

“Complemento Aritmético de um Número”: um Saber Matemático a Ensinar

Cleber Schaefer Barbaresco^{1a}

David Antonio da Costa^{1b}

Governo do Estado de Santa Catarina, Secretaria de Educação, Florianópolis, SC, Brasil.

^b Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, SC, Brasil.

RESUMO

Este artigo tem por objetivo apresentar uma discussão teórico-metodológica acerca da *matemática a ensinar*, categoria teórica desenvolvida por Valente (2017). Este conceito é mobilizado a partir de estudos na perspectiva da História da Educação Matemática que buscam investigar a história dos saberes profissionais de ensino e formação dos professores, no âmbito do ensino de matemática. Esses estudos, também, têm utilizado as categorias conceituais *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*, desenvolvidas pela Equipe de Pesquisa em História Social da Educação, como um ferramental teórico-metodológico para suas investigações, que são as bases para a construção teórica da *matemática a ensinar*. Para alcançar nosso objetivo, procuramos realizar uma articulação entre as concepções de Charlot (2000) e Hofstetter e Schneuwly (2017) quanto a apresentação do saber na forma de objeto. Por fim, mobilizamos a categoria *matemática a ensinar*, na perspectiva de nossa interpretação, para apontar o movimento que tornou o *complemento aritmético* em um saber na forma de um objeto, ou seja, em uma *matemática a ensinar*.

Palavras-chave: Saberes a Ensinar, Matemática a Ensinar, Complemento Aritmético. História da Educação Matemática.

“Arithmetical Complement of a Number”: A Mathematics Knowledge to Teach

ABSTRACT

This article aims to present a theoretical-methodological discussion about *mathematics to teach*, a theoretical category developed by Valente (2017). This concept is mobilised from studies in the perspective of the History of Mathematics Education that intends to search the history of the professional knowledge of teaching and training of teachers, in the scope of mathematics teaching. These studies have used the conceptual categories of *knowledge to teach* and *knowledge for teaching*, developed by the Research Team on Social History of Education, as a theoretical-methodological

Autor correspondente: Cleber Schaefer Barbaresco. Email: cleber.s.b@posgrad.ufsc.br

tool for their investigations, which are the basis for the theoretical construction of the concept *mathematic to teach*. To achieve our objective, we tried to perform an articulation between the conceptions of Charlot (2000) and Hofstetter e Schneuwly (2017) regarding the presentation of the knowledge in the form of an object. Lastly, we applied the concept of mathematics to teach, in our perspective, to point the movement that has turned the *arithmetical complement* in knowledge in the form of an object, that is, in a *mathematics to teach*.

Keywords: Knowledge to Teach; Mathematic to Teach; Arithmetic Complement; History of Mathematics' Education.

INTRODUÇÃO

Quando se trata do estudo dos saberes escolares, autores como Dominique Julia (2001) e Jean-Claude Forquim (1992) defendem, por exemplo, que tais saberes se constituem numa criação da escola para a escola. Estes saberes surgem como um produto que se estabelece no ambiente escolar, fruto de uma denominada e específica cultura escolar. De acordo com Valle (2014), a cultura que é transmitida pela escola, ou seja, a cultura escolar, se apresenta de forma objetiva e inquestionável. Ela é de natureza social, se instituindo a partir disputas e tensões sociopolíticas. Neste sentido, muitas pesquisas buscam apreender o status social de diferentes saberes que são ensinados na escola.

Caminhando em defesa de que os saberes escolares se distinguem de outros tipos de saberes, recorremos a uma outra referência. Vincent (2008), que aborda a distinção entre saber escolar, saber da ciência e saber da prática a partir dos trabalhos Geneviève Delbos e Pascal Jorion (1984), afirma que:

O saber fornecido para a escola, mesmo da escola contemporânea e qualquer que seja o epíteto que acompanha a palavra escola, **não é um saber científico no sentido do saber da ciência. É um “saber proposicional”**. Está mais próximo do senso comum do que do saber da ciência, mais arcaico (a física escolar é aristotélica e não galileana). E, acima de tudo, não é teórica. **De fato, resume o saber na forma de proposições que não estão logicamente conectadas e que se contentam em declarar conteúdos**. Por exemplo, no lugar de uma teoria da multiplicação como se pode encontrar em um livro sobre teoria dos conjuntos, a escola ensina a tabela de multiplicação, seguindo proposições que afirmam o conteúdo “verdadeiro”, mas que não tem conexões lógicas entre si.¹ (Vincent, 2008, p.54, tradução nossa, grifo nosso)

¹ Le savoir dispensé par l'école, même de l'école contemporaine et quelle que soit l'épithète qui accompagne le mot école, n'est pas un savoir scientifique au sens de savoir de la science. C'est un « savoir propositionnel ». Il est plus proche du sens commun que le savoir de la science, plus archaïque (la physique scolaire est aristotélicienne bien plus que galiléenne). Et surtout, il n'est pas théorique. De fait, il résume le savoir sous forme de propositions non logiquement connectées et qui se contentent d'énoncer des contenus. Par exemple, en lieu et place d'une théorie de la multiplication telle qu'on pourrait la trouver dans un ouvrage sur la théorie des ensembles, l'école fait apprendre la table de multiplication, suite de propositions qui énoncent des contenus « vrais » mais qui n'ont pas de connexions logiques entre elles. D'où la nécessité ressentie par les élèves d'« apprendre par cœur », de « retenir la chanson » (Vincent, 2008, p.54).

Para Vincent (2008) os saberes escolares se distanciam dos saberes científicos sob a perspectiva da sua constituição. Os saberes escolares, de acordo com o autor, são proposições que em conjuntos vão constituir uma representação de um conteúdo intelectual como, por exemplo, aritmética, geometria e etc. Essas proposições, por sua vez, não representam uma teoria em sua forma completa; elas se aproximam mais do senso comum. Tomando o mesmo exemplo, a multiplicação dentro da teoria de conjuntos é compreendida como uma função sobre os conjuntos numéricos. Além disto, é possível associar uma série de propriedades sobre esta operação. No entanto, o ensino desta operação, em alguns contextos históricos, trilha um caminho distante do teórico. No período da Primeira República no Brasil, alguns livros como, por exemplo, os do autor Antônio Trajano, apresentam as tabelas de multiplicação que sintetizam o ensino das operações. Porém, ainda há a presença das Cartas de Parker, que se constituem como um conjunto de imagens que auxiliam o professor no ensino da aritmética, incluídas as operações. Com isso, a multiplicação é vista a partir de um recurso que exige os sentidos do aluno, trazendo esta operação para mais próximo do seu uso prático, ou seja, mais próxima do senso comum.

