

# O Milieu e o Contrato Didático – Análise de uma Aula Demonstrativa do Círculo da Matemática do Brasil<sup>1</sup>

Teodora Pinheiro Figueroa  
Saddo Ag Almouloud

## RESUMO

Neste trabalho, primeiramente, discutiremos a respeito da Teoria das Situações Didáticas (TSD), os conceitos de milieu e contrato didático. Depois utilizaremos estes conceitos para a análise de uma aula demonstrativa do Círculo da Matemática do Brasil. O Círculo da Matemática do Brasil é um projeto apoiado pelo Instituto TIM para melhorar o aprendizado da matemática de crianças estudando em escolas públicas. O projeto tem como objetivo despertar nas crianças o gosto pela matemática e potencializar a sua aprendizagem. O objetivo deste trabalho é mostrar a importância desta análise do ponto de vista da Teoria das Situações Didáticas a fim de obter a compreensão dos fenômenos de ensino, as interações milieu, saber, aluno e professor; entender a prática do professor, incluindo suas escolhas, bem como as suas decisões, elementos do contrato didático.

**Palavras-chave:** Milieu. Contrato Didático, Círculo da Matemática.

## The Milieu and the Didactic Contract – Analysis of a Demonstrative Class of the Circle of Mathematics of Brazil

## ABSTRACT

In this work we will first discuss about the Theory of Didactic Situations (TSD), the concepts of milieu and didactic contract. And then we will use these concepts for the analysis of a demonstrative class of the Circle of Mathematics of Brazil. The Circle of Mathematics of Brazil is a project supported by the TIM Institute to improve the learning of the mathematics of kids studying in public schools. The project aims to awaken the kids interest for mathematics and enhance their learning. Therefore, the aim of this work is to show the importance of this analysis from the point of view of the Theory of Didactic Situations in order to obtain an understanding of

---

<sup>1</sup> Este artigo é um dos resultados da pesquisa relacionada ao estágio de Pós-doutorado em Educação Matemática que vem sendo realizado até este momento pela primeira autora no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP.

---

**Teodora Pinheiro Figueroa** é doutora em engenharia mecânica pela EESC (USP). Atualmente, é professora associada da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), *campus* Pato Branco (PR), Departamento de Matemática (DAMAT). Endereço: Via do Conhecimento, Km 01, s/n, Fraron, 85503-390 – Pato Branco/PR. E-mail: teodora.pinheiro@gmail.com

**Saddo Ag Almouloud** é doutor em Didática da Matemática. Atualmente, é professor do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Endereço: R. Marquês de Paranaguá, 111, Consolação, 01303-050 – São Paulo/SP. E-mail: saddoag@gmail.com

Recebido para publicação em 12 ago. 2018. Aceito, após revisão, em 24 ago. 2018.

DOI: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss4id4620>.

Acta Scientiae	Canoas	v.20	n.4	p.687-706	jul./ago. 2018
----------------	--------	------	-----	-----------	----------------

teaching phenomena, milieu interactions, knowledge, student and teacher; understand the teacher's practice, including their choices, as well as their decisions, elements of the didactic contract.

**Keywords:** Milieu, Didactic Contract, Circle of Mathematics.

## INTRODUÇÃO

No Brasil, estamos diante da seguinte situação: o Brasil acaba de ascender ao grupo de elite da IMU (International Mathematical Union), a que pertencem as principais potências mundiais na matemática, ao mesmo tempo que, de acordo com o Relatório De Olho nas Metas, a nível de aprendizagem, 89% de estudantes chegam ao final do Ensino Médio sem aprender o mínimo desejado em matemática. Isso sujeita o Brasil a 57ª posição no ranking mundial de aprendizagem de matemática, em uma lista de 65 países contemplados pelo Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa).

Logo, ao realizarmos pesquisas de projetos que procuram fortalecer a base, ou seja, o ensino fundamental de matemática, descobrimos o projeto Círculo da Matemática, apoiado pelo Instituto TIM (*Telecom Italia Mobile*).

O Instituto TIM, foi fundado em 2013 e atua em quatro pilares: Ensino, Inclusão, Aplicações Tecnológicas e Trabalho, incentivando desde a democratização de soluções tecnológicas livres, até a criação de abordagens inovadoras para o ensino de ciências e matemática no Brasil (Instituto TIM, 2013).

O Círculo da Matemática do Brasil é um projeto apoiado pelo Instituto TIM para melhorar o aprendizado da matemática de crianças estudando em escolas públicas das cinco regiões do Brasil. O projeto tem como objetivo despertar nas crianças o gosto pela matemática e potencializar a sua aprendizagem. (Instituto TIM, 2013)

O objetivo do projeto nos chamou a atenção e, decidimos realizar a análise de uma aula demonstrativa do Círculo da Matemática. Essa análise apoia-se em dois conceitos em didática da matemática, o milieu e o contrato didático.

Do ponto de vista do pesquisador a fundamental importância desta análise está nas relações professor-saber-aluno que se estabelecem na sala de aula de acordo com as situações propostas pelos professores. A partir desta análise, o pesquisador poderá identificar o modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o milieu no qual a aprendizagem ocorre. E, a identificação deste modelo implica em uma série de questões do ponto de vista da TSD e, seus elementos, tais como a estruturação do milieu e, as reorganizações necessárias às adaptações didáticas.

Do ponto de vista do professor de matemática, a análise realizada pelo pesquisador em educação matemática poderá lhe oferecer subsídios para reflexões sobre essas interações, em situações de ensino e aprendizagem em sala de aula, não só em relação ao objeto matemático abordado, mas inclusive em relação às análises do ponto de vista da TSD, as quais influenciarão em sua relação professor- saber-aluno.

Nas próximas seções, definiremos alguns conceitos importantes, em seguida, abordaremos a metodologia adotada, as análises da aula e, as considerações finais.

## **SITUAÇÃO DIDÁTICA, SITUAÇÃO ADIDÁTICA**

Uma Situação Didática é um conceito fundamental da TSD de Brousseau (1986, apud Almouloud, 2007, p.31), envolve interações entre o professor, o milieu, o aluno e o saber.

Segundo Almouloud (2007, p.33), a Situação Adidática é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este condições favoráveis à apropriação do novo saber que deseja ensinar. Essa situação deve proporcionar ao aluno momentos de ação, reflexão de tal forma que evolua em seu conhecimento prévio e, o professor atue nesta situação como mediador e/ou observador.

Existe um outro tipo de situação que precisa ser definida neste trabalho, que é a Situação Fundamental. Segundo Almouloud (2007, p.34), uma Situação Fundamental constitui um grupo restrito de Situações Adidáticas cuja noção a ensinar é a resposta considerada a mais adequada/indicada, situações que permitam introduzir os conhecimentos em sala de aula numa epistemologia propriamente científica.

O milieu é um conceito central na TSD de Brousseau (1986), é um fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio. Segundo Perrin-Glorian (1999), na teoria piagetiana, a criança aprende por adaptação a um milieu em uma situação não didática. Segundo Brousseau (1988), o milieu é definido como o conjunto de condições externas dentro das quais um ser humano se comporta e cresce.

