

A Representação de Quantidades Menores do que uma Unidade

Tânia Maria Mendonça Campos
Terezinha Nunes
Nielce Meneguelo Lobo da Costa
Laíde Ceragioli

RESUMO

Este estudo tem o duplo objetivo de descrever o uso da notação fracionária para representar quantidades apresentadas em situações parte-todo e situações quociente e avaliar se a aprendizagem desta notação em situações parte-todo é facilmente transferida para representar quantidades em situações quociente. Participaram do estudo crianças da terceira e quarta séries (faixa etária 8 a 13 anos) e jovens e adultos (faixa etária 16 a 74 anos) frequentando a escola entre a quinta série e o final do ensino médio. As avaliações foram adaptadas de estudos feitos anteriormente na Inglaterra. O nível de desempenho nas situações parte-todo variou de 62% a 68% de respostas corretas. Análises de variância mostraram uma diferença significativa no uso da notação fracionária para designar quantidades nas situações de ensino (parte-todo) e nas situações de transferência (quociente); essa diferença não foi significativa apenas nas séries mais avançadas do ensino médio entre jovens e adultos. Paradoxalmente, não houve melhoria no uso da notação fracionária em situações parte-todo nem entre as crianças nem entre os jovens e adultos, mas entre os jovens e adultos observou-se um efeito significativo da série sobre o uso da notação fracionária nas situações quociente. Pode-se concluir que, do ponto de vista dos alunos, existe uma distinção entre esses dois tipos de situação em que as frações são usadas para designar quantidades menores do que a unidade. Do ponto de vista prático, os resultados implicam na necessidade de se incluir o estudo das situações quociente no currículo no Brasil.

Palavras-chave: Frações. Situações parte-todo. Situações quociente. Ensino de jovens e adultos.

Representing Quantities Smaller than the Unit

ABSTRACT

This study had two aims: to describe the use of fractions as a notation to represent quantities smaller than the unit by children and adults attending state supported schools in Brazil, and to analyze the transfer of their learning of this notation from part-whole situations to quotient situations, which are not included in the teaching of fractions in Brazilian textbooks. Children (age range

Tânia Maria Mendonça Campos é Doutora em Matemática, Diretora de Pós-graduação, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo. Endereço para correspondência: Rua Maria Cândida, 1.813, São Paulo/SP, Brasil. CEP: 02071-013. E-mail: taniammcampos@hotmail.com

Terezinha Nunes é PhD em Psicologia. Professora de Educação, Departamento de Educação. MSc in Child Development and Education (Course director), University of Oxford 15 Norham Gardens, Oxford OX2 6PY. E-mail: terezinha.nunes@education.ox.ac.uk

Nielce Meneguelo Lobo da Costa é Doutora em Educação Matemática. Professora do Curso de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo. Endereço para correspondência: Rua Maria Cândida, 1813, São Paulo/SP, Brasil. CEP: 02071-013. E-mail: nielce.lobo@gmail.com

Laíde Ceragioli é Mestre em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo. Endereço para correspondência: R. Machado Bittencourt, 29, 133. VI Clementino. São Paulo- SP, Brasil. CEP: 04044-000. E-mail: lceragioli@uol.com.br

Acta Scientiae	Canoas	v.14	n.3	p.363-373	set./dez. 2012
----------------	--------	------	-----	-----------	----------------

8-13 years) in 3rd and 4th grade and young people and adults (age range 16-74 years) participating in adult education programs equivalent to grade levels from 5th to 11th grade answered questions regarding the use of fractions in part-whole and quotient situations. Rates of correct responses in the part-whole questions varied from 62% to 68%. Students' performance in part-whole and quotient situations differed significantly at the lower grade levels but not at the highest grade level attained by the young people and adults. Paradoxically, performance in part-whole items did not improve significantly with grade level whereas performance in quotient items did. The study supports the distinction between these two types of situation in which fractions are used from the students' perspective. It is suggested that Brazilian guidelines for teaching should stress the importance of including the teaching of fractional notations in quotient situations.

Keywords: Fraction notation. Part-whole situations. Quotient situations. Adult education.