Na esteira dos saberes escolares, a matemática que é ensinada na escola pode ser pensada como um produto dentro de um contexto escolar. Esta matemática, em geral, se apresenta como uma matemática que irá servir a um tipo de aluno, de professor e instituição escolar. Santos e Lins (2016), a partir do seu estudo sobre os modos de olhar as matemática(s) na formação inicial dos professores de matemática, apresentam duas leituras no que diz respeito a matemática: uma que argumenta a favor da existência de uma única matemática e outra que argumenta sobre a existência de diferentes matemáticas. No que se refere a existência de diferentes matemáticas, os autores trazem para o cenário de debates a Matemática Escolar. Para os autores, esta matemática se diferencia da Matemática Acadêmica, visto que, a primeira (Matemática Escolar) se refere a um objeto do professor e a segunda (Matemática Acadêmica) um objeto do matemático. Ainda, apresentam argumentações que apontam diferenças entre essas duas matemáticas, que se centram nos conteúdos, nos propósitos de cada uma delas e no âmbito da semântica. Quanto aos conteúdos, consideram que aqueles que os professores mobilizam em sua prática profissional não são os mesmos produzidos no meio acadêmico. No tocante aos propósitos, os autores apresentam a argumentação de que a matemática escolar tem fins educacionais, ou seja, de instruir matematicamente o aluno; já a matemática acadêmica tem fins científicos, ou seja, produzir conhecimento. A partir dessa exposição, os autores buscam instigar e ampliar as discussões conceituais sobre a matemática escolar. Neste sentido, entendemos que os conteúdos que compõem a matemática escolar podem ser estudados no aspecto epistêmico, constituída de novos conhecimentos, ao mostrar esta autonomia dos conteúdos escolares em relação aos conteúdos acadêmicos.

Estamos interessados de abordar uma matemática que merece nossa atenção, a matemática escolar. Esse tem sido o papel de algumas pesquisas que são desenvolvidas no GHEMAT. A dissertação de mestrado da autora Alana Godoy Lacava, defendido em 2017, no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, realiza um

estudo sobre as diferentes abordagens da prova dos nove em livros didáticos. De acordo com a autora, este conteúdo se associa a outros conteúdos como, por exemplo, operações aritméticas e divisibilidade. Em seu trabalho, apresenta uma demonstração que valida tal prática. No entanto, nas entrelinhas deste trabalho entendemos que este é um conteúdo estritamente escolar, que compõe práticas escolares, em que é usado como um recurso capaz de fornecer ao aluno elementos para verificar suas operações. Sendo assim, estamos diante de um conteúdo que deve ser ensinado para o aluno e que não tem referências diretas com o seio acadêmico. Portanto, a prova dos nove se estabelece como um saber-fazer que deve ser ensinado na escola com a finalidade de serem usadas em suas práticas. Sua legitimação como um saber se encontra nos diversos livros que abordam este conteúdo, como bem descrito e analisado no trabalho de Lavaca (2017).

Valente (2017) vai trazer esta discussão para o âmbito da história da educação matemática. Ele busca discutir a matemática escolar como um objeto que constitui profissão do ensino e, logo, como um objeto de trabalho do professor que ensina matemática. Para suas discussões, tem mobilizado os conceitos *saberes para ensinar* e *saberes a ensinar*,² que apresentam elementos de um objeto teórico constituído de resultados de amplos estudos realizados pela Equipe de Pesquisa em História Social da Educação (ERHISE).³ Trata-se de duas categorias conceituais no que diz respeito aos saberes profissionais presentes nas profissões de ensino e formação. Sendo assim, os estudos do grupo ERHISE tem subsidiado as pesquisas do Grupo de História da Educação Matemática (GHEMAT), que utilizam os *saberes para ensinar* e *saberes a ensinar* como aporte teórico-metodológico para seus estudos realizados nos projetos temáticos. Com objetivo de estabelecer um estudo vetorizado no âmbito da história da educação matemática, Valente (2017) institui as categorias *matemática para ensinar* e *matemática a ensinar*, que se apoiam nas concepções dos *saberes para ensinar* e *saberes a ensinar*, porém a proposta das duas primeiras conduz para estudos que desenrolam sobre os saberes matemáticos.

Buscamos neste artigo apresentar um caminho de interpretação para a categoria *matemática a ensinar*, propondo uma discussão teórica sobre os *saberes a ensinar* que possibilita ampliarmos a mobilização de seu uso para análise dos assuntos presentes no ensino de matemática. Então, como exemplo, propomos o estudo e análise sócio-histórica da constituição do “*Complemento aritmético de um número*”⁴ como um exemplo da *matemática a ensinar*.

² Em virtude de que se trata de expressões que carregam definições e concepções próprias, estabelecidas pelos estudos do grupo suíço de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE), os autores deste trabalho optam por dar destaque em itálico para os dois termos. Do mesmo modo, ocorre com as expressões *matemática para ensinar* e *matemática a ensinar* desenvolvidas em pesquisas do GHEMAT na perspectiva da História da Educação Matemática.

³ Acrônimo de Equipe de Recherche en Histoire Sociale de l'Éducation.

⁴ Optamos do uso das aspas para marcar que esta expressão se trata do título original do assunto analisado.

REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO: A *MATEMÁTICA A* ENSINAR COMO UMA CATEGORIA TEÓRICA PARA O ESTUDO DA MATEMÁTICA ESCOLAR NO ENSINO

Para os autores Hofstetter e Schneuwly (2017), os saberes exercem uma posição privilegiada nas instituições de ensino e formação; em consequência eles também conferem atribuições para os profissionais que atuam no ensino e na formação. Por este motivo, os autores assumem que o saber está integrado a ação. Contudo, diferentemente de outras literaturas que abordam o saber a partir da sua mobilização na prática, eles consideram os saberes formalizados no centro de suas discussões, que são criados e/ou estabelecidos para/pelas instituições de ensino e formação, ou, suas jurisdições. Para os autores, os saberes formalizados são de natureza objetivada. Por este motivo adotam o postulado de Barbier (1996) sobre saberes objetivados, que relaciona esses saberes:

[...] as realidades com o estatuto de representações [...] dando lugar a enunciados proposicionais e sendo objeto de uma valorização social sancionada por uma atividade de transmissão-comunicação. Elas, essas representações, têm consequentemente uma existência distinta daqueles que as enunciam ou daqueles que delas se apropriam. São conserváveis, acumuláveis, apropriáveis. (Barbier, 1996, p.9 apud Hofstetter & Schneuwly, 2017, p.131)

Os *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar* se apresentam como categorias de saberes objetivados e que são constitutivos da profissão do ensino e de formação (Hofstetter & Schneuwly, 2017). Neste caso compreendemos que podem ser observados nas ações destas profissões, ou seja, no ensino e na formação. Sem um aprofundamento por ora, a valorização social, que permite a transmissão e comunicação desses saberes, vai lhe conferir, com suas devidas proporções, uma identidade de saberes formalizados nas instituições de ensino e formação, aparecendo, por exemplo, em seus documentos normativos e prescritivos. Não temos intento de dizer que esta é a única maneira de identificarmos os *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar*. Sua natureza social, vista como um resultado de objetivação, impulsiona as pesquisas em torno desse tema para além de documentos normativos e prescritos. Além disto, sua caracterização como enunciados proposicionais vai ao encontro do que foi descrito por Vincent (2008), em que coloca os saberes escolares como saberes proposicionais. Isto nos mostra um potencial de estudo sob o ponto de vista epistêmico destes saberes. São essas potencialidades de aplicação que nos fazem perceber esses dois saberes como categorias para análise e interpretação dos saberes presentes nos processos educativos de ensino e formação.

Hofstetter e Schneuwly (2017) definem esses saberes como sendo “os saberes que são **objetos** do seu trabalho” (p.131-132, grifo nosso). Como os autores atribuem à profissão do ensino a função de formar o outro a partir do ensino de determinados saberes, descrito pelos autores, como “saberes aos quais formar” (p.132). Neste sentido, compreendemos que os *saberes a ensinar* também são objetos de um ensino. Todavia,

fica uma questão: o que podemos definir como objetos do trabalho do professor? O uso da palavra ‘objeto’ dá uma amplitude conceitual para os saberes a ensinar, visto que, os dicionários etimológicos remetem ao significado de objeto como sendo qualquer coisa material que pode ser percebida pelos sentidos, o que para nós não é suficiente para definir saberes como objetos. Em busca de um melhor entendimento e um aprofundamento da discussão sobre os *saberes a ensinar* tratados como objetos, recorremos a Charlot (2000), que, em seu trabalho, procura explorar questões na perspectiva da relação com o saber e a escola. Com isso, a partir de um quadro teórico, de perspectiva sociológica e psicanalítica, ele esclarece o conceito de relação com saber e propõe uma definição para esta relação. Para tanto, ele conceitua saber-objeto entendido como o “próprio saber, enquanto “objetivado”, isto é, quando se apresenta como um objeto intelectual, como “o referente de um conteúdo de pensamento” (Charlot, 2000, p.75, nota 10).

Para Charlot (2000), aprender é um processo que tem em seu centro a aquisição do saber, que pode ser um saber no seu sentido amplo, ou seja, de conteúdo intelectual como, por exemplo, matemática, história, geografia, etc. ou um saber que se associa a um objeto ou uma atividade (ler, escrever, contar etc.). Com isso, é possível enunciar dois tipos de saberes no processo de aprender: o saber, que se liga a um produto intelectual e teórico, e o saber-fazer, que se associa a uma atividade. Diante disto, o autor se questiona: que é o saber? Para ele, saber está “sob a primazia da objetividade” igualmente como a informação, que segundo o autor, “é entendida como sendo um dado exterior ao sujeito, que pode ser armazenado, estocado, inclusive em um banco de dados” (Charlot, 2000, p.61).

A conceituação de Charlot (2000) sobre o saber, a partir da atividade de aprender, se mostra apropriado para o nosso propósito que é estabelecer uma discussão que implique em uma melhor compreensão sobre *saberes a ensinar* tomados como objetos. Para este autor, o saber é construído a partir de “quadros metodológicos” e um produto de confrontações entre sujeitos, que o validam e partilham. Na perspectiva de tornar este saber um produto comunicável e disponível a outros, pode-se pensá-lo na ordem do objeto, pois como afirma:

O saber apresenta-se na forma de “objetos”, de enunciados descontextualizados que parecem ser autônomos, ter existência, sentido e valor por si mesmos e como tais. [...] O saber é construído em uma história coletiva que é a da mente humana e das atividades do homem e está submetido a processos coletivos de validação, capitalização e transmissão. (Charlot, 2000, p.63-68)

Para o saber se apresentar na forma de objeto, precisa passar por um processo de descontextualização, que consiste em “desassociá-lo” das atividades e do contexto que lhe deram origem, tornando-o um produto genérico, com propriedades gerais, permitindo enunciar-lo a partir de um conjunto normativo, se aproximando de um algoritmo, de modo que possa apenas se remeter a uma dada atividade. Com isso, serão atribuídos um sentido e um valor em si mesmo (Charlot, 2000). Para alcançar a autonomia, entendemos que o

saber passa pelo processo de despersonalização, em que sua existência é separada de um sujeito, de suas emoções e percepções, podendo ser analisada e interpretada apenas pelo seu “algoritmo” que o enuncia. Este processo de descontextualização e despersonalização, entendemos que contribuem para que os saberes objetivados sejam enunciados na forma de proposições e lhe conferindo uma existência própria, autônoma e independente. Notemos ainda que a concepção dada pelo autor sobre saber converge com o proposto por Barbier sobre saberes objetivados.

