

Apoyando a los futuros profesores a reflexionar

Yuri Morales-López^a
 Daniela Araya-Román^{a,b}

^a Universidad Nacional, Escuela de Matemática, Heredia, Heredia, Costa Rica

^b Universidad Estatal a Distancia, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, San José, San José, Costa Rica

Recibido para publicación el 13 de enero de 2020. Aceptado después de su revisión el 1 de marzo de 2020.

Editora diseñada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMEN

La reflexión docente constituye un mecanismo para evaluar y mejorar la práctica educativa. Para lograr una reflexión eficiente, es conveniente contar con herramientas o pautas que apoyen esta actividad. Este trabajo tiene como objetivo presentar los resultados de una investigación sobre la incidencia del estudio básico de algunas nociones teóricas del enfoque ontosemiótico en el desarrollo de la capacidad de reflexión de los futuros profesores de matemática sobre las prácticas docentes. Se realizó con un grupo de siete estudiantes durante el segundo semestre de 2018 y se abordó mediante tres fases: los participantes realizaron una reflexión sobre la práctica de aula observada en una secuencia de video, sin intervención; luego, se desarrolló una actividad formativa sobre algunas nociones teóricas del enfoque ontosemiótico y, posteriormente, se realizó una nueva práctica reflexiva sobre la continuación de una secuencia de video. El análisis de los datos se enfocó en la identificación y comparación de elementos referentes a indicadores de idoneidad presentes en ambas reflexiones. Los resultados muestran que, los participantes logran exponer ideas más claras y, principalmente, realizan justificaciones sobre sus juicios de valor. Se concluye que con el uso adecuado de conceptos de un marco teórico y la reflexión guiada se puede producir un cambio en la forma de reflexión desde una descripción de eventos a interpretaciones y análisis de las situaciones.

Palabras clave: futuros profesores; reflexionar; formación de docentes; análisis de videgrabaciones; educación matemática, profesor reflexivo, reflexión docente.

Supporting Preservice Teachers to Notice

ABSTRACT

Teacher reflection is a mechanism to evaluate and improve the educational practice. To achieve an efficient reflection, it is convenient to have guidelines that support this activity. In this paper it examines the incidence of studying basic notions of the onto-semiotic approach to develop the ability of future math teachers to reflect on teaching practices. The study was conducted during the second semester of 2018 with seven students, in three phases: first, participants reflected on the classroom practice observed in a video sequence, without intervention; second, training was given on some theoretical notions of the onto-semiotic approach; and third, a new reflective session was

Autor correspondiente: Yuri Morales-López. Email: ymorales@una.ac.cr

conducted on the continuation of a video sequence. Data analysis was focused on identifying and comparing elements referring to indicators of suitability present in both reflections. Results show that participants manage to express clearer ideas, and, mainly make justifications about their value judgments. It has been determined that, with the appropriate use of concepts from a theoretical framework of didactic analysis and guided reflection, there was a change in the nature of the reflection made by future teachers, moving from the description of events to the interpretation and analysis of situations.

Keywords: Preservice Teachers; Reflect; Teacher Training; Videotape Analysis; Mathematics Education, Reflexive Teacher, teacher reflection.

INTRODUCCIÓN

La tarea del profesor en el campo de la educación matemática va más allá de dominar un contenido específico; este requiere tener capacidad para mediar en el proceso de enseñanza aprendizaje y debe poseer características que le permitan adaptarse y mejorar la práctica de aula. Para esto, la capacidad de reflexionar sobre lo que pasa en el aula es fundamental.

Realizar una adecuada reflexión de la práctica de aula no es un proceso sencillo que se pueda dar con solo la intención de repasar lo acontecido en un salón de clases. En el caso de los profesores en formación, Husu, Toom, & Patrikainen (2008) indican la importancia de realizar reflexión guiada, utilizando tanto el apoyo del formador como de una guía que incluya un sistema de indicadores que permitan realizar un análisis crítico de la práctica docente (ver también, Schön, 1983). Godino (2013) explica cómo la noción de idoneidad didáctica en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) puede contribuir a la reflexión sobre la práctica y al mejoramiento de la enseñanza.

Asimismo, autores como Aroza, Godino y Beltrán-Pellicer (2016) señalan la importancia de desarrollar la competencia para la reflexión e indagación de la propia práctica en los profesores de matemática desde su formación inicial. Otros artículos muestran que, al menos en algunos programas de formación en Costa Rica, existe un interés por motivar a los docentes a reflexionar (Alpízar-Vargas & Alfaro-Arce, 2019), pero esto no se evidencia ni se muestra en actividades explícitas en el quehacer de los docentes (Morales-López, 2017).

Estudios como los de Breda, Pino-Fan y Font (2017) y Godino, Giacomone, Font y Pino-Fan (2018) justifican la importancia de los criterios de idoneidad didáctica como una herramienta útil para organizar la reflexión y evaluación del proceso de instrucción de los profesores de matemática, incluso en contextos de formación donde aún no cuentan con pautas explícitas para realizar una evaluación de su práctica.

De esta manera, surge el interés de realizar un estudio sobre qué cambios produce el estudio básico de algunas nociones teóricas del EOS en la capacidad de reflexión de futuros profesores de matemáticas. Para lograrlo, se procura *1) caracterizar la capacidad de reflexión de futuros profesores de matemática sobre la práctica docente presente en*

las secuencias de video considerando los indicadores de idoneidad y, 2) determinar si hay un cambio en el tipo de reflexión de la práctica docente de estudiantes de la carrera Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, luego de la instrucción sobre nociones teóricas elementales del EOS.

Se ha seleccionado el marco teórico mencionado, pues múltiples trabajos justifican el hecho de que las reflexiones pueden ser organizadas con herramientas teóricas y metodológicas del EOS (e.g., Alpízar-Vargas & Morales-López, 2019; Morales-López, 2019; Morales-López & Font, 2019; Seckel & Font, 2020).

MARCO TEÓRICO

Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática

El EOS busca construir un enfoque unificado del conocimiento y la instrucción matemática, con el fin de superar dilemas entre diversos paradigmas. Este modelo “trata de aportar herramientas teóricas para analizar conjuntamente el pensamiento matemático, los ostensivos que le acompañan, las situaciones y los factores que condicionan su desarrollo” (Godino, 2002, p. 5), a partir de la consideración de facetas o dimensiones del conocimiento matemático que permitan la comparación y articulación de los distintos enfoques de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje.

Dentro de las nociones teóricas que establece el EOS se encuentra la de *sistemas de prácticas*, considerados como una de las posibles formas de entender el significado del objeto, por lo que estos pueden llevar a introducir una tipología básica de significados. En relación con los significados institucionales se pueden considerar el referencial, el pretendido, el implementado y el evaluado (Godino et al., 2009):

Otra noción es la de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas, en la cual se propone la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios (Godino et al, 2009): *Elementos lingüísticos*: términos, expresiones, notaciones, gráficos, en sus distintos registros (escrito, oral, textual). *Situaciones-problemas*: aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios. *Conceptos*: introducidos mediante definiciones o descripciones. *Proposiciones*: enunciados sobre conceptos. *Procedimientos*: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo. *Argumentos*: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos deductivos o de otro tipo.

