

Conhecimentos Profissionais e Reflexões de uma Professora ao Ensinar uma situação envolvendo a ideia de Proporcionalidade

Angelica da Fontoura Garcia Silva ^a

Sandra Cristina Lopes ^b

Maria Elisa Esteves Lopes Galvão ^a

^a Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN), Programa de Pós graduação em Educação Matemática,
São Paulo, SP, Brasil

^b Secretaria de Educação de Barra Mansa, Barra Mansa, RJ, Brasil

Recebido para publicação em 6 jan. 2020. Aceito para revisão em 2 maio 2020

Editor designado: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: Grupos de estudos de professores que se reúnem para refletir sobre o ensino da matemática se constitui, potencialmente, um processo formativo que pode favorecer o enriquecimento do conhecimento profissional docente. **Objetivos:** Esta investigação traz resultados sobre o desenvolvimento de conhecimentos profissionais de uma docente que se dedicou ao aprofundamento de ideias relacionadas ao conceito de proporcionalidade e seu ensino durante sua participação em um grupo de estudos. **Design:** A pesquisa é de natureza qualitativa. **Ambiente e participantes:** A pesquisa se realizou no interior de um grupo de estudos formado na escola de atuação de uma professora integrante de um grupo de estudos constituído por 7 educadores, entre professores e pesquisadores. **Coleta e análise de dados:** Os dados foram coletados por meio de observações diretas, gravações de duas sessões de estudos e desenvolvimento de uma aula. Analisaram-se observações e reflexões sobre a prática docente coletadas durante estudos em grupo, fundamentadas em Zeichner e Ball, Thames and Phelps. **Resultados:** As experiências vivenciadas propiciaram à professora ampliar significativamente a base de conhecimentos acerca da situação apresentada, incentivando suas reflexões sobre o tema e seu ensino, sobretudo a respeito das resoluções apresentadas pelos estudantes. **Conclusões:** A análise do processo desenvolvido revela que a proposta de resolução de problemas relacionados às ideias de proporcionalidade e a análise da forma de trabalho dos estudantes em sala de aula, para resolvê-los traz um novo significado para o conhecimento do professor, assim como mais confiança para intervir de forma construtiva no processo de aprendizagem dos estudantes.

Palavras-chave: grupos de estudos; conhecimento profissional docente; reflexões sobre a prática; proporcionalidade.

Professional Knowledge and teacher's reflections in Teaching a situation involving the idea of proportionality

ABSTRACT

Context: Study groups of teachers who meet to reflect on the teaching of mathematics constitute potentially a formative process that can foster teachers' professional knowledge. **Objectives:** This investigation brings results on the development of professional knowledge of a teacher who delves into ideas related to the concept of proportionality and her teaching during her participation in a study group. **Design:** The research is of a qualitative nature. **Environment and participants:** The research was carried out within a study group formed at the school the teacher works, involving seven educators, including teachers and researchers. **Data collection and analysis:** Data were collected through direct observations, recordings of two study sessions and the development of a class. Observations and reflections on the teaching practice are collected during group studies, based on Zeichner and Ball, Thames and Phelps were analyzed. **Results:** Their experiences enabled the teacher to expand significantly the knowledge base about the situation presented, and fostered her reflections on the theme and her teaching, especially regarding the resolutions the students presented. **Conclusions:** The analysis of the process reveals that the proposal to solve problems related to the ideas of proportionality and the analysis of the way students work in the classroom to solve them brings a new meaning to the teacher's knowledge, helping teacher to become more confident to intervene constructively in the students' learning process.

Keywords: study groups; teachers' professional knowledge; reflections on practice; proportionality.

INTRODUÇÃO

A relevância de direcionar o olhar para o conhecimento profissional docente é explicitada especialmente nas reflexões de Borba e Silva (2016), por nós compartilhadas. Os autores afirmam que a base de conhecimentos utilizadas pelos professores quando ensinam pressupõe o desenvolvimento de conhecimentos de naturezas distintas e que tais saberes docentes se constituem em uma via de mão dupla, uma vez que eles podem influenciar a prática de ensino e essa prática, por sua vez pode influenciar o desenvolvimento de novos conhecimentos.

Nesse contexto consideramos ser importante direcionar nosso olhar para os conhecimentos profissionais desenvolvidos por uma professora, participante de um grupo que se reuniu para estudar mais sobre a proporcionalidade no âmbito da própria escola em que lecionava. A escolha do cenário desta investigação – grupo de estudos – se deve ao fato de considerarmos, assim como Nacarato (2000); Fiorentini (2004), Robutti et al (2016), Correia (2018) e Miranda (2014, 2019), que esse tipo de formação pode favorecer a aprendizagem profissional do professor que leciona Matemática.

Esse grupo de estudos se reuniu a convite das pesquisadoras para discutir questões ligadas à proporcionalidade. A relevância da escolha deste tema é fundamentada em estudos como os de Lesh, Post e Behr (1988), que destacam a sua complexidade e a relacionam com o desenvolvimento de habilidades que permitem analisar a covariação

e as comparações, além da capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações.

Nesse contexto, examinamos, neste trabalho, conhecimentos profissionais evidenciados por uma participante do grupo – Professora A – por meio da exposição de episódios nos quais essa docente *resolveu, preparou, desenvolveu sua aula e discutiu coletivamente o ocorrido na prática de ensinar um problema envolvendo a ideia de proporcionalidade*.

Nas sessões de estudos foram analisadas situações propostas por Bryant, Nunes, Evans e Terleksi (2012) no projeto “Teaching mathematical problem solving in primary school”, e, com base nas ideias desses autores, discutimos com o grupo o papel do professor como uma “liderança intelectual” em sua sala de aula. Esses autores consideram primordial que o professor pense nas atividades (planejamento) e na forma como os alunos reagem a elas, para então intervir de modo a ajudar na aprendizagem matemática. Esse “pensar nas atividades e nas reações” requer estudos, discussão e reflexão por parte dos professores. Para delimitar nosso problema de pesquisa, apresentaremos aqui a fundamentação teórica; os procedimentos de pesquisa; a análise e a discussão dos dados.

REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA E OS CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS PARA O ENSINO: PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Para proceder à análise dos resultados, levamos em conta as categorias distintas de conhecimentos para o ensino estabelecidas por Ball, Thames e Phelps (2008): conhecimento do conteúdo (comum, especializado, do horizonte); conhecimento do conteúdo e dos estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino; e conhecimento curricular.