Para Hofstetter e Schneuwly (2017), o saber pode ser compreendido a partir de dois sentidos: em seu sentido amplo, quando se trata de um saber de natureza abstrata, ligado a um conteúdo intelectual, ou como um saber-fazer, que se associam a uma prática. Logo, estes dois sentidos parecem ir ao encontro do que propõe Charlot (2000), de que o saber é construído a partir da mente humana (saber em seu sentido amplo) e da atividade do homem (saber-fazer). O que esta comparação nos coloca é a existência de “dois” saberes sobre a atividade aprender: um com sentido intelectual e outro com sentido prático. Aqui cabe fazer uma distinção entre o saber prático e o saber da prática. Para Charlot (2000), aprender uma determinada prática não deve ser encarado como um saber. A prática mobilizará saberes. Nesse sentido, é mais correto dizer que há saberes na prática. A prática mobiliza ferramentas e, com isso, produzirá um processo de aprender. Mas, esse aprender, que é o domínio de uma situação, não é da mesma natureza, nem em seu processo, nem em seu produto, que o saber enunciável como saber-objeto.

A construção do saber, como citado, não é individual, é um produto de uma “história coletiva”, ou seja, ele não pode ser analisado e interpretado como um resultado isolado. Ele é produto da interação ente o sujeito com o seu mundo, de como ele o conhece, e com outros sujeitos. Portanto, para Charlot (2000), sob a perspectiva do aprender, o saber é uma relação, denominada de relações de saber, tida como relações sociais. É neste cenário, do saber visto como uma relação social, na atividade do aprender, que outros processos ocorrem sobre o saber: o de validação, capitalização e transmissão. É a partir da confrontação interpessoal entre os sujeitos que o saber vai ganhar sua validação em um contexto social e científico, tornando-se desta forma legítimo. Poderá ser capitalizado, em outras palavras, ser acumulado junto a outros saberes, e transmitido, ganhando assim um status de durabilidade, visto que, a transmissão tende a passar para as gerações seguintes os saberes que são considerados relevantes.

Até este momento, o que temos é um movimento que nos apresenta o saber sob a forma de “objeto” no âmbito do discurso e das ideias, denominado por Charlot (2000), como um objeto virtual. Se faz necessário agora discutir como o saber pode ser apresentado materialmente. Neste caso, o autor indica que o saber deve estar encarnado em objeto empíricos, ou seja, livros, manuais etc. Para tanto, “[...] o saber só pode assumir a forma de objeto através da linguagem; melhor ainda, da linguagem escrita, que lhe confere uma existência aparentemente independente de um sujeito” (Lahire, 1993a e 1993b apud Charlot, 2000, p.68). Portanto, compreendemos que o saber só poderá assumir forma de objeto (virtual e material) pela escrita.

Até aqui, observamos que o processo de objetivação aparece nos quadros teóricos de Hofstetter e Schneuwly (2017) e Charlot (2000). Então, se faz necessário problematizarmos este processo. Valente, quando discute a objetivação de saberes, nos aponta um caminho de como identificar este movimento, pois, como afirma o autor:

Quando todos passam a “dizer a mesma coisa (há um estabelecimento de consensos, por meio de sua circulação e apropriação pelos diferentes atores, pesquisadores, professores, formadores etc.) dá-se a objetivação, isto é, ocorre uma naturalização do “objeto”. A legitimação da objetivação (por meio de publicações, cursos, seminários, congressos etc.) [...]. (Valente, 2017, p.20)

A partir da afirmação de Valente, podemos pensar na objetivação a partir de duas perspectivas: como uma circulação e apropriação de pensamentos ou, ainda, como algo posto (legitimado). No que diz respeito à objetivação de saberes, entendemos que a primeira perspectiva descreve o movimento de objetivação de um saber, em que ele se encontra em um processo de se estabelecer. Já a segunda, nos apresenta um saber consolidado, ou em fase “final” de consolidação, já que passou pelo processo inicial de objetivação (circulação e apropriação), e que se encontra, em dado momento, como um saber legitimado que se constitui com um objeto de transmissão. Dada a fonte a ser analisada, podemos identificar uma dessas perspectivas. Por exemplo, um documento normativo que estabelece uma grade curricular nos apresenta saberes que estão postos, ou seja, estamos diante de um saber objetivado. O livro adotado por um sistema de ensino, ou, ainda, de grande circulação, pode ser pensado como um suporte de saberes já objetivados. É claro que tais documentos também servem para problematizarmos o movimento de consolidação de tais saberes, mas não cabe pensar diante destas fontes se tais saberes estão ou não objetivados. Já o mesmo não podemos pensar sobre os cadernos escolares; o que está posto nestes documentos pode ser problematizado nas duas perspectivas, desde um saber posto, que foi prescrito por um documento normativo, até como a apropriação de um saber que pode estar em circulação. Sendo assim, no que tange ao tipo de fonte, a objetivação pode ser pensada a partir da abrangência, da jurisdição, do poder político dos documentos e etc. Sendo assim, a objetivação dos saberes postos nos documentos normativos, nos livros didáticos e nos cadernos escolares são distintos.

Até este ponto, Charlot (2000) põe a discussão dos saberes na perspectiva do aprender sem associá-lo ao ensino. Se faz importante este elo, uma vez que a aprendizagem não é exclusiva do ensino. Para o autor, aprender é considerado como exercício de uma atividade em um local, em um momento da sua história e em condição de tempo diversas, com a ajuda de pessoas que ajudam a aprender. Nesta perspectiva, o autor manifesta com mais clareza que aprender não é uma atividade a-histórica. Sendo assim, cada momento histórico vai determinar qualidades, propriedades e traços para a atividade de aprender. Logo, aprender é uma atividade que serve ao seu tempo, entendido aqui como contexto histórico. Dessa forma, conseguimos dialogar com o entendimento de Hofstetter e Schneuwly (2017), no que diz respeito ao aprender. Os autores descrevem como sendo

uma atividade intencional, de transformação do próprio sujeito, na qual ele desenvolverá a capacidade de transformar em conhecimento os recursos que mobiliza no seu agir. Portanto, para todos os autores, aprender é uma atividade específica e intencional que vai se especializando ao longo da história, implicando na criação de locais específicos, que se dedicam a esta atividade, e de saberes próprios para ela.