Asimismo, la relación entre objetos y procesos matemáticos también se incluye dentro del EOS, al igual que la descripción de interacciones en torno a conflictos. Respecto a la segunda, Godino et al. (2009) indican que, de acuerdo con las diferencias que se presenten, los conflictos semióticos pueden ser: 1) *Epistémicos*, referentes a la diferencia entre significados institucionales. 2) *Cognitivos*, cuando la diferencia se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto. e3) *Interaccionales*, cuando la diferencia se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos

sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor).

También se considera la noción de idoneidad didáctica, la cual es una de las nociones teóricas considerada más importante en el desarrollo de este estudio. Esta se define de la siguiente manera:

El grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como *idóneo* (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (*aprendizaje*) y los significados institucionales pretendidos o implementados (*enseñanza*), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (*entorno*). (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017, p. 101)

La noción de idoneidad didáctica se descompone en seis idoneidades: epistémica, cognitiva, afectiva (emocional), mediacional, interaccional y ecológica. La noción de idoneidad didáctica puede explicarse como una herramienta teórica que hace posible pasar de una didáctica descriptiva explicativa a una didáctica normativa que favorece o permite una eficiente intervención en el aula. En el marco metodológico se detallan estos seis tipos de idoneidad.

Finalmente, Godino et al. (2006) distinguen seis tipos de procesos y trayectorias muestrales:

- *Trayectoria epistémica*, que es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. Estos componentes (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos) suceden en cierto orden.
- *Trayectoria docente*, se refiere a la distribución de /tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción. Entre las funciones docentes se encuentra la planificación, motivación, asignación de tareas, regulación, evaluación e investigación.
- *Trayectoria discente*, considera la distribución de las acciones desempeñadas por los estudiantes (una para cada estudiante). Los tipos potenciales de estados o funciones del estudiante en un proceso instruccional son: aceptación, exploración, interpretación, formulación, argumentación, recepción de información, demanda de información, ejercitación y evaluación.
- Trayectoria mediacional, que representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados.
- *Trayectoria cognitiva*, se refiere a la cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.

- *Trayectorias emocionales*, considera la distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, efectos y sentimientos) de cada estudiante con relación a los objetos matemáticos. (Godino et al., 2006, p. 47)

Modelo de conocimiento y competencias didáctico-matemáticas del profesor (CCDM)

Dentro del EOS, se ha desarrollado el modelo teórico llamado *competencias y conocimientos didáctico matemáticos del profesor de matemática (CCDM)* el cual consiste, inicialmente, en un sistema de categorías. Este modelo es descrito en distintos trabajos como una herramienta teórico-metodológica que permite caracterizar y desarrollar competencias del profesor de matemática, requeridas en su práctica profesional (Godino, Giacomone, Font y Pino-Fan, 2018).

El CCDM considera dos competencias claves para que un profesor de matemática logre abordar el proceso de enseñanza de una buena manera: por un lado, la competencia matemática y, por otro, la competencia de análisis e intervención didáctica. Esta segunda considera el “diseñar, aplicar y valorar secuencias propias y de otros mediante técnicas de análisis didáctico” (Breda et al., 2017, p. 1897). La competencia general de análisis e intervención didáctica se compone de cinco subcompetencias (Godino et al., 2016; Godino et al., 2017). En esta investigación interesa la *competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica*.

Práctica reflexiva

El concepto de práctica reflexiva en el contexto de la práctica docente se refiere a una continua interacción entre el pensamiento y la acción. Es importante que el docente realice la reflexión sobre su práctica de enseñanza de manera permanente, con el fin de identificar problemas, transformarla y mejorarla (Schön, 1983).

Es usual que las personas reflexionen sobre algunas de sus acciones en algún momento, y en el ámbito de educación esta acción se da con más frecuencia debido a que el docente debe evaluar constantemente la efectividad de su plan de clase y actividades propuestas.

Sin embargo, una reflexión sobre un episodio del quehacer docente no necesariamente convierte la persona en un “practicante reflexivo” (Shön, 1983). Como lo indica Perrenoud (2004), una verdadera práctica reflexiva implica que esta postura se convierta en algo habitual, y que establezca una relación analítica del accionar independientemente de los obstáculos que se presenten.

En la acción pedagógica, la práctica reflexiva involucra una serie de decisiones que pueden ser tomadas en distintos momentos del proceso de enseñanza, aunque es claro que reflexionar y tomar decisiones durante el desarrollo de la clase puede resultar

difícil; por ello, lo más conveniente es realizar la reflexión haciendo una retrospectiva del trabajo pedagógico realizado (Perrenoud, 2004). En el caso del EOS, que es el marco teórico utilizado en esta investigación, la práctica reflexiva es considerada una estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico matemático.

La reflexión guiada y el enfoque ontosemiótico

Un análisis de la práctica docente requiere del conocimiento, dominio y aplicación de herramientas conceptuales y metodológicas adecuadas. Para llevar a cabo la práctica reflexiva será conveniente que el profesor conozca un método o pautas que le permitan identificar aspectos relevantes del proceso de enseñanza, así como organizar y analizar la información. El EOS, justamente desarrolla elementos teóricos para analizar las diversas dimensiones y facetas para tener en cuenta en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, asimismo,

[...] trata de hacer operativas las nociones de práctica matemática, configuración epistémica y cognitiva, configuración didáctica, dimensión normativa e idoneidad didáctica mediante unas “guías” para el reconocimiento de objetos y procesos matemáticos, interacciones didácticas, normas y metanormas que soportan y restringen los procesos de estudio, y para la valoración de la idoneidad didáctica de los mismos (Godino y Batanero, 2009, p. 4).

Godino y Batanero (2009) indican que la reflexión sobre los distintos aspectos y momentos de la práctica deben realizarse con el apoyo no solo del formador en su labor de tutor, sino también de una ayuda que dirija los aspectos críticos de esta misma y proporcione una estructura para realizarla. Además, consideran dentro de los instrumentos de análisis didáctico, la guía de valoración de la idoneidad didáctica, que permite evaluar el proceso de estudio en cada una de las dimensiones implicadas (epistémica, cognitiva-afectiva, instruccional y curricular). Esta última será la de mayor interés para realizar una práctica reflexiva y, en particular, para cumplir con los objetivos de la presente investigación.

El uso del video como un instrumento para reflexionar (en profesores en formación)

Distintos autores (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008; Climent y Carrillo, 2007; Kleinknecht y Schneider, 2013; Rosaen et al., 2008) han recurrido al uso de *video clips* o secuencias de video de un episodio de clase para implementar actividades en las que se logre realizar un análisis didáctico de la práctica docente, debido a las ventajas que representa poder observar varias veces una escena de interés.

