



# Contribuições da Investigação Matemática no Ensino de Educação Financeira e Economia

Patricia Franzoni<sup>a</sup>  
Marli Teresinha Quartieri<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Instituto de Ciências Econômicas, Rio Grande, RS, Brasil

<sup>b</sup>Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Lajeado, RS, Brasil

*Received for publication on 25 May 2020. Accepted after review on 7 Sep. 2020*

*Designated editor: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMO

**Contexto:** A proposta da educação financeira em sala de aula nasce da expectativa de mudar o cenário de consumo irresponsável que a sociedade atravessa e deve ser inserida em todos os contextos educacionais dos alunos, do ensino fundamental ao superior, visando proporcionar aos consumidores-indivíduos noções básicas de economia e consumo. **Objetivo:** Analisar como tarefas investigativas podem contribuir no ensino de educação financeira e economia. **Design:** Metodologia da investigação matemática. **Ambiente e participantes:** A pesquisa foi desenvolvida com doze estudantes da disciplina de matemática financeira, do curso de licenciatura em matemática de uma universidade no estado do Rio Grande do Sul (Brasil). **Coleta e análise de dados:** Este artigo caracteriza-se como pesquisa qualitativa e os dados produzidos (tarefas, gravações, questionário, fórum) foram analisados mediante a análise textual discursiva. **Resultados:** Possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução; importância da tarefa investigativa, em grupo, para o aprendizado e desenvolvimento da criatividade e autonomia; desenvolvimento do espírito crítico no processo de tomada de decisão; relações da tarefa investigativa com situações do cotidiano; e dificuldades durante a resolução da tarefa. **Conclusões:** Por meio deste estudo conclui-se que as tarefas investigativas contribuíram nos processos de ensino e de aprendizagem, os pequenos grupos ao fazerem descobertas e percorrerem caminhos diferentes durante a resolução de cada situação-problema demonstraram entusiasmo, criatividade e autonomia. Quando compararam seus resultados, no momento da socialização para o grande grupo, perceberam que poderiam ter escolhido outros caminhos ou que algum fator importante, que poderia ter feito parte da análise, não tinha sido considerado, o que rendeu várias discussões tanto em sala de aula como no fórum do ambiente virtual, fortalecendo o aprendizado e desenvolvimento do espírito crítico e colaborativo.

**Palavras-chave:** investigação matemática; educação financeira; economia; ensino; aprendizagem.

# Mathematical Investigation Contributions for the Financial Education and Economics Teaching

## ABSTRACT

**Background:** The proposal of financial education in classrooms is born in the expectation of changing an irresponsible consumption scenario that society is going through and should be included in all student educational contexts, from elementary to higher education, aiming to provide consumers-individuals with basic notions of economics and consumption. **Objective:** Analyse how investigative tasks can contribute to the financial education and economics teaching. **Design:** Methodology of mathematical investigation. **Setting and participants:** The research was carried out with twelve students in the discipline of Financial Mathematics, in a mathematics program at a university in the state of Rio Grande do Sul (Brazil). **Data collection and analysis:** This article is characterised as qualitative research and the data produced (tasks, recordings, questionnaire, forum) were analysed through discursive textual analysis. **Results:** Possibilities of conjectures and resolving strategies; investigative activity importance, in group, for the creativity and autonomy learning and development; critical thinking development in the decision making process; relations between the task and daily life situations; and analysis of difficulties during task execution. **Conclusions:** Through this study, we conclude that the investigative tasks have contributed for the teaching and learning processes, when the small groups made discoveries and followed different paths during each problem situation solving, they demonstrated enthusiasm, creativity, and autonomy. When the results were compared, at the moment of interaction with the bigger group, the groups realised they could have chosen other paths, or any important factor, which could have been part of the analysis, had not been considered, what yielded several discussions in the classroom as well as in the virtual forum, strengthening a critical and collaborative thinking development.

**Keywords:** mathematical investigation; financial education; economics; teaching; learning.

## INTRODUÇÃO

A proposta da educação financeira nas salas de aula, segundo Santos, Menezes e Rodrigues (2016) nasce na expectativa de mudança de um cenário de consumo irresponsável por qual está passando a sociedade. Kistemann Jr. (2011) enfatiza a necessidade de incluir educação financeira em todos os contextos de formação dos estudantes desde a educação elementar até o ensino superior, objetivando fornecer aos indivíduos-consumidores, noções básicas sobre economia e consumo. De acordo com Bauman (2008) a busca incessante de felicidade associada à compra de novos objetos vem, de certa forma, tornando-se um problema para um número significativo da população que acabou tornando-se inadimplente. Além disso, de acordo com Franzoni, Del Pino e Oliveira (2018), a falta de entendimento sobre economia pode ser um dos problemas para o aumento do bem-estar social, pois uma sociedade informada e com conhecimento é capaz de fazer melhores escolhas.

Diante da problemática, o objetivo do presente estudo, de abordagem qualitativa, foi analisar como tarefas de investigação matemática podem contribuir no ensino de educação financeira e economia, em um curso de licenciatura em matemática. A investigação

matemática é uma metodologia de ensino e aprendizagem no qual a característica principal é a formulação de conjecturas (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2015).

Com relação aos instrumentos de coleta de dados, estes foram coletados por meio de gravações das discussões das tarefas investigativas em sala de aula (pequenos grupos) e gravações com filmagem das discussões (grande grupo), registro das tarefas de investigação matemática, questionários aplicados individuais e discussões no fórum do ambiente virtual. Foi utilizada a plataforma *Moodle* como ambiente virtual de aprendizagem que tem o objetivo de contribuir na aprendizagem e promover a interação entre os alunos, a partir dos fóruns de discussão. O objetivo de incluir o fórum neste estudo é para que as discussões relativas à socialização das tarefas investigativas não encerrem em sala de aula, continuem acontecendo à distância, para fortalecer o aprendizado e desenvolver o espírito crítico, criativo e colaborativo dos alunos.

Por fim, salienta-se que os dados foram analisados a partir da Análise Textual Discursiva (Moraes & Galiuzzi, 2016). Para tanto, além desta introdução, a segunda seção apresenta o referencial teórico. A terceira seção aborda a metodologia realizada para efetivar esta pesquisa. A quarta seção faz referência à análise dos dados, apresentando os principais resultados. Por fim, a última seção, explicita as conclusões deste estudo.

## REFERENCIAL TEÓRICO

A educação financeira está entre os temas da atualidade presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Trata-se do conjunto de conhecimentos entendidos como essenciais para o fortalecimento da cidadania e voltados para ajudar a população a tomar decisões financeiras mais autônomas e conscientes (Brasil, 2016). A definição de educação financeira, segundo o Banco Central do Brasil:

É o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e produtos financeiros. Com informação, formação e orientação claras, as pessoas adquirem os valores e as competências necessárias para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos a elas associados e, então, façam escolhas bem embasadas, saibam onde procurar ajuda e adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, a educação financeira é um processo que contribui, de modo consciente, para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (Banco Central do Brasil, 2019, p. 1)

A Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), Banco Mundial e Ministério da Educação apontam como justificativas para ensinar educação financeira o envolvimento dos jovens cada vez mais cedo em decisões financeiras, o aumento de produtos financeiros nos bancos, tornando cada vez mais complexo as decisões na hora de escolher o melhor investimento, financiamento, forma de pagamento, tipo de previdência, etc. Além disso, o Banco Mundial e a OCDE têm mostrado preocupação com o grau de endividamento das famílias. O consumismo em excesso levou muitas famílias ao

endividamento, aumentando a intervenção do Banco Central do Brasil tanto na economia para reduzir o consumo, como nas escolas para ensinar educação financeira.