O conhecimento comum do conteúdo, segundo os autores, permite ao professor a utilização correta de termos, representações e notações e a identificação de incorreções ou inadequações quer em produções dos alunos, quer em materiais didáticos. Neste estudo identificaremos a capacidade da professora para resolver a situação. O conhecimento do conteúdo especializado, por outro lado, refere-se unicamente ao ensino, ou seja, envolve os conhecimentos mobilizados pelo profissional para, por exemplo, reconhecer as diferentes formas de expressar uma resolução para uma determinada situação. Tal conhecimento poderá auxiliar o professor que vai ensinar matemática a olhar mais atentamente para o pensamento de seus alunos, identificando se está matematicamente correto para determinada situação e se o esquema utilizado funcionaria em geral. O conhecimento do horizonte do conteúdo possibilita ao docente inter-relacionar os temas matemáticos, tanto internamente à disciplina Matemática quanto em outras áreas do saber, exigindo do professor o domínio de conhecimentos que tornem possíveis conexões e articulações do conteúdo ensinado. Já o conhecimento do conteúdo e dos estudantes relaciona a compreensão do conteúdo matemático ao conhecimento do pensamento matemático dos

alunos, permitindo ao professor realizar a interpretação e a previsão de erros frequentes. O conhecimento do conteúdo e do ensino está intrinsecamente ligado ao trabalho do professor e se dá a partir da compreensão de conteúdos específicos de Matemática, aliados à compreensão dos contextos pedagógicos que o habilitam a interferir nos processos de ensino e de aprendizagem de seus estudantes. Finalmente, o conhecimento acerca das indicações e contraindicações curriculares e os materiais instrucionais que podem apoiar a prática docente, bem como aqueles que ele deveria evitar são categorizados como conhecimento curricular.

A análise das reflexões coletivas observadas fundamentou-se nas investigações de Zeichner (1993) e Serrazina (2012). Zeichner (1993) chama a atenção para a necessidade de atentar para a prática do professor, uma vez que ela é “[...] o resultado de uma ou de outra teoria, seja ela reconhecida ou não. Os professores estão sempre a teorizar, à medida que são confrontados com vários problemas pedagógicos, tais como a diferença entre suas expectativas e os resultados” (ZEICHNER, 1993, p. 21). Procuramos, durante as sessões, propiciar espaços interativos de estudo, reflexão e diálogo acerca do tema, além de oferecer momentos de análise coletiva de situações a serem (ou que foram) desenvolvidas na sala de aula.

Já Serrazina (2012) nos ajuda a compreender a relação entre o conhecimento profissional e a reflexão sobre a prática. Apoiada em Schön (1983) a autora discute sobre essa relação:

[...] o conhecimento profissional do professor, em particular o seu conhecimento didático e matemático desenvolve-se essencialmente através da reflexão antes da ação, durante a ação e pós ação (SCHON, 1983) sobre as situações concretas e reais de ensino, que permitam analisar e identificar os fatores de sucesso, bem como a origem das dificuldades encontradas, tendo em conta as intenções e objetivos com que a ação educativa foi planejada. (SERRAZINA, 2012, p.273)

Nesse contexto, buscamos durante os estudos em grupo refletir sobre as situações apresentadas a fim de analisar mais criticamente o que planejávamos e como ocorreu efetivamente o ensino.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa, de natureza qualitativa, solicitou avaliação ética pelo sistema CEP/ CONEP e obteve a aprovação sob o número 42499115500005493. Analisou a participação de uma professora integrante de um grupo de estudos constituído por 7 educadores, entre professores e pesquisadores. Essa professora, que está aqui identificada por A – primeira letra do alfabeto – para preservar sua identidade, tem formação superior em Pedagogia e leciona para os anos iniciais há 19 anos.

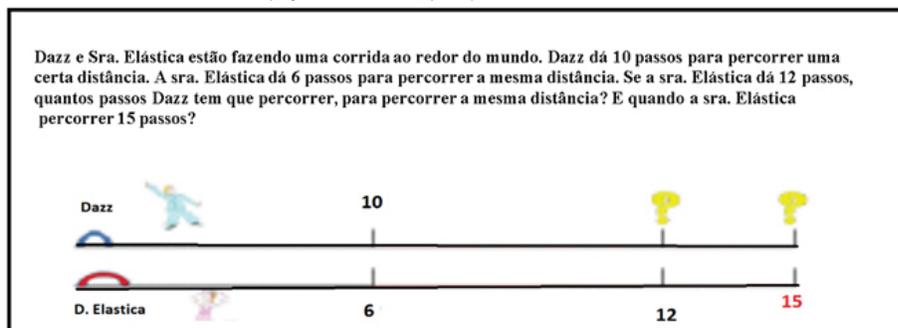
Os dados foram coletados durante as sessões de estudo por meio de registros escritos das resoluções das atividades propostas pelos pesquisadores e vídeo-gravações dessas sessões e da aula desenvolvida pela professora A. Para analisar os dados do vídeo utilizamos o conceito de evento crítico como o descrito por Powell, Francisco and Maher (2004)

um evento é chamado crítico quando demonstra uma significativa ou contrastante mudança em relação a uma compreensão prévia, um salto conceitual em relação a uma concepção anterior. Eventos críticos são contextuais. Um evento é crítico em sua relação a uma questão particular perseguida pela pesquisa. Assim, uma instância na qual os aprendizes apresentam uma explicação matemática ou argumento, pode ser significativa para uma questão de pesquisa preocupada com a construção de justificação matemática ou demonstração pelos estudantes e, como tal, pode ser identificada com um evento crítico. (Powell, Francisco & Maher, 2004, p. 104-105).

Nesse contexto procuramos seguir as orientações dos autores e selecionamos momentos nos quais observamos que a participação da professora A impulsionou a reflexão sobre a prática no grupo. Os estudos de Powell et al. (2004), também nos ajudaram a escolher os eventos que seriam discutidos com o grupo ao longo do trabalho. Neste artigo também analisaremos um evento derivado da aula desenvolvida a partir da situação apresentada a seguir, que consideramos como crítico nesse momento da atuação da professora e levamos para análise no grupo. Figura 1 mostra a atividade desenvolvida em sala.

Figura 1

Atividade desenvolvida em sala (Bryant et al., 2012, p. 43)



GRUPO DE ESTUDOS: CENÁRIO DESTA INVESTIGAÇÃO

O grupo foi constituído em uma escola municipal da Grande São Paulo, para estudar e vivenciar situações propostas por Bryant, Nunes e Evans (2012). A Figura 2 traz o diagrama com a ordenação das etapas do trabalho. Iniciamos as discussões e as reflexões por meio da proposição de uma situação próxima à que os alunos encontrariam na sala de aula (1). Depois dessa etapa, com o objetivo de identificar e compreender as

estratégias utilizadas pelas crianças e planejar a intervenção que as professoras realizariam em sala de aula, o grupo analisou soluções apresentadas pelos alunos de um estudo piloto (2) realizado por um dos pesquisadores numa intervenção anterior às sessões de estudo. É importante ressaltar que antes da realização desta investigação o estudo piloto foi desenvolvido com alunos do quarto ano, em outra unidade escolar, no qual foram propostas as mesmas situações que seriam estudadas pelo grupo. Tal estudo piloto teve o objetivo de gerar dados para a discussão do grupo na etapa (2). Passada essa etapa e de posse dos resultados dessa análise preliminar, o grupo planejou a aula que seria desenvolvida com seus alunos (3). Em seguida, ocorreu a aplicação na sala de aula, com a participação dos pesquisadores e da professora responsável pela turma (4). Finalmente, foram retomadas no grupo de estudos as discussões sobre a experiência em sala de aula (5 e 6). A Figura 2 mostra o esquema das etapas desenvolvidas no grupo de estudos.