Neste trabalho, analisou-se as interações entre o milieu, o professor, o aluno e o saber a partir da estruturação do milieu proposto por Margolinas (1995a, apud Almouloud, 2007, p.42)

## **TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD)**

Segundo Almouloud (2007, p.32), o objetivo principal nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre o professor, o aluno e o saber. Essas interações entre o aluno, o saber e o milieu são possíveis a partir de situações didáticas e/ou situações adidáticas.

Para analisar estes tipos de situações e as diferentes relações entre o saber, o aprendiz e o milieu, o processo de aprendizagem é decomposto em quatro momentos dominantes, as chamadas dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização.

A partir da TSD, pretende-se investigar as situações didáticas e /ou adidáticas que a aula do Círculo da Matemática do Brasil apresenta, bem como, as interações entre aluno, professor e, além disso, se existem momentos para as dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização. (Almouloud, 2007, p.37-42)

## CONTRATO DIDÁTICO

O Contrato Didático está relacionado ao conjunto de comportamentos que o professor espera do aluno e, ao conjunto de comportamentos que os alunos esperam do professor. Segundo Brousseau (1986) o contrato didático é uma negociação entre professor e aluno que ocorre durante a situação didática e, que geralmente não são explícitas para o professor e, nem para o aluno, embora possibilitem regular as expectativas recíprocas sobre o saber.

Perrin-Glorian e Hersant (2003) distingue três níveis de estruturação do contrato: o macrocontrato: no nível de um objetivo de ensino e, é determinado pelo domínio matemático; o mesocontrato: no nível de realização de uma atividade, é associado a uma combinação do status didático do saber em jogo e das características da situação e o microcontrato: no nível de um episódio que corresponde a uma unidade de conteúdo matemático, a atividade do professor e dos alunos; que corresponde ao compartilhamento de responsabilidades entre o professor e os alunos em relação ao conhecimento.

## AULA DO CÍRCULO DA MATEMÁTICA DO BRASIL

Realizou-se a análise da aula à luz da TSD e, os conceitos de milieus e contrato didático, a partir da transcrição do vídeo obtido no site do Instituto TIM (<https://institutotim.org.br/project/o-circulo-da-matematica-do-brasil/>). Utilizamos as seguintes siglas na identificação dos protagonistas: “**R**” refere-se ao professor Robert Kaplan, “**E**” refere-se a professora Ellen Kaplan e “**A**” ao aluno.

O objetivo da aula era que os alunos explorassem a reta numérica: reconhecessem os números inteiros e as possíveis associações entre eles em relação as operações de adição (Momento de aula A (MA) e Momento de aula B (MB)), subtração (Momento de aula C (MC)) e multiplicação (Momento de aula D (MD)), Figura 1.

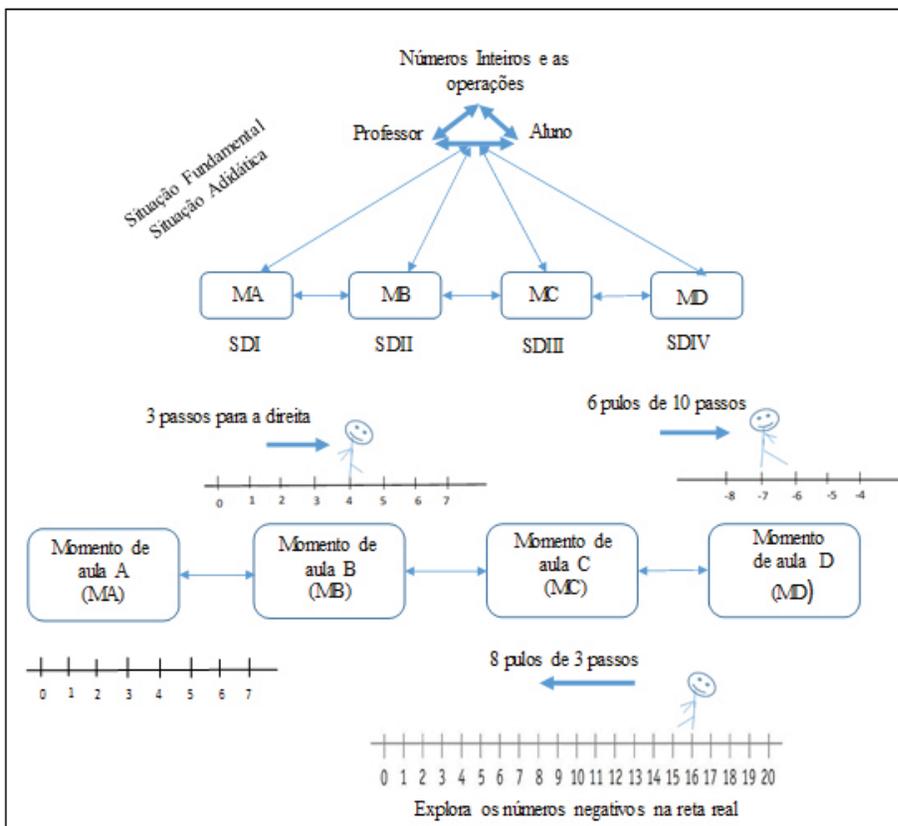


Figura 1. Momentos da aula.

O esquema da Figura 1 é organizado sob o ponto de vista de uma Situação Fundamental, ou seja, um grupo de situações que permitem introduzir os conceitos: SD I (Situação Didática I), SD II (Situação Didática II), SD III (Situação Didática III) e SD IV (Situação Didática IV).

Observou-se que a característica principal da aula é o diálogo entre os professores e os alunos, em que todos têm a oportunidade de participar, sendo que alguns respondem, questionam e, outros observam.

Além disso, não é proposto atividades que possibilite o registro dos alunos. Esta observação leva ao seguinte questionamento: Como saber se os alunos que não responderam ou questionaram, realmente compreenderam e aprenderam e, qual o impacto desta atividade matemática em seu conhecimento a priori e, para o desenvolvimento deste? Entende-se que o registro seria um excelente parâmetro. Pois, segundo Almouloud (2007, p.72): “falar de registros é colocar em jogo o problema da aprendizagem e dar

ao professor um meio que poderia ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da matemática”.

Em relação ao contrato didático, percebe-se que os professores deixam claro que são os alunos que irão dar as respostas para as questões propostas. O papel dos alunos é interagir com o milieu e, o dos professores é de provocar os desequilíbrios necessários na fase de aprendizagem. Percebe-se que os professores provocam esses desequilíbrios a partir da dúvida, aceitando qualquer resposta dos alunos mesmo diante da resposta correta de alguns alunos. Conclui-se que esta é a estratégia didática dos professores.

Os alunos participantes dessa aula demonstrativa são crianças com idade entre 6 e 9 anos. São 5 meninos e 5 meninas. Eles têm a total liberdade de expressar o seu pensamento diante da atividade proposta. Isso é um fator importante, tanto que no início da aula, os alunos se mostram tímidos e, depois alguns alunos se tornam muito participativos. Segundo Perrin-Glorian (2005, p.97).

