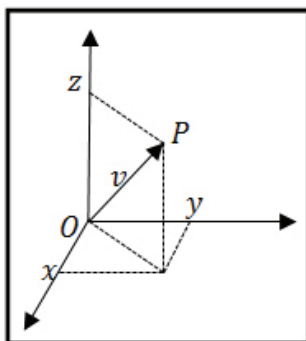
Essas três dimensões da relação com o saber são utilizadas por Arruda, Lima e Passos (2011) para analisar os lados do triângulo didático-pedagógico, ou seja, utilizadas para analisar as relações no sistema didático, por meio de uma matriz 3x3. Nós pretendemos avançar um pouco na constituição desse instrumento fazendo uma analogia entre a relação com o saber e o conceito de vetor, no âmbito do sistema didático.

A REPRESENTAÇÃO DE RELAÇÕES COM O SABER POR MEIO DE VETORES

Existem grandezas físicas como tempo, volume, área, entre outras, que são descritas apenas por meio de sua magnitude. Elas são denominadas grandezas escalares. Para outras grandezas, como força, velocidade, deslocamento etc., é necessário que se indique, além da magnitude, a direção e o sentido. Tais grandezas são chamadas de grandezas vetoriais e são representadas por meio de vetores.

Os vetores são representados geometricamente por meio de segmentos orientados. Em um espaço tridimensional, um vetor pode ser identificado pelo ponto que determina sua extremidade, desde que se considere que sua origem esteja na origem do sistema de eixos cartesianos. Assim, um ponto qualquer do espaço tridimensional, $P(x,y,z)$, pode também identificar um vetor $v = (x,y,z)$, em que x,y e z são as componentes de v .

FIGURA 5 – Representação de um vetor tridimensional.



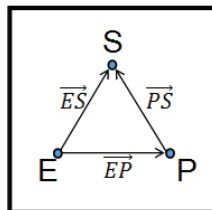
Fonte: os autores.

Nosso interesse em descrever vetores tridimensionais deve-se à tridimensionalidade da relação com o saber. Pensamos nos lados do triângulo didático-pedagógico como relações com o saber que podem ser representadas como vetores cujas componentes são as dimensões epistêmica (e), pessoal (p) e social (s): $v = (e,p,s)$; a direção do vetor v é dada pelos segmentos formados pelos pontos que são os vértices do triângulo, considerados dois a dois; o sentido depende do ponto adotado como perspectiva de análise. No caso aqui abordado consideramos o vértice E, pois, baseamo-nos em entrevistas com alunos. Logo,

a relação entre aluno e professor tem o sentido \overrightarrow{EP} , ou seja, do aluno para o professor. Se considerássemos o professor como referência teríamos o sentido oposto, \overrightarrow{PE} . Como o saber é a “razão de ser” do sistema didático, conforme afirma Charlot (2000, p.90), ele é sempre o objetivo, logo, ele é a extremidade de ambos os vetores: \overrightarrow{ES} e \overrightarrow{PS} .

Na Figura 6 apresentamos a representação do sistema didático baseado em vetores, de acordo com o que discutimos.

FIGURA 6 – Sistema didático baseado em relações com o saber.



Fonte: os autores.

Os três vetores, \overrightarrow{ES} , \overrightarrow{EP} e \overrightarrow{PS} são compostos pelas dimensões epistêmica, pessoal e social: $\overrightarrow{ES} = (e,p,s)$, $\overrightarrow{EP} = (e,p,s)$, $\overrightarrow{PS} = (e,p,s)$. O modelo apresentado na Figura 6 é, fundamentalmente, uma representação vetorial para a matriz 3x3 desenvolvida por Arruda, Lima e Passos (2011).

Ainda temos algumas considerações a serem comentadas a respeito do sistema idealizado: conforme havíamos discutido E pode ser um aluno ou um conjunto de alunos, em ambos os casos é preciso considerar as relações entre os alunos, ou seja, em E acontecem relações que também são epistêmicas, pessoais e sociais; se x e y são alunos que se relacionam nesse sistema, $\overrightarrow{xy} = (e,p,s)$ é o vetor que representa essa relação e x é o sujeito que apresenta sua perspectiva sobre a relação que tem com y .