Figura 2

Esquema das etapas desenvolvidas no grupo de estudos (Lopes, 2017, p.124)



Neste artigo apresentamos dados coletados nas etapas 1, 2, 3, 4 e 5¹, inclusive aqueles relativos aos conhecimentos da professora e às reflexões geradas no âmbito do grupo investigado – etapa 5 – durante o desenvolvimento da aula – etapa 4.

RESULTADOS E ANÁLISES

Analisaremos as cinco etapas relacionadas à proposição da situação que envolveu a ideia de proporcionalidade. Os dados foram produzidos durante os estudos realizados

¹ Nossa escolha de suprimir a etapa 6 se deve ao fato de termos um espaço limitado para apresentar a investigação e também porque, no replanejamento, o grupo decidiu apresentar aos alunos outra situação e as discussões se concentraram nessa outra situação.

pelo grupo – a vivência, a análise, a seleção e o planejamento das situações que seriam desenvolvidas com os estudantes.

Etapas 1 e 2: vivência e análise da situação pelo grupo

O grupo iniciou os trabalhos analisando a situação apresentada na Figura 1 (p. 5). A primeira reação das participantes foi reconhecer que a situação poderia ser resolvida utilizando a ideia de múltiplos. É possível notar que, inicialmente, as professoras parecem encontrar dificuldades em lidar com o diagrama apresentado junto ao enunciado da situação, mas ao longo das discussões procuraram justificar suas respostas do ponto de vista da Matemática. As Figuras 3, 4 e 5 e os respectivos diálogos ilustram o raciocínio utilizado pelas professoras. Figura 3 mostra a imagem da professora (B) quando resolvia o problema.

Professora (A) – *Esse parece problemas de múltiplos.*

Professora (D) – *Eu estava me atentando só aos números e não tinha olhado para a figura... Na minha cabeça só os números eram suficientes. E ainda tem as setinhas... que ajuda... Eu pensei na diferença primeiro. Eu pensei que uma dá 10 passos e a outra 6, então a diferença é 4. É por aí?*

Professora (A) – *Eu estou indo pela mesma lógica.*

Professora (B) – *No início eu estava pensando como vocês, mas, quando olhei pra figura... estou pensando diferente agora. Eu pensei em uma coisa e agora em outra, por causa da imagem.*

Professora (A) – *Acho que com os múltiplos não ia dar muito certo, não! Por isso que eu parei! 10 passos a Elástica fez, e o outro, só 6. Se é 12 que é o dobro, então é 20.*

Professora (B) – *Eu cheguei em dois resultados. Cheguei no dobro que é 20 e, também cheguei no 8, por causa da diferença, aí dobra e o 4 vira 8.*

Figura 3

Professora (B) resolve o problema (Lopes, 2017)



No geral, notamos que a Professora A parecia um pouco insegura para reconhecer a melhor estratégia. Ficou explícito que esse conhecimento comum do conteúdo não fazia parte de seu repertório, pois ela transitou entre o raciocínio aditivo e multiplicativo e parecia não perceber que poderia se utilizar dos múltiplos para resolver a situação. Todavia, ao final, ela pareceu encontrar a solução para a situação, utilizando-se da ideia de dobro.

Observando o ocorrido, as pesquisadoras procuraram ampliar a discussão matemática sobre a ideia de múltiplo e refletiram com o grupo acerca da relação desse

conteúdo matemático com a ideia de proporcionalidade. Depois disso, procuramos aprofundar a análise das estratégias discutidas anteriormente, sobre a quantidade de passos, mas as professoras não se atentaram para o aumento, na mesma proporção, da diferença entre os passos entre as duas personagens. Nesse contexto, as pesquisadoras aproveitaram o momento para chamar a atenção do grupo para tal fato. Observamos ainda que as professoras pareciam reconhecer o aumento proporcional. Figura 4 mostra o esquema usado pela Professora (D).

Figura 4

Esquema usado pela Professora (D) (Lopes, 2017)



Pesquisadora (1) – *Vamos tentar entender o que vocês estão falando... Uma coisa foi o que vocês fizeram... seis passos ... daí como a Elástica andou o dobro, mais seis, para ela dar 12 passos. E a Dazz? No início ela estava no 10 e, depois de andar, Dazz vai estar onde?*

Professoras – *Também 10.*

Pesquisadora (1) – *Então...*

Professoras – *10 com 10, vai estar no 20.*

Pesquisadora (1) – *Esse é um jeito de pensar proporcionalmente, não acham? Qual é a diferença na maneira de pensar para quem respondeu 8?*

Ninguém respondeu imediatamente. O grupo refletiu sobre a situação.

Professora A – *Vejam, ela olhou para a diferença entre as distâncias, só que a pergunta não foi sobre a diferença, é isso?*

Professora B – *Nossa, é verdade, vejam a diferença deu 4 entre os passos da Elástica e Dazz, daí tirou 4 do 12, por isso deu 8.*

Professora (D) – *Eu devia ter continuado meu gráfico [referindo-se à representação na reta – ver Figura 4], que eu estava fazendo número por número. Ai no meio eu pensei em descobrir a diferença primeiro, mas não dá para fazer pela diferença?*

Pesquisadora (1): *Vamos pensar: aqui a gente estava analisando o que aconteceu com os passos de Elástica e quando eu fui analisar a Dazz, separadamente, mantive a mesma "proporção" entre os passos das duas.*

Professora (A) – *Elástica dobrou e Dazz também dobrou.*

Pesquisadora (1): *Isso. Mas será que numa relação proporcional, a diferença se mantém? O que eu tenho que ver?*

Professoras – *Silêncio.*

Pesquisadora (2): *Vamos pensar outro exemplo: se eu uso 2 xícaras de açúcar para 3 de leite, se eu dobrar a receita será?*

Professoras – *4 de açúcar para 6 de leite.*

Professora (B) – *Nossa, é verdade, a diferença entre o açúcar e o leite no início era 1 e passou para 2, a diferença não se mantém.*

Professora (A) *Verdade a diferença dobra também.*

Professora (D) – *Então eu estava no caminho, só precisava pegar a diferença que era 4 e dobrar 8 e somar ao 12, daria o 20.*

Professora (B): *É engraçado, com a ansiedade, você quer resolver certo e fica inseguro. Acharo que precisa terminar rápido, e nem pensamos que esse problema não é mais de comparação de relações [referindo-se às situações anteriores].*

Nesse episódio foi possível destacar a preocupação da professora A em explicitar sua reflexão sobre a forma de pensar dos colegas “*Vejam, ela olhou para a diferença entre as distâncias, só que a pergunta não foi sobre a diferença, é isso?*”; foi ela que chamou a atenção do grupo para o olhar para a diferença e concluiu que a diferença dobrava também. Nesse contexto, consideramos que a professora A, assim como as demais, a princípio encontrava dificuldades de observar a proporcionalidade presente na situação, mas nesse momento da discussão em grupo, pós-ação, ela parecia já estar com um olhar mais investigativo para a situação, como nos aponta Serrazina (2012, p.273). Acreditamos que ela já mostrava alguma preocupação em investigar “a origem das dificuldades encontradas” pelo grupo para resolver a situação.