Os locais destinados para a atividade de aprender é um ponto importante a ser discutido. Charlot (2000) afirma que “os locais nos quais a criança aprende possuem estatutos diferentes do ponto de vista do aprendizado” (p.67). Entre estes estatutos, é possível atribuir a função de educar, instruir e formar. Para o autor, instruir vai ser a função central da escola. Para Hofstetter e Schneuwly (2017) não é diferente; os autores também compreendem, ou ainda, associam a aprendizagem aos espaços escolares. É no espaço escolar que se institui o ensino, compreendido aqui como uma atividade que tem como propósito formar o outro e que define a profissão docente. Neste sentido, enquanto a atividade de aprender recai sobre o aluno, a de ensinar é uma atividade de “responsabilidade” do professor. Entre as atividades de ensino e aprendizagem, os saberes escolares representam um elemento comum.

Portanto, os *saberes a ensinar* compõem um conjunto de saberes de natureza objetivada, que passaram por um processo de validação e capitalização, tornando-os conserváveis ao longo do tempo. Este processo implica em um processo de valorização social que o coloca em um patamar de um saber que merece ser apropriado, logo transmitido. É por este motivo que os documentos que se relacionam com este processo de transmissão de saberes, tais como, por exemplo, os documentos normativos, prescritivos e livros didáticos, se tornam tão importantes para se captar os *saberes a ensinar*. Além disto, há o aspecto epistêmico destes saberes, que se apresentam na forma de enunciados proposicionais, descontextualizados e despersonalizados, com sentido próprio e uma existência autônoma, sem estarem vinculados a outros sentidos.

Portanto, a *matemática a ensinar* se apresenta como uma categoria conceitual para os estudos dos saberes escolares; em particular, aqueles voltados para o ensino de matemática, em perspectiva histórica. Como esta categoria se apoia nos *saberes a ensinar*, estabelece-se um quadro teórico-metodológico que nos permite analisar e classificar um dado assunto com uma *matemática a ensinar*.

“COMPLEMENTO ARITHMÉTICO DE UM NUMERO” COMO EXEMPLO DE UMA MATEMÁTICA A ENSINAR

O livro *Tratado Elementar de Arithmetica* foi escrito por José Adelino Serrasqueiro, tendo sua primeira edição publicada em 1869.⁵ Nos elementos pré-textuais da obra, encontramos informações sobre a formação do autor: Bacharelado em Filosofia pela Universidade de Coimbra, sua atuação profissional foi ser professor de Matemática no

⁵ Esta informação encontra-se no site da Associação Portuguesa de Professores de Matemática. Recuperado em 11 de novembro 2018, de <http://www.apm.pt/files/05.pdf>.

Lyceu Central de Coimbra. Além desta obra, o autor escreveu outras como, por exemplo, *Tratado de Geometria Elementar* (1ª ed. 1879) e *Tratado da Álgebra Elementar* (1ª ed. 1878), todas voltadas para o ensino secundário.

As informações pré-textuais indicam que a obra *Tratado Elementar de Arithmetica* foi elaborada de acordo com o programa do Lyceu Central. Sendo assim, a escolha dos assuntos que compõem o livro, bem como, sua organização, provavelmente seguem a lógica do programa de ensino de matemática do Lyceu Central. Segundo Guerra (2008), os liceus portugueses são criados em 1836 e tinham como finalidade oferecer o ensino secundário. A criação desta rede de ensino se insere em um contexto de reforma do ensino secundário que ocorria na Europa neste período, baseado em pensamentos liberais que defendiam o preparo do educando para o trabalho útil. A autora ainda afirma que

A influência positivista no regime liberal fazia-se sentir na defesa de disciplinas mais ligadas à nova **sociedade industrial** e que contribuíssem para a preparação do **homem moderno**, facilitando a sua integração num mundo em mudança. Um **conjunto de disciplinas ligadas à ciência e à prática começam a evidenciar-se no conjunto do currículo, contribuindo para a estreita relação entre a aprendizagem nas aulas e o mundo do trabalho**. Surgem no 1º currículo do ensino liceal disciplinas como: “Princípios de Física, de Química, e de Mecânica aplicadas às Artes, e Ofícios”, “Princípios de História Natural dos três Reinos da Natureza aplicados às Artes e Ofícios”, “Princípios de Economia Política, de Administração Pública e de Comércio” e “**Aritmética e Álgebra, Geometria, Trigonometria e Desenho**”. Pela análise do currículo pode-se perceber que se pretendia **dar aos jovens uma preparação não só da parte de humanidades, mas também a nível técnico, permitindo-lhes aceder a um conjunto de profissões nas áreas do comércio e indústria**. (Guerra, 2008, p.29, grifo nosso)

A partir da citação notamos que o ensino liceal, oferecido pelos liceus, estava baseado em pensamentos liberais que estabeleciam uma “nova” concepção de sociedade, a industrial, de homem, considerado moderno, integrado a mudanças. Então, no regime liberal o homem moderno é visto como um indivíduo integrado a sociedade industrial, sendo preciso inculcar nos jovens este novo pensamento. Para tanto, o ensino deveria estar ligado ao mundo do trabalho, permitindo acesso deste jovem ao universo desta sociedade industrial. Com isso, o ensino liceal estruturou seu currículo de modo a contribuir para com este propósito.