Na sequência, trazemos fatos importantes para as teorizações a respeito da relação com o saber: a emergência de propriedades dessas relações.

PROPRIEDADES DA RELAÇÃO COM O SABER

No estabelecimento de relações entre os fragmentos evidenciados do nosso *corpus* elencamos duas características básicas que permeiam os dados: a reflexividade e a transitividade.

A reflexividade é uma forma de expressão das relações que o estudante mantém consigo. Ela torna-se evidente quando o sujeito expressa elementos de sua autoimagem, de seus gostos e afinidades, dos valores em que acredita ou naquilo que diz saber, enfim, quando relata sobre si. Porém, toda relação consigo é uma relação com o outro e toda relação com o outro é também relação consigo mesmo, mas esse outro da reflexividade não

remete à alteridade e sim ao “fantasma do outro” que cada um leva consigo (CHARLOT, 2000, p.47). Portanto, a reflexividade não é uma propriedade que independe das outras relações que o sujeito mantém com o mundo. Ela é a expressão da consciência que o sujeito tem de si, ou no caso desta pesquisa em que foram colhidos depoimentos, daquilo que ele fala de si. Quando diz que estuda sozinho (sem auxílio da internet; sem mediação direta), quando afirma que gosta de matemática (dimensão pessoal), quando evidencia alguma aprendizagem (dimensão epistêmica) ou quando diz que a matemática está em tudo (dimensão social), o sujeito está evidenciando a reflexividade.

A seguir, relacionamos algumas características dessa propriedade por meio de trechos selecionados dos depoimentos (inserimos entre parênteses as propriedades que identificamos e alguns complementos suprimidos pelos depoentes):

S1[1]: – Eu sempre fui bem em matemática assim como em todas as outras matérias, então assim, eu gostava (reflexiva pessoal). Quando eu era pequena, meu sonho era ser professora de matemática... quando eu era pequenininha, assim, até a quarta série, por aí. Mas, aí chegou lá no fundamental (Ensino Fundamental II), eu, assim, acabei tomando um pouquinho de distância (reflexiva pessoal), porque... comecei a ficar um pouquinho mais difícil (reflexiva social), mas assim, eu sempre fui bem.

Nesse trecho, S1 expressa uma autoavaliação sobre seu desempenho em matemática, sobre seus antigos sonhos e sobre sua conduta quando percebeu que tinha dificuldades com a disciplina. Nesse trecho do depoimento, podemos perceber a articulação entre as dimensões pessoal e social, entre a autoavaliação positiva e o gostar de matemática e entre o perceber que a matemática do Ensino Fundamental II ficara difícil e o distanciamento da disciplina como consequência desse valor.

Na transitividade, a relação com o saber é mediada por um “outro”, seja na figura de um colega, de um professor, de vídeos da internet, um parente, entre outros. Este conjunto de atores é o que Arruda e Passos (2015) chamam de *fonte*. As dimensões epistêmica, pessoal e social também compõem a transitividade. Ela trata dos trechos dos depoimentos em que o outro surge como alteridade e em que os sujeitos relatam sua relação com a matemática por meio de um outro que também se relaciona com a matemática. Para ilustrar como essa propriedade foi expressa nos depoimentos, apresentamos, a seguir, alguns recortes das entrevistas:

S2[2]: – Foi a partir daí que eu comecei a me interessar por matemática. Foi por causa disso: dos professores (transitiva pessoal).

S3[9]: – Até mesmo dentro da sala, tem algum tipo de explicação que você não se adapta e aí você fala: – Assim ficou meio confuso! Aí, chego em casa e procuro uma explicação... às vezes até duas, três diferentes... (transitiva epistêmica).

Nos fragmentos anteriores, S2 atribuiu o seu interesse pela matemática aos ótimos professores que teve ao longo de sua vida, o que estabelece uma transitividade pessoal em sua relação com a matemática. Já S3 expõe um pouco de sua rotina de estudos, o que revela a transitividade epistêmica.