Lusardi e Mitchell (2014) destacam que a maioria das pessoas em todo mundo são consideradas analfabetas financeiramente e confirmam a importância do conhecimento de economia no ensino de educação financeira, para que os alunos ao aprenderem, possam fazer melhores escolhas financeiras. Portanto, a educação financeira engloba não somente o conhecimento de matemática financeira, mas também de economia, com o objetivo de que os alunos possam fazer melhores escolhas e analisar, de maneira mais aprofundada, problemas financeiros do cotidiano. Segundo Kistemann Jr. (2011) existe a necessidade de proporcionar aos estudantes estratégias que auxiliem na tomada de decisões e condução de situações cotidianas, para se posicionarem como indivíduos críticos. Portanto, a ideia de escolher a investigação matemática para ensinar educação financeira e economia é desenvolver no aluno o pensamento crítico no processo de tomada de decisão.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) definem a investigação matemática como uma “atividade de ensino-aprendizagem” que envolve quatro principais momentos. O primeiro momento refere-se ao conhecimento inicial, envolvendo a verificação, análise e a elaboração de questões em referência a situação-problema. O segundo momento envolve a elaboração de ideias e constatações, que se baseia em suposições elaboradas a partir de uma situação, essas hipóteses são chamadas de conjecturas. O terceiro momento implica na realização de testes das conjecturas, na qual será definido se a hipótese fundamenta-se ou não como verdadeira. Ao final, na quarta etapa, ocorre a demonstração e avaliação da situação, acompanhada de uma argumentação que justifica o seu raciocínio.

A investigação matemática está relacionada, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) à formulação de conjecturas que se procura testar e provar, o aluno é convidado a agir como um matemático na apresentação dos resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e professor. Dessa forma, é possível preparar indivíduos para o mundo, que sejam capazes de fazer melhores escolhas, ter consciência sobre seus atos e consequências, se posicionando criticamente frente a algum tema e/ou problema. O cidadão deste século na área da matemática precisa “utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da natureza e humanas, ou ainda questões econômicas” [...] (Brasil, 2017, p. 523). Essa competência da área da matemática entre outras contribuem para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, em que os alunos passam a investigar os desafios do mundo contemporâneo e interpretar situações econômicas para fazer melhores escolhas a respeito de um problema.

Ainda, segundo Brasil (2017) entre as habilidades dos alunos estão: resolver e elaborar problemas do cotidiano, da matemática financeira e de outras áreas de conhecimento; interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de juros, inflação e câmbio, investigando os processos de cálculo desses números; elaborar planilhas para o controle de orçamento familiar; resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e juros compostos, destacando o seu crescimento exponencial. Contudo, Teixeira (2015) ressalta que os

conteúdos de matemática financeira (juros simples e composto, sistemas de amortização, etc.) estão sendo transmitidos aos estudantes de maneira descontextualizada, existindo uma preocupação excessiva em ensinar por meio de fórmulas e tabelas, sem fazer referência ao cotidiano, o que dificulta o aprendizado. De acordo com o autor é preciso unir teoria e prática, objetivando conectar essa disciplina com a educação financeira.

## METODOLOGIA

Para alcançar o objetivo proposto, ou seja, analisar como a investigação matemática pode contribuir no ensino de educação financeira e economia, a pesquisa foi realizada com doze estudantes, do 6º semestre, do curso de licenciatura em matemática de uma Universidade no Estado do Rio Grande do Sul, no qual foram exploradas dez atividades de investigação matemática, na disciplina de matemática financeira. As situações-problema elaboradas têm o intuito de atender a BNCC (Brasil, 2017) e também, ao objetivo e habilidades previstas da disciplina de matemática financeira, contribuindo na formação inicial dos licenciandos, ao estabelecer relações entre a matemática financeira com a educação financeira e economia a partir de tarefas investigativas.

O propósito principal de cada questão de educação financeira proposta é analisar o comportamento do consumidor; pensamento do aluno no processo de tomada de decisão em situações-problema que fazem parte do cotidiano. Também, pretendeu-se explicitar as implicações dos juros compostos ao longo do tempo; a diferença entre valor à vista e a prazo; a importância de fazer pesquisa de mercado e comparar preços, de forma a minimizar custo e/ou maximizar satisfação; o quanto o entendimento de porcentagem, taxas de câmbio, conversão de moeda, taxas pré e pós-fixada de juros podem facilitar o processo de escolha; que formas de investimento, planos de previdência, regimes de capitalização, formas de financiamento (imobiliário, *leasing*, consórcio, crédito direto ao consumidor) são mais vantajosos, de acordo com o cenário da economia atual e suas possíveis previsões. Enfim, como o entendimento de economia e matemática financeira influenciam na tomada de decisão do consumidor e são importantes para se atingir a educação financeira.

Dessa forma, acredita-se que os futuros professores poderão se sentir mais preparados para ensinar educação financeira. Em função do tamanho da turma, foram formados quatro grupos para trabalharem em conjunto. Os pequenos grupos foram montados a partir da escolha de uma palavra por cada aluno: *Investigação, Matemática, Finanças e Ensino*. Por questões éticas, não são divulgados os nomes dos participantes, identificados de A1 à A12.

Cabe destacar que todas as tarefas investigativas foram pensadas para o ensino médio, de acordo com as habilidades previstas na BNCC (Brasil, 2017) para a disciplina de matemática, mas podem ser adaptadas para o ensino fundamental. Nesse artigo, serão analisadas apenas duas dessas tarefas, conforme Figuras 1 e 2 à seguir:

**Figura 1**

**Tarefa Investigativa – Custo de Passagem de Avião/ Bagagem – Decisão de Compra**

Vamos supor que um amigo tenha conseguido um emprego em Natal (Rio Grande do Norte/ Brasil), precisa se mudar de Porto Alegre (Rio Grande do Sul/ Brasil) nas próximas horas e decidiu viajar de avião. Logo, precisará escolher entre passagens da classe econômica ou executiva, assim como a quantidade de malas que levará que pode variar entre duas à quatro, segundo as suas previsões. Sabe-se que se o passageiro ultrapassar o limite estabelecido de cada bagagem despachada (peso: 23kg; dimensão: 158cm lineares) pagará um valor adicional por excesso. O passageiro pode levar uma única bagagem de mão na aeronave, desde que não ultrapasse 8kg e 115 cm lineares. É permitido despachar até 3 malas por passageiro nesta atividade. De acordo com uma pesquisa realizada na *internet*, o seu amigo precisa escolher entre as seguintes companhias:

**COMPANHIA AÉREA “A”**

**RS\$1.230,00 sem bagagem despachada**  
**RS\$1.430,00 com direito a uma bagagem despachada**  
RS\$60,00 = 1 mala despachada  
RS\$100,00 = 2 malas despachadas (valor total)  
RS\$120,00 = 3 malas despachadas (valor total)  
RS\$80,00 = acima do peso permitido (até 32 kilos);  $23 < P \leq 32$ ; por bagagem  
RS\$160,00 = acima do peso permitido (até 45 kilos);  $32 < P \leq 45$ ; por bagagem  
+ RS\$110,00 = acima de 45 kilos (por bagagem)  
RS\$110,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem); P = Peso

**COMPANHIA AÉREA “B”**

**RS\$1.267,00 sem bagagem despachada**  
**RS\$1.270,00 com direito a uma bagagem despachada**  
RS\$60,00 = 1 mala despachada  
RS\$100,00 = 2 malas despachadas (valor total)  
RS\$120,00 = 3 malas despachadas (valor total)  
RS\$80,00 = acima do peso permitido (até 32 kilos);  $23 < P \leq 32$ ; por bagagem  
RS\$160,00 = acima do peso permitido (até 45 kilos);  $32 < P \leq 45$ ; por bagagem  
+ RS\$100,00 = acima de 45 kilos (por bagagem); P = Peso  
RS\$100,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem)

**COMPANHIA AÉREA “C”**

**RS\$972,00 sem bagagem despachada**  
**RS\$1.496,00 com direito a uma bagagem despachada**  
RS\$80,00 = 1 mala despachada  
RS\$110,00 = 2 malas despachadas (valor total)  
RS\$200,00 = 3 malas despachadas (valor total)  
RS\$12,00 por kilo excedente ao permitido (por bagagem)  
RS\$130,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem)

**COMPANHIA AÉREA “D”**

**RS\$1.000,00 sem bagagem despachada**  
**RS\$1.400,00 com direito a uma bagagem despachada**  
RS\$60,00 = 1 mala despachada  
RS\$100,00 = 2 malas despachadas (valor total)  
RS\$130,00 = 3 malas despachadas (valor total)  
RS\$130,00 = excesso de peso (por bagagem)  
RS\$130,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem)

f) É melhor adquirir a passagem na classe econômica sem direito à bagagem despachada e pagá-la separado ou comprar na classe executiva com direito a despachar uma mala? Justifique.

g) Qual companhia é a mais vantajosa? Demonstre matematicamente o seu raciocínio.

h) Se o seu amigo resolver levar mais de uma mala despachada, a escolha da companhia se mantém? Justifique.

i) Quais formalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza?

j) Existem outros fatores que poderiam ter feito parte da análise no processo de decisão e que não foram levados em consideração nos cálculos realizados? Explícite.