As atividades dos alunos, entendidas como tudo o que os alunos pensam, fazem e não fazem, dizem e não dizem, refletem a sua aprendizagem, mas também condicionam a sua aprendizagem e, neste momento o papel do professor é fundamental, pois para que haja um processo de conceituação e organização do conhecimento matemático relacionado, as escolhas do professor são determinantes. (Tradução nossa)

A análise a seguir foi realizada à luz da TSD.

## **MOMENTO DE AULA A (MA) – SD I**

No MA, Figura 2 durante o diálogo os professores atribuem “números” à “coisas engraçadas”. Observa-se que o contrato didático desta situação é estabelecido, fica clara a estratégia de ensino dos professores: proporcionar aos alunos este tipo de interação com os objetos matemáticos. Mas, essa situação nos leva a seguinte reflexão: quais as possíveis consequências deste tipo de contrato didático no processo de interação aluno-saber?

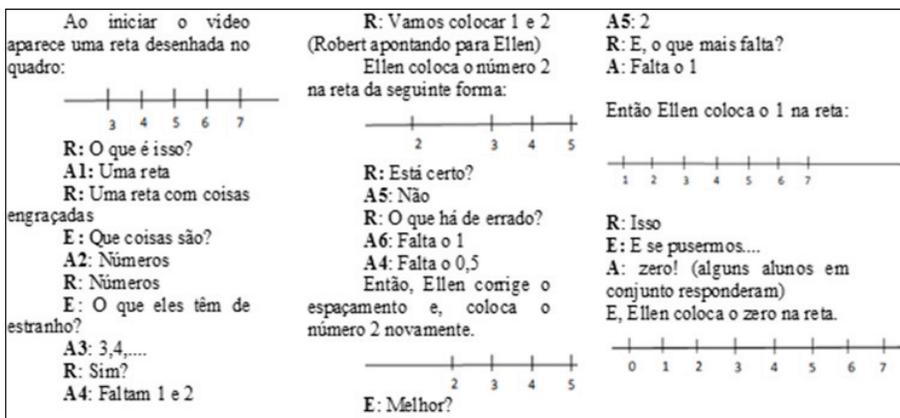


Figura 2. Transcrição – MA – SD I (Instituto TIM, 2013).

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MA – SD I

Nestes trechos da transcrição (Figura 2), podemos identificar uma situação objetiva que leva à reflexão dos alunos em relação a reta numérica, especificamente aos números inteiros positivos (saber) e, ao seu posicionamento na reta. Ao desenhar a reta numérica na lousa, o macrocontrato é estabelecido a partir da escolha de um milieus com um potencial de feedback. O mesocontrato é deduzido a partir de duas dimensões: a existência de um milieus com um potencial de feedback e o status do conhecimento em questão: o posicionamento dos números inteiros positivos na reta numérica.

Neste primeiro momento, o professor faz a devolução aos alunos a partir de um diálogo que os induz a verificar quais números estão faltando na reta numérica. O milieus material (M-3) é estabelecido (a reta numérica), o aluno (P-3) interage com o milieus (situação de ação) a partir dos conhecimentos antigos e, os professores fazem a adequação/organização do milieus aos alunos, de tal forma que ocorre a interação entre o milieus, o aluno, o professor e o saber em um pequeno grupo de alunos.

A nível de microcontrato, implicitamente, a distribuição de responsabilidade é estabelecida por meio de um diálogo na forma de questionamentos a princípio sem intenções didáticas. Mas, cabe uma observação deste diálogo, os professores propõem as questões, mas não pausam o diálogo estabelecendo um tempo em que os alunos poderiam compartilhar informações com os outros e, quem sabe assim, os que se mantiveram calados durante este pequeno trecho poderiam agir diante da situação em grupo.

Outro fator importante é o fato de a dialética de formulação ocorrer durante o diálogo entre os professores e alguns alunos, mas não ocorre de forma igualitária. Pergunta-se, portanto, o que garante que os alunos que se mantiveram calados avançaram para esta nova fase? Além disso, neste pequeno trecho poderiam ser explorados outros aspectos do domínio matemático, no contexto do microcontrato, como a ordem crescente dos números

inteiros positivos na reta numérica, de tal forma que as crianças validassem as suas respostas e, o professor retomasse a atividade a partir da institucionalização do saber.

Outra observação é que eles poderiam usar a argumentação de um dos alunos, como “falta o 0,5” e, colocar na reta o 0,5, explorar este fato. Neste caso, observa-se que ocorreu uma ruptura do contrato didático, pois a relação professor-aluno é interrompida. O aluno age sobre a situação e, a mesma não lhe retorna informações sobre a sua ação.

## MOMENTO DE AULA B (MB) – SD II

No MB os professores, a partir de uma situação adidática, levam os alunos a fazerem possíveis associações entre os números inteiros positivos em relação a operação de adição. A Figura 3 apresenta um esquema da SD, o milieu e a estrutura de contrato didático: macrocontrato, microcontrato e mesocontrato.

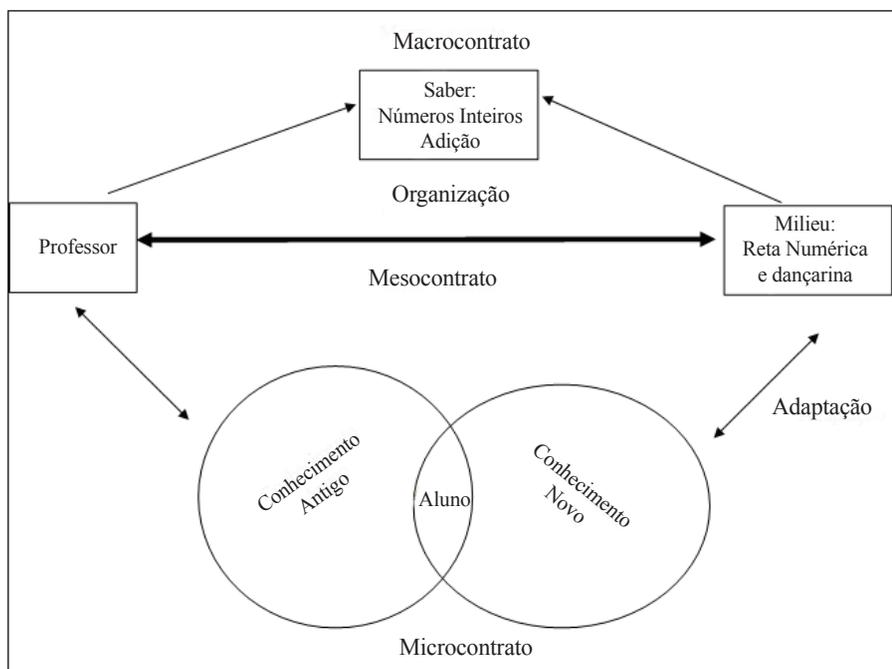


Figura 3. Esquema da Situação Didática II, III e IV.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MB – SD II

Na transcrição da aula (Figura 4), nota-se uma ruptura de contrato. No MA da SD I, a reta numérica é apresentada na sua forma padrão, observa-se que os alunos têm um conhecimento deste objeto matemático do ponto de vista matemático: uma reta

numérica que contém números. No MB os professores introduzem uma personagem que segundo eles, vai dançar sobre a reta numérica e, pediram para os alunos darem um nome à dançarina.

