ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.6876

A formação de professores e o uso do ábaco na prática de quantificação de grandezas físicas

Gleison De Jesus Marinho Sodré [a]
Raquel Soares Do Rêgo Ferreira [b]
Maria Luciana Souza Gonçalves [c]

[a] Universidade Federal do Pará (UFPA), Escola de Aplicação da UFPA, Belém, PA, Brasil
[b] Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC-PA), Belém, PA, Brasil
[c] Secretaria Municipal de Educação (SEMEC), Belém, PA, Brasil

Recebido para publicação 14 out. 2021. Aceito após revisão 18 maio 2022
Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: Diferentes pesquisas na Educação Matemática evidenciam o uso do ábaco físico nas atividades de professores em formação inicial, enfatizando, em sua manipulação, práticas com operações de adição ou de subtração, ou ainda, que expressam uma direta tradução do numeral para o ábaco físico e, vice-versa, sem, no entanto, explicitar parte da complexidade que envolve a prática social de quantificação de grandezas físicas que, inclusive, torna possível a estruturação do numeral. **Objetivo**: evidenciar que o uso do ábaco por professores em formação inicial pode não assegurar a realização ou domínio da prática de quantificação de grandezas físicas com unidades discretas. **Design**: Nesse sentido, foi realizado um Percurso de Estudos e Pesquisas (PEP) orientado a partir da formação de professores dos anos iniciais. **Ambiente e participantes**: 25 alunos em formação inicial de um curso em licenciatura de uma instituição pública de ensino participaram de uma atividade sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), mas amplamente Sistema de Numeração Posicional (SNP), proposta a partir de um problema em contexto não usual (para eles), eles se mobilizaram em enfrentar e responder a questões. **Coleta e análise de dados**: apresentamos um recorte a partir da pesquisa empírica encaminhada por Ferreira (2020) com professores em formação inicial. **Resultados**: os dados observados na empiria ratificam a hipótese de existência de uma problemática quanto ao uso do ábaco como possível facilitador na estruturação de numerais não decimais por meio da prática de quantificação de grandezas físicas. **Conclusões**: os resultados encontrados com os professores revelaram, além do problema de formação docente sobre o que ensinar e como ensinar os numerais, que o uso do ábaco dificultou, senão impediu a realização da prática de quantificação de grandezas físicas com unidades discretas, além é claro,

Autor correspondente: Gleison De Jesus Marinho Sodré. Email: profgleisoneaufpa@gmail.com

de mudanças na qualidade de relações dos professores com a estruturação dos numerais decimais e não decimais.

Palavras-chave: Formação de Professores; Sistema de numeração Decimal; Ábaco; Numeral; Teoria Antropológica do Didático.

Teacher training and the use of the abacus in the practice of quantifying physical quantities

ABSTRACT

Background: Several studies in mathematics education show the use of the physical abacus in the activities of teachers in initial graduation, emphasising, in their manipulation, practices with addition or subtraction operations, or yet, which express a direct translation of the numeral to the physical abacus and, vice versa, without, however, explaining part of the complexity involved the social practice of quantifying physical quantities, which even makes possible the structuring of the numeral. **Objective**: To show that the use of the abacus by teachers in initial training may not ensure the realisation or mastery of the practice of quantifying physical quantities with discrete units. **Design**: In this sense, a study and eesearch path (SRP) was carried out based on the training of early years teachers. **Environment and participants**: 25 students in initial training of a degree course at a public educational institution participated in an activity on decimal number system (DNS), but largely positional number system (PNS), proposed based on a problem in an unusual context (for them), they mobilised to face and answer questions. **Data collection and analysis**: We present an excerpt from the empirical research forwarded by Ferreira (2020) with teachers in initial training. **Results**: The data observed in the empirical confirms the hypothesis of the existence of a problem regarding the use of the abacus as a possible facilitator in the structuring of non-decimal numbers through the practice of quantifying physical quantities. **Conclusions**: The results found with the teachers revealed, in addition to the problem of teacher training on what to teach and how to teach numerals, that using the abacus made it difficult, if not hindered, the practice of quantifying physical quantities with discrete units. We also found changes in the quality of the teachers' relationships with structuring decimal and non-decimal numbers.