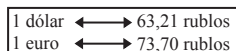
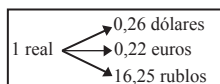
## Figura 2

### Tarefa Investigativa – Custo de Viagem Internacional – Decisão de Compra

Uma família composta por 4 pessoas ficou 15 dias em Moscou (Rússia) para assistir a Copa do Mundo. Sabe-se que o gasto médio por pessoa na cidade é igual à 4.107,25 rublos por dia e essa família precisou escolher entre comprar rublos no Brasil no aeroporto + IOF de 1,1%, dólar ou euro em corretoras de câmbio no Brasil + IOF de 1,1% para levar para viagem. Para compras no cartão de crédito fora do Brasil o custo de IOF aumenta para 6,38%.

Supondo que a família tenha atingido o gasto médio por pessoa, em rublos, nos 15 dias e sabendo que:

IOF = Imposto de Operação Financeira



- Quantos reais são necessários para comprar uma unidade de moeda estrangeira? Encontre as taxas de câmbio.
- Defina taxa de câmbio e formalize o seu raciocínio.
- Vale mais a pena comprar dólar ou euro no Brasil para depois fazer a troca da moeda na Rússia? Justifique.
- Se a nossa moeda desvalorizar mais em relação ao dólar do que o euro no dia seguinte, ainda vale a pena comprar dólar? Justifique.
- Sabe-se que nas corretoras de câmbio dos aeroportos do Brasil  $1 \text{ real} = 14,164 \text{ rublos} + 1,1\%$  de IOF. Quantos reais seriam gastos se a família decidir trocar todos os reais por rublos no Brasil? Como foi pensado?
- Qual seria o resultado se a família decidir gastar somente no cartão de crédito? Não esqueça do IOF de 6,38%. Quantas conversões serão realizadas?
- Formalize o seu raciocínio, em cima dos cálculos realizados (itens a, b, c, d, e, f), para que possa ser aplicado a qualquer situação da mesma natureza.
- Compare os resultados e escolha a situação mais vantajosa para a família, justificando a sua resposta.

Ao término de cada tarefa desenvolvida, em aproximadamente 3 horas, os alunos se dirigiam ao laboratório de informática para responder ao questionário sobre a tarefa e a sua própria aprendizagem. A resolução de cada atividade de investigação matemática registrada, por grupo, em caderno, também, foi postada no fórum do ambiente virtual para fomentar as discussões fora de sala de aula. Assim, os alunos tiveram a liberdade de analisar com mais detalhes as resoluções das atividades dos colegas e cooperarem, o que proporcionou uma maior interação na turma ao fazerem considerações e comentários para enriquecer o aprendizado; desenvolvendo, dessa maneira, a autonomia e o pensamento crítico.

Portanto, os dados da pesquisa foram coletados por meio de gravações das discussões das tarefas investigativas em sala de aula (pequenos grupos) e gravações com filmagem das discussões (grande grupo); registro no caderno das tarefas de investigação matemática, postadas no ambiente virtual (por grupo); questionários aplicados e postados (individual); e discussões no fórum do ambiente virtual.

Diante disso e com base no objetivo proposto, este estudo se caracteriza como uma pesquisa qualitativa. Esta, segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 31-32), “não se preocupa com representatividade numérica, mas com a compreensão de um grupo social, com

aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais”. Nesse contexto, para compreender como atividades investigativas podem contribuir no ensino de educação financeira e economia em um curso de licenciatura em matemática foi escolhida a abordagem qualitativa, com o propósito de compreender como acontecem os processos de ensino e aprendizagem, sem levar em consideração aspectos quantificáveis.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), na pesquisa qualitativa o relevante é a maneira como algo acontece. Minayo (2010, p. 21) complementa que “a pesquisa qualitativa trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes”. Portanto, o pesquisador não está interessado somente no produto final, mas no processo, no significado dos pensamentos e no modo de ser das pessoas.

Assim sendo, os dados emergentes foram analisados mediante a aplicação da ATD (Análise Textual Discursiva) que, conforme Moraes e Galiazzi (2016) configura-se como uma metodologia de etapas extremamente minuciosa, requerendo do pesquisador a atenção e a rigorosidade em cada etapa do processo. AATD visa, inicialmente, à desmontagem dos textos e seu exame nos mínimos detalhes. Na sequência, desenvolve-se o estabelecimento de relações entre cada unidade, procurando-se a identidade entre elas para, em seguida, captar o que emerge da totalidade do texto em direção a uma nova compreensão desse todo. Dessa forma, a ATD, de acordo com Moraes e Galiazzi (2016), é composta por três etapas, sendo a primeira delas o processo de unitarização, em que é desconstruído o texto, fragmentando-o em unidades de significado. O processo de unitarização é, portanto, a etapa essencial no desenvolvimento da ATD, pois nesta unidade estão contidas as mensagens mais significativas dos textos analisados. A segunda corresponde à organização de categorias, as quais podem ser constantemente reagrupadas. Por fim, na terceira, produz-se um metatexto com as novas compreensões obtidas.

Dessa forma, na primeira etapa os dados transcritos das gravações e filmagem das discussões em sala de aula, de cada tarefa investigativa, foram organizados em um quadro e cada coluna correspondia a um grupo de alunos, no qual foram colocadas as palavras-chave a ela referentes. Após, foi realizado o mesmo procedimento para os registros dos cadernos, por grupo, de cada tarefa investigativa. Por fim, foram incluídas as palavras-chave em outro quadro, dos dados individuais relativos às postagens no fórum de discussão (*Moodle*) e na sequência dos questionários aplicados de cada tarefa investigativa. Na segunda etapa, foram estabelecidas as categorias para, na última etapa da ATD, produzir os metatextos por categoria, conectando o aporte teórico deste estudo às respostas dos alunos.