Esta herramienta permite destacar aspectos de la práctica docente que un profesor podría pasar por alto en medio del desarrollo de la lección (Borko et al., 2008).

También se ha evidenciado que los profesores que observan videos de la práctica de otros docentes tienden a expresar emociones como la desaprobación, así como sugerir cambios o alternativas para mejorar la práctica del profesor observado, mientras que cuando se trata de un video de su propia práctica, el docente tiende a ser más descriptivo y crítico de la actividad, aunque con menos profundidad (Kleinknecht y Schneider, 2013).

Por lo tanto, el uso de episodios de clase para realizar actividades de reflexión puede considerarse una herramienta de gran utilidad en la formación de profesores, pues proporciona un espacio para que el estudiante puede observar y analizar situaciones particulares de una clase, con el fin de que emita juicios de valor y proponga alternativas que mejoren el ejercicio docente.

METODOLOGÍA

En esta investigación se estudió el impacto que genera conocer algunas nociones teóricas del EOS en la capacidad de reflexión de las prácticas docentes en los futuros profesores de matemática de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional en Costa Rica. Se enmarca en una metodología del tipo cualitativa, pues busca comprender un fenómeno social desde la perspectiva de los participantes.

El diseño metodológico corresponde a un estudio de caso, ya que se pretendió conocer una situación de un grupo específico sin pretensiones de generalizar; además el análisis de los datos se centró en un fenómeno seleccionado por el investigador, independientemente del número de escenarios o de participantes (McMillan y Schumacher, 2005).

El estudio se realizó con el grupo de estudiantes del curso MAB 504 del plan terminal de la carrera Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, Seminario de investigación dirigida I del II Ciclo 2018 de la Universidad Nacional, conformado por un total de siete personas, las cuales compartían características como: cursar el quinto nivel del plan terminal de la carrera Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, haber cursado todos sus años de estudio en la misma institución y tener aprobado el curso Desarrollo y Práctica Docente, en el cual tienen la oportunidad de desempeñarse como docentes durante ocho semanas, aproximadamente. Además, tienen entre uno a tres años de experiencia en alguna actividad docente.

Se utilizaron dos cuestionarios para la recolección de información. El cuestionario 1 contiene una serie de preguntas adaptadas de Font (2018), las cuales refieren, de forma general, a los criterios de idoneidad. La pregunta: *¿Se han enseñado unas matemáticas de calidad?*, se relaciona con la idoneidad epistémica. *¿Considera que los estudiantes han aprendido con las tareas propuestas?*, con la idoneidad cognitiva. *¿Considera que se han utilizado los recursos temporales, materiales, TIC, etc. adecuados?*, con

la idoneidad mediacional. *¿Las tareas y su gestión promueven la implicación de los alumnos?*, con la idoneidad emocional. *¿La interacción en la clase es adecuada y permite resolver las dificultades de los estudiantes?*, con la interaccional. *¿Los contenidos son acordes al currículum y son útiles para su inserción social y laboral del estudiante?*, con la idoneidad ecológica. El cuestionario 2 corresponde a la adaptación de la “Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática” diseñada por Font (2015).

Las actividades para la recolección de datos se organizaron en tres fases. En la primera se aplica el cuestionario 1, que consta de preguntas abiertas y sin mayor pauta; la segunda corresponde a una actividad formativa en la que se explican de forma muy breve los indicadores de idoneidad; y la tercera corresponde a la aplicación del cuestionario 2.

Para la sistematización de los resultados se realizó un análisis de las participaciones, utilizando los fundamentos teóricos del EOS como categorías de análisis. Para ello se consideró el análisis de la valoración de la idoneidad didáctica utilizando las siguientes dimensiones o criterios de la idoneidad (Godino y Batanero, 2009) y se consideraron descriptores asociados a cada uno de los criterios de idoneidad propuestos por Font (2015), los cuales fueron utilizados como categorías de análisis en el estudio. La tabla 1 muestra una adaptación conveniente para la presente investigación de los descriptores presentes en el estudio del autor citado.

Tabla 1
Componentes e indicadores de idoneidad. (Adaptado de Font, 2015)

Componentes y descriptores de cada idoneidad	Indicadores
Epistémica [IE]	(1) Errores; (2) Ambigüedades; (3) Diversidad de procesos; (4) Representatividad de procedimientos, definiciones y propiedades para comprender la noción matemática en estudio; (5) Lenguaje
Cognitiva [IC]	(1) Conocimientos previos; (2) Adaptación curricular a diferencias individuales; (3) Evaluación
Interaccional [II]	(1) Interacción profesor-estudiante; (2) Interacción entre estudiantes; (3) Autonomía para que el estudiante explore, formule y valide el objeto de estudio; (4) Evaluación formativa
Mediacional [IM]	(1) Recursos materiales; (2) Número de alumnos, horario y condiciones del aula; (3) Inversión del tiempo de manera adecuada
Afectiva [IA]	(1) Intereses y necesidades; (2) Actitudes; (3) Emociones
Ecológica [IG]	(1) Adaptación al currículo; (2) Conexiones intra e interdisciplinares; (3) Innovación didáctica

RESULTADOS

A continuación, con el fin de realizar una comparación en la naturaleza de la reflexión, se presenta el análisis de descriptores asociados a cada uno de los criterios de idoneidad presentes en las reflexiones de los participantes en función de dos cuestionarios

aplicados. Además, se muestra una comparación tabular de las participaciones en ambos cuestionarios. El cuestionario 1 corresponde a las preguntas abiertas y sin mayor pauta, mientras que el cuestionario 2 corresponde al instrumento aplicado luego de la capacitación, donde se indican, explícitamente, los indicadores de idoneidad.

Idoneidad epistémica

Cuestionario 1

Respecto a la pregunta, *¿se han enseñado unas matemáticas de calidad?*, referente a la idoneidad epistémica, la mayoría de los participantes exponen una breve descripción de lo observado en el episodio 1, dentro de la cual resaltan elementos como la situación problema o el momento de la clase en que se desarrolla, pero sin llegar a mencionar elementos que se relacionen con indicadores de la idoneidad epistémica.

Sin embargo, dos de los participantes sí logran identificar un error cometido en el concepto de función logarítmica; es decir, incluyen dentro de su reflexión elementos del **IE1**. En uno de los casos, se menciona de forma muy sintetizada la presencia del error; el otro participante indica con mayor detalle su apreciación, incluso señalando la identificación de errores tanto en registro escrito como oral. Menciona:

Estudiante A: “Se dieron algunos errores respecto a la falta de simbología matemática, pero no afectan el entendimiento del ejercicio. Un error que sí afecta es indicar el valor de la base del logaritmo incorrecta, además se menciona el conjunto de los Reales como ámbito, siendo este el codominio. ... no se menciona el argumento de la función logarítmica”

Debe notarse que, aunque este participante identifica los errores, la valoración que emite al respecto es confusa, pues afirma que la falta de simbología no tiene implicaciones respecto al entendimiento del ejercicio. Así, logra señalar errores, pero describe de forma imprecisa, sin analizar las implicaciones.