Neste MB, ocorre a mudança do milieuo e uma situação adidática, pois observa-se que na atividade escolhida pelos professores: uma dançarina dançando sobre uma reta, os alunos agem, questionam, refletem e, desenvolvem a atividade por iniciativa própria, sendo o protagonista na construção de seus conhecimentos, uma vez que a atividade não deixa explícito a intenção de ensinar. Além disso, o desenvolvimento da atividade se desenrola de forma natural e espontânea a partir das respostas e questionamentos dos alunos, onde os professores atuam como mediadores (Figura 4). E, dessa forma, percebe-se que essa foi a estratégia utilizada pelos professores para trabalhar com os alunos as operações de soma entre números e, a posição destes sobre a reta numérica.

<p>R: Muito bem. O que vocês vão fazer agora é escolher alguém para dançar na reta numérica. Quem? Deem um nome à dançarina.</p> <p>A: Cogumelo</p> <p>R: Cogumelo é uma possibilidade? Algum outro nome? Preciso de mais nomes para a dançarina</p> <p>A: dançarina</p> <p>R: Como?</p> <p>A: Dançarina</p> <p>R: Dançarina?</p> <p>E: Dançarina!</p> <p>Então, Ellen começa a escrever no quadro: Dançarina      Cogumelo</p> <p>R: Muito bem, Então.....</p> <p>Dançarina ou cogumelo? Existe uma outra possibilidade?</p> <p>E: Podem ser 2 dançarinas</p> <p>R: Podem. Começemos por dançarina</p> <p>E: E, vocês adivinhem....por que a outra se chama cogumelo. Quem acertar ganha um prêmio.</p>	<p>R: Ok! Por onde a dançarina deve começar?</p> <p>A: Não entendi</p> <p>R: Como?</p> <p>A: Não entendi</p> <p>R: Quer que eu comece com um número? Ou onde? (ele fala apontando para a reta no quadro)</p> <p>E: Qual o melhor número?</p> <p>R: Em qual número a dançarina deve começar? Escolha o que quiser (fala apontando para a reta no quadro).</p> <p>Ninguém responde então, Ellen começa a dizer características da dançarina e a desenhá-la sobre a reta.</p> <p>E: A dançarina tem cabelo longo e nariz grande (e, começa a desenhar no quadro) e usa uma saia enorme e, por isso tem o nome de cogumelo. Ela se apoia sobre um pé e estende o outro (e, ela desenha a dançarina com o pé no número 4).</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



Figura 4. Transcrição da aula – MB – SD II (Instituto TIM, 2013).

Neste caso, nota-se que o objeto matemático passou por modificações para ser objeto de ensino, a partir de um processo de transposição didática adequada. Segundo Chevallard:

Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O ‘trabalho’ que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (Chevallard, 1991, p;39)

Os professores procuram fazer as devidas adaptações para o estabelecimento do contrato didático. Mas, a princípio, os alunos sentem dificuldades em abstrair a respeito da atividade proposta, ou seja, imaginar uma dançarina dançando sobre a reta (ver a transcrição na Figura 4). Isto fica muito claro, quando o professor “R” pergunta aos alunos “em qual número a dançarina deve começar?” e, os alunos não respondem. Então a professora “E” começa a descrever características da dançarina e, a desenhá-la sobre a reta numérica, posicionando-a no número 4. Logo, neste caso, não podemos declarar nada sobre o Contrato Didático, o qual ainda não foi estabelecido.

Mas, neste pequeno trecho da transcrição (Figura 4), é possível modelar esta situação a nível do milieuo, conforme a Figura 3. O milieuo é a reta numérica e a dançarina e, a situação é Adidática.

No esquema referente a Figura 3, o conhecimento do aluno está na interseção entre o conhecimento antigo e o conhecimento novo, na realidade ambos se complementam. Neste caso, em específico, no MA fica claro que os alunos já tinham o conhecimento dos números inteiros positivos e, a sua localização na reta numérica (conhecimento antigo). Este conhecimento será essencial para o conhecimento em desenvolvimento até de fato a institucionalização do saber: operação de adição com números inteiros positivos (conhecimento novo), objetivo de toda e qualquer situação didática.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MB – SD II

Na continuação da transcrição da aula (Figura 5), observa-se que o contrato didático é estabelecido, os alunos começam a participar do diálogo.

<p>R: O número escolhido foi 4  E: Eu escolhi  R: para qual dos lados ela deve estar virada? Em qual direção ela deve se mover? Para lá ou para cá?  A: Para lá (apontando para a direita)  E: O nariz é para o outro lado  R: Vire a cabeça dela  Ellen começa a desenhar corretamente  R: Essa é a parte mais difícil  Ela não está dançando, ela está marchando  Risos  E: Ela está girando bem depressa</p>	 <p>R: Quantos passos ela precisa dar para lá?  A: 3  R: 3 passos para lá  Antes de andar, ela está no número 4  Ela está no 4, estão vendo? Deem uma olhada.  Ela está no número 4 e terá que dar 3 passos para lá. Antes que ela se mova, adivinhem onde ela parará.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 5. Transcrição da aula – MB – SD II (Instituto TIM, 2013).

E, a dialética de ação ocorre, onde o aluno (E-3) interage com o milieuo material (M-3), adequado e organizado pelos professores a partir da contextualização da atividade aos alunos, a situação é objetiva.

A princípio a situação proposta (reta numérica e dançarina) não apresentou o potencial característico de uma situação adidática, tanto que a professora “E” teve que prosseguir com a descrição da dançarina e, posicioná-la no número 4, ou seja, percebe-se

que os professores reagiram sozinhos em um primeiro momento, que pode-se dizer até de incerteza da própria situação.

Com relação a estrutura do contrato didático, neste trecho pode-se dizer que se estabelece o nível de mesocontrato e microcontrato, respectivamente a partir da existência de um milieu com feedback potencial e, da distribuição de responsabilidades entre os professores e alunos.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MB – SD II

Na continuação da transcrição da aula apresentada na Figura 6, observa-se que as crianças sugerem vários tipos de respostas e, os professores aceitam todas essas respostas, inclusive induzem os alunos a sugerir valores.

A: 7 R: 7 é um palpite. Robert fala para Ellen anote os palpites ali, se referindo ao quadro A: 6 R: ótimo. Os palpites são 6,7. Mais algum? Robert aponta para uma criança e pergunta: Qual o seu palpite? A: 8 R: Pode ser um palpite bem doído	A: 7 R: Algum outro palpite além de 7? O que acha? A: 7 R: 7 de novo? Estranho, o que você acha? A: 7 R: E, você? A: 7 R: Certeza que não é 6? A: Eu... R: O que você acha? A: 10? R: Legal! Temos 6,7,8 e 10	E: Nossos palpites são: 6,7,8 e 10 R: Mais algum palpite de onde ela parará? Ela dará 3 passos para aquele lado.....saindo do 4. Os palpites são: 6,7,7,7,8,7,10 A mesma aluna que havia dito 10, levantou e disse: Eu acho que é sete. R: Ah, mudou de palpite? É o poder do grupo. Ok! Risos	E: Existe um livro sobre isso Robert pergunta para a mesma menina. R: Tem certeza? A: Sim R: Absoluta A: Não Risos R: Que bom! E todos riem R: Ok! Explique o que fazer (Robert diz para Ellen). Vamos começar o movimento. Onde ela ficará depois do primeiro movimento?
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 6. Transcrição da aula – MB – SD II (Instituto TIM, 2013).