É possível notar que, na estrutura curricular do ensino liceal, encontra-se um conjunto de disciplinas voltadas para o ensino de matemática, tais como: Aritmética, Álgebra, Trigonometria e Desenho. De acordo com o que afirmam Hofstetter e Schneuwly (2017), as “instituições de formação e ensino se definem pelos *saberes a ensinar* que a especificam” (p.137). Sendo assim, os *saberes a ensinar*, presentes nos liceus, devem contribuir para a formação do homem moderno; logo devem ser constituídos de saberes que estejam relacionados ao mundo do trabalho. Não será diferente com a *matemática*

a ensinar, presentes nas disciplinas de Aritmética, Álgebra, Trigonometria e Desenho, presentes nessas instituições de ensino. Logo, os tópicos estabelecidos no livro *Tratado Elementar de Arithmetica* devem ser encarados como saberes que eram legítimos e que estavam em concordância com o mundo do trabalho, visto que, foram selecionados de acordo com o programa do Lyceu Central. Portanto, estamos diante de um saber objetivado, primeiro por se tratar de saberes que estão postos por um programa de ensino, em segundo, por estarem materializados no livro, que pode ser compreendido como um instrumento que tem o papel de transmissão destes saberes. Então, a obra de Serrasqueiro para ensino de aritmética é uma fonte privilegiada para se captar a *matemática a ensinar*.

Percorrendo as páginas do livro, nos defrontamos com o “*Complemento Arithmetico de um numero*”. Este assunto se apresenta como um recurso que auxilia nas operações de subtração de mais de dois números, mas no livro de Serrasqueiro afigura-se como uma *matemática a ensinar*, ou seja, como um saber a ser ensinado. De fato, se no período do século XIX havia uma escassez de aparatos tecnológicos que auxiliassem as pessoas com as operações; logo era preciso estabelecer saberes que pudessem fornecer elementos que instrumentalizassem as pessoas a atuar nas diversas situações que envolvessem grandes operações como, por exemplo, em transações comerciais. Portanto, conhecer “instrumentos” se fazia importante, o que dá um status de saber a este tipo conhecimento.

Valente (1999) diz que “a análise comparativa da sua Aritmética (Serrasqueiro) com a de Bertrand evidencia que certamente o português baseou-se em grande parte no texto do francês para construir seu didático” (p.160). Joseph Louis François Bertrand (1822 – 1900) era um matemático que atuou como professor na *École normale supérieure* e na *École Polytechnique de Paris*. Seu livro *Traité d’arithmétique* foi reeditado doze vezes e considerado um dos melhores do seu tempo (Valente, 1999). Aqui, já percebemos uma preocupação de Serrasqueiro em buscar por saberes que tinham uma valorização social, visto que, segundo Valente, seu livro tem seus conteúdos baseados na obra de Bertrand. Porém, ao confrontarmos os assuntos que estão estabelecido nas duas obras, não encontramos “*Complemento arithmetico de um numero*”, ou algo similar, no tratado de aritmética escrito por Bertrand, o que nos leva a questionar a presença deste saber na obra de Serrasqueiro. Estamos diante de um exemplo da *matemática a ensinar*?

Na obra *Traité d’arithmétique*, de Bertrand, não encontramos referências ao “*Complemento arithmetico*”. Em busca deste assunto em outras obras do mesmo período, encontramos “*Complemento arithmetico*” no livro *Éléments d’Arithmétique*,⁶ de 1847, do autor Bézout. De acordo com os elementos pré-textuais do livro, estava de acordo as normas do Ministério de Instrução Pública para o ensino francês; ou seja, estamos diante de um livro destinado para o uso com fins educacionais. Ainda que não desejamos nos alongar na discussão do alcance das obras de Bézout no ensino francês, se faz importante nos posicionarmos da escolha desta obra ao invés de outras. Bézout foi um autor amplamente difundido nos primórdios do ensino brasileiro, sendo adotada, por exemplo, pela Academia de Artilharia, Fortificações e Desenho do Rio de Janeiro, em

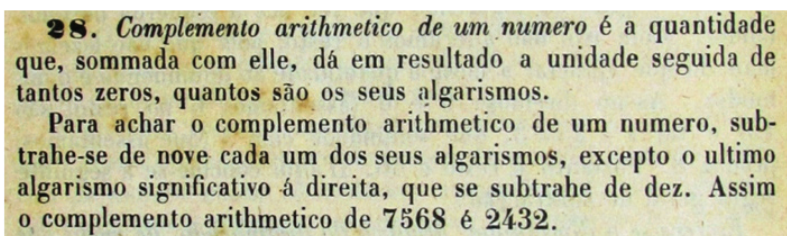
⁶ A versão digitalizada desta obra encontra-se disponível no repositório Gallica que está associado a Biblioteca Nacional da França. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6211492w?rk=85837;2> Acesso em: 25 nov. 2018.

1792. De acordo com Valente (1999), a obra de Bézout não tem compromisso com o rigor matemático e, por este motivo não é uma obra com viés científico, ou seja, que contém conhecimento novos para a ciência. Ao contrário, é tida como um manual didático, com textos para o ensino e destinados para aluno e, por este motivo, é apontado como um difusor do saber matemático. Portanto, estamos diante de um autor cujos seus saberes matemáticos são amplamente difundidos, inclusive internacionalmente.

No livro *Éléments d'Arithmétique*, observamos que o autor destina uma seção para discutir o complemento aritmético, denominada de “*Des Compléments arithmétiques*”. Nesta seção, apresenta-se o complemento aritmético como um meio de simplificar operações com subtrações e, também, deixa claro que é uma aplicação de logaritmos. É apresentado o modo como obter o complemento aritmético de um número e, em seguida, é proposto um exemplo para ilustrar sua aplicação na operação de subtração, em que a transforma em uma adição. Ou seja, no *Éléments d'Arithmétique*, o complemento aritmético está associado ao estudo de logaritmos, apresentado como um recurso para simplificar operações de subtração.

Não temos a intenção de discutir os aspectos matemáticos deste assunto, ainda que tenha potencial para pesquisas futuras. Também, não temos a intenção de estabelecer análises comparativas entre as obras de Serrasqueiro e Bézout quanto ao complemento aritmético de um número. O que nos importa é observar que, na obra de Serrasqueiro, o complemento aritmético sofreu uma despersonalização e descontextualização, ou seja, a sua origem que repousa nos estudos dos logaritmos, foi desconsiderada no livro *Tratado Elementar de Arithmetica*, em que é apresentado apenas como um tópico de aritmética, sem qualquer associação aos logaritmos.