## **ANÁLISE E RESULTADOS**

Os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar na prática, na resolução de cada tarefa, os quatro momentos da investigação matemática, descritos anteriormente. As



duas tarefas investigativas analisadas neste artigo tiveram o objetivo de compreender o pensamento do aluno no processo de tomada de decisão, explicitar a importância de fazer pesquisa de mercado e comparar preços, de forma a minimizar custo e/ou maximizar satisfação; demonstrando o quanto o entendimento de taxas de câmbio e conversão de moeda podem facilitar o processo de escolha. Enfim, como o entendimento de economia e matemática financeira influenciam na tomada de decisão do consumidor e são importantes no ensino de matemática para se atingir a educação financeira, como bem destaca a Base Nacional Comum Curricular. Assim sendo, os dados coletados foram agrupados em cinco categorias, a saber: a) Possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução; b) Importância da tarefa investigativa, em grupo, para o aprendizado e desenvolvimento da criatividade e autonomia; c) Desenvolvimento do espírito crítico no processo de tomada de decisão; d) Relações da tarefa investigativa com situações do cotidiano (ligação teoria e prática); e e) Dificuldades durante a resolução da tarefa. A seguir, apresentam-se as categorias emergentes com declarações dos alunos, bem como a referida discussão e imbricação com alguns autores:

#### **a) Possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução**

Com relação à primeira tarefa (Figura 1) sobre custo de passagem de avião e bagagem, todos os grupos constataram que a escolha da companhia aérea depende do número de bagagens despachadas e de problemas de excesso de peso e/ou dimensão, alterando a ordem de preferências. A melhor escolha, que minimiza custo, é adquirir a passagem na classe econômica e comprar as bagagens. A companhia aérea mais vantajosa é a “C” até 2 bagagens despachadas sem problemas de excesso de peso e/ou dimensão, mas se o número de malas despachadas for igual à 3, a empresa com menor custo será a “D”. No entanto, se o consumidor tem preferência por viajar apenas pela companhia “B” é melhor ele adquirir a passagem na classe executiva, pagando R\$3,00 a mais (R\$1270 – R\$1267), em função de ter direito de despachar uma bagagem, caso resolva levar 2 ou 3 malas pagará menos do que na classe econômica.

Entre as possibilidades testadas pelos grupos estão: 1) problema de dimensão em todas as bagagens, a melhor opção é a classe econômica, a empresa C é preferível até 2 malas e a empresa D preferível para 3 malas despachadas; 2) problema de excesso de peso em todas as bagagens, a melhor opção é a empresa C até 3 malas despachadas, para peso maior que 23kg e menor ou igual à 32kg. A empresa D é preferível até 3 malas despachadas, para peso maior que 32kg; 3) problema de peso e dimensão em todas as bagagens, a empresa C é a mais viável para até 3 malas despachadas (peso maior que 23kg e menor ou igual à 32kg + problemas de dimensão). A empresa D é preferível para peso maior que 32kg + problema de dimensão em até 3 bagagens. Os preços da empresa B (classe executiva) são interessantes se compararmos com outras empresas (classe econômica) em diversas situações (número de bagagens despachadas, problemas de excesso de peso e/ou dimensão), a decisão vai depender das preferências do consumidor, disposição à pagar e análise por exemplo da qualidade do serviço de bordo, número de

conexões e escalas, histórico de atrasos no voo, alimentação, tamanho, modelo e estado da aeronave, entre outros. Os caminhos que os grupos percorreram foram diferentes para chegar a essas conclusões, entre outras.

Dois grupos (A e B) resolveram a situação-problema com a utilização de tabelas, destacando diversas possibilidades de combinações de bagagens para as seguintes situações: sem problemas de peso e dimensão nas bagagens; problema de peso e sem irregularidades com dimensão; sem excesso de peso e com problemas de dimensão; problema de peso e dimensão nas bagagens. Contudo, o grupo C construiu uma única tabela para encontrar as conjecturas e o grupo D foi criativo e eficiente, conforme a Figura 3 a seguir, o grupo D colocou as informações do enunciado da tarefa em Matrizes [1X4], de uma linha e quatro colunas para encontrar as generalizações e responder a letra “d”: Quais formalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza?

**Figura 3**

*Tarefa Investigativa 1 – Custo de Passagem de Avião e Bagagem (Dados de Pesquisa: Grupo D)*

$p \Rightarrow$  peso (cada mala)  $P_x = \sum p, \forall p > 23\text{kg} \Rightarrow$  somatório de pesos acima de 23kg  
 $P_1 = 23 < p \leq 32$ ;  $P_2 = 32 < p \leq 45$ ;  $P_3 = > 45$   
 $X =$  custo econômica sem bagagem;  $Y =$  custo executiva com bagagem;  
 $M_1 = 1$  mala;  $M_2 = 2$  malas;  $M_3 = 3$  malas;  $D_L =$  dimensão  $> 158\text{cm}$   
 Dados das Matrizes:  $A_{11} =$  Companhia aérea A;  $A_{12} =$  Companhia B;  $A_{13} =$  Companhia C;  $A_{14} =$  Companhia D  
 $m_{p0} \Rightarrow$  número de malas tal que  $p \leq 23\text{kg}$                        $m_{p1} \Rightarrow$  número de malas tal que  $23\text{kg} < p \leq 32\text{kg}$   
 $m_{p2} \Rightarrow$  número de malas tal que  $32\text{kg} < p \leq 45\text{kg}$                        $m_{p3} \Rightarrow$  número de malas tal que  $p > 45\text{kg}$   
 $m_{px} = m_{p1} + m_{p2} + m_{p3} \Rightarrow$  número de malas com peso excedente       $m = m_{p0} + m_{px} \Rightarrow$  número total de malas  
 $d \Rightarrow$  dimensão linear (cada mala)     $m_{d0} \Rightarrow$  número de malas com  $d \leq 158\text{cm}$   
 $m_d \Rightarrow$  número de malas com  $d > 158\text{cm}$      $m_{d0} + m_d = m$   
 De acordo com a legenda acima e informações do enunciado da tarefa é possível definir as seguintes matrizes:  
 $X = [1230 \ 1267 \ 972 \ 1000]$        $Y = [1430 \ 1270 \ 1496 \ 1400]$        $M_1 = [60 \ 60 \ 80 \ 60]$   
 $M_2 = [100 \ 100 \ 110 \ 100]$        $M_3 = [120 \ 120 \ 200 \ 130]$        $P1 = [80 \ 80 \ 12 \Rightarrow (P_x \div m_x - 23) \ 130]$   
 $P2 = [160 \ 160 \ 12 \Rightarrow (P_x \div m_x - 23) \ 130]$        $P3 = [270 \ 260 \ 12 \Rightarrow (P_x \div m_x - 23) \ 130]$        $D_L = [110 \ 100 \ 130 \ 130]$   
 Dessa forma, as duas equações que generalizam as várias possibilidades encontradas são:  
 Para classe econômica sem bagagem inclusa:  $X + M_m + \sum_{n=1}^3 (M_{pn} \cdot P_n) + M_d \cdot D_L$   
 Para classe executiva com bagagem inclusa:  $X + M_{m-1} + \sum_{n=1}^3 (M_{pn} \cdot P_n) + M_d \cdot D_L$

O aluno A3 em seu relato demonstra surpresa com a resolução da atividade, de um dos grupos, sem a utilização de tabela. Avalia que teria dificuldade em resolver sem tabelas, mas ao mesmo tempo constata ser interessante o modo como o grupo pensou para solucionar o problema:

Achei bem intrigante o modo como pensaram ao realizar a tarefa, como fizeram sem a utilização de uma tabela, eu mesmo teria me perdido nos cálculos e no

raciocínio. Eu teria muita dificuldade de fazer esta atividade sem tabela. Parabéns ao grupo (A3).

O aluno A1 ressalta que existem várias maneiras para se resolver um problema e que os grupos apesar de percorrerem caminhos diferentes, conseguiram compreender a atividade:

Penso que o modo o qual se chega às conclusões são apenas maneiras distintas, mas o que se espera é conseguir obter êxito. Nessa atividade como nas outras, todos os grupos com maneiras distintas conseguiram concluir a tarefa e, isso, que é legal em aprender. Seu grupo não fez tabela, mas conseguiu compreender a atividade (A1).

Ao mesmo tempo, o aluno A5 destaca que ao organizar os dados em várias tabelas fica mais acessível à análise, obtendo uma maior compreensão da situação-problema e tornando evidente a opção mais vantajosa:

As tabelas estão extremamente organizadas e com fácil entendimento. Com as tabelas separadas fica mais fácil a visualização da melhor companhia. E as respostas estão claras, é possível ter melhor entendimento da questão (A5).