O conceito de transitividade tem suas raízes no silogismo aristotélico, que é um tipo de raciocínio dedutivo estruturado por meio de premissas que resultam em uma conclusão diferente, mas fundamentado nelas. Um exemplo de silogismo é: Todo ser humano é mortal. Os brasileiros são seres humanos. Logo, os brasileiros são mortais.

Na matemática, a transitividade é uma propriedade de algumas relações. Basicamente, ela indica que, dados três elementos de um conjunto, x, y, z , se x se relaciona com y e y se relaciona com z , por transitividade, x se relaciona com z . Um exemplo de relação transitiva é o paralelismo entre retas: dadas três retas, r, s, t , se r é paralela a s e se s é paralela a t , então r é paralela a t .

A transitividade da relação com o saber é semelhante à propriedade homônima da matemática. O aluno relaciona-se com o professor (ou com o que Arruda e Passos (2015) chamam de *fonte*) e o professor (ou a *fonte*) tem uma relação com a matemática, logo o aluno relaciona-se com a matemática por meio do professor (ou da *fonte*). Acrescentamos, ainda, que essa relação do aluno com a matemática é fortemente influenciada pela relação entre o professor (ou a *fonte*) e a matemática e que esta também pode influenciar negativamente a relação entre o aluno e a matemática.

Após definirmos essas características e propriedades da relação com o saber em um sistema didático, elaboramos um quadro e acomodamos os dados analisados em suas células. Contudo, antes de apresentarmos os resultados dessas alocações, vamos nominar cada célula e descrever o que compreendemos sobre elas, por meio de critérios para a acomodação dos excertos.

QUADRO 1 – Matriz das propriedades da relação com o saber dos sujeitos em um sistema didático.

| Dimensões Propriedades | Epistêmica | Pessoal | Social |
|---------------------------|------------|---------|--------|
| Reflexiva | A1 | A2 | A3 |
| Transitiva | B1 | B2 | B3 |

Fonte: os autores.

A1: Dimensão epistêmica da reflexividade da relação com o saber – nesta célula foram acomodados trechos dos depoimentos em que os sujeitos expressaram: seu próprio saber matemático; suas formas próprias para a aquisição do saber matemático; suas relações individuais com objetos em que podem encontrar o saber.

A2: Dimensão pessoal da reflexividade da relação com o saber – nesta célula foram acomodados trechos dos depoimentos em que os sujeitos expressaram: afinidades e gostos próprios em relação ao saber matemático; o que não gostam e não têm afinidade, por si mesmos, em relação ao saber matemático; o que o saber matemático lhes proporcionou, proporciona ou pode proporcionar; indícios de como o saber matemático influenciou ou influencia, positiva ou negativamente, suas vidas; sentidos que o saber matemático pode ter em suas vidas.

A3: Dimensão social da reflexividade da relação com o saber – nesta célula foram acomodados trechos dos depoimentos em que os sujeitos expressaram: valores e desvalores atribuídos ao saber matemático pelo próprio sujeito; valores e desvalores atribuídos pelo próprio sujeito às formas de aquisição do saber matemático; valores e desvalores atribuídos pelo próprio sujeito ao saber matemático que ele tem e sobre como o expressa.

B1: Dimensão epistêmica da transitividade da relação com o saber – nesta célula foram acomodados trechos dos depoimentos em que os sujeitos expressaram: o saber matemático que adquiriram por meio de uma fonte; as formas que adquirem ou adquiriram saber matemático por meio de uma fonte; suas relações com objetos de saber matemático por meio de uma fonte.

B2: Dimensão pessoal da transitividade da relação com o saber – nesta célula foram acomodados trechos dos depoimentos em que os sujeitos expressaram: gostos ou afinidades em relação ao saber matemático motivados por uma fonte; aquilo que não gostam ou não têm afinidade em relação ao saber matemático devido a alguma fonte; expectativas induzidas por uma fonte sobre o que o saber matemático pode lhes proporcionar.