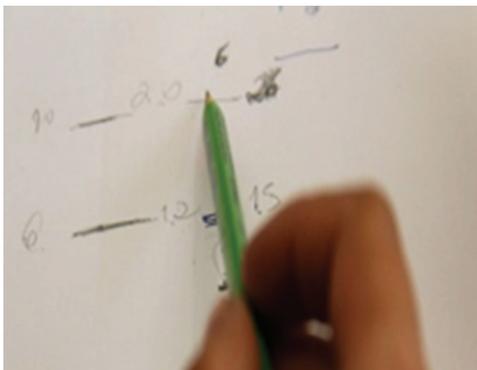
Depois dessa discussão procuramos ainda refletir acerca das diferenças e aproximações entre o raciocínio aditivo e o multiplicativo, além de mostrar a diferença entre a situação de comparação que envolvia proporcionalidade. Ao final da discussão, a Professora B já reconhecia a diferença entre as situações que envolviam a “comparação de relações” e a situação que estava sendo estudada; todavia, como a Professora A não se manifestou, não tivemos indícios desse reconhecimento por parte dela.

Analisando o ocorrido, além de depoimentos como os da Professora A que, recorrentemente, destacava: “*precisamos muito disso, estudar mais o conteúdo para entender melhor como se dá o ensino*”, foi possível constatar, por parte de integrantes do grupo, indícios da necessidade de aprofundar seu conhecimento do conteúdo matemático e de seu ensino, ou seja, dominar um conhecimento que combinasse o saber sobre o ensino e sobre a Matemática (Ball et al., 2008).

Cabe destacar que o raciocínio proporcional presente na situação não foi trivial, uma vez que, dando continuidade à sessão de estudo, foi proposta ao grupo outra questão para o mesmo problema; nessa oportunidade, foi notório que a Professora (B) ainda encontrava dificuldade para explorar as propriedades relacionadas ao fator de proporcionalidade. Figura 5 mostra a professora (B) explicando seu raciocínio para o grupo.

Figura 5

Professora (B) explicando seu raciocínio (Lopes, 2017)



Pesquisadora (2) – A Terezinha² ainda deixa outra questão para os alunos: “Peça aos alunos para descobrirem quantos passos Dazz dá quando a Sra. Elástica dá 15 passos”.

Pesquisadora (1) – Vamos pensar. A Elástica anda 6, depois mais 6, totalizando 12.

Professora (B) – Eu achei 26.

Professora (A) – Por que 26?

Professora (B) – Porque foi 3 a mais, e, como está sempre dobrando, então vai ser mais 6. Do 6 dobrou, foi pro 12. Do 10 dobrou e foi para o 20. Se aqui aumentou 3, então vai aumentar o dobro no outro, então 6.

Professora (B) – Então em cima não posso pôr 3 porque dá mais passos, então eu tenho que dobrar em cima, porque demora mais, por isso o 6 que eu achei. O dobro de 3.

Pesquisadora (1) – Vai aumentar, mas será que é o dobro do que andou Elástica? [nesse momento a Professora B fica pensativa e foi interrompida pela Professora D].

Professora (D) – Eu acho que se eu estou olhando para Dazz e Elástica, tenho que olhar separadamente, só dobro a diferença que seria 16, mas se eu quisesse o dobro, mas não é o dobro.

Professora (A) – Eu cheguei no 25. Do 0 ao 6, do 6 ao 12 e do 12 ao 18, se ela desse mais 6... e o outro chegaria no 30, aumentando de 10 em 10. Pra chegar no 15, seria a metade do 12 pro 18... metade de 6 seria 3... a metade de cima (intervalo entre 20 e 30) foi 25.

Professora (B) – Agora entendi, eu tenho que olhar para Dazz. É 25.

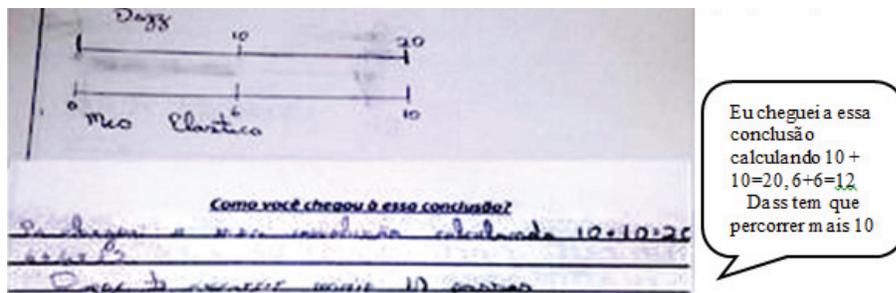
O grupo analisou o fato de que essa situação enfatizava a ideia de correspondência, explorando a relação de proporcionalidade para cada personagem; entretanto, foi observado que as dúvidas apresentadas pela Professora (B) poderiam estar vinculadas a relações estabelecidas com as situações aditivas resolvidas pelo grupo em outras sessões de estudo. Nesse momento, a Professora A mostrou mais segurança ao apresentar sua resolução – conhecimento comum do conteúdo – porém, parecia ainda não ter essa mesma segurança para interpretar o equívoco da colega – conhecimento do conteúdo e do estudante – (Ball et al., 2008).

Etapas 2 e 3 – Análise das estratégias utilizadas pelas crianças do estudo piloto² e planejamento da aula a ser desenvolvida

O grupo analisou também três protocolos dos estudantes do projeto piloto por acreditar assim como Ball et al. (2008, p.7) ser importante a reflexão do professor acerca das possíveis estratégias dos estudantes (corretas ou não) e a identificação da fonte dos erros cometidos por estudantes (habilidade que faz parte do conhecimento do conteúdo especializado). Para exemplificar, expomos as discussões geradas a partir da análise da resposta do Aluno C. A Figura 6 mostra o protocolo do Aluno C do estudo piloto em relação ao problema de Dazz de Sra. Elástica.

Figura 6

Protocolo do Aluno C do Estudo Piloto em relação ao problema de Dazz e Sra. Elástica (Lopes, 2017)



Professora (B) – A resposta foi 10, mas 10 é a diferença, não é? Está errado.

Professora (A) – O que o aluno pensou aqui. Fez certinho, $10 + 10 = 20$ e $6 + 6 = 12$. [apontando para a resposta descrita pelo aluno no item “como você chegou à conclusão”]. Parece que ele errou foi na hora de escrever lá no gráfico, em vez de 12 registrou 10. O raciocínio estava correto: Dazz já estava no 10 vai percorrer outros 10 passos.

Professora (B) - O professor pode interpretar como se ela tivesse errado, por que escreveu que “Dazz te percorreu mais 10 passos” [referindo-se a resposta registrada pelo aluno], mas o aluno pensou direitinho: ao invés de registrar desde o começo, ele indicou a partir dos 10 que já tinha percorrido.