Pode-se perceber que a investigação matemática proporciona pensamentos diferenciados de resolução entre os grupos de alunos, no qual é preciso analisar todas as possibilidades antes de se chegar a uma conclusão, como ressalta o aluno A9:

Muito bem organizadas as formalizações do grupo de vocês, de fácil entendimento, explorando as várias possibilidades do caso (A9).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) destacam que ao resolvermos um problema, temos um caminho de descobertas e esse processo pode se tornar mais significativo que a sua solução. Isso pode ser percebido no diálogo entre os alunos A1 e A3 quando evidenciam que existe um conjunto de possibilidades para se resolver o problema e que nem sempre a resposta encontrada está correta ou é única, em função de existirem outros fatores que não foram descobertos durante o desenvolvimento da atividade:

Vi que fizeram separadas as tabelas da classe econômica e executiva, ficou bem organizado. O interessante destas atividades é o quanto elas mostram que podemos chegar na mesma conclusão por caminhos diferentes, respeitando o raciocínio de cada um de nós. Perfeito sua fala A3, quando todos fazem por um caminho

e encontram um mesmo resultado mostra que a matemática não tem apenas um método único e sim vários de se concluir um resultado. Concordo com o que você disse A1, pois se pensarmos como somos cobrados muitas vezes, tanto no ensino básico ou superior, às vezes não se é levado em consideração os diferentes meios de se chegar à mesma conclusão ou que a solução encontrada pode não ser perfeita, porque ainda depende de outros fatores que passaram despercebidos (Diálogo entre A1 e A3).

Segundo Abrantes (1999, p. 155) “uma contribuição da prática de atividades que envolvem os alunos em problemas abertos é o fato de lidar com processos fundamentais da atividade e do pensamento matemático, como formular problemas e fazer e demonstrar conjecturas”. Neste contexto, a referida metodologia corrobora com os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) e com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017).

É necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática. [...] A identificação de regularidades e padrões exige, além de raciocínio, a representação e a comunicação para expressar as generalizações, bem como a construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado. [...] Com relação à competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas (Brasil, 2017, p. 519).

Com relação à tarefa investigativa custo de viagem internacional (Figura 2), cabe destacar que todos os alunos não sabiam o que era taxa de câmbio e após trabalhar com as conversões de moeda (real, rublo, euro e dólar) conseguiram definir o conceito. Segundo Pinho e Vasconcellos (2006) taxa de câmbio nada mais é do que a medida de conversão da moeda nacional em moeda de outros países, o que vem ao encontro das respostas dos grupos:

Preço de uma moeda em relação à outra (Grupo A).

Razão entre a moeda local e determinada moeda estrangeira (Grupo B).

Valor da moeda de um país em relação à de outro país (Grupo C).

Relação entre valores monetários de dois países (Grupo D).

Portanto, taxa de câmbio é o preço (custo) da moeda estrangeira em termos de moeda nacional, ou seja, o preço (custo) em reais (R\$) de cada moeda estrangeira. Cabe destacar, que os grupos chegaram às mesmas conclusões em quase todas as perguntas, porém por caminhos diferentes. Dois grupos (A e B) se preocuparam em encontrar, primeiramente, o custo total da viagem ( $CT = \text{gasto médio por pessoa} \times n^{\circ} \text{ de pessoas}$

X n° de dias), em rublos e trabalhar com as taxas de câmbio encontradas na letra “a”, para responderem às perguntas das letras “c” à “h” por regra de três ou multiplicando o custo total (CT) pela taxa de câmbio (T) correspondente. O grupo C resolveu a tarefa com as taxas encontradas na letra “a”, mas não calculou o custo da viagem para responder as perguntas das letras “c” e “d”; apenas encontrou a generalização. O grupo D trabalhou com as taxas fornecidas no enunciado da tarefa e não calculou o custo da viagem, apenas encontraram as generalizações (Figura 4), que pudessem ser aplicadas à qualquer situação da mesma natureza, testando, validando as conjecturas e encontrando a solução do problema, assim como o grupo C. Para a conversão de um valor “a” de uma moeda A, para um valor “b” de uma moeda B, o grupo D utilizou a seguinte operação:  $bB = aA \cdot \text{Taxa de Câmbio}_{B-A}$ ; enquanto o grupo C resolveu a questão por uma equação semelhante:  $CR_{Mn} = CR_{Me} \cdot T_{Mn-Me}^1$ .

#### Figura 4

Tarefa Investigativa 2 – Custo de Viagem Internacional (Dados de Pesquisa: Grupo D)

c) Vale mais a pena comprar dólar ou euro no Brasil para depois fazer a troca da moeda na Rússia? Justifique.

Se quisermos trocar x reais por rublos, usando dólar como intermediário:

$$x \text{ BRL} \cdot T_{\text{USD/BRL}} = x \text{ BRL} \cdot \frac{0,26 \text{ USD}}{1 \text{ BRL}} = 0,26 x \text{ USD}$$

$$0,26 x \text{ USD} \cdot T_{\text{RUB/USD}} = 0,26 x \text{ USD} \cdot \frac{63,21 \text{ RUB}}{1 \text{ USD}} = 16,43 x \text{ RUB}$$

Já se quisermos trocar x reais por rublos, usando euro como intermediário:

$$x \text{ BRL} \cdot T_{\text{EUR/BRL}} = x \text{ BRL} \cdot \frac{0,22 \text{ EUR}}{1 \text{ BRL}} = 0,22 x \text{ EUR}$$

$$0,22 x \text{ EUR} \cdot T_{\text{RUB/EUR}} = 0,22 x \text{ EUR} \cdot \frac{73,70 \text{ RUB}}{1 \text{ EUR}} = 16,21 x \text{ RUB}$$

Logo, vale mais a pena comprar dólar no Brasil para depois fazer a troca na Rússia.

Nas generalizações encontradas, dois grupos não acrescentaram o IOF (Imposto de Operação Financeira), outro grupo não percebeu na resolução da letra “f” que teria que converter o gasto em rublos para dólares e o custo total da viagem do cartão de crédito, em reais (R\$), dependeria da cotação do dólar no dia da compra ou no fechamento da fatura (escolha do titular do cartão)<sup>2</sup>. Outro grupo não percebeu que se a família quisesse comprar rublos no aeroporto, a cotação não era tão vantajosa.

Dois grupos, também, não encontraram as generalizações para a letra “d”, apenas testaram as hipóteses, estipulando valores percentuais diferentes de desvalorização das moedas euro e dólar. A partir dessas suposições de variações nas taxas de câmbio, encontraram a solução pela própria equação de taxa de câmbio (razão entre os preços da moeda nacional e estrangeira) ou regra de três. O grupo D encontrou uma generalização

<sup>1</sup> CR = Custo/ Receita; Mn = Moeda Nacional; Me = Moeda Estrangeira; T = Taxa de Câmbio.

<sup>2</sup> Observação: Entrou em vigor em 01/03/2020, por determinação do Banco Central (Circular 3918), a obrigatoriedade das operadoras de cartão de crédito utilizar apenas a cotação do dólar do dia da compra para conversão do valor em real (Agência Brasil, 2020).

para essa situação (Figura 5), concluindo que a escolha entre dólares ou euros vai depender do percentual de desvalorização do real em relação a essas duas moedas.

**Figura 5**

*Tarefa Investigativa 2 – Custo de Viagem Internacional (Dados de Pesquisa: Grupo D)*

d) Se a nossa moeda desvalorizar mais em relação ao dólar do que o euro no dia seguinte, ainda vale a pena comprar dólar? Justifique.