Percebe-se que este comportamento é uma estratégia do contrato didático, a nível de microcontrato, pois se refere exclusivamente a uma questão do conteúdo matemático, a operação de soma de números inteiros positivos.

Do ponto de vista da TSD pode-se dizer que a dialética de formulação ocorre, onde o meio é objetivo (M-2), as crianças (E-2) começam a levantar as suas hipóteses que no caso em específico, dão sugestões de onde a dançarina deve parar, uma vez que se encontra posicionada no número 4 e, deve dar um pulo de 3 passos para a direita. Os professores (P-2) atuam como mediadores e, escrevem as sugestões dos alunos no quadro e, a situação é de referência.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MB – SD II

Na continuação da transcrição da aula, Figura 7, do ponto de vista da TSD, os professores conduzem a dialética de validação com os alunos ao começar o movimento

da dançarina, estabelecendo um meio de referência (M-1) em que os conhecimentos das crianças se transformam em saber, mas os professores (P-1) avançam com a dançarina saltando do quatro para o 5, para o 6 e, retrocedem explicando que a dançarina alcançaria a posição do número 10, até o momento em que os alunos afirmam com certeza que a dançarina deve parar no número 7.

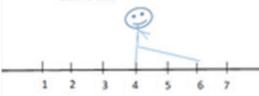
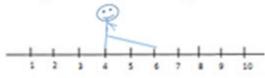
<p>A: No 5 R: 5 E: O pé desceu no 5 (Ellen começa a alongar a perna da dançarina a fim de posicioná-la no número 5) R: Segundo passo A: 6 R: Certeza? A: Sim R: Certeza? A: Sim</p>  <p>R: Ok! O meu ceticismo não está fazendo efeito.</p>	<p>E no próximo passo ela parará no 9?</p>  <p>Todos riem E, como só falta um passo ela parará no 10, certo? Isso? 10? Ela deu 2 passos e parou no 6. Deu mais um passo e parou... A: 7 R: ?! Ok! E: Ela não pode parar no 10? A: Não E: Mas, ela está tão bonita no 10 A: Não E: Tem pose de bailarina. Não pode? Está bem. Ela para no 7. Que seja o 7.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 7. Transcrição da aula – MB – SD II (Instituto TIM, 2013).

A situação (S-1) é uma situação de aprendizagem, pois este nível -1 é marcado pela observação referente às respostas dos alunos para a atividade proposta e, a partir do momento em que os professores avançam com a dançarina sobre a reta saltando do 4 para o 5 e, assim por diante, percebe-se que os alunos começam a compreender que a dançarina parará no número 7 ao dar três passos a partir do número 4, ou seja,  $4 + 3 = 7$ . Em seguida, os professores não fazem a institucionalização, uma síntese do conhecimento a fim de elevá-lo a um nível de saber, de aspectos de caráter científico.

Mas, ocorre uma dúvida em relação ao desenvolvimento de conhecimentos do aluno (antigo → novo), ou seja, se este desenvolvimento que deve ocorrer durante a situação didática foi suficiente para a aquisição do saber, principalmente pelo fato de não ter ocorrido uma das dialéticas importantes da TSD, a institucionalização. Pois, a TSD não supõe que o aluno aprenda apenas quando está agindo. Implica até mesmo que algum conhecimento só possa ser apreendido diretamente durante a institucionalização e, no caso do formato de aula do Círculo da Matemática, caracterizada apenas pelo diálogo, entende-se que seria de muito importante a institucionalização do saber no coletivo.

### MOMENTO C (MC) – SD III

Os professores prosseguem com várias atividades dentro do mesmo contexto.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MC – SD III

No MC (Figura 8), se estabelece um milieu material, caracterizado por um novo posicionamento da bailarina sobre a reta numérica, o qual é estabelecido por um dos alunos iniciando-se assim uma nova atividade, em uma situação adidática com a mesma estratégia de uma dançarina que irá se mover sobre a reta, mas, os professores deixam os alunos livres para modificar ou não o milieu de interação da SD II, quando eles questionam aos alunos para que lado a dançarina deve se mover na reta, ou melhor em qual sentido (para cá ou para lá), o milieu de interação poderia ser o mesmo se os alunos escolhessem que a dançarina deveria se mover no mesmo sentido escolhido na SD II, MB. O milieu de interação continuaria sendo a adição de números inteiros positivos. Uma dúvida que ocorre é que não sabemos se foi planejado o fato da professora “E” escrever o número 17, bem no final da lousa, não havendo mais espaço para que a dançarina se movesse para a direita e, talvez neste caso, os alunos escolheram que a dançarina se movesse para a esquerda (são apenas suposições). Bem, como a escolha foi que a dançarina se movesse para a esquerda e, com 8 pulos de 3 passos (sugestão dos alunos), o milieu de interação mudou completamente, os alunos deveriam interagir com números inteiros negativos. Um tipo de situação que não esperavam e, que ocorreu de forma natural, porém imagina-se que planejado pelos professores, os quais sabiam que em um momento ou outro o milieu de interação seria mudado.

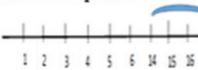
<p>R: Quero que ela comece de algum outro lugar. Onde? Não precisa ser um destes números. Por onde você quer que ela comece?</p> <p>A: 17</p> <p>E: Ellen começa a posicionar a bailarina no número 17</p> <p>R: 17? Em que direção você quer que ela se mova? Pra lá ou pra cá?</p> <p>As crianças começam a conversar e, decidem:</p> <p>A: Pra cá</p>	<p>R: Muito Obrigado. Ela deve andar ou pular?</p> <p>A: Pular</p> <p>R: Quantos passos de cada vez?</p> <p>A: 2</p> <p>A: 3</p> <p>R: Eu ouvi 2</p> <p>A: 3</p> <p>R: Eu ouvi 7?</p> <p>A: 7</p>	<p>Risos</p> <p>R: O mais alto que eu ouvi foi o 3. Ela pulará várias vezes e cada vez que pular...ela dará 3 passos. Então, ela dará pulos de comprimento 3. Quantos pulos?</p> <p>A: 5</p> <p>R: Marina, quantos pulos? Um pulo? Quantos?</p> <p>Marina: 8</p> <p>Enquanto isso, Ellen desenha no quadro:</p> 	<p>R: Ok! Vocês concordam? 8 pulos de 3 passos cada. Começando no 17 e, se movendo para cá. Onde ela parará? Tentem adivinhar. Pode ser um chute. O que você acha? Ela começa no 17...e dá 8 pulos de 3 passos cada. Dê um chute. E, Ellen continua fazendo arcos de 3 em três...</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 8. Transcrição da aula – MC-SD III (Instituto TIM, 2013).