Keywords: Teacher training; Decimal number system; Abacus; Numeral; Anthropological theory of the didactic.

La formación del profesorado y el uso del ábaco en la práctica de cuantificar cantidades físicas

RESUMEN

Contexto: Diferentes investigaciones en Educación Matemática muestran el uso del ábaco físico en las actividades de los docentes en formación inicial, destacando, en su manipulación, prácticas con operaciones de suma o resta, o todavía, que expresan una traducción directa del numeral al ábaco físico y, viceversa, sin embargo, explicar parte de la complejidad implicando en la práctica social de cuantificar cantidades físicas, que, incluyendo posibilita la estructuración del numeral. **Objetivo**: demostrar que el uso del ábaco por parte de los profesores en la formación inicial puede no asegurar la realización o el dominio de la práctica de cuantificación de cantidades físicas con unidades discretas. **Diseño**: En este sentido, se llevó a cabo una Ruta de Estudios e Investigación (PEP) basada en la formación de los docentes en los primeros años. **Entorno y participantes**: 25 alumnos en formación inicial de una carrera de grado en una institución educativa pública participaron en una actividad sobre Sistema de Numeración Decimal (SND), pero mayoritariamente Sistema de Numeración Posicional (SNP), propuesta a partir de un problema en contexto inusual (para ellos), se movilizaron para afrontar y responder preguntas. **Recogida y análisis de datos**: presentamos un extracto de la investigación empírica remitida por Ferreira (2020) con docentes en formación inicial. **Resultados**: los datos observados en el empírico confirman la hipótesis de que existe un problema en cuanto al uso del ábaco como posible facilitador en la estructuración de numerales no decimales a través de la práctica de cuantificar cantidades físicas. **Conclusiones**: los resultados encontrados con los profesores revelaron, además del problema de la formación del profesorado sobre qué enseñar y cómo enseñar numerales, que el uso del ábaco dificultaba, si no obstaculizaba, la práctica de cuantificar cantidades físicas con discretas. unidades, por supuesto, a partir de cambios en la calidad de las relaciones de los profesores con la estructuración de números decimales y no decimales.

Palabras clave: Formación del profesorado; Sistema de numeración decimal; Ábaco; Número; Teoría Antropológica de la Didáctica.

INTRODUÇÃO

Os Sistemas de Numeração se originaram nas civilizações pré-históricas e cada uma dessas civilizações construíram por meio de suas práticas, os registros de representação de quantidades. Para referenciar alguns sistemas de numerações podemos destacar as civilizações egípcias, gregas, romanas e maias, entre outras, que durante muito tempo, contribuíram de algum modo para a construção do Sistema de Numeração Hindu – Arábico também conhecido como Sistema de Numeração Decimal, daqui em diante SND.

Ferreira e Guerra (2020) destacam a partir de encaminhamentos de Ifrah (1985) que:

> Esse sistema teria sido trazido pela civilização Árabe até a Europa, em meados do século VII, de onde foi difundido para as demais civilizações, tornando-se dominante hoje no mundo. Talvez por isso seu ensino tenha se tornado necessário ou

> indispensável nas escolas, inicialmente, para atender aos ofícios de diferentes práticas sociais dentre as atividades humanas que, mais tarde, foram incluídas nas escolas de saberes fundamentais (Ferreira & Guerra, 2020, p.2).

Essa importância social e cultural sobre o SND para atender diferentes práticas sociais, dentre elas a escola básica, por exemplo, apresenta de algum modo a relevância do saber, como um "*saber sábio*" legitimado pela cultura (Chevallard, 2005). Nesse sentido, o ensino do SND é de interesse das instituições de ensino, por transversalizar o currículo da escola básica, o que segundo Terigi e Wolman (2007) ocupa um lugar estratégico no currículo de todos os países. Por esse motivo, consideram que o ensino do SND é um dos principais fatores ao fracasso escolar.