INTRODUÇÃO

As frações, como os números inteiros, são usadas para representar quantidades e relações entre quantidades. Este artigo analisa apenas o uso das frações para representar quantidades. Os inteiros são usados para representar quantidades iguais ou maiores do que uma unidade: por exemplo, 1 xícara de farinha, 3 chocolates, 10 litros. As frações são elementos de um sistema de representação que pode ser usado para representar quantidades menores do que a unidade: por exemplo, um $\frac{1}{4}$ de xícara de farinha, $\frac{3}{4}$ de uma barra de chocolate, $\frac{1}{2}$ litro. As quantidades menores do que a unidade não podem ser representadas por um único inteiro.

Desde cedo, as crianças são expostas à contagem e à sequência dos números naturais. Atividades de contagem são comuns na família e na pré-escola e muitas histórias infantis contêm informações numéricas que são importantes para a compreensão do enredo: os três porquinhos, Branca de Neve e os sete anões, a concessão de três desejos, por exemplo. A escrita de inteiros também faz parte da vida cotidiana, pois há números nas casas, nas salas de aula, nas moedas e nas notas, nos ônibus etc. Essa familiaridade com a representação oral e escrita dos inteiros contrasta com a quase ausência completa da representação fracionária em nossa cultura. Usamos as palavras meio, meia e metade com frequência, mas palavras como um quarto, três quartos ou outras frações são pouco comuns. Quando usamos um sistema decimal de medida, a palavra meio é usada com frequência: meia hora, meio quilo, meio litro, meio metro, um metro e meio são expressões comuns. Mas, em geral, outras frações dessas unidades são convertidas na linguagem comum em unidades menores: por exemplo, não se diz habitualmente um quarto de quilo, mas 250 gramas, ou um quarto de metro, mas 25 centímetros, ou meio Real, mas cinquenta centavos. A escrita de frações ordinárias também não é usual em nossa cultura e a nomeação de frações com denominadores acima de 10 certamente é rara fora da sala de aula: doze avos, vinte avos etc. são expressões que poucos terão escutado fora da sala de aula.

Não existem estudos sobre as ideias que as crianças brasileiras têm sobre a representação de quantidades menores do que a unidade antes de aprenderem na escola, mas Mamede (2007) investigou esse conhecimento entre crianças da primeira série em Portugal, um país com a mesma língua e uma tradição no uso dos sistemas de medida semelhante à nossa. Em sua investigação, ela pediu a 37 alunos da primeira série que

representassem frações em situações em que um determinado número de chocolates ou bolos era repartido igualmente entre um número maior de crianças. As frações corretas para se representarem as quantidades utilizadas em seu estudo foram $3/4$, $3/5$, $2/6$ e $4/7$. Aproximadamente 19% das crianças disseram que não sabiam um número que pudesse ser usado para representar essas quantidades, pois elas não eram iguais a zero e também eram menos do que um; o restante das crianças usou um número inteiro para representar a quantidade, predominantemente o número que correspondia ao dividendo, e algumas delas explicavam que aquele número representava pedaços que as crianças receberiam. Portanto, a falta de exposição no cotidiano à representação de frações oral ou escrita leva as crianças a ingressarem na escola sem muita ideia de como se podem representar quantidades menores do que a unidade.