Considerando a desvalorização do real em relação ao dólar e ao euro, pode-se representar as duas novas taxas de câmbio como:  $T_{USD/BRL} = 0,26 - d$ ;  $T_{EUR/BRL} = 0,22 - e$

Como a moeda desvalorizou mais em relação ao dólar do que o euro, então  $d = e + a$

Logo, pode-se reescrever:

$$T_{USD/BRL} = 0,26 - (e + a) = 0,26 - e - a = (0,22 - e) + 0,04 - a = T_{EUR/BRL} + 0,04 - a$$

Considerando que não houve alteração nas taxas de câmbio do rublo em relação ao dólar e o euro, pode-se afirmar que para  $x$  reais teremos as seguintes expressões em rublos:

$$63,21 \cdot (T_{EUR/BRL} + 0,04 - a) \cdot x \Rightarrow \text{valor em rublos após conversão em dólares}$$
$$73,7 \cdot T_{EUR/BRL} \cdot x \Rightarrow \text{valor em rublos após conversão em euros}$$
$$(63,21 \cdot T_{EUR/BRL} + 2,5284 - 63,21a) \cdot x$$
$$(63,21 \cdot T_{EUR/BRL} + 10,49 \cdot T_{EUR/BRL}) \cdot x$$

Após rearranjar percebe-se que para ainda valer a pena a conversão em dólar deve-se ter o seguinte:

$$2,5284 - 63,21a > 10,49 \cdot T_{EUR/BRL}$$
$$2,5284 - 63,21a > 10,49 \cdot (0,22 - e)$$
$$2,5284 - 63,21a > 2,3078 - 10,49e$$
$$a < 16,59\% e + 0,0034899$$

Assim temos que a escolha do dólar só valerá a pena se a nossa moeda não desvalorizar em relação ao dólar mais que 16,59% do valor de desvalorização em relação ao euro, mais 0,0034899.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) salientam que na investigação matemática “o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na representação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor”. O aluno A9 destaca o quanto a representação dos resultados (conversões) ficou clara e organizada a partir da utilização de tabelas:

Gostei da organização em tabelas com uma visão clara das conversões, no nosso grupo acabamos optando por resolver sempre a partir de equações (A9).

O aluno A6 ressalta que foi possível avaliar o raciocínio e compreender a atividade de modo geral no momento em que as descobertas foram socializadas e discutidas pela turma:

Iniciamos a tarefa usando regra de três nos nossos cálculos e a partir disso começamos a formalizar nosso pensamento, socializando com os colegas foi possível avaliar nosso raciocínio e compreender que fatores deixamos de considerar

durante a resolução. O aluno a partir de cálculos simples pode chegar em fórmulas mais elaboradas (A6).

O aluno A7 ao concluir os quatro passos da investigação matemática destaca que compreendeu a atividade, existiu aprendizado ao obter êxito na validação das conjecturas e ter certeza da sua aplicação em outras situações da mesma natureza:

Encontrando, testando e validando as generalizações, estamos aprendendo e entendendo o que acontece e podemos aplicar tais fórmulas em outros acontecimentos de mesma natureza (A7).

Portanto, investigar relaciona-se a fazer descobertas, explorar problemas e hipóteses, construir argumentos e justificativas que apoiam a ideia. Ponte (2003) salienta que investigar é descobrir relações, padrões procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador. Para que uma atividade seja considerada como investigação, conforme Oliveira, Segurado e Ponte (1998) é fundamental que a situação seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, o processo de resolução e a solução ou soluções da questão.

### **b) Importância da tarefa investigativa, em grupo, para o aprendizado e desenvolvimento da criatividade e autonomia**

O aluno A1 ressalta como os colegas do outro grupo foram criativos na resolução da atividade sem utilização de tabela. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), as atividades de investigação matemática incentivam o aluno a desenvolver a criatividade e autonomia, definindo objetivos e conduzindo a investigação, formulando estratégias, testando suas conjecturas e analisando criticamente os resultados obtidos dos grupos.

Achei desafiador o modo o qual conseguiram resolver o problema, visto que não desenvolveram uma tabela. Gostei bastante do modo o qual fizeram as generalizações porque as nossas, não sabíamos qual nome dar para os parâmetros que surgiam (risos), mas vocês foram bem criativos. Ao entender o processo de escolha consegue-se perceber qual companhia aérea sai mais em conta para a realização da viagem. Parabéns para o grupo (A1).

O aluno A4 destaca que a interação e a colaboração, que a investigação matemática proporciona, auxiliam no entendimento das atividades, contribuindo para o aprendizado de modo diferenciado:

A atividade investigativa gerou um aprendizado diferenciado, pois aprendemos entre nós mesmos e vencemos as dificuldades através de um diálogo em conjunto.

O nosso grupo é bastante colaborativo, interativo e participativo, facilitando a realização dos cálculos e a compreensão das questões (A4).

Partindo desse pressuposto, a investigação matemática contribui para a integração e socialização, pois ela oportuniza um ambiente estimulador e criativo, onde o aluno tem a liberdade de expor seus pensamentos e resoluções aos colegas e ao professor.

O aluno A5 concorda com A4 ao também constatar que a investigação matemática é uma forma de aprendizado diferenciada, em que o estudante precisa refletir e buscar seu próprio conhecimento. Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) salientam que o “[...] envolvimento ativo do aluno é a condição fundamental da aprendizagem”.

A forma de aprendizado diferenciada, propondo primeiramente uma situação-problema e fazendo com que o grupo pense e questione pode ser um ponto positivo, pois instiga os alunos a buscarem o próprio conhecimento (A5).

Portanto, é preciso desenvolver a capacidade do aluno envolver-se com a própria aprendizagem, criar estratégias próprias, lhe oportunizar envolver-se com atividades que demandem exploração. O aluno A1 salienta como a atividade investigativa em grupo contribui para o aprendizado, o ensino deixa de ser rígido, aproximando mais os alunos do professor e dos colegas:

Trazer atividades de investigação matemática de cunho financeiro para os estudantes é interessante e desafiador, já que as opiniões podem divergir em certas ocasiões e o ensino deixa de ser rígido. Aproxima o professor do aluno e faz com que os estudantes realmente aprendam sobre o conteúdo ali inserido (A1).

A atividade foi ótima, visto que eu que não sabia o que era taxa de câmbio consegui formalizar e definir tal conceito que nunca tinha visto antes. Isso mostra que fazer a construção do conhecimento com os estudantes é a melhor forma de ensinar. Gosto quando aprendo coisas que não tinha conhecimento (A1).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017, p. 223) é essencial ao aluno:

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com ele.



A cooperação e interação que os estudos em pequenos grupos proporcionam são fundamentais para os alunos adquirirem confiança, saberem enfrentar as suas dificuldades, discutir o problema com os colegas e aprender com eles. O aluno A2 evidencia a importância da atividade ser realizada em grupo. O aluno A7 também destaca como a cooperação, o estímulo da professora e as discussões foram importantes para o aprendizado:

Fizemos toda tarefa juntos e de modo muito cooperativo, agradeço também aos destaques da professora e dos colegas durante a aula que fizeram bastante diferença (A2).

A cooperação que as atividades de investigação proporcionaram e a professora nos instigando favoreceu o aprendizado do conteúdo e estimulou a turma a participar das discussões, proporcionando uma maior reflexão e compreensão sobre cada situação, estou muito satisfeita com as aulas, o ensino deveria ser dessa forma (A7).

As atividades em pequenos grupos permitem que os alunos dialoguem sobre os problemas vivenciados, construindo, dessa forma, espaços de ressignificação da sua realidade e aprendizagem. Segundo Anastasiou e Alves (2005, p. 75-76) “trabalhar em grupo é diferente de fazer parte de um conjunto de pessoas, sendo fundamentais a interação, o compartilhar, o respeito à singularidade, a habilidade de lidar com o outro em sua totalidade, incluindo suas emoções”. O professor deve atuar como mediador, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), instigar a investigação e discutir as situações propostas, é de suma importância desenvolver momentos desafiadores em grupo, em que cada aluno sintam-se motivado a envolver-se durante toda a atividade.

### **c) Desenvolvimento do espírito crítico no processo de tomada de decisão**

Conforme os relatos dos alunos A1, A3 e A6 pode-se constatar que as atividades de investigação matemática contribuíram no desenvolvimento do espírito crítico em que é necessário analisar os custos e benefícios de todas as possibilidades possíveis em um processo de tomada de decisão:

Atividade muito útil para nossas vidas para nos tornar mais críticos a respeito de situações da mesma natureza (A3).