Algumas literaturas da educação matemática tratam sobre o processo de ensino-aprendizagem do SND, por ser um conteúdo previsto no currículo escolar. Por ser considerado essencial e indispensável para o ensino dos anos iniciais da educação básica, vários autores e pesquisadores se dispuseram a estudar e a investigar sobre as problemáticas encontradas na escola no que tange ao SND, dentre elas: Lerner e Sadovsky (1996), Terigi e Wolman (2007), Itzcovitch (2008), Lendínez, Garcia e Sierra (2017), Sierra e Gascón (2018).

Há um forte interesse principalmente sobre o ensino do SND, segundo Sadovsky (2010, p.13) há uma necessidade de "revisar a matemática que vive na escola, interrogá-la, analisá-la de modo a conceber outros cenários (de ensino)".

Muitos pesquisadores compartilham desse mesmo pensar e assumem como uma problemática relacionada à formação de professores envolvendo o SND dentre eles: Carvalho (2007), Terigi e Wolman (2007), Sadovsky (2010), Cenci, Becker e Mackedanz (2015), Ferreira e Guerra (2020) e Ferreira (2020).

Cenci, Becker e Mackedanz (2015), por exemplo, realizaram uma pesquisa no Brasil no período de 2008 a 2015, sobre a formação de professores dos anos iniciais com intervenções no ensino sobre o SND. Esses autores, além de relatarem a não aprendizagem do SND, destacam-no como uma problemática para esses professores, talvez em função da baixa qualidade de relação com esse saber (Chevallard, 2005, 2019).

Para Sadovsky (2010) a matemática e seu ensino é um núcleo problemático na escola para os anos iniciais, pois ela é a responsável pelo sucesso e fracasso escolar das crianças. Considera-se que o ponto vital de importância é focar nas questões que se intercruzam de maneira muito particular entre os conteúdos e a atualização matemática com problemas centrais e concretos para o ensino.

Terigi e Wolman (2007) propõem compreender os processos sociais e educativos que contribuem na produção do fracasso escolar, focando em analisar de que maneira o ensino usual do sistema de numeração pode estar contribuindo para a produção do fracasso escolar e mostrando como é possível, em certas condições, gerar propostas de ensino que coloquem as crianças em uma posição de crescente domínio dessa ferramenta cultural, que é a base para a aprendizagem e para os conhecimentos matemáticos na escola.

Carvalho (2007) entende que os conteúdos matemáticos aprendidos nos cursos de formação de professores para os anos iniciais têm contribuído pouco para e nas práticas pedagógicas, pois os futuros professores trazem consigo, desde a educação básica, uma didática de reprodução de modelos, repetindo o que viram num sistema de mimetismo. Nesse sentido, revelam que habita insegurança nos professores em formação, relativo ao ensino da matemática. Dessa forma, o desafio é ensinar uma matemática que permita "assumir com segurança os conteúdos a serem ministrados e de tal modo que sejam considerados satisfatórios" (Cenci; Becker & Mackedanz, 2015, p. 33).

Ferreira (2020) considera que fatores externos à sala de aula agem dificultando o ensino, um deles consiste na baixa relação desses professores com os conteúdos matemáticos que corroboram para um ensino insatisfatório para as crianças dos anos iniciais. Outro ponto importante é a necessidade de uma formação de professores mais completa que os dote de uma infraestrutura teórico-metodológica que os levem a construir uma relação de cumplicidade com os conteúdos matemáticos, no nosso caso, os numerais decimais, pois a partir de suas realidades (situações concretas) passem a compreendê-las e assim reconstruírem suas práticas, levando em conta necessidades e suas próprias dificuldades, o que nos leva a afirmar que há necessidade de estudos matemáticos mais abrangentes e específicos nos cursos de formação de professores para os anos iniciais.

Seguindo e recorrendo a Ferreira e Guerra (2020) a formação inicial e continuada promovem o encontro ou reencontro de novas problemáticas sobre formação de professores para produção de novas práticas docentes com os numerais decimais, tendo em conta a mobilização de velhos e de novos saberes em interações entre si para atender o ensino de um dado ano escolar em consonância com o mundo, exigindo dos formadores e dos núcleos de formações um olhar para os conteúdos matemáticos, no nosso caso numerais decimais, como indispensáveis na formação de professores.