É possível que crianças que vivem em países onde a representação fracionária é mais comum já tenham alguma ideia sobre a notação de frações antes de aprenderem esses signos na escola. Nos Estados Unidos, por exemplo, os sistemas de medidas de comprimento e peso não são decimais e as frações meio, quarto e oitavo são comuns quando se usam polegadas. Também na leitura das horas se utiliza tanto meia hora como um quarto de hora: por exemplo, “a quarter to three” (um quarto para três) é uma expressão habitual e muito mais usada do que “fifteen minutes to three” (quinze para três). A hipótese de que a exposição à linguagem e à notação fracionária que ocorre nos Estados Unidos leva as crianças a construir algumas ideias sobre como funciona essa representação foi testada por Brizuela (2005), que pediu a crianças norte-americanas da pré-escola e da primeira série que tentassem representar metade e um quarto usando números. Nas entrevistas, a pesquisadora pedia às crianças que pensassem o que aconteceria em situações de divisão que resultavam em frações como, por exemplo, 3 biscoitos deviam ser divididos igualmente para 2 crianças e 5 biscoitos para 4 crianças. Brizuela observou que 71% das crianças usaram números em sua representação, sendo que 59% também utilizavam uma linha, o que sugere certa familiaridade das crianças norte-americanas com a forma de representação fracionária. No entanto, o uso da linha não era consistente apenas com a notação fracionária, pois alguns alunos também a utilizavam insistindo que a linha era necessária por sua semelhança com a partição que teria de ser feita na divisão dos biscoitos. Estudos realizados em outros contextos, como na investigação sobre a escrita das crianças antes da aprendizagem escolar (FERREIRO; TEBEROSKY, 1983; KARMILOFF-SMITH, 1992; TOLCHINSKY, 2003) ou o uso de números e outros símbolos para representar quantidades e operações (HUGHES, 1986) demonstram que as crianças de fato constroem ideias sobre sistemas de notação antes de receberem instrução na escola. No entanto, isso não significa que elas atribuam às notações o mesmo significado que os adultos: Ferreiro e Teberosky (1983), por exemplo, sugerem que muitas crianças interpretam a representação alfabética como silábica, estabelecendo correspondências entre letras e sílabas.

A literatura mostra que a compreensão dos números fracionários representa um desafio para os alunos porque os dígitos usados para compor os números fracionários e para representar inteiros são os mesmos, porém seu significado não pode ser interpretado da mesma forma. O numerador e o denominador não representam quantidades isoladamente, como seria o caso quando usamos inteiros: seu significado depende da relação entre os

dois. Stafylidou e Vosniadou (2004) investigaram se essa mudança de significado interfere com as concepções que os alunos formam sobre o significado das frações mesmo após o ensino. A partir de entrevistas com uma amostra grande de alunos gregos na faixa etária de 10 a 16 anos, cuja escolaridade estava na faixa da quinta série do ensino fundamental ao primeiro ano do ensino secundário,¹ as autoras investigaram se os alunos generalizavam princípios que se aplicam aos inteiros para a interpretação de frações. Entre esses princípios, as autoras identificaram a noção de que quanto maior o número, maior a quantidade; ao aplicar essa noção às frações, os alunos simplesmente considerariam que quanto maiores o numerador e o denominador, maior a quantidade. Usando tal raciocínio, os alunos pensariam, por exemplo, que $\frac{1}{4}$ é menor do que $\frac{95}{100}$. As autoras pediram aos alunos que escrevessem frações bem grandes e frações bem pequenas e explicassem por que essas frações eram grandes ou pequenas. Os alunos que generalizavam a interpretação de inteiros às frações citavam frações como $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, e $\frac{1}{6}$ como frações pequenas e justificavam suas respostas dizendo que os números nessas frações são pequenos. Em contraste, esses alunos citavam frações como $\frac{1230}{2000}$, $\frac{10\ 000}{100\ 000\ 000}$, e $\frac{1000}{1000}$ como frações grandes, justificando suas respostas dizendo que os números nessas frações são grandes. Ao todo, 22% dos alunos entrevistados deram respostas deste tipo, sendo que a porcentagem deste tipo de resposta diminuía com a idade e escolaridade. Na quinta e sexta séries, 32% das respostas foram baseadas nesse raciocínio; na sétima série, 22%; na oitava, 12,5%; e no primeiro ano do secundário, 10%. Esses resultados são surpreendentes porque mostram que a generalização de princípios que se aplicam aos inteiros para interpretar o significado das frações ainda aparece em uma minoria significativa de estudantes do ensino secundário.