B3: Dimensão social da transitividade da relação com o saber – nesta célula foram acomodados trechos dos depoimentos em que os sujeitos expressaram: valores e desvalores que o sujeito atribui ao saber matemático por influência de uma fonte; valores e desvalores induzidos por uma fonte às formas de aquisição do saber matemático; valores e desvalores atribuídos ao saber matemático por outras pessoas.

Depois de definidos os critérios para a acomodação dos relatos que constituíam o *corpus* investigativo, procedemos com a categorização dos dados (assumindo cada célula por categoria *a priori*). Esse movimento interpretativo gerou quatro quadros, um para cada depoente.

Diante dos resultados obtidos inferimos a respeito do sentido que esses quadros expressam a respeito das relações com o saber em um sistema didático. Isso originou uma proposta para representar o sistema didático, que trazemos na próxima seção juntamente com as quantificações das alocações dos depoimentos.

PROPOSTA DE UMA REPRESENTAÇÃO VETORIAL PARA O SISTEMA DIDÁTICO

A primeira característica que chama a atenção nos quadros descritos na continuidade (Quadros 2, 3, 4 e 5) é a proporção entre a quantidade de fragmentos acomodados nas linhas reflexiva e transitiva. Pensamos que a diferença entre essas quantidades se deva às características das perguntas elaboradas para a entrevista.

No início da pesquisa não tínhamos em mente essa categorização, pois ainda não havíamos pensado em termos de propriedades das relações com o saber. Pensamos que seja importante que os pesquisadores que intentem utilizar esse instrumento atentem-se a isso na elaboração da coleta de dados, principalmente nos casos em que se procura contrastar essas duas propriedades nos discursos dos sujeitos. Para esses casos, sugerimos que seja feita a normalização das quantidades de fragmentos dos sujeitos, pois diferentes depoentes geram entrevistas com “tamanhos” diferentes. Sugerimos, para isso, que se divida o total de fragmentos de cada célula do quadro pelo total de fragmentos obtidos em cada depoimento e que se multiplique o resultado por cem. O resultado será dado em forma de um percentual do total de fragmentos de cada depoimento.

Como indicado anteriormente para os lados do triângulo didático-pedagógico, fizemos uma analogia entre as propriedades da relação com o saber e os vetores. Obtivemos a partir das linhas do Quadro 1, dois vetores: \vec{v}_S e \vec{v}_S , que são, respectivamente, o vetor reflexividade e o vetor transitividade da relação com o saber do sujeito S (no nosso caso S1, S2, S3 e S4). Esses vetores têm como componentes as dimensões epistêmica, pessoal e social: $\vec{v}_S = (e,p,s)$, $\vec{v}_S = (e,p,s)$. O que discutimos no parágrafo anterior pode ser utilizado em conjunto com esses vetores, colocando os valores percentuais expressos nas células de cada matriz em cada uma das suas coordenadas.

O resultado quantificado na forma de percentuais de cada categorização e alocação dos depoimentos pode ser observado a seguir nos quadros, assim como os vetores relacionados a cada um deles. Os percentuais em cada célula das matrizes são relativos ao total de fragmentos obtidos a partir do depoimento de cada sujeito. A última linha de cada quadro representa o vetor relação com o saber do sujeito cujo depoimento está sendo categorizado, assim, cada célula dessa linha é composta pela soma dos valores que estão nas outras duas células da respectiva coluna e ela diz respeito a uma das componentes desse vetor (epistêmica; pessoal; social).

QUADRO 2 – Matriz das propriedades da relação com o saber do sujeito S1.

| Total de fragmentos obtidos: | | 36 | |
|------------------------------|------------|---------|--------|
| S1 | Epistêmica | Pessoal | Social |
| Reflexiva | 30,6% | 16,7% | 25,0% |
| Transitiva | 13,9% | 5,6% | 8,3% |
| Vs1 | 44,4% | 22,2% | 33,3% |

Fonte: os autores.

$$\overline{vr}_{S1} = (30.6; 16.7; 25)$$

$$\overline{vt}_{S1} = (13.9; 5.6; 8.3)$$

QUADRO 3 – Matriz das propriedades da relação com o saber do sujeito S2.