O processo de despersonalização e descontextualização contribuem para tornar este saber em um objeto. No entanto, isto apenas não é suficiente, pois, segundo Charlot (2000), um saber se torna um objeto pela escrita. No livro *Tratado Elementar de Arithmetica*, página 24, o “Complemento arithmetico de um numero” está posto como:



28. Complemento arithmetico de um numero é a quantidade que, sommada com elle, dá em resultado a unidade seguida de tantos zeros, quantos são os seus algarismos.
Para achar o complemento arithmetico de um numero, subtrahese de nove cada um dos seus algarismos, excepto o ultimo algarismo significativo á direita, que se subtrahese de dez. Assim o complemento arithmetico de 7568 é 2432.

Figura 1. Proposição 28 que do Complemento arithmetico de um numero (Serrasqueiro, 1926, p.24).

Na obra, este assunto aparece compondo o conjunto de proposições da seção que trata da subtração. Esta afirmação está posta independente dos logaritmos, o que lhe confere um caráter autônomo, de existência própria, diferente daquela que a originou. Desta forma, em consonância com Charlot, temos que este assunto assume um status de saber em forma de “objeto”, uma vez que ele está enunciado no livro na forma de uma proposição

descontextualizada, ainda que ele tenha uma origem em outro contexto. Nesta obra, o complemento aritmético de um número é apresentado como um saber aritmético.

Após o enunciado, há um exemplo de como obter o complemento aritmético de um número. Podemos notar que o exemplo mobiliza um saber que decorre da proposição. Considerando um número de um algarismo, por exemplo, 7 teremos que seu complementar será 3, pois $7 + 3 = 10$. Neste exemplo, a soma implicou na unidade (1) seguido de tantos zeros iguais ao número de algarismos do número envolvido no problema; em nosso exemplo, era um número formado por apenas um algarismo, logo a unidade será seguida de apenas um zero. Outro exemplo seria pensarmos no complemento do número 23 que será 77, visto que $23 + 77 = 100$. Mas, para casos de número com mais de dois algarismos, o livro apresenta um método simplificado. Indica que se deve pensar no complemento de cada algarismo, ou seja, no caso de 23, devemos pensar no complemento de 2 e 3. Seguindo esta lógica obteremos 8 como complemento de 2 e 7 como complemento de 3, mas $23 + 87 = 110$ e é por este motivo que, no exemplo indicado no livro, indica-se para tirar 9 dos algarismos que ocupem a ordem diferente das unidades, visto que essas ordens maiores sempre herdarão a unidade da ordem anterior, uma vez que o complemento aritmético é o que falta a um número para alcançar a unidade decimal imediatamente superior.

O tópico seguinte, o de número 29, presente na página 24 do livro *Tratado Elementar de Arithmetica*, apresenta a aplicação do Complemento aritmético de um número:

29. Por meio do complemento arithmetico podemos reduzir a subtracção á somma. Para isso, somma-se o diminuendo com o complemento arithmetico do diminuidor, e do resultado subtrahese a unidade immediatamente superior ao diminuidor. Porque supponhamos a differença 3425 — 648 : ajunctando ao diminuendo e ao diminuidor o complemento d'este ultimo, não alteramos o resto e vem

$$3425 - 648 = 3425 + \text{cl. } 648 - (648 + \text{cl. } 648)$$
$$= 3425 + \text{cl. } 648 - 1000.$$

ADVERTENCIA. Na practica, costuma-se escrever á esquerda do complemento arithmetico a unidade, que temos de subtrahir, affectada com o signal --. Exemplo: effectuar a subtracção 76498 — 57309 :

$$\begin{array}{r} 76498 \\ \underline{142691} \\ 19189 \end{array}$$

Figura 2. Exemplo da aplicação do complemento arithmetico de um numero (Serrasqueiro, 1926, p.24).

Notamos que este ponto procura dar um exemplo do uso prático do saber posto. Atentemos que a prática de subtrair mobiliza agora o saber aprendido, ou seja, o complemento aritmético de um número. Consoante ao que afirma Charlot (2000), aprender

uma prática não deve ser compreendida como aprender um saber, mas o saber estará no que a prática mobiliza para a sua aplicação. Este exemplo ilustra esta ideia, em que temos o complemento aritmético de um número sendo mobilizado em uma prática. Portanto, entendemos que este assunto é um saber que se distancia da prática, o que atribui a ele um carácter intelectual e autônomo. Desta forma, se institui o complemento aritmético como um saber a ser ensinado, ou seja, uma *matemática a ensinar*. O ponto 30, presente na página 25 do tratado de aritmética de Serrasqueiro reforça bem esta ideia de empregar um saber intelectual em uma atividade prática:

30. O uso dos complementos torna-se vantajoso quando temos de fazer muitas sommas e subtrações successivas; porque, por meio dos complementos, estas operações reduzem-se a uma unica somma. Exemplo: effectuar as operações: $5429 - 375 + 629 - 54 - 172 + 487$:

$$\begin{array}{r}
 5429 \\
 \overline{1625} \\
 629 \\
 \overline{146} \\
 1828 \\
 \overline{487} \\
 5944
 \end{array}$$

Figura 3. Exemplo do uso do complemento arithmetico de um numero na prática de subtrações com mais de dois números (Serrasqueiro, 1926, p.25).

De acordo com o que já foi dito, dentro do aspecto epistêmico, procuramos explorar a aplicação dos pontos que estabelecem um *saber a ensinar*. No exemplo apresentado, observamos que o complemento aritmético passou por um processo de descontextualização, em que o autor Serrasqueiro apresenta o assunto de forma descolada de sua origem – dos estudos dos logaritmos – e estabelece a ele um carácter estritamente aritmético, transformando-o em um saber aritmético. Em seguida, estabelece uma escrita proposicional que lhe confere uma existência e sentido em si mesmo, não havendo mais a possibilidade de associar o enunciado as origens deste assunto, ou seja, os logaritmos. Com isso, Serrasqueiro imprime no “Complemento arithmético de um numero” um sentido de *matemática a ensinar*.