DUAS SITUAÇÕES DISTINTAS EM QUE APARECEM QUANTIDADES MENORES DO QUE A UNIDADE

Na literatura sobre a aprendizagem de frações costuma-se distinguir dois tipos de situação em que a fração representa quantidades menores do que a unidade (ver, por exemplo, KIEREN, 1988; NUNES; BRYANT; PRETZLIK; BELL; EVANS; WADE, 2007). A primeira recebe o nome de situação parte-todo porque sua representação matemática envolve uma relação entre as partes em que um objeto foi dividido e as partes relevantes na situação. Nas situações parte-todo, uma unidade natural (como uma pizza ou uma barra de chocolate, ou o volume de uma xícara) é dividida em partes iguais. A unidade passa a ser concebida como o todo ao qual a fração se refere. O denominador da fração representa o número de partes em que o todo foi dividido. O numerador da fração representa o número de partes às quais a quantidade se refere: $\frac{1}{4}$ de xícara significa que os outros $\frac{3}{4}$ não fazem parte de quantidade referida. Observe-se que a linha que separa o numerador do denominador na representação escrita tem apenas a função de separar os números nesta situação. A situação parte-todo é a situação tipicamente usada para dar significado às frações no ensino na escola fundamental em muitos países, inclusive o Brasil, segundo uma análise de livros didáticos feita por Silva e Canova (2011). Conforme tais autoras, as

¹ Não há uma correspondência exata entre o sistema de ensino na Grécia e no Brasil. Optamos por usar a tradução mais literal, ensino secundário, pois não existe um nível de ensino médio.

frações começam a aparecer no currículo na terceira série (conhecida como quarto ano em algumas localidades), mas seu uso é restrito às frações unitárias nas três coleções analisadas pelas autoras. A apresentação do conceito é feita na situação parte-todo com quantidades contínuas e unidades naturais nas três coleções, mas em uma das coleções a apresentação foi ampliada e incluiu quantidades discretas (que se relacionam a um conceito um pouco diferente, não discutido neste artigo) e em outra foram usadas unidades convencionais de medida. As três coleções têm em comum uma ênfase na apresentação das frações por meio de imagens e a geração da notação fracionária por uma dupla contagem de partes: o denominador refere-se ao número de partes em que o todo foi dividido e o numerador representa o número de partes representadas pela fração (por exemplo, as partes pintadas em um desenho, as partes de uma pizza que foram comidas por alguém etc.). Essa forma de introduzir a notação fracionária pode parecer simples e eficiente, pois requer do aluno apenas que ele saiba contar e identificar o nome dos termos acima e abaixo da linha usada na representação fracionária. Deve-se observar, porém, que esta abordagem ao ensino da notação fracionária não esclarece a natureza do sistema de representação, que envolve uma relação entre os dois termos, numerador e denominador, pois a contagem das partes é feita independentemente.

A segunda situação em que as frações são relevantes para representar quantidades menores do que a unidade recebe o nome de quociente porque se refere diretamente a uma situação de divisão. Por exemplo, se tivermos 3 barras de chocolate para repartir igualmente para 4 crianças, a quantidade que cada uma recebe será menor do que a unidade e a representação desta quantidade não pode ser feita usando-se números inteiros. A notação fracionária para esta quantidade é $\frac{3}{4}$, sendo que o numerador representa o número de barras de chocolate e o denominador representa o número de crianças que vão repartir o chocolate. A linha que separa o numerador do denominador tem o significado de divisão, ou seja, 3 chocolates divididos para 4 crianças, e a fração representa a quantidade de chocolate que cada criança recebe, independentemente de como foi feita a partição dos chocolates. O significado de divisão representado pela linha define uma relação específica entre o numerador e o denominador, e pode dar sentido à ideia de encontrar o inverso de, por exemplo, $\frac{3}{4}$, pois o inverso de 3 dividido por 4 é 4 dividido por 3. As situações quociente, portanto, são mais ricas em significação matemática, pois a situação parte-todo não facilita a compreensão do inverso de uma fração.

Note-se que, quando se pede a alunos de 7 ou 8 anos que mostrem como se pode fazer a divisão de 3 barras de chocolate para 4 crianças, muitos alunos dividem dois chocolates ao meio e o terceiro chocolate em quatro partes, dando a cada criança $\frac{1}{2}$ mais $\frac{1}{4}$; outros alunos dividem cada chocolate em 4 partes e dão uma parte para cada criança. Ambas as formas de dividir foram registradas por Streefland (1997) na Holanda, Nunes et al (2007) na Inglaterra e por Campos (2011) no Brasil. Embora nenhuma das divisões feitas por essas crianças corresponda à imagem usada em situações parte-todo para ilustrar a fração $\frac{3}{4}$, a quantidade de chocolate recebida por cada uma das crianças é certamente $\frac{3}{4}$.