Cuestionario 2

En la segunda intervención, respecto a la idoneidad epistémica, se evidencia un cambio en la reflexión de los participantes. Por ejemplo, en esta ocasión, todos lograron identificar la presencia de errores desde el punto de vista matemático (**IE1**), mientras que en la primera intervención solamente dos de ellos incluyeron este elemento dentro de su reflexión. Las respuestas a la pregunta, *¿se dan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático?*, coinciden en la identificación de un error en el concepto de función logaritmo.

Además, respecto a las preguntas relacionadas con el indicador ambigüedades (**IE2**), los participantes emiten un juicio valorativo sobre la falta de claridad de los conceptos y procedimientos abordados. Mencionan:

Estudiante A: “La tabla no corresponde a una función, además la función logaritmica está mal definida”.

Estudiante B: “En la definición de función logaritmica se dijo que la base debía ser mayor que uno y distinto de cero, pero también puede ser un número entre cero y uno. Se le dice dibujo a la gráfica”.

Estudiante C: “Se utiliza en simbolo de existencia de forma incorrecta”.

Sobre la pregunta, *¿las definiciones y procedimientos abordados son claros?*, conviene señalar que dos de los participantes justifican un procedimiento claro, debido a la poca exposición de dudas por parte de los estudiantes, aunque, esta apreciación no necesariamente es correcta, debido a que las razones para no plantear dudas podrían ser otras. Por ejemplo, no comprender los elementos lingüísticos, conceptos o el mismo procedimiento desarrollado en la clase, que como se indicó en el marco teórico, son considerados como objetos matemáticos primarios.

En cuanto a la pregunta, *¿se observan enunciados incorrectos o que se den de manera incorrecta?*, los participantes han considerado nuevamente el error que se presenta al momento de definir el concepto de logaritmo. Cabe señalar que en las reflexiones no se percibe una diferencia entre la identificación de un error cometido en un procedimiento o en un concepto, ya que las respuestas sobre estos elementos han resultado iguales.

Luego, sobre el uso de metáforas y explicaciones para el nivel educativo, también dentro de **IE2**, la mayoría de los participantes no identifican abuso de estas e indican que el proceder de la docente es correcto. Sin embargo, uno de ellos identifica que el uso de metáforas ha contribuido a que los estudiantes recuerden un concepto estudiado, aunque esto no necesariamente implica comprender el objeto matemático. Mencionan:

Estudiante A: “Se utiliza un lenguaje adecuado para el nivel”.

Estudiante B: “Las metáforas que utiliza son adecuadas para que se recuerde el concepto, sin embargo, los chicos no recuerdan el objeto matemático”.

Sobre el indicador diversidad de procesos (**IE3**), tres de los participantes lograron identificar dentro de la trayectoria discente (sobre los procesos y trayectorias muestrales), procesos como la argumentación y las conexiones, situación distinta respecto a la primera reflexión, donde se omiten estos procesos. Mencionan:

Estudiante B: “Sí permite argumentar cuando se cuestiona, ¿por qué el cero y los números negativos no tienen imagen?, y establecer conexiones cuando se pregunta ¿qué sucede con la función exponencial?”.

Estudiante C: “Sí permite la argumentación por parte de los estudiantes”.

Estudiante D: “Puedo identificar argumentación, conexiones”.

En las preguntas relacionadas al indicador representatividad (**IE4**), los participantes direccionan sus respuestas dentro de la trayectoria epistémica, indicando objetos matemáticos como conceptos y proposiciones. Además, en una de las participaciones es posible apreciar una valoración en la que se considera el equilibrio entre **IE4** e **IM3** (inversión del tiempo), ya que se menciona la conveniencia de la cantidad de problemas desarrollados respecto a la inversión del tiempo. Se indica, por ejemplo:

Estudiante D: “Para el tiempo que le tomó creo que no sería adecuado más ejemplos de los que aparecen”.

Aunque algunas de las respuestas a la pregunta, *¿son representativos los problemas desarrollados?* difieren, es relevante mencionar que algunas reflexiones señalan el problema como no representativo; no obstante, este corresponde a uno de los problemas modelo propuestos dentro del programa de estudios del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP). De esto, podría suponerse un desconocimiento de dicho programa o que, en efecto, no es representativo, aun cuando el programa lo sugiere. Los estudiantes D y C mencionan:

Estudiante C: “El problema no es representativo, es muy sencillo y podría causar errores en la elaboración de problemas contextualizados”.

Estudiante D: “El problema es típico, no representativo”.

Finalmente, respecto al indicador **IE5** (Lenguaje), todos los participantes logran identificar objetos matemáticos de tipo lingüísticos (registro oral y escrito) como lo son las notaciones, gráficos y conceptos. Es importante notar que los participantes tienen claridad de estos objetos en el proceso de instrucción, y que, posiblemente, eran igualmente claros durante en la primera reflexión, aunque no los han mencionado sino hasta que se les brinda una guía para reflexionar sobre ello y se les indica explícitamente que es de importancia. Algunas de las respuestas son:

Estudiante A: “Para el concepto de función logarítmica utiliza la gráfica, tabla, definición y lenguaje matemático”.

Estudiante C: “Se da representación verbal, simbólica y gráfica para la función logarítmica cuando el valor de a es mayor que cero. También representación gráfica para el concepto de asíntota”.

Idoneidad cognitiva

Cuestionario 1

Como respuesta a la pregunta, *¿considera que los estudiantes han aprendido con las tareas propuestas?*, los participantes incluyen en su respuesta una breve descripción de lo observado, pero dentro de estas no se menciona ninguno de los indicadores de la idoneidad cognitiva. Algunas participaciones son:

Estudiante A: “Considero que sí, pues han visto una utilidad de la función logarítmica. Se requiere más ejemplos y práctica”.

Estudiante B: “Creo que no, pues esto es solo la introducción”.

Solamente uno de los participantes realiza una reflexión retrospectiva en la que considera elementos de **IC1**, como lo son los conocimientos previos. En esta se aprecia la idea de que los significados pretendidos tienen una dificultad manejable, ya que expone ideas ordenadas de acuerdo con lo ocurrido en el episodio de clase sobre algunos componentes del significado estudiado, intentando llegar a una conclusión. Menciona:

Estudiante C: “dentro del fragmento de video, las tareas que logré observar es que las ecuaciones exponenciales de bases distintas necesitan el uso de logaritmos para poder ser trabajadas y también el cálculo de logaritmos mediante el uso de la calculadora para calcular logaritmos; siendo estas las tareas, se lograron trabajar al menos a un nivel introductorio”.