Outros protocolos foram analisados, mas a preocupação maior das professoras foi discutir se os alunos conseguiriam resolver a situação com apoio das barrinhas³ ou se a melhor opção seria, como sugerido por Bryant *et al* (2012), deixá-los resolver apoiados no esquema apresentado na situação. A Professora (A) afirmou que não se utilizou das barrinhas. A Figura 7 mostra a resolução da primeira questão do problema usando as barrinhas e a Figura 8 a resolução da segunda questão.

² Reiteramos que desenvolvemos, em um estudo piloto com um grupo de alunos brasileiros, a sequência proposta por Nunes *et al* (2012) com o intuito de, após ter vivenciado possíveis dificuldades encontradas por esses alunos, selecionarmos situações a fim de desenvolver a etapa 2. Nesta pesquisa mostramos como o grupo de professoras analisou a resolução das crianças para uma das situações problema.

³ Apoiadas em Bryant et. al (2012) as professoras propuseram, em outras situações problemas anteriores (as quais não foram apresentadas neste artigo), que os alunos se utilizassem de barrinhas para pensarem nas relações entre quantidades, todavia nesta situação Bryant et. al. (2012) propõe somente o uso do esquema gráfico apresentado na situação.

Notamos que, nessa sessão, a preocupação dos professores centrava-se na forma como se daria o ensino e não unicamente nas análises dos esquemas utilizados pelos estudantes – foco maior no conhecimento do conteúdo e do ensino (Ball et al., 2008). Um fato interessante a ser notado é a decisão, mantida pelo grupo, da utilização das barrinhas como material de apoio, diferentemente do que é proposto por Bryant et al (2012). Nesse sentido, consideramos, assim como Zeichner (1993) que os participantes desse grupo assumiram uma atitude reflexiva em relação ao seu ensino trazendo à tona suas “teorias práticas” para análise crítica e discussão, no caso a crença que o trabalho anterior com as barrinhas poderia impulsionar a aprendizagem dos estudantes. Depois de analisar os encaminhamentos dados à situação em sala, o grupo discutiu acerca da relevância de trabalhar a proporcionalidade nos anos iniciais, e a professora (A) novamente considerou:

Professora (A) - *Por exemplo, desde a receita, fração, porcentagem, você trabalha muito com a proporcionalidade e utiliza o raciocínio proporcional, que é uma coisa que a gente não se liga [referindo-se ao fato de que muitas vezes os professores não reconhecem que estão tratando dessa temática]. E o currículo atual tem chamado atenção pra essas coisas. E muitas vezes a escolha dos problemas que trabalhamos na sala não favorece isso. É a proporcionalidade que ele vai usar no dia a dia. É isso que o aluno vai usar. Estimular a pensar.*

Professora (D) - *E agora fica claro pra gente, quando você está lá lidando com o aluno, pra intervir é tão mais fácil. Depois que nós passamos por esse processo e entendemos a relação, pra explicar pra ele, é muito mais fácil.*

Nesse momento, a Professora (A) procurou inter-relacionar o tema proporcionalidade com a disciplina Matemática e com a realidade. Ao final da sessão planejaram a aula: optaram por apresentar a situação da forma como foi desenvolvida no grupo e oferecer às crianças, barrinhas coloridas que poderiam ser utilizadas para representar os passos de cada um dos personagens do problema⁴. Fundamentados em Ball et al. (2008), consideramos que o domínio de conhecimentos do horizonte do conteúdo sobre a proporcionalidade ampliou as possibilidades de que a Professora (A) e as demais integrantes do grupo estabelecessem conexões entre os diversos conteúdos matemáticos. Tal domínio pode favorecer igualmente o desenvolvimento de conhecimentos curriculares a respeito do raciocínio proporcional.

Pensando no ocorrido, é possível afirmar que, para as participantes deste estudo, a resolução desse tipo de situação só se tornou evidente depois de discutir mais a fundo a situação. Foi possível identificar, do ponto de vista de Ball et al. (2008) que, à medida que se ampliava o domínio do conteúdo específico – nesse caso, do raciocínio proporcional – por parte dos professores, houve igual ampliação de conhecimentos para o seu ensino, por exemplo, quando a professora (A) afirmou: “*não trabalhamos muito com essa ideia na sala de aula*”.

⁴ Nos estudos em grupo analisamos o Método Modelo de Cingapura - MMC – e propusemos que as crianças se utilizassem de barrinhas para modelar as situações. O MMC é um método específico de resolver problemas matemáticos que utiliza barras retangulares como representações pictóricas de relações quantitativas em situações problema.

É possível constatar, na manifestação dos participantes desse grupo, indícios de uma das características que se busca na formação básica para constituição docente: o sujeito coletivo. Observamos que os participantes pareciam compreender a colaboração como uma forma eficaz de enfrentar os problemas e desafios da prática docente, diante do contexto de incertezas e mudanças (Fiorentini & Nacarato, 2005).

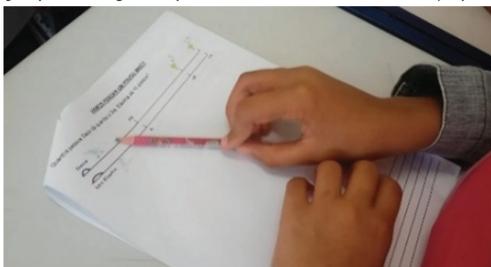
Etapa 4 – Imersos na prática docente

Nesta etapa, apresentamos o trabalho com a mesma situação na sala da Professora (A). Inicialmente, a professora entregou a folha com as questões e leu em voz alta a atividade para a turma, enquanto os alunos acompanhavam atentamente. Em seguida, pediu aos estudantes que observassem com atenção os desenhos e registrassem tudo de maneira clara. A professora (A) orientou: *“Então vocês vão ter que pensar muito! Leiam novamente. Olha bem pro desenho! Olhem a interrogação aí. Eu quero saber quantos passos o Dazz vai dar quando ela [referindo-se à sra. Elástica] der 12 passos”*.

A professora preocupou-se em orientar os alunos para observar a pontuação, a representação gráfica e o questionamento. Ela relatou que a primeira questão foi resolvida sem maiores problemas. Questionou os alunos sobre a resolução e, quando percebeu que a maioria já havia terminado a primeira questão e resolvido corretamente, dirigiu-se à frente da sala para ler em voz alta a segunda questão e pediu novamente que observassem atentamente o desenho: *“Cuidado com esse! Tem que pensar um pouquinho! Olhe para o desenho e pense!”*. Como nós havíamos resolvido a questão no grupo de estudos e foram muitas as discussões em torno dessa atividade, a primeira ideia da professora, possivelmente, era que os alunos também tivessem a mesma dificuldade que o grupo de professores sentiu. Assim, foi até as carteiras investigar as estratégias utilizadas pelas crianças, aqui exemplificadas nas Figuras 9 e 10. A Figura 9 mostra o aluno 3 mostrando a solução por ele pensada para a segunda questão da situação apresentada.