Ainda no que diz respeito ao ensino do SND, o problema pode ser originado do tratamento dado a noção de numeral, que parecem de maneira naturalizada (Itzcovich, 2008, Ripoll; Rangel & Giraldo, 2016) principalmente pelos professores, que possivelmente não compreendem sua complexidade e tudo que o envolve, como por exemplo a construção dos numerais hindus – arábicos como práticas sociais de quantificação de grandezas físicas que pode ocasionar compreensões contrárias ao que de fato ele se destina no contexto social.

Para Ferreira e Guerra (2020):

> Os numerais decimais são objetos do conhecimento social que são acessados pelos agentes sociais de modo quase transparente, como um conhecimento paramatemático (Chevallard, 2005) que no ensino são conhecimentos utilizados de modo inquestionável e indispensável, mas que jamais são objetivamente ensinados. São conhecimentos institucionalizados por nossa civilização, cultura e sociedade e que por esse motivo podem impedir que a estrutura dos numerais decimais não seja, ou não se faça visível na escola (Ferreira & Guerra, 2020, p. 6).

No que diz respeito aos saberes mais específicos nesse caso SND, Sierra e Gascón (2018) apontam que grande parte dos trabalhos assumem de forma acrítica a organização do saber matemático sobre o SND e, mais amplamente, o Sistema de Numeração Posicional, daqui em diante SNP, para o ensino nas instituições escolares. Esses autores levantam a necessidade de problematizar o saber matemático institucionalizado como é concebido pela Teoria Antropológica do Didático, daqui em diante TAD (Chevallard, 1999, 2005, 2019, 2020), que destaca que a atividade humana, em particular, a atividade matemática pode ser descrita por meio de organizações praxeológicas, isto é, "a noção de uma praxeologia foi introduzida como um meio essencial de analisar a atividade humana – seja matemática ou de outra forma"[1] (Chevallard, 2019, p. 83, tradução nossa).

Questionar as práticas que coabitam em nosso dia a dia nos parece necessário ou talvez imprescindível para a construção de um saber significativo, principalmente sobre o saber escolar SND-SNP levando em consideração que a construção de numerais possui sua gênese histórico-

[1] Fragmentos do texto: *The notion of a praxeology was introduced as an essential means of analyzing human activity—be it mathematical or otherwise.*

epistemológica nas práticas sociais de quantificação de grandezas físicas, embora em geral, na escola básica pareça dominante o "discurso" da instituição da matemática acadêmica sobre o estudo de números naturais ou inteiros.

Nesse sentido, Chevallard (2019) no cerne da subteoria da Transposição Didática destaca questões despretensiosas mais bastante abrangentes, tais como:

> O que é esse conhecimento que você chama de $k\sigma$ e afirma ensinar? De onde vem $k\sigma$? Como $k\sigma$ é legitimado - epistemologicamente falando? $k\sigma$ é viável a longo prazo? Ou terá que ser reprocessado ou até mesmo deslocado? (Chevallard, 2019, p. 76, grifos do autor, tradução nossa).

Na esteira dessa construção Ferreira e Guerra (2020, p. 6), propõem em uma formação de professores para os anos iniciais, a construção da noção básica dos numerais "a partir de quantificações por meio de agrupamentos sucessivos, não decimais" que vai ao encontro das recomendações de Ripoll, Rangel e Giraldo (2016) onde se deseja (re)construir as noções de numerais a partir das práticas de quantificações de grandezas físicas.

A formação de professores é uma problemática de interesse da TAD e, nesse caso, destaca como um problema da profissão docente aqui parafraseado nos seguintes termos: *o que ensinar e como ensinar os numerais decimais?* que geralmente parece enfrentado a partir do uso ou exploração de recursos materiais concretos, dentre eles e, de nosso interesse, o ábaco físico enquanto condicionante que supostamente é dotado como "facilitador" para o ensino e aprendizagem de operações aritméticas, cuja hipótese aqui encaminhada, é que o uso do ábaco pode dificultar, senão impedir, a realização da prática de quantificação de grandezas físicas para a estruturação e registro do numeral, conforme problematizamos a seguir.