| | | | |
|------------------------------|-------------------|----------------|---------------|
| Total de fragmentos obtidos: | | | 23 |
| S2 | Epistêmica | Pessoal | Social |
| Reflexiva | 21,7% | 17,4% | 17,4% |
| Transitiva | 21,7% | 13,0% | 8,7% |
| Vs2 | 43,5% | 30,4% | 26,1% |

Fonte: os autores.

$$\overline{vr}_{S2} = (21.7; 17.4; 17.4)$$

$$\overline{vt}_{S2} = (21.7; 13; 8.7)$$

QUADRO 4 – Matriz das propriedades da relação com o saber do sujeito S3.

| | | | |
|------------------------------|-------------------|----------------|---------------|
| Total de fragmentos obtidos: | | | 22 |
| S3 | Epistêmica | Pessoal | Social |
| Reflexiva | 22,7% | 13,6% | 27,3% |
| Transitiva | 13,6% | 4,5% | 18,2% |
| Vs3 | 36,4% | 18,2% | 45,5% |

Fonte: os autores.

$$\overline{vr}_{S3} = (22.7; 13.6; 27.3)$$

$$\overline{vt}_{S3} = (13.6; 4.5; 18.2)$$

QUADRO 5 – Matriz das propriedades da relação com o saber do sujeito S4.

| | | | |
|------------------------------|-------------------|----------------|---------------|
| Total de fragmentos obtidos: | | | 44 |
| S4 | Epistêmica | Pessoal | Social |
| Reflexiva | 25,0% | 29,5% | 15,9% |
| Transitiva | 15,9% | 4,5% | 9,1% |
| Vs4 | 40,9% | 34,1% | 25,0% |

Fonte: os autores.

$$\overline{vr}_{S4} = (25; 29.5; 15.9)$$

$$\overline{vt}_{S4} = (15.9; 4.5; 9.1)$$

As três últimas linhas dos quadros apresentados foram consideradas como vetores. Os vetores reflexividade e transitividade representam as tensões entre o aprender sozinho e aprender com o outro, entre autonomia e dependência e, considerando que eles foram obtidos a partir dos depoimentos de alunos, evidenciam, sob a perspectiva dos sujeitos, a articulação entre os diversos elementos que compõem um sistema didático e a relação com o saber na busca da própria aprendizagem matemática.

O vetor reflexividade representa a parcela que o sujeito atribui a si nesse processo de aprendizagem, já o vetor transitividade representa a alteridade, o professor, os amigos, os parentes e os recursos, ou seja, ele representa a *fonte* (ARRUDA; PASSOS, 2015). Esse é o caso dos vídeos do YouTube, por exemplo, que foram utilizados por todos os sujeitos quando tinham dúvidas relativas aos conteúdos. Esses vídeos foram assumidos pelos depoentes como um outro virtual com o qual os sujeitos se relacionaram. A seguir, trazemos alguns trechos representativos dessas tensões entre aprender matemática sozinho e aprender matemática com o auxílio de uma *fonte*:

S2[11]: – Livro, assim... o que eu tenho de livro lá em casa são os que eu comprei pra faculdade: de Cálculo, de Geometria (Analítica)... daí eu sempre dou uma olhada. Livro eu só peço mesmo pra olhar um exercício. Pra falar, assim que eu leio, peço o livro de Cálculo e assim, leio todo o conteúdo lá... isso eu não faço. Peço o livro só pra fazer lista (resolver listas de exercícios), olhar o exercício lá e copiar (reflexiva epistêmica).

S2[12]: – Daí eu procuro mais na internet. Então! Para as listas eu vejo exercícios semelhantes. Eu procuro lá, digito, né. Se tem a ver com o assunto e procuro a explicação também (transitiva epistêmica).

S2[13]: – Porque como eu estudo sozinha, não estudo em grupo, com amigo e ninguém, então eu tento me virar (reflexiva epistêmica).

S2[14]: – Eu procuro na internet, no YouTube se tem explicação, vídeo, assisto videoaula... e em sites mesmo. Tem alguns que postam, né... alguns meninos do curso que postam. Daí eu procuro por lá (transitiva epistêmica).