Nesta fase, pode-se dizer que ocorre a dialética de ação em que o aluno (E-3) interage com o milieu material (M-3), os professores fazem a adequação do milieu a partir da contextualização da atividade aos alunos, a situação é objetiva, de reflexão. O contrato didático foi estabelecido, mas não temos recursos suficientes para uma análise a nível de suas dimensões.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MC – SD III

Na continuação da transcrição da aula, Figura 9, pode-se dizer que inicia-se a dialética de formulação, em que o milieu é objetivo (M-2), as crianças (E-2) começam a levantar as suas hipóteses sobre onde a dançarina deve parar, uma vez que se encontra posicionada no número 17 e, deve dar 8 pulos de 3 passos para a esquerda. Os professores (P-2) atuam como mediadores e, a situação é de referência. Neste caso, vemos uma dimensão do contrato didático, a nível do mesocontrato e microcontrato, em uma divisão de responsabilidades com o objetivo de ensino e aprendizagem do saber (adição de números inteiros), Figura 3.

Os professores conduzem a dialética de validação com os alunos ao começar o movimento da bailarina, a professora começa a fazer arcos agrupando os números de 3 em 3, partindo do número 17, estabelecendo um meio de referência (M-1) onde o conhecimento das crianças se transformam em saber, ao se deparar com a dúvida da professora ao passar do quinto arco para o sexto, transferindo a responsabilidade aos alunos em saber onde o sexto agrupamento de números daria. Mas, para a surpresa dos professores os alunos conheciam os números negativos e, não tiveram dificuldades em dizer que seria no -1. A situação (S-1) é uma situação de aprendizagem em relação ao saber operação de adição de números inteiros.

<p>A: Eu acho que é um número negativo R: Um número negativo? A: É R: Ah, um número negativo. Então, qual número negativo? Alguém chuta? Rebeca levanta a mão: R: Sim, Rebecca. Você trapaceou. Está contando. Eu quero um chute qualquer. Só um chute. O que acha? Tem que ser um chute mesmo. A: 9 R: 9, negativo número? Então, já temos um palpite. Acho melhor escrever (Robert fala para Ellen) O palpite é nove, graças a Theo E: Mas, eu tenho uma dificuldade R: Diga E: Eu passei do 5 ao 4 ao 3 ao 2. São três passos. Depois posso ir ao 1 e ao 0. Mas, são apenas 2 passos.</p>	 <p>R: Qual é o terceiro passo do próximo pulo? Onde ela parará? Ela já deu um, dois, três, quatro, cinco pulos. O sexto pulo começará no 2. Onde ela parará? A Rebecca falou. Mas alguém? Onde? A: No -1? R: Muito bem. E: Será? R: No -1 R: Posso contar: e aí que termina o primeiro, o segundo,....o sexto pulo. Termina no -1 E: Essa é a vantagem de morar em lugares que fazem frio....por que as crianças da Flórida, por exemplo....não acreditam que números negativos existem.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 9. Transcrição da aula – MC – SD III (Instituto TIM, 2013).

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MC – SD III

É importante observar que os professores valorizam o processo de respostas aleatórias (Figura 10) dos alunos, eles não deixam explícito a razão disso, mas do ponto de vista da TSD e, dos conceitos envolvidos pode-se dizer que tenha algo a ver com uma estratégia do contrato didático e, também no sentido de levar os alunos a formularem as suas respostas, neste caso, levando-os ao desenvolvimento do cálculo mental.

R: Ok! Onde termina o próximo pulo?	A: No menos 7	Uma menina levanta e diz:	R: Oh
A: -4	R: Uau! Gostei do palpite, muito bom, -5,-6,-7	A: Não, ela está no 17 (por que a dançarina ainda estava posicionada no 17, A Ellen desenhou apenas os arcos)	E: Andou tão rápido que o cabelo caiu
R: No -4, é isso? O que você acha?	Viu como o palpite -9 chegou perto? Muito bom!	R: Ela estava. Feche os olhos	Risos
A: No -4	E: E os pulos foram ficando cada vez menores	Ele apagou a dançarina da posição 17	E, Ellen começa a colocar o cabelo da dançarina na lousa
R: Ok! Vocês levam jeito. Nossa! Já é o sétimo pulo?	Risos	R: Cadê ela? Pode abrir os olhos	E: Mas, ela continua sorrindo
E: Oito no total	R: 8 pulos de 3 passos cada. Ela parou no -7.	Risos	R: Bom. Ela tem dois olhos
R: Onde termina o oitavo pulo?	Muito bom! Incrível!	Marina: O que aconteceu com o cabelo dela?	E: Ela tem dois olhos e, está sorrindo
A: no negativo	Certo, ela está no -7.		R: Tem dois braços. Não tem orelha, mas não faz mal
R: Menos o que?	Para onde você quer que ela vá?		E: Eu não desenho orelhas
			R: Ela está no -7

Figura 10. Transcrição da aula – MC- SD III (Instituto TIM, 2013).

Percebemos que os professores não fazem a institucionalização e, prosseguem para uma outra atividade partindo com a dançarina da posição -7.

## MOMENTO DE AULA D (MD) – SD IV

No MD, a atividade é a mesma, mas a situação didática é diferente, as crianças se deparam com outro milieus, independente da escolha sobre a dançarina se mover para a direita ou para a esquerda, o milieus envolverá a adição com números negativos.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MD – SD IV

Nesta fase, (Figura 11) pode-se dizer que ocorre a dialética de ação, o aluno (E-3) interage com o milieus material (M-3), os professores fazem a adequação do milieus a partir da contextualização da atividade aos alunos, a situação é objetiva, de reflexão.

R: Para que lado vai agora? Para lá eu para cá?	Robert escreve no quadro: 10 passos por pulo	R: Eu também não. O nosso palpite é o mesmo	E: Mas, não pode ser 100, na direção que ele vai
A: Para lá. Obrigado.	Quantos pulos?	A: Eu acho...	R: Talvez ela dê a volta ao mundo e vá parar aí. Sei lá.
R: Ela vai para a direita. Quantos passos por pulo?	A: 3	R: Sim?	Se estivesse pulando no relógio, ela poderia voltar ao começo
Marina: 10	A: 6	A: Eu acho que vai ser 15 ou 16, mais ou menos	Algum outro palpite? Sim? Qual é o seu palpite?
R: É para ser fácil ou difícil, com 10 passos por pulo?	R: Começa em -7	R: O palpite é 15,16,17 mais ou menos. Qual é o seu palpite?	10 passos, 6 pulos, e ela começa no -7
Menina: Não! 17	Qual o chute? Não calculem, chutem. Onde ela termina?	Marina: É -100	
R: Difícil demais. A gente faz outra hora	Qualquer um pode chutar. O que você chuta?	R: ótimo palpite	
	Pode falar. (aponta para o menino)	Robert pede para Ellen escrever -100 no quadro	
	A: Eu não sei		

Figura 11. Transcrição da aula – MD – SD IV (Instituto TIM, 2013).