Como o ensino de frações no Brasil está intimamente relacionado às imagens que os alunos associam às frações, torna-se significativa a investigação da generalização de

notações fracionárias aprendidas em situações parte-todo para situações quociente. Se os significados atribuídos ao numerador e denominador estão relacionados a representações icônicas específicas, é importante saber se os alunos por si só, sem instrução explícita sobre a representação fracionária em situações quociente, saberiam transferir o uso da notação de uma situação à outra.

A questão tem grande relevância teórica, pois permite investigar a realidade psicológica da distinção entre os dois tipos de significado. Se os alunos aprenderem a usar a notação fracionária em situações parte-todo e facilmente a utilizarem também para representar quantidades em situações quociente, poderíamos questionar a relevância desta distinção. Do ponto de vista do aprendiz, as situações não seriam distintas, pois os termos aprendidos para representar uma são considerados de imediato como relevantes para a representação da outra. Porém, se os alunos mostrarem uma diferença significativa entre o uso da representação fracionária nas duas situações, esse desempenho revelaria que, do ponto de vista dos alunos, as situações são distintas. Vergnaud (1979) salientou que muitas situações que parecem idênticas para o adulto podem ser consideradas por uma criança como completamente distintas. É, pois, necessário investigar se a distinção teórica feita por pesquisadores tem relevância para os alunos durante o processo de aprendizagem da notação de frações.

A questão é também significativa do ponto de vista das aplicações educacionais da investigação. Se ficar demonstrado que os alunos que aprendem a usar frações para representar situações parte-todo não são igualmente competentes para usar essas representações em situações quociente, deveremos concluir que é necessário que as situações quociente sejam também incluídas no ensino a fim de que os alunos atinjam uma interpretação mais abrangente da notação fracionária.

Finalmente, deve ser observado que já existem estudos, tanto na Inglaterra (NUNES; BRYANT; PRETZLIK; BELL; EVANS; WADE, 2007) como no Brasil e em Portugal (MAMEDE; DORNELES, 2009; DORNELES; MAMEDE; NUNES, 2008) que mostram que a compreensão das relações lógicas entre quantidades menores do que a unidade aparece mais cedo em situações de divisão do que em situações parte-todo. Esses resultados reforçariam a importância de se incluir situações de divisão no ensino de frações na escola fundamental.

MÉTODOS

Tendo em vista o objetivo de explorar o uso da representação fracionária na situação em que foi aprendida, parte-todo, e sua transferência para a situação quociente, decidiu-se recrutar para participação no estudo crianças de terceira e quarta série, que já haviam recebido instrução no uso da representação fracionária, e jovens participando do programa de educação de jovens e adultos (EJA), cujo nível de aprendizagem escolar estava na faixa da sexta série ao terceiro ano do ensino médio. Espera-se que a experiência das crianças com representações fracionárias seja basicamente limitada à aprendizagem escolar e que os alunos do programa EJA tenham sido expostos a um maior número de situações envolvendo representações fracionárias na vida diária. Como jovens e adultos foram recrutados em

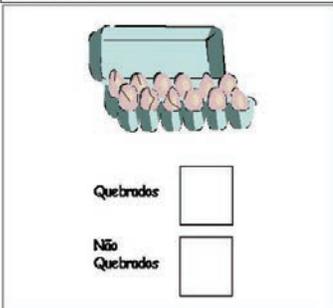
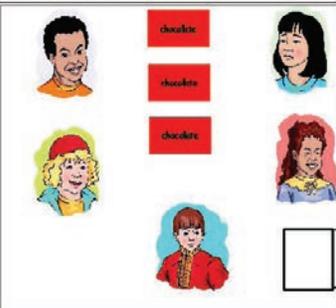
séries mais avançadas, supõe-se que sua experiência escolar com representações fracionárias também seja maior do que a das crianças. Desta forma, a diferença entre a capacidade de usar representações fracionárias nos dois tipos de situação deveria ser menor entre os alunos do programa EJA do que a diferença observada entre as crianças.