Aprendemos a ser mais críticos em relação à análise de preços de passagens de avião e levar em consideração os possíveis imprevistos que possam ocorrer. Ainda, se fizermos uma viagem internacional poderemos calcular o dinheiro necessário para a viagem e qual a opção mais vantajosa e econômica (A6).

É importante ressaltar o fato das tomadas de decisões, porque ao tomar uma decisão errada, acaba tendo-se prejuízo financeiro para o indivíduo. Nesse caso, ao viajar e saber escolher uma companhia aérea de qualidade e que custe mais barato faz o indivíduo ter finanças positivas para o lazer após a viagem. Compreender o processo de escolha torna-se imprescindível para o indivíduo não ser prejudicado financeiramente (A1).

“O professor precisa estar em constante formação, buscando sempre contribuições e estratégias metodológicas que visem aprendizagem e a formação de cidadãos ativos e críticos, pois afinal formar cidadãos é uma das funções do professor” (Moreira *et al.*, 2017, p. 8). Com base nas atividades de investigação matemática, os licenciandos tiveram a possibilidade de analisar melhor cada situação, refletir sobre o problema, tornando-se mais críticos, antes de aceitar um único resultado como verdadeiro.

Goldenberg (1999, p. 37) complementa que as atividades investigativas “motivam os alunos, e ainda, desenvolvem capacidades que contribuem para um conhecimento mais amplo de conceitos e facilitam a aprendizagem” como ressaltam os alunos A3 e A5:

Aprendi muito com esta atividade, pois eu nem imaginava o que era câmbio quando falavam na televisão, parecia coisa de outro mundo, algo que era fora do meu entendimento. Agora entendi sobre desvalorização da moeda e ter um pensamento lógico (A3).

É importante que haja a realização desse tipo de atividade que nos instiga, faz a gente aprender, nos ajuda a pensar e desenvolver o pensamento crítico (A5).

Neste contexto, as atividades de investigação matemática sobre educação financeira e economia foram elaboradas, com o intuito de que os futuros professores consigam aprender para ensinar os seus alunos e a partir do pensamento crítico e reflexivo atuarem de maneira mais ativa na sociedade, contribuindo para o desenvolvimento econômico e sustentável do seu país.

#### **d) Relações da tarefa investigativa com situações do cotidiano (ligação teoria e prática)**

Na época dos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais), de acordo com Brasil (1998) já se sinalizava que os alunos, na disciplina de matemática, deveriam ser capazes de questionar a realidade, formular problemas e resolvê-los, utilizando do pensamento lógico, da criatividade, da intuição e da capacidade de análise crítica. Moreira *et al.* (2017, p. 8) complementam: “na disciplina de matemática é necessário levar em consideração problemas que envolvem o cotidiano dos alunos, que os levem a refletir, investigar, buscar soluções e participarem criticamente no processo do ensino e aprendizagem [...]”.

Nessa perspectiva e conforme os relatos dos alunos A1, A3 e A5, as atividades de investigação matemática tornam-se mais interessantes à medida que é possível estabelecer relações com situações-problema do cotidiano:

A atividade proporcionou a organização de planilhas/tabelas, o que facilitou entender o problema sobre questões do cotidiano, de gastos com a aviação. Acho isso interessante pelo fato de que ao realizarmos uma viagem futura, saberemos como nos organizar e escolher uma companhia aérea que saia mais em conta para nós (A1).

Essa atividade foi bem interessante, pois são situações que podem ocorrer em nossas vidas e acabamos nunca parando para analisar (A3).

A atividade investigativa pode ser um método válido para se ensinar educação financeira, ainda mais quando está relacionada a nossa vida, a nossa realidade, isso gera interesse no estudante através de um desafio em grupo, fazendo com que ocorra motivação para a resolução do problema (A5).

Skovsmose (2000) destaca que a educação matemática não se reduz à técnica de ensinar matemática, mas se configura como uma ação de educar matematicamente para a vida. Ulhôa *et al.* (2008, p. 2) ressaltam que “o cidadão deste século não pode ter o mesmo perfil de habilidades do século passado. Não pode mais ignorar o que se passa no mundo, necessita se inserir de maneira adequada no meio social”. Portanto, ao se incluir conteúdos de matemática financeira, educação financeira e economia na disciplina de matemática, o conhecimento adquirido se torna mais amplo, no qual é possível estabelecer relações entre teoria e prática, perceber a ligação do conteúdo e a sua aplicação no cotidiano, na vida do aluno, como destacam os alunos A5 e A7 e que vem ao encontro do pensamento de Skovsmose (2000), Ulhôa *et al.* (2008), Moreira *et al.* (2017) e D’Ambrósio (2000):

A atividade elaborada pode ser uma forma de ensinar educação financeira, pois potencializa o aluno a ter conhecimento de situações reais (A5).

A situação-problema é bem realista, o que nos propicia mais estímulo para resolvê-la e aplicá-la no nosso dia-a-dia (A7).

D’Ambrósio (2000) complementa que os alunos precisam ter conhecimento de matemática para enfrentar os problemas do cotidiano, saber analisá-los de forma crítica para que consigam fazer melhores escolhas. Sendo assim, conforme os autores supracitados, cabe ao professor relacionar os conteúdos desenvolvidos com o cotidiano, estimulando a autonomia e o pensamento crítico de seus alunos, contribuindo dessa forma para a cidadania, bem como consta na BNCC (Base Nacional Comum Curricular). Nesse contexto, é fundamental que o aluno aprenda educação financeira não somente para solucionar os seus problemas financeiros, mas também para compreender os problemas econômicos, sociais e ambientais vivenciados no seu cotidiano, mostrando preocupação

em resolvê-los, lutando pelos seus direitos e cumprindo com seus deveres, contribuindo dessa forma para o aumento da qualidade de vida e o desenvolvimento econômico e sustentável do seu país e do mundo como um todo.

### **e) Dificuldades durante a resolução da tarefa**

O aluno A2 destaca que o grupo apresentou dificuldade em compreender a atividade e encontrar as equações, que estão acostumados a utilizar formulário:

Tivemos uma dúvida na questão que tinha de passar de dólar para rublos, mas conseguimos concluir, ainda tivemos dúvidas enquanto a generalização de algumas fórmulas, na verdade não estamos acostumados a encontrar fórmulas, sempre usamos formulário (A2).

O aluno A1 relata que o grupo não estava visualizando a lógica de converter moeda nacional em estrangeira e que não conseguiram encontrar uma generalização para uma pergunta, que pudesse ser utilizada para qualquer situação da mesma natureza:

Tivemos dificuldade para interpretar a pergunta da letra “c”, pois não estávamos enxergando a lógica de usar a moeda real para multiplicar o valor total do dólar/euro que precisaria para comprar a moeda rublos. E outra situação, é não conseguirmos achar uma formalização para a pergunta da letra “d”. Claro que depois, compreendemos essas dificuldades a partir de um exemplo mais simples elaborado por nós (A1).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) comentam que investigar não significa trabalhar com problemas muito difíceis, mas trabalhar com situações que no início se apresentam de modo confuso e que se procura clarificar, é justamente em função da sua estrutura aberta que as atividades investigativas apresentam elevado grau de dificuldade. O aluno A8 ressalta a importância da atividade investigativa para desenvolver o pensamento crítico e estabelecer relações entre a teoria e a prática:

Algumas informações como, por exemplo, taxa de câmbio, nunca ouvimos falar e nesse caso foi a turma inteira. O interessante é que a partir da atividade de investigação matemática, todos conseguiram definir o que era, através do pensamento crítico, formalizando os cálculos e ligando a teoria com a prática (A8).