Cuestionario 2

En la segunda reflexión, es posible apreciar cómo se incluyen dentro de las respuestas, indicadores de la idoneidad cognitiva ausentes en la primera reflexión. Por ejemplo, respecto a conocimientos previos (**IC1**), la mayoría de los participantes se refiere a los objetos matemáticos como argumentos, proposiciones y conceptos, que son parte de los conocimientos previos del estudiante. Como respuesta a la pregunta, *¿poseen los estudiantes los conocimientos previos necesarios para el estudio?*, algunos mencionan:

Estudiante B: “Ya se ha estudiado los conceptos básicos de función y función exponencial, con esto realiza la conexión”.

Estudiante C: “Logran recordar la función exponencial y el análisis de gráficas de funciones”.

Por otro lado, sobre el indicador aprendizaje (**IC3**), la mitad de los participantes han identificado, dentro de la trayectoria docente, un método de evaluación que permite

dar seguimiento a la apropiación de conocimientos de los estudiantes, el cual consiste en lanzar preguntas sobre el trabajo que se realiza. El resto de los participantes indicaron que no es posible la identificación de un método de evaluación. Esto, al menos, podría estar vinculado con lo que la profesora efectivamente evalúa sobre la comprensión del objeto matemático (significado institucional implementado y evaluado).

Idoneidad mediacional

Cuestionario 1

En la pregunta relacionada con la idoneidad mediacional, *¿considera que se han utilizado los recursos temporales, materiales, etc. adecuados?*, todos los participantes emitieron, mediante una respuesta descriptiva, los elementos considerados en **IM1**.

Estudiante B: “Al parecer fue planificado usar utilizar estos recursos y materiales, además para el cálculo de logaritmos se hace necesario utilizar la calculadora”
Estudiante C: “No; la profesora no hace uso de TIC. Ella plantea una clase magistral con el uso de la pizarra y el uso de la pizarra es un poco desordenado, pues escribe un ejemplo que no completa, luego escribe la materia al otro lado de la pizarra. El uso de la calculadora pudo ser mejor”.

Además, algunos incluyen dentro de su reflexión, comentarios sobre el manejo del tiempo en la clase observada, correspondiente a **IM3**. Mencionan:

Estudiante C: “El manejo del tiempo no puede ser observado”.
Estudiante D: “El tiempo que dedica al desarrollo del tema es apropiado, se aprecia el uso de la calculadora, el tema lo permite, tal vez se pudo incluir algún elemento histórico”.

Cuestionario 2

En la segunda reflexión, la mayoría de los participantes incluyó una apreciación sobre la trayectoria docente, en la que consideran elementos de **IE3**, como el tiempo disponible y la inversión de este durante la clase. Con respecto a la pregunta, *¿es adecuado el tiempo disponible con respecto a los significados pretendido?*, tres estudiantes indican que el tiempo no es suficiente para el desarrollo de la actividad, aunque uno de ellos se refiere al desconocimiento de los significados pretendidos durante el desarrollo de la lección e indica que de esto depende el valorar una adecuada o no distribución del tiempo. Algunas participaciones:

Estudiante A: “Depende de los significados que se pretenden, pero para introducción del tema está bien”

Estudiante B: "Hizo falta tiempo, porque no se exponen muchos ejemplos".

Estudiante C: "Siento que ella corre un poco pues posee poco [tiempo] para poder abarcar los contenidos".

Además, respecto a la pregunta, *¿se da una adecuada inversión del tiempo en los contenidos que tienen más dificultad?*, dos participantes señalan que efectivamente lo hace, aunque dentro de las reflexiones no existe una justificación sobre cuáles y por qué serían esos contenidos considerados los de mayor dificultad.

Debe notarse que, en ambas reflexiones sobre la idoneidad mediacional, los participantes consideraron elementos de **IM1** e **IM3** (recursos materiales e inversión del tiempo), aunque en la segunda reflexión se consideran más. Por ejemplo, en la segunda, además de recursos materiales y tecnológicos, uno de los participantes considera el uso de analogías y metáforas.

Idoneidad afectiva

Cuestionario 1

En la pregunta, *¿las tareas promueven la implicación de los alumnos?*, relacionada con la idoneidad afectiva, todos los participantes han considerado elementos de **IA2** e **IA3**, referente a las actitudes y emociones. Por ejemplo:

Estudiante B: "Sí, les pregunta por las estrategias de solución y los resultados que van obteniendo al realizar procedimientos, y ellos participan activamente".

Estudiante C: "Sí, pues los estudiantes fueron los que trabajaron en el problema introductorio, además mediante preguntas generadoras los motiva a participar".

Estudiante D: "Sí, la docente hace preguntas sobre el tema y plantea preguntas que desafían los estudiantes".

Cuestionario 2

En la segunda reflexión, las respuestas sobre la idoneidad afectiva indican la consideración de los tres indicadores: intereses (**IA1**), actitudes (**IA2**) y emociones (**IA3**). Por ejemplo, aunque las opiniones se dividen, la mitad de los participantes consideran que existen tareas de interés para los estudiantes y esto les motiva, mientras que los demás indican lo contrario, señalando que en realidad pocos estudiantes parecen tener interés en el tema. Como respuesta a la pregunta, *¿las tareas seleccionadas son de interés para los estudiantes?*, mencionan:

Estudiante B: "Siento que se ven motivados al trabajar, además realizan las tareas propuestas".

Estudiante C: “No se ha ligado el contenido con algún tema cotidiano de los estudiantes. La docente plantea un problema introductorio utilizando un eje transversal de matemática financiera. Motiva la participación de los estudiantes, aclara dudas, aborda de buena manera, los estudiantes parecen comprender”

Luego, sobre el indicador **IA2**, tres participantes identifican la apertura de espacios para la participación de los estudiantes, pues justifican que la docente los incentiva a resolver y responder el ejercicio. Sin embargo, uno de los participantes ha identificado que, en la mayoría de las ocasiones, se promueve la participación y motivación para un mismo sector de la clase, es decir, las preguntas van direccionadas siempre a los mismos estudiantes. Menciona:

Estudiante C: “A veces siento que ella solo da la palabra a los mismos estudiantes”.

Debe notarse, que todas las reflexiones refieren la trayectoria docente y que, aunque todos los participantes incluyen en sus reflexiones elementos de la idoneidad afectiva, la valoración sobre la misma difiere cuando se considera el favorecimiento de participación en situaciones de igualdad.

Idoneidad interaccional

Cuestionario 1

Como respuesta a la pregunta, *¿la interacción en la clase es adecuada y permite resolver las dificultades de los estudiantes?*, los participantes incluyen una descripción de las trayectorias docente y discente, debido a que mencionan tanto el trabajo motivacional por parte de la docente como el trabajo en grupo de los estudiantes, además, es posible identificar dentro de las reflexiones los indicadores **III** e **II2**, referentes a la interacción entre docente-estudiante y entre estudiantes. Por ejemplo:

Estudiante B: “La profesora se involucra en el trabajo que están realizando los estudiantes y su gestión les da confianza para plantear y evacuar dudas”.