As crianças estavam ou na terceira (N=56) ou na quarta série (N=82) de uma escola pública de São Paulo. A média de idade dos alunos foi de 10 anos e 4 meses, sendo a faixa etária de 8 a 13 anos. Os jovens e adultos foram agrupados em três níveis de escolaridade em virtude da dificuldade de se obter um número suficientemente grande de alunos em todas as séries para análises estatísticas separadas por série. A amostra é constituída de alunos da 5ª série (N=29), das 6ª e 8ª séries (N=29), da 1ª série do ensino médio (N=27) e das duas séries seguintes (N=31). A média de idade dos alunos do EJA foi aproximadamente 37 anos, e a faixa etária de 16 a 74 anos. Enquanto no grupo de crianças existe uma associação entre a série e a idade, sendo as crianças da quarta série significativamente mais velhas do que as da terceira ($p < .0001$), a associação entre idade e série não é significativa entre os alunos do EJA (Kendal tau = -.02, ns).

AS AVALIAÇÕES UTILIZADAS

O uso de representações fracionárias em situações parte-todo e quociente foi analisado através de avaliações apresentadas em sala de aula. A pesquisadora mostrava uma figura que ilustrava a situação projetando-a em uma tela na frente da classe. A questão era lida pela pesquisadora e os alunos completavam o exemplo em suas folhas de resposta. Algumas questões foram traduzidas e adaptadas de uma avaliação criada por Nunes et al. (2007). Outras foram adaptadas do trabalho de Brown, Hart e Kücherman (1984). Um exemplo das questões usadas em cada tipo de situação está apresentado na Figura 1.

FIGURA 1 - Exemplos de itens usados por situação.

Exemplo na situação parte-todo: qual a fração de ovos quebrados e não quebrados?	Exemplo na situação quociente: Os amigos vão dividir os chocolates igualmente. Que fração cada um recebe?
 <p>Quebrados <input type="text"/></p> <p>Não Quebrados <input type="text"/></p>	 <p><input type="text"/></p>

² Não há informação sobre a idade de três participantes.

Duas das questões parte-todo envolviam desenhos na forma tradicional, com uma figura dividida em setores; em uma delas, a tarefa do aluno em uma era pintar a parte que correspondia à fração, enquanto que na outra o aluno deveria julgar se a fração marcada era metade. Em todas as situações quociente, um número determinado de chocolates, pizzas, bolos etc. seria dividido igualmente entre um número maior de recipientes; os alunos deveriam indicar que fração cada pessoa iria receber. A cada questão respondida corretamente foi atribuído um ponto. As frações que apareceram na situação parte-todo foram $1/3$, $5/12$, $7/12$, $1/2$ e na situação quociente foram $1/3$, $3/9$, $1/5$, $1/4$, $2/8$, $3/5$, $2/3$, $2/5$.

RESULTADOS

Como o número de questões por situação diferiu, os resultados são apresentados em termos de percentagem de respostas corretas. A Tabela 1 mostra a percentagem de respostas corretas para as crianças e os alunos do EJA por tipo de situação.

TABELA 1 – Percentagem de respostas corretas por tipo de situação e nível de escolaridade.

Crianças		
	Situações parte-todo	Situações quociente
3ª série	62	33***
4ª série	65	38***
Alunos do Programa de Educação de Jovens e Adultos		
5ª série	68	41**
6ª e 8ª séries	51	49
1ª série do secundário	62	47*
2ª e 3ª séries do secundário	64	73

* $p < .05$

** $p < .01$

*** $p < .001$

A tabela mostra alguns dados interessantes. Primeiro, embora possa parecer muito simples aprender a usar o sistema de representação para a escrita de frações na situação parte-todo seguindo a instrução de dupla contagem de partes, nem as crianças nem os alunos do EJA chegam dominar a representação fracionária após a instrução escolar. O índice de acerto não atinge 70% em nenhum dos grupos analisados. Entre as crianças, apenas 20% dos alunos acertaram todas as questões e entre os jovens e adultos essa percentagem foi igual a 23%. No entanto, este desempenho fraco não significa que a maioria dos alunos errou todas as questões, pois a percentagem de alunos que não respondeu corretamente a nenhuma das questões foi igual a 1% entre as crianças e 9% entre os jovens e adultos.