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MD – SD IV

Na continuação da transcrição da aula, conforme a Figura 12, pode-se dizer que ocorre a dialética de formulação na qual o milieu é objetivo (M-2), caracterizado por uma interação direta das crianças sobre a atividade, as crianças (E-2) começam a argumentar sobre onde a dançarina deve parar, uma vez que se encontra posicionada no número -7 e, deve dar 6 pulos de 10 passos para a direita. Os professores (P-2) atuam como mediadores, a situação é de referência, situação intermediária entre a situação objetiva e a de aprendizagem.

A: 17	10 passos por pulo, 6 pulos	A: Não	Você está dizendo.....que serão 60 passos no total, começando no -7.
R: 17 é um bom palpite. Anote 17, então...se dirigiu a Ellen	Uma menina levanta a mão	R: Não? Então é quanto?	Então é 60 subtraindo esse 7.
E: o segundo 17, ok! Aliás antes de começar 10 passos de cada vez	Podem dar outro palpite. Rebecca?	Marina: 6 x 10	E: Não! A gente vai para lá.
Não é um pulo. É um grande salto	A: Será que é do tipo 10 x 6?	R: Tem razão! 10 x 6 é exatamente igual a 6 x 10. Concordo. Mas, quanto é 6 x 10?	R: Então é 60...é -7 mais
E: Mas, ela consegue, pois ela é uma dançarina	R: Tipo 10 x 6? Eu acho que faz sentido. Interessante	Marina: 60	E: 7 passos até o zero. Estou confusa, me ajude. Estou aqui e preciso virar, para ir até os números maiores.
R: é verdade	Quanto é 10 x 6?	R: Aqui todo mundo é bom em matemática	Mas, se estou no -7, quanto eu preciso andar para chegar no zero?
E: Ela voa	A: 60	Rebecca levanta a mão: A conta é 60 - 7 por que ela está no -7	
R: Vamos apagar os pulos antigos	R: Muito bom! É isso mesmo? 10 x 6 ? Dá 60? Ou mais ou menos 60?	E: Ela está no -7 7 passos para chegar ao zero	
		R: Que legal	

Figura 12. Transcrição da aula – MD –SD IV (Instituto TIM, 2013).

Percebe-se que ocorreu uma desestabilização provocada pela posição da bailarina no número -7 e, o fato dela ter que dar 6 pulos de 10 passos (sugestão dos alunos). Uma aluna, Rebecca, age e, procura formular a sua hipótese quando diz: “será que é do tipo 10 x 6?”, “A conta é 60 - 7 por que ela está no -7?”. O raciocínio de Rebecca está correto, no caso seria  $-7+60$ , conforme o professor “R” enunciou na transcrição, Figura 13. No diálogo, percebe-se que o professor “R” estava procurando entender o raciocínio de Rebecca, mas a professora “E” diz estar confusa e, parece descartar o raciocínio de Rebecca ao mediar com a questão: “se estou no -7 quantos passos eu preciso andar para chegar no zero? Ou, poderia dizer que a professora “E” busca um outro tipo de raciocínio a fim de validar o raciocínio de Rebecca. São suposições percebidas no diálogo, porém independente da suposição não fica claro no diálogo uma devolução para Rebecca. Uma ruptura do contrato didático, pois a relação professor-aluno é interrompida. O aluno age sobre a situação e, a mesma não lhe retorna informações sobre a sua ação.

Neste trecho da conversa (Figura 12), nos deparamos com as dimensões de macrocontrato: o objetivo de ensino de operações com números inteiros e, microcontrato: a interação entre professor-aluno em uma atividade de operação de números inteiros, mas com a ruptura do contrato didático, a dimensão do mesocontrato não foi estabelecida.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MD – SD IV

Nesta situação, que ocorre na continuação da transcrição da aula (Figura 13) vemos um processo de institucionalização acerca da questão anterior colocada pela professora “E”.

<p>E: 7 R: Só sete mesmo? Um dois, três, quatro, cinco, seis, sete! Sim sete até o zero E: Sete até o zero Não posso dar um pulo só para chegar ao zero? Tudo bem se eu for até o zero? Está frio aqui no lado negativo R: Mas, isso seria apenas parte do pulo da dançarina E: Eu sei, mas eu quero posicioná-la aqui. E Ellen posiciona a dançarina no zero</p>	<p>R: Mas, ela está ainda voando por que não terminou o salto. E: Mas, está sorrindo, por que ela está no lado positivo ou pelo menos chegando perto. R: Mas, onde ela pousa depois do primeiro salto de dez passos? No zero ela já deu 7 passos. Onde ela pousa depois do primeiro salto de dez passos? A: 2 R: Resposta interessante 7+2 = 10 A: 3</p>	<p>Rebecca- Se ela der 10 passos vai parar no 10 E: Ela deu 7 passos e chegou no zero R: E ainda faltam 3 passos para terminar o primeiro salto A: Então ela pousa no 3 R: O que acham? Alguém? Théo? A: sim Marina: Eu não sei, mas acho que deve ser frio por lá R: Acho que sim É por isso que ela correu tão rápido para cá. Só está com a roupa de balé.</p>	<p>E: Vou desenhar um casaco R: Que bom E luvas de lã? E: Não sei se está de luva, por que ela não tem dedos Risos R: Alguém não concorda que depois do primeiro pulo de dez passos, ela pousará...onde mesmo que você disse? Ela pousa no 3 Então, este é o primeiro salto de 10 passos É o primeiro de 6 pulos. Quantos pulos faltam? Alguém falou. Quantos pulos faltam?</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 13. Transcrição da aula – MD–SD IV (Instituto TIM, 2013).

Apesar de uma das alunas ter respondido que para chegar no zero a partir do -7, basta dar 7 passos, percebe-se que os professores colocam em prática a estratégia de dúvida, ao perguntar: “Só sete, mesmo?”. Mas, logo em seguida inicia-se o processo de institucionalização a partir da contagem passo a passo do -7 ao zero. Acredita-se que assim eles conseguem saber se realmente todos os alunos estão acompanhando o raciocínio, ou neste momento pode despertar a atenção de alguns alunos que não comentaram por estarem em dúvida, ou não estarem acompanhando o raciocínio do colega. Neste momento, os professores ao interagirem com os alunos, os mesmos chegam à conclusão que para dar um pulo a dançarina vai parar no número 3.

## OBSERVAÇÕES REFERENTES AO MD – SD IV

Esta situação, continuação da transcrição da aula (Figura 14) inicia com a resposta de um aluno acerca da questão do MD- SD IV (Figura 13): “Quantos pulos faltam?”