Figura 9

Aluno 3 mostrando a solução para a segunda questão de Dazz e Sra. Elástica (Lopes, 2017)



Aluno 3 – Dazz deu 10 passos. E 10 mais 10 é 20. A Sra. Elástica deu 6 com 6, que é 12.

Professora (A) – Mas por que 25? Como você conseguiu achar os passos para esse pedacinho aqui? [apontando para a última distância].

Aluno 3 – Só que no último pedaço ela dividiu e deu 15, e a metade de 6 é 3. Então no Dazz a gente fez igual. A gente pegou 10 e dividiu e ficou 25.

O estudante raciocinou proporcionalmente para os passos de cada um dos personagens da situação. Da mesma forma, a professora A acompanhou outras duplas, questionando o raciocínio utilizado para chegar no 25, isso ocorreu até se deparar com as dúvidas da Aluna 10. Depois de algumas tentativas, a professora chamou-a à frente e resolveu utilizar o corpo, para exemplificar a relação entre a quantidade de passos dados por Dazz e Elástica. A Figura 10 mostra a professora (A) propondo à aluna uma vivência do que foi descrito na situação.

Figura 10

Professora (A) propondo à aluna vivenciar o que foi descrito na questão de Dazz e Sra. Elástica (Lopes, 2017)



Professora (A) – É a mesma distância. Você andou 6 enquanto eu andei 10. Você andou mais 6 e eu mais 10.

Professora (A) – Então, quantos passos eu andei?

Aluna 10 – Não sei professora!

Professora (A) – Então vamos novamente! Vamos caminhar juntas.

A professora se sentiu confiante para utilizar uma estratégia não discutida no interior do grupo – corporificar a situação. Todavia, percebemos durante a nossa observação da aula que, ao invés de dar ênfase à contagem do número de passos, deu ênfase à velocidade no deslocamento na discussão com uma das alunas. Como esse fato não interferiu nas discussões com os alunos, as observadoras não interferiram in loco e deixaram as observações para serem feitas durante a discussão com o grupo de professoras.

Ao final da aula, a professora chamou duas duplas para apresentar as duas soluções corretas. As alunas 14 e 15 foram ao quadro resolver a primeira questão. A Figura 11 mostra a resolução da situação proposta por uma dupla de alunos na lousa.

Figura 11

Resolução da situação na lousa (Lopes, 2017)



Professora (A) – Explique como você pensou pra nós.

Aluna 14 – Nós pegamos a barrinha rosa pra Sra. Elástica e a roxa pro Dazz. Então duas barrinhas rosa é também duas barrinhas roxas. Então é o dobro dos passos.

As alunas se utilizaram das barrinhas para responder à questão. Para referir-se à segunda questão, outra estudante – aluna 21 – foi à lousa, reproduziu o desenho que aparecia na situação.

Aluna 21 – Bom, eu pensei bastante. Olhei a da Elástica e vi que ela já tinha 12 passos e chegou no 15. Andou mais 3 passos. Dazz tinha dado 20 passos e andou mais 5 e deu 25 passos.

Professora (A) – Como você encontrou o 5?

Aluna 21 – Eu vi que o 3 da Elástica era a metade do 6 que foi a quantidade de passos que ela deu em cada parte. Aí achei que o de cima também era igual. Metade dos passos que Dazz dava em cada parte, então coloquei 5.

Professora (A) – Metade de 10?

Professora A – Você usou as barrinhas?

Aluna 21 – Usei não.

Notamos que ao escolher os alunos para apresentar soluções aos colegas a professora procurou levar um aluno que resolveu com auxílio da barrinha e outro sem esse recurso. Todavia quando socializou os resultados optou por não discutir nenhuma das estratégias equivocadas.

A professora demonstrou desenvolver nessa aula uma postura aberta ao diálogo, procurando ouvir seus alunos, socializando resultados. No geral, foi possível observar que, por um lado, os estudos realizados no interior do grupo desenvolveram uma base de conhecimentos que favoreceu uma atitude mais propositiva por parte da professora, todavia eles não conseguiram evitar que limitações no conhecimento comum e especializado comprometessem igualmente conhecimentos pedagógicos e conhecimentos do ensino e do estudante (Ball et al., 2008).

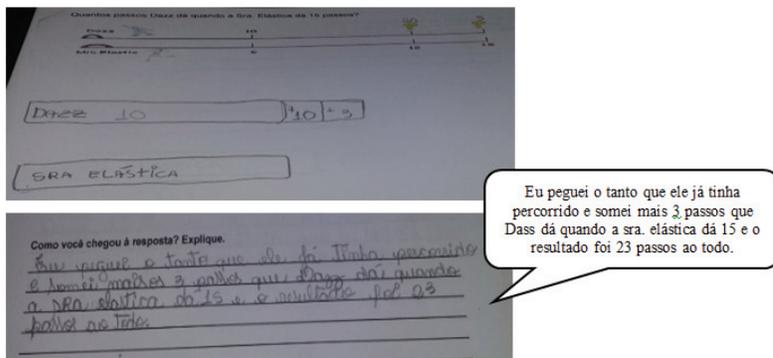
Etapa 5: Discussões e reflexões sobre o ocorrido na sala

As discussões e reflexões sobre as ações desenvolvidas na sala ocorreram em dois dias. No dia em que a observação ocorreu, analisamos o desempenho e estratégias dos alunos; categorizamos as resoluções dos alunos da Professora (A) em acertos e erros: estavam presentes 25 alunos que trabalharam em 11 duplas e um grupo de 3. Os 25 alunos acertaram a resposta à primeira questão do problema. Porém, em relação à segunda questão, o resultado foi diferente. Dos 25 alunos que resolveram a segunda questão, 14 responderam corretamente e 11 não conseguiram chegar à resposta correta.

De posse desses dados, optamos, no âmbito do grupo, por abrir para que a professora relatasse para as demais participantes como foi a aplicação da atividade e depois olhar mais atentamente para as produções dos alunos, na tentativa de entender a resposta dada. A professora (A) informou que as crianças resolveram rapidamente a situação. Nesse momento, a Professora (B) se manifestou: “Foi aquele que nós não conseguimos enxergar o 5 do Dazz? Eles também sentiram dificuldades?”. A Figura 12 expõe a resolução.

Figura 12

Protocolo da Aluna 4 em relação à resolução da segunda questão de Dazz e Sra. Elástica (Lopes, 2017)



Professora (A) – Pior que não! Algumas crianças responderam só olhando.

Professora (B) – Eu me lembro que nós conseguimos observar a metade da Elástica, mas não fazia o mesmo com o Dazz.

Professora (A) – Eu tive que encenar pra tentar explicar...

Pesquisadora (1) – Quais dificuldades?

Professora (A) – Foi na hora de pensar nessa finalização da metade dos passos. Muitos deles perceberam no desenho da Elástica que cada parte valia 6 e que a “partezinha” final valia 3. Só que colocaram 3 na parte de cima também, por isso encontraram o 23.

Professora (A) – Mesmo eu explicando pra aluna 10, mostrando que era a mesma quantidade, ela não entendia.

Pesquisadora (3) – Veja, no protocolo, que alguns alunos encontraram o 3 para a Elástica e jogou o dobro para o Dazz e encontraram 26 como resposta.