A investigação matemática é considerada uma atividade que impulsiona o pensamento e ocupa papel central no processo de ensino e aprendizagem conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2015). Assim sendo, as tarefas investigativas podem estimular os alunos a identificarem o que sabem em relação ao tema de cada situação-problema e quais são as melhores estratégias a serem utilizadas para se chegar a alguma conclusão,

desenvolvendo a autonomia e o senso crítico. De acordo com o relato dos alunos, pode-se perceber que as tarefas de investigação matemática propostas (situações-problemas abertas) impulsionou o pensamento na busca de estratégias para solucionar o problema, além de avaliá-las para detectar possíveis erros que tenham sido cometidos, ficando evidente a consciência dos alunos com relação ao grau de dificuldade apresentado em cada tarefa e quais seriam as causas.

## CONCLUSÃO

Este estudo, de abordagem qualitativa, teve o propósito de analisar como atividades de investigação matemática podem contribuir no ensino de educação financeira e economia, em um curso de licenciatura em matemática. Com a análise dos dados foi possível atingir o objetivo proposto. Os dados foram agrupados em cinco categorias: a) Possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução; b) Importância da tarefa investigativa, em grupo, para o aprendizado e desenvolvimento da criatividade e autonomia; c) Desenvolvimento do espírito crítico no processo de tomada de decisão; d) Relações da tarefa investigativa com situações do cotidiano (ligação teoria e prática); e e) Dificuldades durante a resolução da tarefa.

Os dados representativos dessas categorias demonstram que a partir das resoluções das tarefas de investigação matemática, reflexões nos pequenos grupos (potencialidades e dificuldades durante a execução das tarefas), discussões no momento de socialização das atividades em sala de aula e fórum do ambiente virtual foi possível desenvolver a argumentação e o pensamento crítico dos licenciandos, no qual despertou a criatividade, a autonomia e o espírito colaborativo, contribuindo dessa maneira, para os processos de ensino e de aprendizagem de educação financeira e economia.

Os pequenos grupos percorreram caminhos diferentes e fizeram descobertas importantes durante a resolução de cada problema, quando compararam os resultados, no momento da socialização para o grande grupo, perceberam que poderiam ter escolhido outros trajetos ou que não perceberam algum fator importante que fazia parte da análise e influenciava no processo de tomada de decisão. Os alunos demonstraram entusiasmo ao ler cada atividade, questionar, levantar hipóteses, encontrar generalizações pela primeira vez (sempre as fórmulas eram dadas), testar e validar as conjecturas, perceber a partir da socialização de cada atividade para a turma que existem vários caminhos e diversos fatores que fazem parte da análise para se chegar a um resultado final e não necessariamente a resposta encontrada é a única que está correta.

Diante desse contexto, é inegável o potencial dessa metodologia na aprendizagem e no desenvolvimento do pensamento crítico. Os licenciandos ficaram animados com as situações-problema tão próximas ao seu cotidiano que as discussões não se esgotaram em sala de aula. O fórum permitiu que cada aluno ampliasse ainda mais o seu conhecimento, continuando com as reflexões e discussões, fortalecendo o aprendizado. Por fim, é importante problematizar, discutir conteúdos de educação financeira e economia e relacioná-los com

a matemática financeira, na formação inicial dos licenciandos, de maneira contextualizada e inovadora em que todos sintam prazer em aprender, sejam capazes de argumentar e desenvolver o senso crítico. Nesse sentido, foi escolhida a metodologia da investigação matemática para ensinar educação financeira e economia, com o objetivo de ligar a teoria com a prática (situações-problema do cotidiano), desenvolvendo o pensamento crítico e as habilidades dos futuros professores da educação básica e/ou ensino superior.

## **AGRADECIMENTOS**

Este artigo é produto da tese de doutorado, que está sendo desenvolvida pela primeira autora sob a orientação da segunda autora e que conta com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Um agradecimento especial para esta entidade.

## **DECLARAÇÃO DA CONTRIBUIÇÃO DAS AUTORAS**

As autoras PF e MQ discutiram em conjunto a metodologia e fundamentação teórica. A primeira autora PF coletou e analisou os dados. As autoras PF e MQ discutiram os resultados e contribuíram para a versão final do artigo.

## **DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS**

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pela autora correspondente, PF, mediante solicitação razoável.

## **REFERÊNCIAS**

- Abrantes, P. (1999). Investigações em geometria na sala de aula. In: Abrantes, P. *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. APM. [http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos\\_arquivos/p\\_153-167.pdf](http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf).
- Agência Brasil. (2020). *Bancos passam a cobrar dólar do dia da compra com cartão*. Brasília. <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2020-02/bancos-passam-cobrar-dolar-do-dia-da-compra-com-cartao>.
- Anastasiou, L. das G. C. & Alves, L. P. (2005). *Processos de ensinagem na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula*. 5 ed. Univille.
- Banco Central do Brasil. (2019). *O Banco Central e a educação financeira*. <https://www.bcb.gov.br/pre/bcuniversidade/introducaoepf.asp>.
- Banco Mundial. (2019). *Responsabilidade financeira*. <http://responsiblefinance.worldbank.org/publications/financial-capability>
- Bauman, Z. (2008). *Vida para consumo: a transformação das pessoas em mercadoria*. Zahar.

- Bogdan, R. C. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Brasil. (1998) *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília.
- Brasil. (2017). *BNCC: Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>.
- Brasil. (2016). *Estudantes aprenderão teoria e prática de finanças nas escolas*. Ministério da Educação. <http://portal.mec.gov.br>.
- D'Ambrosio, U. (2000). *Educação matemática: da teoria à prática*. Papirus.
- Franzoni, P., Del Pino, J. C., & Oliveira, E. C. (2018). Contribuições da economia para a alfabetização científica: uma proposta para a educação básica. *Revista Contexto e Educação*, 33(105), 119-141.
- Gerhardt, T. E. & Silveira, D. T. (2009). *Métodos de pesquisa*. UFRGS.
- Goldenberg, E. P. (1999). Quatro funções da investigação na aula de matemática. In: Abrantes, P.; Ponte, J. P.; Fonseca, H.; Brunheira, L. *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. APM e Projecto MPT.
- Kistemann Jr., M. A. (2011). *Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores*. Tese (doutorado em educação matemática). Rio Claro, SP: Unesp.
- Lusardi, A. & Mitchell, O. (2014). The economic importance of financial literacy: theory and evidence. *Journal of Economic Literature*, 52(1), 5–44.
- Minayo, M. C. de S. (2010). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 29ª ed. Vozes.
- Moraes, R. & Galiazzi, M. do C. (2016). *Análise textual discursiva*. Unijuí.
- Moreira, S., Brim, J. de F. H., Pinheiro, N. A. M., & Silva, S. de C. R. da. (2017). Ensino da matemática financeira para alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental: uma proposta na perspectiva da educação matemática crítica. *Revista Espacios*, 38(30), 1-10.
- OECD - Organisation for Economic Co-operation and Development. (2012). *OECD infê guidelines on financial education in schools*. <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/2012%20Schools%20Guidelines.pdf>.
- Oliveira, H., Segurado, M. I., Ponte, J. P. (1998). Tarefas de investigação em matemática: Histórias da sala de aula. In G. Cebola & M. Pinheiro (Eds.). *Desenvolvimento curricular em matemática*. (p. 107-125). SEM-SPCE.
- Pinho, B. P.; Vasconcellos, M. A. S. (2006). *Manual de economia*. Saraiva.
- Ponte, J. P. (2003). Investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J. P. da; Brocardo, J.; Oliveira, H. (2015). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Autêntica.
- Santos, B. C. M. dos; Menezes, A. M. de C.; Rodrigues, C. K. (2016). Finanças é assunto de criança? Uma proposta de educação financeira nos anos iniciais. *Revista BoEM*, Joinville, 4(7), 101-115.
- Skovsmose, O. (2000). *Desafios da educação matemática crítica*. Papirus.
- Teixeira, J. (2015). *Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo.
- Ulhôa, E.; Araújo, M. M.; Araújo, V. N.; Moura, D. G. (2008). A formação do aluno pesquisador. In: *Anais do I Seminário Nacional de Educação Profissional e Tecnológica*. Minas Gerais. CEFET.