S4[28]: – Normalmente, eu peço o conteúdo que já foi passado e refaço, senão, leio a teoria toda (reflexiva epistêmica).

S4[29]: – Também, com auxílio de videoaulas... (transitiva epistêmica).

S4[30]: – Muitas vezes, assim, uma explicação complementar... um método diferente... não métodos, pontos de vista diferentes... jeitos diferentes de explicar a mesma coisa, às vezes contribuí (reflexiva social).

Nos fragmentos a seguir, S4 expressa sua afinidade com a matemática e que isso o motiva a estudar.

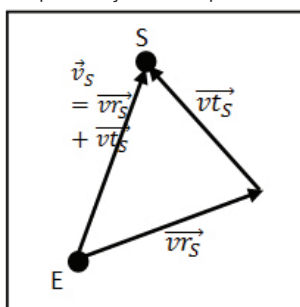
S4[24]: – E eu gosto bastante de matemática, então eu tenho matemática pra estudar. Um pouquinho de matemática aqui, um pouquinho de matemática ali... (reflexiva pessoal).

S4[25]: – Não tem aquela disciplina chata, assim (reflexiva social).

S4[26]: – Então estudo mais agora que entrei na faculdade que quando eu estudava no ensino médio (reflexiva pessoal).

As análises dos depoimentos dos sujeitos e a reflexão teórica que realizamos sobre a relação com o saber em um sistema didático nos levaram a uma proposta de representação vetorial para o sistema didático (Figura 7).

FIGURA 7 – Representação vetorial para o sistema didático.



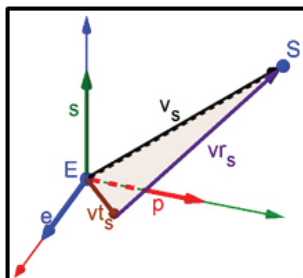
Fonte: os autores.

Nesse sistema temos como referência o aluno (ou os alunos) e o saber. Os outros sujeitos do sistema educativo (professores, colegas, família, vídeos etc.) são representados pelo vetor transitividade, $\vec{v}t_s$, e a autoimagem dos alunos, suas afinidades, aquilo que dizem saber, gostar e valorizar é representado pelo vetor reflexividade, $\vec{v}r_s$.

O vetor \vec{v}_s é o vetor relação com o saber de E. Ele está representado como uma combinação linear dos vetores reflexividade e transitividade. Nessa representação, o professor deixa de ser ponto fixo e passa a ser parte da transitividade em um sistema didático que extrapola os limites da sala de aula e engloba os recursos e os sujeitos que influenciam a aprendizagem dos alunos.

O sistema representado na Figura 7 está em um plano em um espaço tridimensional cuja base canônica é formada pelos vetores $\vec{e} = (e, 0, 0)$, $\vec{p} = (0, p, 0)$ e $\vec{s} = (0, 0, p)$, que representam as dimensões epistêmica (\vec{e}), pessoal (\vec{p}) e social (\vec{s}) da relação com o saber. Seguindo o mesmo padrão da Figura 5, em que temos a representação de um vetor tridimensional, nossos resultados podem ser representados tridimensionalmente (Figura 8):

FIGURA 8 – Sistema didático tridimensional.



Fonte: os autores.

O modelo apresentado na Figura 8 coloca o sujeito aprendiz na origem do sistema cartesiano que tem como base as três dimensões da relação com o saber. Ele é uma representação da relação com o saber de um sujeito que, como afirma Charlot (2000), deve educar-se para tornar-se um exemplar singular da humanidade. Esse modelo sugere que toda relação com o saber, enquanto relação de um sujeito com o mundo, é reflexiva e transitiva, ao mesmo tempo em que é epistêmica, pessoal e social. Ele é uma representação, a partir dos depoimentos dos aprendizes, dos elementos envolvidos na relação com o saber matemático desses sujeitos, que é também relação consigo (em sua subjetividade), na forma de reflexividade, e relação com o outro (como alteridade), na forma de transitividade por meio de processos intersubjetivos de aprendizagem.