<p>A: 5  R: Legal, Faltam 5. Ela parou no 3  E: Eu discordo  R: Acho que já sei por que. Quantos passos são no total? Faltam 5 saltos de 10 passos. Nossos palpites foram: 15, 16, 17  R: -100 parece uma resposta possível para o lugar onde ela chega? O que parece? Muito boa? Não me olhem com essa cara. Eu não sou doido. Foi o palpite de Mariana. Por que ela não pode parar no -100?  A: Por que é para o outro lado  E: Então faz a diferença. Dá para notar pelo nariz dela, que é bem grande  R: É verdade  E: Sabemos para que lado ela vai</p>	<p>R: -100 é uma resposta muito interessante  E: Ela quer saber onde vai parar. Faltam 5 pulos  R: Quantos passos faltam no total? São 10 passos em cada pulo. E 5 pulos. Dê um palpite. Tem que multiplicar. Podem chutar  E: Vamos falar com essas moças. Elas sabem, tem cara de sabidas  R: O que acha? 5 pulos de 10 passos. São quantos passos no total?  E: São 5 dezenas. Ou 10, 5  A: 50  R: Você pode repetir?  A: 50  R: Absolutamente. Faltam 50 passos. Você simplificou muito um problema bem difícil.</p>	<p>Se faltam 50 passos a partir do 3. 50 passos a partir do 3  E: Agora respiramos fundo e dizemos: "É um problema novo"  R: Você tem toda razão  E: 5 vezes 10 dá quanto?  Vocês conseguem contar de 10 em 10? 10,20,30,40,50  Eu adoro contar de 10 em 10 por que acaba mais rápido  R: Se ela está no 3 e dará 50 passos para lá, ela vai parar no.....?  Onde? No 60?  A: No 53  E: Se ela pousa no 53 deve estar do outro lado da rua. Ou pode ter caído, por que a rua é lá embaixo  R: É perto de 60. Uma boa estimativa. É uma diferença pequena.</p>	<p>Qual é a diferença? Em vez de 60, deu 53. Ela pousa no 53. Que é muito próximo de 60. O quão perto? É um a menos de 60, certo? Ninguém acredita em mim.  E: 53 está muito distante de 60?  R: Levantou a mão?  A: Sim  R: A que distância 53 está de 60?  A: 7 de distância  R: ótimo  60 foi um ótimo palpite. A dançarina já está exausta. Ela saiu do -7, deu 6 pulos de 10 passos cada e pousou no 53. Ótimo trabalho, pessoal!</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 14. Transcrição da aula – MD – SD IV (Instituto TIM, 2013).

Sendo assim, retomam o raciocínio de Rebecca, do  $10 \times 6$  ou  $6 \times 10$ , que na realidade é a quantidade total de passos da dançarina, o equivalente a 6 pulos.

Neste caso, procuram questionar aos alunos sobre este fato, levando o aluno a refletir que no total são 6 pulos, a dançarina deu 1 pulo de 10 passos e, faltam 5 pulos de 10 passos cada, ou seja, 50 passos e, que se ela está posicionada no número 3, ela vai parar em qual número? Neste caso, esta interação entre os alunos, o professor e o milieu pode ser caracterizada por uma dialética de formulação em uma situação de referência, observar nitidamente a troca de informações principalmente entre as crianças e os professores, mas do ponto de vista didático, não ocorre a validação e a institucionalização.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na aula analisada percebe-se que os professores enfatizam a importância de interações com os alunos. E, dessa forma desmistifica a crença relativa ao contrato didático, a de que geralmente o professor propõe o exercício, ou problema, resolve o mesmo e, depois dá um exemplo parecido. Na aula dos professores, as sugestões dos alunos são aceitas para dar seguimento a atividade. E, este é um fato interessante dessa aula. Porém do ponto de vista da TSD, há vários questionamentos em relação a detalhes referentes ao contrato didático e, a interação aluno, saber, professor e o milieu, as quais foram descritas nas observações de cada trecho de aula analisado.

Um fator em evidência é em relação a mediação dos professores, esperava-se a ocorrência da dialética de formulação e validação sem a intervenção deles. Além disso,

em situações onde ocorreram a formulação e a validação, as intervenções dos professores ocorreram de forma individual e, não entre as crianças. Do ponto de vista da TSD, não existiram momentos de ação, formulação e validação compartilhados.

Outro questionamento é em relação ao contrato didático, o modelo de interação aluno, saber, professor e milieus apresenta uma ruptura do contrato, em relação a este tipo de interação: perguntas e respostas em todo o tempo de aula, sem o registro por parte dos alunos. A partir da pergunta dos professores, alguns alunos respondem, outros não e, assim eles seguem para outro tipo de pergunta que levará a uma outra atividade, gerando situações adidáticas, sem intenção de ensinar. Segundo a TSD sem que haja uma institucionalização do saber não é possível afirmar que a aprendizagem realmente ocorreu, pois, a aprendizagem de alguns alunos pode ocorrer durante o desenvolvimento da atividade, em meio as dialéticas de ação, formulação, validação e, esta aprendizagem torna-se apenas saber instituído na fase de institucionalização, realizado pelo professor e, socializado com o grupo de alunos. Existe um momento adequado para a institucionalização, para que não comprometa a aprendizagem do aluno.

Ainda em relação ao contrato didático, a associação de “números” a “coisas estranhas” e, “uma bailarina que dança sobre uma reta”, caracteriza um tipo de negociação do contrato didático que leva às crianças a se deparar com uma inesperada caracterização de objetos matemáticos. Essa caracterização dos objetos matemáticos é um fator determinante para que ocorra a aprendizagem? Na aula analisada percebe-se que eles usaram este tipo de negociação para desenvolverem uma atividade inserida em um contexto. A questão é a bailarina não ser um facilitador de forma a prejudicar a aprendizagem dos alunos. Por isso, é importante refletir sobre os efeitos do contrato didático.

A TDS foi uma ferramenta essencial para a análise da aula do Círculo da Matemática do Brasil, no que se refere aos conceitos de milieus e contrato didático. A definição das dimensões do contrato didático, principalmente o status do conhecimento e a distribuição de responsabilidades nos ajudaram a analisar as interações em termos do desenrolar do ensino e da aprendizagem. Além disso, é importante deixar claro que as observações e questionamentos aqui apresentados fazem parte de um trabalho de estudo e pesquisa em didática da matemática, em específico a TSD a partir das discussões acerca do contrato didático e do milieus. Logo, espera-se que as questões e discussões provoquem reflexões com impactos significativos no processo de ensino e aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

- Almouloud, Saddo Ag. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba. PR: Editora UFPR.
- Brousseau G. (1986). La relation didactique : Le milieus, *Actes de la IVème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, IREM Paris 7, 54-68.
- Brousseau G. (1988). Le Contrat Didactique: Le Milieus. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309-336.

Chevallard, Yves.(1991). As perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica IN: *Didáticas da Matemática. Conceitos Fundamentais da Didática*: Direção de Jean Brun. Instituto TIM. (2013). Missão e Princípios. Disponível em: <https://institutotim.org.br/missao-e-principios/>. Acesso em: 20/06/2018

Instituto TIM. (2013). O Círculo da Matemática do Brasil. Disponível em: <https://institutotim.org.br/project/o-circulo-da-matematica-do-brasil/>. Acesso: 20/06/2018.

Perrin-Glorian, M. J. (1999). Problèmes d’articulation de cadres théoriques: l’exemple du concept de milieu. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 19(3), 279-322.

Perrin-Glorian, M. J. ; Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l’analyse de séquences ordinaires. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 23(2), 217-276.

Perrin-Glorian, M. J; Robert, A.. (2005). Analyse didactique de séances de mathématiques au collège: pratiques d’enseignants et activités mathématiques d’élèves. *Les dossiers des sciences de l’éducation*. n°14, *Méthodes d’analyse des pratiques enseignantes*. 95-110.