A PROBLEMATIZAÇÃO DA INVESTIGAÇÃO

Alguns autores que destacam sobre o uso do ábaco para o ensino, tais como: Viegas e Serra (2015), Cruz, Teodoro e Bonutti (2019), Gomes, Paula e Oliveira (2019) e Lima, Santos e Abreu (2019), por exemplo, apontam dentre vários aspectos, algumas potencialidades do ábaco e em que seu uso pode minimizar dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem de operações com numerais decimais.

Nesse sentido, Gomes, Paula e Oliveira (2019) destacam que:

> A estrutura desse material e a dinâmica intrínseca no mesmo auxiliam no entendimento de ideias e conceitos, tais como: valor posicional, correspondência um a um; contagem por agrupamentos; composição e decomposição de quantidades; reconhecimento de números; reconhecimento de operação; operacionalidade numérica, entre outros (Gomes, Paula & Oliveira, 2019, p. 27587).

O extrato de texto destaca, claramente, que o uso do ábaco auxilia na contagem por agrupamentos e/ou composição e decomposição de quantidades. Além disso, os autores Gomes, Paula e Oliveira (2019) consideram que os materiais são instrumentos com potencialidades capazes de levar os alunos a desenvolver a observação e o raciocínio, contribuindo no aprendizado das operações aritméticas.

De outro modo para Lima, Santos e Abreu (2019) o ábaco tem uma potencialidade de proporcionar o desenvolvimento lógico-matemático levando os alunos a exercitar sua capacidade de observação, percepção, concentração, dentre outros, por proporcionar ao aluno operar com as quatro operações fazendo uso de material concreto viabilizando o aprendizado, pois é um recurso que visa auxiliar o professor a complementar sua didática através dessa abordagem.

Esse pensar evidencia as possibilidades do uso do ábaco como instrumento facilitador da aprendizagem escolar, inclusive à realização de diferentes práticas da matemática escolar e, de modo dominante, a realização das operações de adição e subtração, por exemplo.

Ainda nesse sentido, para Cruz, Teodoro e Bonutti (2019) o uso do ábaco em sala de aula funciona como facilitador da compreensão do sistema decimal por fazer abordagem concreta da representação de números, auxiliando também, nas operações de adição e de subtração.

Cruz, Teodoro e Bonutti (2019, p. 7) afirmam que "primeiramente o estudante deve saber representar qualquer número proposto e possível no ábaco", essa ideia despista possibilidades de questioná-lo como propõe a TAD, enquanto instrumento didático que pode ou não tornar possível o ensino de numerais não decimais, além, é claro, de dificultar, senão impedir a tarefa de quantificação de grandezas físicas com o uso do ábaco.

Nos parece evidente que o encaminhamento apresentado por esses autores não considera uma das possíveis tarefas que pode ser considerada com o uso do ábaco, isto é, a de quantificação de grandezas físicas para estruturação do numeral decimal e não decimal.

Sob essa compreensão, pressupomos que o uso do ábaco parece restrito, senão limitado, ao ensino de numerais decimais culturalmente instituídos no ensino escolar, cujas praxeologias que incluem a passagem da representação do registro do numeral decimal no ábaco físico e vice-versa despistam possíveis complexidades da prática de quantificação que podem se evidenciar em ato, em particular, a da não visibilidade dos saberes não matemáticos que condicionam e são condicionados na conformação da prática em jogo.

Essa compreensão parece caminhar ao encontro de uma problemática metodológica assumida pela TAD, mas não somente, que "surge com respeito às todas condições e restrições mencionadas anteriormente e, claro, das condições e restrições "colocadas" ou "criadas" no seio do sistema didático *S* (*X* ; *Y* ; ♥), por *X* ou *Y"*[2] (Chevallard, 2009a, p. 17, tradução nossa).