CONCLUSÕES

Ao articularmos o modelo triangular para o sistema didático, a relação com o saber e os depoimentos dos nossos sujeitos de pesquisa, emergiram situações que não são contempladas por aquele modelo, como as relações entre alunos, as relações dos alunos com parentes, as relações dos alunos com as mídias e a própria relação do aluno consigo na busca por aprender matemática.

Ensinar é uma relação triádica bem definida: existe um sujeito que ensina, algo a ser ensinado e alguém a quem ensinar. Por outro lado, aprender é uma relação mais fluida, mas pode-se dizer que envolve basicamente um aprendiz e um saber, os quais se colocam em relação segundo múltiplas maneiras: por meio de um objeto de saber, por meio de um professor; por meio de colegas; por meio da família; pelos meios de comunicação (TV, rádio, correspondências, revistas, internet etc.). Porém, cada forma de um sujeito se relacionar com o saber apresenta uma estrutura que também é triádica: toda relação com o saber envolve uma dimensão epistêmica, uma dimensão pessoal e uma dimensão social. É nesse sentido que propomos um modelo vetorial para a relação com o saber.

Esse modelo fundamenta-se nas propriedades reflexiva e transitiva da relação com o saber, propriedades essas que também emergiram das nossas análises. Considerando-se a reflexividade e a transitividade como vetores, estes definem um plano em um espaço

tridimensional que tem como base canônica as dimensões epistêmica (\vec{e}), pessoal (\vec{p}) e social (\vec{s}) da relação com o saber e sobre o qual a busca do sujeito pela aquisição de um saber é delineada como uma tensão entre o aprender sozinho e o aprender por meio de uma *fonte*.

O modelo vetorial traz consigo um instrumento para analisar a autonomia e a dependência de um sujeito que busca adquirir um saber. Denominamos esse instrumento de matriz das propriedades da relação com o saber. Essa matriz é uma transformação linear da matriz 3×3 de Arruda, Lima e Passos (2011), que transpõem as relações E-P, E-S e P-S do sistema didático para as propriedades reflexiva e transitiva, ou seja, ela transforma relações em propriedades das relações com o saber.

Nossa perspectiva sobre futuras pesquisas utilizando esse instrumento envolve a busca por outras características e propriedades da relação com o saber, com vistas na ampliação teórica dessas considerações e suas contribuições para a compreensão de fenômenos educativos que envolvam a busca ou aquisição de algum saber pelas pessoas.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A. As transformações do saber científico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. *Educar em Revista*, nº especial, p.191-210, jan. 2011.
- ARRUDA, S. de M.; LIMA, J. P. C.; PASSOS, M. M. Um novo instrumento para a análise da ação do professor em sala de aula. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v.11, p.139-160, 2011.
- ARRUDA, S. de M.; PASSOS, M. M. A relação com o saber na sala de aula. IX COLÓQUIO INTERNACIONAL “EDUCAÇÃO E CONTEMPORANEIDADE”. Mesa-redonda Relação com o Saber e o Ensino de Ciências e Matemática. *Anais*. Aracaju, SE, 18 set. 2015.
- BRUN, J. (Org.). *Didáctica das matemáticas*. Portugal: Instituto Piaget. 2000.
- BUBER, M. *Eu e tu*. 10.ed. São Paulo: Centauro, 2015.
- CHARLOT, B. *Da relação com o saber: elementos para uma teoria*. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- CHARLOT, B. *Relação com o saber, formação de professores e globalização: questões para a educação hoje*. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- CHEVALLARD, Y. *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.
- D’AMORE, B.; FANDIÑO PINILLA, M. I. Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”. *Educación Matemática*, v.14. n.1, p.48-61, 2002.
- FREITAS, J. L. M. de. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. 3.ed. São Paulo: EDUC, 2008.
- MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. *Análise textual discursiva*. Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.
- PASSMORE, J. *Filosofía de la enseñanza*. México: Fondo de Cultura Económica, 1983.

TARDIF, M. Os gregos antigos e a fundação da tradição educativa ocidental. In: GAUTHIER, C.; TARDIF, M. *A pedagogia: teorias e práticas da antiguidade aos nossos dias*. Petrópolis: Vozes, 2013.