Estudiante C: “Los estudiantes se encuentran en un ambiente en silencio, permitiendo que los compañeros presten atención y se puedan aclarar dudas propuestas. La forma en cómo se plantea la lección también permite el trabajo en grupos en donde se aclaran dudas y al finalizar en la explicación se aclaran dudas individuales”.

Cuestionario 2

En la segunda reflexión, tres de los participantes consideran elementos de los indicadores **III** e **II2**. Por ejemplo, sobre la pregunta, *¿la docente hace una presentación adecuada, clara y bien organizada del tema?*, se emite un juicio valorativo referente a la necesidad de desarrollar con mayor detalle la explicación sobre los conceptos, incluso se considera la organización secuencial de la clase. Mencionan:

Estudiante A: “Se observa una secuencia, pero algunos conceptos quedaron ambiguos, como por ejemplo la base del logaritmo”.

Estudiante B: “Si hubiese sido más organizado, se habría previsto el espacio para graficar la función exponencial y en la tabla de valores se habría incluido desde el inicio $x=1$ ”.

Estudiante C: “Falta una explicación de la teoría y mayor explicación del propio concepto de logaritmo”.

Respecto a la pregunta, *¿se reconocen y resuelven conflictos de significado de los estudiantes?*, tres participantes valoran una interacción adecuada por parte de la docente para resolver conflictos de significado de los estudiantes es adecuada, indican:

Estudiante C: “La docente interactúa correctamente en el proceso de aclarar dudas y en los momentos de participación por parte de los estudiantes”.

Sin embargo, todas estas reflexiones se centran en la actitud de la docente para dar respuesta a preguntas puntuales que se presentan durante la secuencia de video, dejando de lado distintos momentos donde el silencio o una equivocación podrían interpretarse claramente como un conflicto en la comprensión del concepto estudiado.

Idoneidad ecológica

Cuestionario 1

Sobre la pregunta, *¿los contenidos son acordes al currículo y son útiles para su inserción social y laboral?*, tres de los participantes señalan elementos como la adaptación al currículo (**IG1**) y conexiones intradisciplinarias (**IG2**).

Por ejemplo, uno de los participantes considera que existe congruencia entre la metodología empleada por la docente del video y la sugerida por los programas del MEP, además menciona la utilidad social laboral del problema y posibles conexiones interdisciplinarias.

Otro de los colaboradores, enfoca su reflexión en la apreciación del cumplimiento de ciertas pautas establecidas dentro del currículo, así como del uso de un problema contextualizado. Indica:

Estudiante C: “Sí, gracias al eje transversal del interés compuesto pues es un tema que está muy inmerso en la vida cotidiana del costarricense a la hora de los préstamos. Además, la lección responde al currículum solicitado por el MEP mediante resolución de problemas”

Luego, en una de las reflexiones se emite un juicio valorativo sobre el problema abordado en la clase observada, aunque se indica también el desconocimiento del currículo en estos temas, por lo que podría interpretarse que para este participante resultó más difícil valorar la idoneidad del proceso de instrucción expuesto.

Cuestionario 2

En las reflexiones sobre la idoneidad ecológica, se identifican los tres indicadores correspondientes a la idoneidad ecológica: conexiones intra e interdisciplinarias y la innovación didáctica. Sobre la pregunta, *¿los contenidos se relacionan con otros contenidos matemáticos o contenidos de otras disciplinas?*, los participantes consideran conceptos estudiados previamente, según el currículo. Mencionan:

Estudiante C: “Sí, con otros contenidos matemáticos como funciones, geometría analítica y representaciones gráficas”.

Además, sobre la pregunta, *¿se evidencia innovación?*, se indican distintas posiciones. Por un lado, algunos consideran que no se presentan prácticas innovadoras porque la clase es del tipo magistral; por el otro, aquellos que señalan como innovación el utilizar un problema para desarrollar la clase. Sin embargo, de acuerdo con la propuesta metodológica de los programas de matemática del MEP, esta práctica debería considerarse común en los salones de clase.

Asimismo, debe señalarse que la mayoría de los participantes indican tener experiencia de entre 1 y 3 años impartiendo clases en algún sistema formal, por lo que deberían estar familiarizados con el estilo de trabajo desarrollado durante la clase del video.

Resumen comparativo de reflexiones

En la tabla 2, se muestra un resumen comparativo de los elementos identificados por los participantes que están relacionados con cada uno de los indicadores de cada criterio de idoneidad.

Tabla 2

Resumen comparativo de los elementos de indicadores de idoneidad identificados por los participantes

Idoneidad	Indicadores	Cuestionario 1	Cuestionario 2
Epistémica	Errores	La minoría ha identificado errores en definición.	Se identifican errores lingüísticos en la definición escrita de logaritmo.
	Ambigüedades	Ninguno ha indicado observar procesos o definiciones ambiguas.	No se indica explícitamente los momentos en donde existan ambigüedades.
	Diversidad de procesos	No se incluye dentro de ninguna reflexión la diversidad de procesos.	Se anota que están presentes los procesos de argumentación y conexiones durante el desarrollo de la clase.
	Representatividad	No ha sido considerado como parte del análisis.	Se realiza un juicio valorativo mayormente positivo, sobre la representatividad del ejercicio abordado y la cantidad de ejemplos. Aunque en respuestas de preguntas posteriores, algunos indican que son pocos ejemplos.
	Lenguaje	Dentro de las descripciones brindadas en la primera reflexión, no se ha realizado ninguna observación de este indicador.	En todas las reflexiones los estudiantes identifican distintas notaciones y representaciones de un mismo objeto matemático.
Cognitiva	Conocimientos previos	Solamente una de las participaciones incluye una descripción con elementos de la trayectoria epistémica.	Todos los participantes citan en su reflexión, algunos de los conocimientos previos que debería poseer el estudiante para resolver el ejercicio propuesto.
	Adaptación curricular a diferencias individuales	NSO.	NSO.
	Evaluación	No se ha considerado dentro de la primera reflexión este indicador.	Algunos identifican una forma de evaluación formativa, la cual consiste en preguntar oralmente a los estudiantes sobre conceptos, algoritmos y definiciones.

Idoneidad	Indicadores	Cuestionario 1	Cuestionario 2
Interaccional	Interacción profesor-estudiante	Todos emiten un juicio valorativo positivo respecto a este tipo de interacción.	La mayoría emite juicio valorativo positivo sobre este tipo de interacción.
	Interacción entre estudiantes.	NSO.	NSO.
	Autonomía. para que el estudiante explore	NSO.	NSO.
Mediacional	Recursos materiales	Se identifica el uso de materiales tradicionales de una clase magistral.	Se identifica el uso de materiales tradicionales de una clase magistral.
	Número de alumnos	NSO.	NSO.
	Horario y condiciones del aula	NSO.	NSO.
	Inversión del tiempo	Aunque no se menciona de forma explícita, respecto a la inversión del tiempo podría interpretarse que se da un manejo adecuado.	La mayoría considera que no hay buen manejo del tiempo. Se indican elementos como la cantidad de ejercicios respecto al tiempo.
Afectiva	Intereses y necesidades	Ninguna de las reflexiones indica elementos referentes a los intereses y necesidades de los estudiantes.	Algunos consideran que no existe interés por parte de todos los estudiantes de la clase.
	Actitudes	Algunos mencionan elementos de este indicador.	La mayoría de los participantes considera que se promueve la actitud de los estudiantes.
	Emociones	Todos indican que existe una buena motivación de la docente hacia los estudiantes.	La mayoría considera que se evidencia motivación de la docente hacia los estudiantes. Sin embargo, uno de los participantes indica que no hay igualdad, debido a que las preguntas van dirigidas siempre a un mismo grupo de estudiantes.