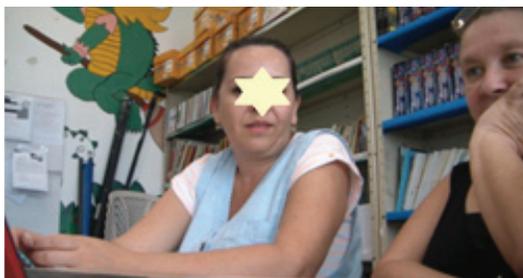
Professora (A) – Eu observei várias coisas diferentes. Um deles fez que cada passo que Dazz deu tem uma diferença de 4 para a Sra Elástica. Percebeu que na segunda parte também tinha uma diferença de 4 e concluíram que na terceira parte dos passos a diferença também deveria ser 4. Como no intervalo de 12 a 15 a diferença era 3, concluíram que o intervalo da Dazz teria que ser 7 (3+4). Total de passos de Dazz foi 27. Olhar e intervir, e isso não é tarefa fácil. Intervir de modo que eles enxerguem o que realmente está acontecendo, mas eu notei que eles ampliaram suas justificativas [referindo-se ao fato de os alunos estarem detalhando melhor suas estratégias de resolução em relação ao início do projeto].

Neste diálogo há evidências de algumas das categorias de conhecimento profissional explicitadas pelas professoras, sobretudo a do conhecimento especializado do conteúdo ou a do conteúdo e do estudante. Nessa sessão, os professores, bastante preocupados em analisar as estratégias das crianças, ponderaram que, diferentemente do que Bryant et al. (2012, p. 46) observam, para os alunos investigados pelas professoras não foi tão fácil pensar “em reduzir para metade o número de passos”, pois, como justificou a Professora (A), “as crianças não estavam habituadas a resolver esse tipo de problema [vinculado a situações envolvendo a ideia de proporcionalidade]”. Entretanto, a professora (A) já parecia notar avanços no desempenho dos alunos quanto à argumentação não só quando resolviam as situações, mas também quando descreviam suas estratégias. Por outro lado, é importante destacar que as participantes ainda sentiam dificuldades para problematizar as soluções encontradas pelas crianças (conexão entre conhecimento do conteúdo e do ensino e do estudante). Sobre essa temática a pesquisadora perguntou à professora que critério ela utilizou para escolher os alunos que apresentariam suas respostas para a sala. A Professora (A) assevera: “*na aula eu optei por apresentar uma resposta com barrinha e outra sem, escolhi dois alunos que acertaram e eu não tive tempo de apresentar as outras soluções, eu queria discutir o erro, mas me senti um pouco insegura, achei que poderia falar bobagem*”. Nesse contexto, acreditamos ter mais uma evidência de que a professora, naquele momento ainda não se sentia segura quanto aos seus conhecimentos do conteúdo e do estudante como descrito por Ball et al. (2008).

Em outra sessão analisamos o evento crítico (Powell, Francisco & Meher, 2004) que selecionamos para trazer para discussão no grupo. No início questionamos se lembravam da situação que discutia os passos de Dazz e Sra. Elástica e nos propusemos a analisar alguns trechos. Iniciamos por trechos em que a Professora (A) fazia boas problematizações, até apresentar a cena em que ela tentava corporificar a situação dos passos de Dazz e Sra. Elástica. Antes de começar, a Pesquisadora (1) ressaltou que a intervenção só não tinha sido perfeita em razão de um detalhe que poderia ter motivado a dificuldade de entendimento de uma aluna. A Figura 13 mostra a *Professora (A) assistindo a sua própria intervenção na aplicação do problema de Dazz e Sra. Elástica*.

Figura 13

Professora (A) assistindo a sua própria intervenção na aplicação do problema de Dazz e Sra. Elástica (Lopes, 2017)



Professora (A) – *O que eu fiz? Não enxerguei. Ela andou 6 e eu andei 10, até aí estava certo.*

Pesquisadora (1) – *Tudo certo.*

Professora (A) – *Foi na volta que eu tentei explicar novamente?*

Pesquisadora (1) – *Não! Quando você dava o passo....*

Professora (A) – *O meu passo estava quase do tamanho do dela?*

Pesquisadora (1) – *Vamos assistir ao comecinho de novo.*

Mais uma vez assistimos ao início do vídeo quando a Professora (A) falou em dar passos lentos e rápidos. Imediatamente ela se manifestou.

Professora (A) – *Passos lentos!*

Pesquisadora (1) – *Era lento? Ou era curto?*

Professora (A) – *Não! Era curto. Ai Jesus!*

Professora (A) – *Entendi o que eu errei.*

Pesquisadora (1) – *Essa seria outra variável, seria a velocidade. O que a gente pensou foi se a aluna não se confundiu por isso. Ela pode ter confundido você não acha?*

Professora (A) – *Ficou muito forte pra mim o lento. E era o curto. O que é legal é isso. Aqui a gente vê o que fez e refletir.*

Pesquisadora (1) – *Nossa intenção é essa.*

Professora (A) – *Às vezes uma palavra pode comprometer a explicação. Algum aluno ainda comentou que era pra eu ir devagar igual ao avô dele.*

Pesquisadora (1) – *Aí seria um outro problema. Falar num espaço fixo e numa velocidade maior ou menor. Se a gente for olhar na nossa sala o tempo todo, a gente sempre vai encontrar algo que poderia fazer diferente.*

Professora (A) – *Sempre!*

Pesquisadora (2) – *Às vezes eu saio de uma sala e quando eu vou pra outra sala falar sobre o mesmo assunto, eu vejo que não fui feliz em algumas colocações e já mudo. Isso é normal!*

Pesquisadora (1) – *Isso é uma reflexão sobre a ação do professor. E o professor não tem tempo. O que nós queremos colocar no nosso trabalho é essa importância de ter espaço para o professor refletir. Assim ele vai melhorando a prática. Sem pudor, sem medo. Todos nós acertamos e erramos.*

Professora (A) – *Foi bom eu assistir. Agora tenho que me policiar mais.*

Pesquisadora (1) – *Era só olhar para o tamanho do passo. Um com passo maior e outro com passo menor*

Como a Professora (A) parecia estar incomodada com o “erro”, assistimos ao trecho do vídeo inicial no qual explicava para a turma o problema em voz alta. Averiguamos

que ali a professora falava unicamente de comprimento e passos. Na tentativa de se fazer entender para a aluna, a Professora (A) lançou mão da encenação e junto com ela os passos “lentos” e “rápidos”, ao invés de longos e curtos.