Segundo, o índice de acerto não parece melhorar à medida que os alunos progredem nas séries escolares. O índice de acerto obtido na 3ª série, quando a instrução é inicialmente oferecida com exemplos restritos, não mostra modificação notável desta série para a seguinte, quando novas frações são incluídas no currículo. A diferença entre as séries

não é estatisticamente significativa segundo uma análise de variância com o número de respostas certas como variável dependente e a série como variável independente ($F_{1,136}=1.23$; $p=270$). O índice de acerto nas questões parte-todo oscila entre as séries nos alunos do EJA, mas não difere significativamente entre as séries, segundo uma análise de variância com o número de respostas corretas como variável dependente e os grupos nas diferentes séries como variável independente ($F_{3,110}=2.04$; $p=113$). Portanto, nem as crianças nem os adultos melhoraram significativamente à medida que progrediram na escola.

Terceiro, a diferença entre a utilização correta da representação fracionária nas duas situações é significativa nas séries que se seguem à instrução escolar, ou seja 3ª e 4ª séries para as crianças e na 5ª série para os alunos do EJA, voltando a ser significativa na 1ª série do ensino médio. Estes resultados sugerem que os alunos não transferem de imediato o uso da notação fracionária da situação parte-todo para a situação quociente.

Finalmente, entre as crianças, não há uma diferença significativa entre o número de respostas corretas observado nas duas séries na situação quociente, mas entre os alunos do EJA observa-se um aumento progressivo no índice de respostas corretas no uso da notação fracionária na situação quociente. Esta tendência é confirmada por uma análise de variância que mostra um efeito significativo dos grupos por série quando a variável dependente é o número de respostas corretas na situação quociente ($F_{3,110}=7.01$; $p<.001$). A fim de investigar se este aumento no número de respostas corretas pode ser atribuído ao nível de escolaridade dos alunos do EJA ou à sua idade, a correlação entre o número de acertos obtido pelos alunos do EJA, sua série escolar, e sua idade foi calculada. A correlação entre a idade e o número de acertos não foi significativa ($r=.022$, ns) porém a correlação entre série e número de acertos foi significativa (Spearman's $\rho=.307$; $p<.001$), embora baixa.

CONCLUSÕES E DISCUSSÃO

Os objetivos do presente trabalho foram descrever o uso da notação fracionária entre alunos brasileiros e comparar a utilização desta notação em duas situações em que a notação é usada para representar quantidades menores do que a unidade, a situação parte-todo e a situação quociente.

Quanto ao primeiro objetivo, nota-se que o nível de acerto atingido pelos alunos considerados como um grupo não demonstra um uso consistentemente correto da notação fracionária nas situações parte-todo. A percentagem de alunos que domina a representação fracionária na situação em que ela foi ensinada é bastante reduzida tanto entre as crianças como entre os jovens e adultos. Tal resultado sugere ser urgente que se reconsidere como a notação fracionária deve ser ensinada.

Quanto ao segundo objetivo, foi verificado que não existe transferência clara do conhecimento de notação aprendido em situações parte-todo para situações quociente em séries próximas ao ensino desta notação. A implicação teórica deste resultado é que,

de fato, do ponto de vista do aluno, as situações não são suficientemente semelhantes para que ele utilize os rótulos numéricos aprendidos em uma situação na situação nova. Esse resultado contrasta com o que ocorre com números inteiros, pois as crianças quando aprendem a contar imediatamente se comportam como se qualquer unidade natural possa ser contada, e utilizam os mesmos rótulos numéricos para balas, livros, canetas, gatos ou qualquer outra quantidade discreta. As notações fracionárias distinguem-se dos números naturais por sua natureza conceptual relacional, o que parece exigir que o aluno estabeleça as relações relevantes nas diferentes situações para poder utilizar o sistema de notação para frações.

Como indicado anteriormente, a ausência de transferência no uso da notação de uma situação para a outra tem uma implicação prática de grande importância: se desejamos que os alunos formem um conceito amplo de frações, que lhes permita apreciar a natureza da relação entre o numerador e o denominador, não podemos omitir do currículo escolar a análise de situações quociente.