Idoneidad	Indicadores	Cuestionario 1	Cuestionario 2
Ecológica	Adaptación al currículo	Se identifica un adecuado desarrollo de la clase de acuerdo con la metodología sugerida por el MEP	La mayoría indica que se aprecia un adecuado desarrollo de la clase considerando el currículo, aunque una de las participaciones indica el desconocimiento del currículo.
	Conexiones intra e interdisciplinarias	Todos los participantes coinciden en que el problema abordado en la clase permite realizar conexiones interdisciplinarias.	La mayoría de los participantes coinciden en que el problema abordado en la clase permite realizar conexiones interdisciplinarias. Incluso algunos mencionan conexiones intra disciplinares. Sin embargo, se menciona en uno de los casos que no es totalmente adecuado para abordar los conceptos.
	Innovación didáctica.	No se hacen explícitas ideas sobre innovación en la clase.	Los participantes no identifican prácticas innovadoras dentro del desarrollo de la lección.

NSO: No se observa en la secuencia de video.

Como es indudable, los estudiantes logran mencionar más elementos y esto se debe explícitamente a que tienen un ordenamiento y secuenciación sobre lo que es importante observar (esto es natural en una reflexión guiada).

El principal hallazgo es que, al comparar la primera y segunda reflexión, se manifiesta un cambio en el tipo de reflexión de las situaciones por parte de los participantes: la profundidad y la complejidad de los análisis han mejorado al utilizar el segundo instrumento que se basa en la reflexión guiada organizada y dirigida a través de los indicadores de idoneidad del enfoque ontosemiótico.

Por ejemplo, en la segunda reflexión los participantes identifican elementos como conocimientos previos, el uso de distintas notaciones para un mismo objeto matemático o la diversidad de procesos; los cuales, según la teoría y el currículo vigente, deberían ser primordiales en un proceso de instrucción.

Asimismo, debe notarse que indicadores como la inversión del tiempo (correspondiente a la idoneidad mediacional) o la evaluación (dentro de la idoneidad cognitiva) han sido considerados por la mayoría de los participantes únicamente en la segunda reflexión, aunque son indicadores que se consideran habitualmente en el planeamiento de lección.

También, es posible apreciar que ambas reflexiones se centran, mayormente, en la trayectoria docente, y en menor medida se incluyen elementos de las trayectorias epistémica y mediacional. Por ejemplo, con respecto a la idoneidad afectiva, los participantes incluyen mayor cantidad de elementos relacionados con los indicadores de esta idoneidad, pero

direccionados a la figura del docente y su manejo de la clase. Finalmente, cabe mencionar que, aunque algunos de los elementos o condiciones considerados en las segundas reflexiones son distintos, el hecho de preguntarse por la presencia o no, conveniencia o no de estos, le permite al futuro profesor evaluar la práctica de aula y posiblemente, pensar en ideas para mejorar en el proceso de enseñanza aprendizaje.

CONCLUSIONES

Respecto al primer objetivo, se evidenció que los participantes no tienen una idea clara sobre lo que deben observar al evaluar un proceso de instrucción. Además, se aprecia que las herramientas para realizar una práctica reflexiva son escasas, ya que, en la mayoría de los casos, las reflexiones comprenden ideas poco claras y sin justificación, y muchas veces se acude a creencias.

Por ejemplo, respecto a las idoneidades cognitiva y epistémica, tres de los profesores en formación que participaron en el estudio centraron su atención en el modelo de clase que se desarrolla y la trayectoria docente, realizaron principalmente una descripción en términos generales de los eventos observados y consideraron, escasamente, elementos de análisis o para plantear mejoras en el proceso de instrucción.

Además, el estudio sobre las idoneidades afectiva e interaccional muestra el interés de los participantes por evaluar el tipo de interacción entre la docente y los estudiantes, así como la influencia que tenga esto en la motivación y el nivel de participación de los estudiantes durante la clase, pero se realiza una reflexión en términos generales donde no se expone claramente una justificación de su juicio valorativo.

Luego, respecto al objetivo que planteaba determinar el impacto de la instrucción sobre nociones teóricas elementales del EOS en la reflexión de la práctica docente, se logró identificar un cambio en cuanto a la profundidad del análisis realizado por los participantes, ya que la mayoría identifica muchos más elementos de interés en educación matemática y, además, se presenta de forma más clara y ordenada la redacción de sus ideas y justificaciones.

Por ejemplo, elementos lingüísticos, representaciones o procesos presentes dentro de la instrucción fueron excluidos en la primera reflexión. Su presencia se reconoció después de la actividad formativa y de hacer uso de una guía o pauta para realizar una reflexión docente. Es decir, es evidente que los estudiantes tienen claridad sobre cada uno de estos elementos, así como su importancia en un proceso de instrucción, pero la inclusión de estos en sus reflexiones ocurre hasta que se les guía sobre algunos de los elementos de interés que pueden mirar (reflexión guiada).

Además, en la segunda reflexión, algunos participantes lograron identificar situaciones en las que se presentan necesidades individuales de los estudiantes (conocer a los estudiantes como personas que piensan y aprenden (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). Por ejemplo, aunque algunos han tenido en cuenta, positivamente, la actitud y motivación

de la mayoría de los estudiantes observados en el video para emitir un juicio valorativo; otros, además de haber centrado su atención en lo general, han observado con mayor detenimiento algunos casos en donde se aprecia una menor motivación e interés. Es decir, algunos de los participantes han realizado un análisis más detallado de las diferencias individuales.

En resumen, se ha determinado que, con el uso adecuado conceptos de un marco teórico de análisis didáctico y reflexión guiada, se produjo un cambio en el tipo de reflexión que realizan los futuros profesores de esta investigación, pasando de la descripción de eventos (primer instrumento) a la explicación y análisis de las situaciones (segundo instrumento).

Un elemento que se deriva es que el uso de estrategias como la empleada en este estudio, mediante el apoyo de las secuencias de video, podría considerarse dentro del proceso de formación docente, ya que permitiría a los estudiantes tener un primer acercamiento sobre lo que significa llevar a cabo una práctica reflexiva. Asimismo, la práctica reflexiva representa una herramienta eficaz para mejorar el trabajo docente, ya que a través de esta es posible evaluar constantemente las estrategias utilizadas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Limitaciones de la investigación

Este estudio es de tipo descriptivo y considero una muestra de estudiantes de un currículo específico, por lo que los resultados obtenidos proporcionan una visión de la muestra elegida y no es posible generalizarlos ni extrapolarlos a otros programas de estudio.