Professora (A) – *Acho que eu tentei um substantivo [referindo-se à grandeza] que não era certo.*

Pesquisadora (2) – *Ficou claro no vídeo que foi na ânsia de tentar ajudar ela mesmo.*

Professora (A) – *Eu entendi que a intenção de vocês é fazer essa reflexão e mostrar como é importante.*

Pesquisadora (1) – *Se tivesse espaço pra fazer esse tipo de reflexão, olhar pro que fez, seria bom para o professor? Na sua opinião isso é importante?*

Professora (A) – *Muito. Muito mesmo! Olhar para o que a gente fez ajuda a mudar pra melhor. Eu comecei corretamente e depois eu finalizei de uma outra maneira, eu posso ter confundido mesmo a cabecinha dela. Não estava falando em rápido e lento. Olhar o que a gente faz e fala seria muito bom. Até pra voltar e trabalhar novamente.*

Percebemos que, nesse episódio, a Professora (A), em especial, realiza um processo crescente de reflexão sobre a própria prática, no âmbito da comunidade de prática constituído para o desenvolvimento deste estudo. É possível notar, considerando os pressupostos de Zeichner (1993), que essa sessão possivelmente favoreceu o que ele destaca como desenvolvimento profissional, para esse autor:

Uma maneira de pensar na prática reflexiva é encará-la como a vinda à superfície das teorias práticas do professor, para análise crítica e discussão. Expondo e examinando as suas teorias práticas, para si próprio e para os seus colegas, o professor tem mais hipóteses de se aperceber das suas falhas. Discutindo publicamente no seio de grupos de professores, estes têm mais hipóteses de aprender uns com os outros e de terem mais uma palavra a dizer sobre o desenvolvimento da sua profissão (Zeichner, 1993, p.22)

Notamos nessa sessão que, expondo e examinando suas teorias e sua prática, a Professora (A) não se eximiu de discutir na comunidade suas dificuldades e procurou aprender (e ensinar) com seus pares sobre o ofício de educar.

CONCLUSÕES

Durante todo o desenvolver dos estudos em grupo, percebemos, com o olhar dos domínios dos conhecimentos propostos por Ball et al. (2008), que as participantes ampliaram seus conhecimentos acerca da situação aqui apresentada. A inter-relação entre as diferentes categorias de conhecimento profissional gerou reflexões sobre proporcionalidade e sobre seu ensino. A aquisição do conhecimento comum do conteúdo

esteve atrelada aos questionamentos e à avaliação da própria prática. A Professora (A) aprimorou seus conhecimentos relativos ao ato de raciocinar sobre a proporcionalidade, o que favoreceu a ampliação do conhecimento profissional especialmente, os ligados ao conhecimento comum, do ensino e curricular; o conhecimento do conteúdo e do ensino foi desenvolvido, mas ela avalia que ainda não se sentia segura para discutir as estratégias equivocadas de seus alunos, ou seja, carecia ainda de conhecimento especializado do conteúdo. Entretanto, analisando todo o processo foi possível perceber que vivenciar a resolução de problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade e analisar a forma como os alunos pensavam no momento da resolução trouxe a (re)significação de conhecimentos para o ensino, à medida que as professoras ficavam mais seguras para intervir de forma mais construtiva no processo de aprendizagem dos alunos.

Foi possível constatar que a Professora (A), enquanto estudava a situação que envolvia a ideia de proporcionalidade, no interior do grupo, desenvolveu o que Zeichner (1993) considera um processo que envolve intuição, emoção e paixão; e isso ampliou sua capacidade de reflexão. Mesmo com as limitações pontuais aqui observadas, consideramos que a participação no grupo possibilitou que ela aprofundasse seu modo de olhar para sua prática e para a aprendizagem de seus alunos. Nesse contexto, consideramos assim como Serrazina (2012) e que a reflexão realizada no interior do grupo contribuiu significativamente para ampliação do desenvolvimento dos conhecimentos profissionais das docentes envolvidas e permitiu um olhar mais crítico sobre a sua prática profissional.

DECLARAÇÕES DE CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

Garcia Silva supervisionou o projeto. Lopes e Garcia Silva conceberam a ideia apresentada. Lopes e Garcia Silva desenvolveram a teoria, adaptaram metodologia a esse contexto, criaram modelos, executaram as atividades e coletaram os dados no interior do grupo de estudos. Lopes e Garcia Silva analisaram os dados. Lopes, Garcia Silva e Galvão discutiram os resultados e contribuíram para a versão final do manuscrito.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pelo autor correspondente, S.C.L., mediante solicitação.

REFERÊNCIAS

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407
- Borba, R.E.S.R. & Silva, J.A. (2016) Dize-me o que conheces, e eu te direi o que e como podes ensinar. In: Martins, E. & Lautert, S. *Diálogos sobre o Ensino, Aprendizagem e a*

Formação de professores: Contribuições da Psicologia da Educação Matemática (pp. 74-97). Autografia.

Bryant, P.; Nunes, T.; Evans, D.; Gottardis, L. & Terlektsi, M. (2012) *Teaching mathematical problem solving in primary school*. Department of Education, University of Oxford.

Correia, D. S. (2018) *O desenvolvimento profissional de professores que ensinam as estruturas multiplicativas*. (199 f.) Tese Doutorado, Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

Dante, L. R. (1998) *Didática da resolução de problemas de matemática*. 2. ed. Ática.

Fiorentini, D. (2004) Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: Borba, M. C. & Araujo, J. L. *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. (pp.47-76). Autêntica.

Nacarato, A. (2000) *Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria*. (344 f.) [Tese Doutorado em Educação]. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/252861?mode=full>

Lopes, S. C. (2017) *Comunidade de prática para o desenvolvimento de competências profissionais voltadas para a resolução de problemas matemáticos de relações contextuais*. (289 f.) Tese Doutorado, Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo. <https://repositorio.pgsskroton.com.br/handle/123456789/16856>

Lesh, R.; Post, T. & Behr, M. (1988) Proportional reasoning. In: Hiebert, J. & Behr, M. *Number concepts and operations in the middle grades*. Tradução de E. E. Ana Isabel Silvestre. (pp.93-118). Lawrence Erlbaum.

Miranda, M. S. (2014) *Uma investigação sobre a (re)construção do conhecimento de professores participantes de um grupo que estuda o campo conceitual aditivo*. (204 f.) Dissertação Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Educação em Educação Matemática]. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo. <https://repositorio.pgsskroton.com.br/bitstream/123456789/3621/1/Mirtes%20de%20Souza%20Miranda.pdf>

Miranda, M. S. (2019) *Escola como espaço de (re)significação de conhecimentos matemáticos para o ensino: a constituição de um grupo que estuda o currículo e investiga a própria prática*. (262 f.) Tese Doutorado, Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

Powell, A.; Francisco J. & Maher, C. (2004) Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. Tradução de Antônio Olímpio Junior. *Boletim de Educação Matemática BOLEMA*. Rio Claro, 21. Robutti, O.; Cusi, A.; Clark-Wilson, A., Jaworski B.; Chapman O.; Esteley C.; Goos M.; Isoda M. & Joubert M. (2016) ICME international survey on teachers working and learning through collaboration: June 2016 *ZDM Mathematics Education* 48: 651. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0797-5>

Serrazina, M. L. (2012) Conhecimento Matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista eletrônica de Educação*, 6, n. 1, mai. Ensaio. ISSN 1982-7100. <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/355/162>.

Zeichner, K. M. (1993) *A formação reflexiva de professores: ideias e práticas*. Educa-Professores.