Finalmente, observa-se um aumento significativo no uso adequado da representação fracionária nas situações quociente entre os alunos do EJA. Como não se observou correlação significativa entre o acerto e a idade, mas a correlação entre escolaridade e idade foi significativa, pode-se especular que essa melhora seja associada às experiências escolares dos jovens e adultos. É possível, portanto, que a melhora no desempenho em situações quociente resulte da utilização da notação fracionária para representar divisão em diversos contextos matemáticos e científicos, como em equações e fórmulas. Esta hipótese, se confirmada, resultaria em uma urgência ainda maior de se repensar o ensino de frações, pois atualmente os livros não dão ênfase às situações quociente, que poderiam ser as de maior relevância para aprendizagem matemática e científica dos alunos nas séries mais avançadas.

REFERÊNCIAS

- BRIZUELA, Bárbara. Young children's notations for fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 2005, p.281-305.
- CAMPOS, Tania Maria Mendonça. Sobre ensino e aprendizagem de frações. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CIAEM, 2011, Recife. *Anais...* Recife: UFPE, 2011.
- DORNELES, Beatriz Vargas; MAMEDE, Ema Paula Botelho da Costa; NUNES, Terezinha. A situação-problema afeta a compreensão do conceito de fração? In: XIV ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 2008, Porto Alegre. *Anais...* Porto Alegre: PUC/RS, 2008.
- FERREIRO, Emília; TEBEROSKY, Ana. *Literacy before schooling*. Exeter, New Hampshire: Heinemann Educational Books, 1983.
- HART, Kathleen; BROWN, Margaret; KÜCHERMAN, Dietmar; RUDDOCK, Graham. *Chelsea Diagnostic Mathematics Tests. Fractions 1. Incorporating Fractions 1 (Computation)*. Windsor, Berks: The NFER-NELSON Publishing Company Ltd, 1984.

- HUGHES, Martin. *Children and Number: difficulties in learning mathematics*. Oxford: Blackwell, 1986.
- KARMILOFF-SMITH, Annette. *Beyond modularity: a developmental perspective on cognitive science*. Cambridge, Mass: MIT Press, 1992.
- KIEREN, Thomas. Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In: J. HIEBERT; M. BEHR (Eds.), *Number concepts and operations in the middle-grades* (p 53-92). Reston (VA): National Council of Teachers of Mathematics, 1988.
- MAMEDE, Ema Paula Botelho da Costa. *The effects of situations on children's understanding of fractions*. Unpublished PhD Thesis, Oxford Brookes University, Oxford, 2007.
- MAMEDE, Ema Paula Botelho da Costa; DORNELES, Beatriz Vargas. Children's Informal Knowledge of Fractions: a comparison between Portuguese and Brazilian children. In: EME 2008 – ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION 3TD MEETING, 2009, Braga. Alexandra Gomes (Ed.) *Proceedings...* Braga: AEME, 2009. v.1, p.261-268.
- NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; PRETZLIK, Úrsula; BELL, Daniel; EVANS, Deborah; WADE, Joanna. La compréhension des fractions chez les enfants. In: M. MERRI (Ed.), *Activité humaine et conceptualisation* (p 255-262). Toulouse: Presses Universitaires du Mirail, 2007.
- SILVA, Angélica Fontoura Garcia; CANOVA, Raquel Factori. O conceito de fração em livros didáticos brasileiros nos anos iniciais. *Relatório de pesquisa não publicado*. Pós-graduação em Educação Matemática. Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN), São Paulo, 2011.
- STAFYLIDOU, Stamatia; VOSNIADOU, Stella. The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14, p.503-518, 2004.
- STREEFLAND, Lee. Charming fractions or fractions being charmed? In: NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter (Eds.). *Learning and Teaching Mathematics. An International Perspective* (p.347-372). Hove (UK): Psychology Press, 1997.
- TOLCHINSKY, Liliana. *The cradle of culture and what children know about writing and numbers before being taught*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2003.
- VERGNAUD, Gérard. The Acquisition of Arithmetical Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 10, p.263-274, 1979.

Recebido em: ago. 2012

Aceito em: dez. 2012