Además, otra de las limitaciones refiere al método de registro de información correspondiente a la reflexión de los participantes, la cual se obtuvo de forma escrita. Una investigación más profunda, con mayor alcance, mayor disponibilidad de tiempo y con el uso de otros instrumentos podrían esclarecer aún más los conocimientos del docente y la forma en que analiza situaciones.

Finalmente, el tiempo disponible para el proceso de instrucción de los participantes en un modelo teórico fue poco. Una capacitación más extensa y detallada permitiría a los participantes una mayor comprensión de los alcances que podría tener la aplicación de las herramientas teóricas y metodológicas de EOS.

RECONOCIMIENTO

La investigación se realiza en el contexto del proyecto **PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE)** y el convenio internacional UNA-UB: **Cod 018133**.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Ambos autores (D.A.R. y Y.M.L.) participaron en todas las etapas del proceso de investigación, así como en la creación, redacción y corrección del artículo de manera equivalente.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor de correspondencia D.A.R., previa solicitud razonable.

REFERENCIAS

- Alpizar-Vargas, M., & Morales-López, Y. (2019). Teaching the Topic of Money in Mathematics Classes in Primary School. *Acta Scientiae*, 21(5), 102-127. doi: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5262>
- Alpizar-Vargas, M., & Alfaro-Arce, A. (2019). College education of elementary school teachers: the case of mathematics. *Uniciencia*, 33(2), 110-154. doi: <https://doi.org/10.15359/ru.33-2.8>
- Aroza, C. J.; Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2016). Introducing educational innovation and research through the analysis of the didactical suitability for a teaching experience about proportionality. *AIRES*, 6(1), 1-29. Recuperado de http://aires.education/wp-content/uploads/2016/10/Aroza_Godino_Beltran.pdf
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E., & Pittman, M. E. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 417-436. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0742051X0600179X?via%3Dihub>
- Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics Science & Technology Education*, 13(6), 1893-1918. Recuperado de <http://www.ejmste.com/Meta-Didactic-Mathematical-Knowledge-of-Teachers-Criteria-for-The-Reflection-and-Assessment-on-Teaching-Practice,66563,0,2.html>
- Climont, N. y Carrillo, J. (2007). El uso del video para el análisis de la práctica en entornos colaborativos. *Investigación en la escuela*, 61, 23-35. Recuperado de <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/60915>
- Font, V. (2015). *Guideline for the analysis and assessment of the didactical suitability of the mathematics teaching and learning processes*. Barcelona, Spain: Department of Didactics of the CCEE and Mathematics, Universitat de Barcelona.
- Font, V. (2018). *¿Cómo debe ser una (buena) clase de matemáticas?* [curso]. Documento no publicado. Sede Occidente. Universidad de Costa Rica.

- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22(2.3), 237-284. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf
- Godino, J. D. (2013). Tasks design and analysis to develop teachers' didactical-mathematical knowledge. In: *Actas de las 1ª Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, Granada, 2*, 1-15. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_2013_Dise%F1o_tareas.pdf
- Godino, J. D. y Batanero, C. (2009). Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 9-33). Melilla: Facultad de Humanidades y Educación. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/fprofesores_reflexion_guiada_22dic08.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C. Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulating mathematics teachers' knowledge and competences: the DMKC model. In J. A. Marcías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernandez, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en educación matemática XX* (pp. 285-294). Málaga: SEIEM. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/8859/1/Batanero2016Articulando.pdf>
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de los procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39-88. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis_procesos_instruccion.pdf
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M., & Lurduy, O. (2009). Sistemas de prácticas y configuraciones de objetos y procesos como herramientas para el análisis semiótico en educación matemática. *Semiotic Approaches to Mathematics, the History of Mathematics and Mathematics Education*. Aristotle University of Thessaloniki, Grecia Recuperado de http://www.seiem.es/docs/comunicaciones/GruposXIII/dmdc/Godino_Font_Wilhelmi_Lurduy_R.pdf
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Onto-Semiotic Approach to Mathematics Teacher's Knowledge and Competences. *Bolema*, 31(57), 90-113. doi: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Professional knowledge in the design and management of a class on similar triangles. Analysis with tools of the DMKC model. *AIEM Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 63-83. doi: <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.224>
- Husu, J., Toom, A., & Patrikainen, S. (2008). Guided reflection as a means to demonstrate and develop student teachers' reflective competencies. *Reflective Practice*, 9(1), 37-51. <https://doi.org/10.1080/14623940701816642>

- Kleinknecht, M., & Schneider, J. (2013). What do teachers think and feel when analyzing videos of themselves and other teachers teaching? *Teaching and Teachers Education*, 33(5), 13-23. Recuperado de <https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.02.002>
- McMillan, J. H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa: Una introducción conceptual* (5^{ta} ed.). Madrid, España: Pearson Educación. Recuperado de https://desfor.infed.edu.ar/sitio/upload/McMillan_J._H._Schumacher_S._2005._Investigacion_educativa_5_ed..pdf
- Morales-López, Y., & Font, V. (2019). Evaluation by a teacher of the suitability of her mathematics class. *Educação e Pesquisa*, 45, 1-19. e189468. doi: 10.1590/S1678-4634201945189468
- Morales-López, Y. (2017). Costa Rica: The Preparation of Mathematics Teachers. In A. Ruiz (Ed.), *Mathematics Teacher Preparation in Central America and the Caribbean: The Cases of Colombia, Costa Rica, the Dominican Republic and Venezuela* (pp. 39–56). Cham: Springer International Publishing. doi: 10.1007/978-3-319-44177-1_3
- Morales-López, Y. (2019). Knowledge evidenced by prospective mathematics teachers when performing a task involving geometry, teaching and the use of technology. *Acta Scientiae*, 21(2), 75-92. doi: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5081>
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar: profesionalización y razón pedagógica*. Barcelona, España: Graó. Recuperado de https://coleccion.siaeducacion.org/sites/default/files/files/6_perrenoud_philippe_2007desarrollar_la_practica_reflexiva.pdf
- Rosaen, C. L., Lundeberg, M., Cooper, M., Fritzen, A., & Terpstra, M. (2008). Noticing noticing: how does investigation of video records change how teachers reflection their experiences? *Journal of Teacher Education*, 59(4), 347-360. Recuperado de <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/0022487108322128>
- Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354). Rotterdam, Netherlands: Sense publishers. doi: https://doi.org/10.1163/9789087905460_016
- Schön, D. (1984). *The Reflective Practitioner: How Professionals Think in Action*. Arena, London.
- Seckel, M., & Font, V. (2020). Reflective Competency in the Educators of Mathematics Teachers. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 12(25), 127-144. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m12-25.crfp>