Sendo assim, buscamos descrever, ainda que de forma limitada, a constituição de um exemplo da *matemática a ensinar*, que se constitui como um saber escolar. Ainda que não podemos desconsiderar que sua origem está na matemática científica, o sentido que este saber adquire na obra de Serrasqueiro é estritamente escolar. Sua criação ocorre para servir a um propósito de instrução. Então, cria-se uma ruptura que distancia o “Complemento arithmético de um numero” da sua origem matemática (acadêmica), os logaritmos. Isso faz com que este saber tome sentido em si mesmo, logo tornando-o exemplo de uma *matemática a ensinar*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática escolar é constituída de um conjunto de saberes que se diferenciam do saber científico. Esses saberes matemáticos se constituem como objetos que são criados para cumprir seu propósito voltado para o ensino. Compreendemos que a *matemática a ensinar* se constitui desses objetos, que são descritos como saberes objetivados, que são saberes que passam por um processo de valorização, legitimação e institucionalização que acabam por imprimir sentidos no âmbito do contexto da cultura escolar. Por este motivo, entendemos que a *matemática a ensinar* se apresenta como um recurso teórico-metodológico para discutir tais objetos, visto que, teoricamente, definem um conjunto de objetos que constituem as profissões de ensino e formação matemática. No sentido metodológico, nos oferece um percurso a seguir e observar a partir de algumas ideias como, por exemplo, a descontextualização, objetivação e escrituração do saber, os aparatos usados para a difusão deste saber, que nos permite discutir e analisar a produção ou a transformação de um saber na forma de objeto.

Diante do que foi posto, compreendemos que o “complemento aritmético de um número”, presente no *Tratado Elementar de Arithmetica* de Serrasqueiro, é apresentado como um objeto a ser ensinado. Para tanto, buscamos apontar traços que nos permite identificá-lo como uma *matemática a ensinar*. Iniciamos caracterizando este saber como um saber objetivado, visto que, está presente em uma obra de ampla circulação que está de acordo com a normativas de ensino, o que nos permite lê-lo como um saber que possui uma certa validação e legitimação. Em seguida, notamos que o complemento aritmético é um saber matemático que está associado ao estudo de logaritmos; contudo na obra de Serrasqueiro, ao que tudo indica, houve uma descontextualização, em que o autor buscou distanciar este assunto dos logaritmos. Com isso, é apresentado ao aluno como um saber aritmético independente. Para tanto, o autor se preocupou escrevê-lo na forma de uma proposição, atribuindo um caráter autônomo e independente ao complemento aritmético. Sua consolidação, como um saber na forma de objeto, ganha relevância ao ganhar espaço dentro de uma obra que tem por finalidade a difusão de saberes matemáticos no ensino, como é o caso do *Tratado Elementar de Arithmetica*, que se configura como um livro didático.

Entendemos que a análise descrita não é completa e nem finalizada. Porém, esperamos que esta nossa discussão contribua para instigar novos trabalhos que se debrucem sobre o estudo da *matemática a ensinar*, que os novos trabalhos busquem se aprofundar nos pontos de transformação de um saber na forma de objeto

DECLARAÇÕES DE CONTRIBUIÇÃO DE AUTORES

C.S.B. e D.A.C. conceberam a ideia apresentada e desenvolveram a teoria. Ambos autores analisaram os dados, discutiram os resultados e contribuíram para a versão final do manuscrito.

REFERÊNCIAS

- Barbier, J. (1996). *Savoirs théoriques et savoirs d'action*. Paris: PUF.
- Bézout, E. (1848). *Éléments d'arithmétique*. (vol. 1). Paris: Dezobry, E. Magdeleine et Cie.
- Charlot, B. (2000). *Da relação com o saber: elementos para uma teoria*. (B. Magne, Trad.). Porto Alegre, RS: Artmed.
- Delbos, G., & Jorion, P. (1984). *La transmission des savoirs*. Paris: La Maison des sciences de l'homme.
- Forquin, J. (1992). Saberes escolares, imperativos didáticos e sociais. *Teoria & Educação*, (6), 28-49.
- Guerra, M. J. E. (2008). *Memória e materialidade no ensino liceal: Um percurso pelo patrimônio e materiais didáticos do Liceu de Portalegre*. Dissertação de mestrado em Ciência da Educação, Faculdade de Psicologia e de Ciência da Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa. Recuperado 11 de novembro de 2018, de http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/764/1/17220_TESE_Marcolina_Guerra.pdf.
- Hofstetter, R., & Schnewly, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: R. Hofstetter & W. R. Valente (Org.), *Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores*. (1. ed., pp.113 – 172). São Paulo, SP: Editora da Física.
- Julia, D. (2001, junho/julho). A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, 1(1), 9-43. Recuperado de 12 de dezembro, 2018, de <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749/20279>.
- Lacava, A. G. (2017). *Um estudo sobre diferentes abordagens da prova dos nove presentes em livros didáticos de aritmética (1890-1970)*. Dissertação de mestrado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. Recuperado em 11 de novembro de 2018, de <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/175053>.
- Lahire, B. (1993a). *Culture écrite et inégalités scolaires*. Lyon: Universitaires de Lyon.
- Lahire, B. (1993b). *La raison des plus faibles*. Lille: Universitaires de Lille.
- Santos, J. R. V., & Lins, R. C. (2016). Uma discussão a respeito da(s) matemática(s) na formação inicial de professores de matemática. *Educação Matemática Pesquisa* (Online), 18, 351-372. Recuperado em 11 de novembro de 2018, de <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/20429/pdf>.
- Serrasqueiro, J. A. (1926). *Tratado elementar de arithmetica*. (22. ed.). Coimbra: Livraria Central de J. Diogo Pires.
- Valente, W. R. (1999). *Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930*. (1. ed.). São Paulo, SP: Annablume.
- Valente, W. R. (2017). A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: R. Hofstetter & W. R. Valente (Org.), *Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores*. (1. ed., pp.201 – 228). São Paulo, SP: Editora da Física.
- Valle, I. R. (2014). *Sociologia da Educação: currículo e saberes escolares*. (2. ed.). Florianópolis, SC: UFSC.
- Vicent, G. (2008). La socialisation démocratique contre la forme scolaire. *Éducation et francophonie*. 36(2), 47-62. Recuperado de 21 de outubro, 2018, de https://www.acelf.ca/c/revue/pdf/XXXVI_2_047.pdf.