A ratificação, ou mesmo, retificação de nossa hipótese nos leva a buscar responder o seguinte questionamento parafraseado pelo tipo de *Problema Básico*[3], daqui em diante PB, assim expresso:

> *PB: Dadas determinadas restrições sobre a instituição docente em formação inicial, que conjunto de condições sob as quais essa instituição, pode integrar a prática de quantificação de grandezas físicas para estruturação do numeral ?*

Nesse sentido evidenciamos que, o uso do ábaco físico aqui interpretado como uma das condições iniciais a partir de um problema em contexto inusitado sobre numerais não decimais pode não assegurar a realização da prática de quantificação de grandezas físicas por professores em formação, embora parte da literatura sugere o uso do ábaco físico como um recursos que contribui na aprendizagem, inclusive o utilizam na realização de operações elementares, que ainda sim, supomos não ser suficiente para

---

[2] Fragmento do texto: se pose par rapport à l'échelle complète des conditions et contraintes évoquée dans ce qui précède et, bien sûr, par rapport aux conditions et contraintes « portées » ou « créées », au sein d'un système didactique S(X ; Y ; ♥), par X ou par Y.

[3] O tipo de problema básico é anunciado nos seguintes termos: "*Étant donné certaines contraintes pesant sur telle institution ou telle personne, sous quels ensembles de conditions cette institution ou cette personne pourrait-elle intégrer à son équipement praxéologique telle entité praxéologique désigné ?*" (Chevallard, 2009a, p. 17).

assegurar a realização da prática de quantificação de grandezas físicas, em particular, se considerarmos que "entre um saber e uma prática existe uma distância nunca inteiramente abolida"[4] (Chevallard, 2005, p.171, tradução nossa). De outro modo:

> O saber *de um* domínio da realidade é um saber sobre as práticas sociais relacionadas a esse domínio da realidade, que sem dúvida tem sua relevância para essas práticas. Mas sua *congruência* em relação a eles, aquilo que o constituiria no saber dessas práticas, nunca é garantida (Chevallard, 2005, p. 172, grifos do autor, tradução nossa).

Nossos pressupostos se assentam pela ausência não somente de tarefas de quantificação de grandezas físicas na instituição escolar, mas dos saberes matemáticos e não matemáticos que dotam de sentido e de significado essa prática social, que pode impedir senão dificultar, o reconhecimento sobre como enfrentar a prática de quantificação de grandezas físicas, não somente por alunos, mas até mesmo por professores, ainda que dotados de algumas praxeologias de uso do ábaco, como possível instrumento facilitador.

De modo a delimitar a construção de possíveis respostas ao questionamento da investigação supracitada, recorremos aos recursos teórico-metodológicos da TAD, mais precisamente a noção de Percurso de Estudo e Pesquisa (Chevallard, 2013), conforme apresentamos brevemente a seguir.

DISPOSITIVO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Para o enfrentamento da investigação empreendida que se insere no problema de formação docente sobre o que ensinar e como ensinar o SND – SNP assumimos a didática do Percurso de Estudos (Chevallard, 2009a, 2013), daqui em diante PEP, mais precisamente, enquanto dispositivo didático-metodológico de formação docente, cujo propósito é o de fomentar o enfrentamento de situações, uma vez que "um conhecimento é uma situação"[5] (Bosch & Chevallard, 1999, p.3, tradução nossa) e, como tal, essa noção constitui a forte hipótese da própria definição de conhecimento matemático desde a Teoria das Situações Didática (Brousseau, 1995).

[4] Fragmento do texto: que entre un saber y una práctica hay una distancia nunca enteramente abolida.
[5] Fragmento do texto: une connaissance est une situation.

Em geral, um PEP é encaminhado a partir de *questionamentos indeterminados* Q_i que são respondidos por *questionamentos determinados* Q_{ij} durante a investigação (Chevallard, 2009a), o que “pode conduzir uma classe a reencontrar um complexo de obras que podem variar dependendo do percurso tomado (o que depende da atividade de X, das decisões de Y, mas também dos recursos praxeológicos $R_i^{\lozenge}$ e O_j atualmente acessíveis)”[6] (Chevallard, 2009a, p. 28, tradução nossa), que pode ser modelado pela noção de sistema didático principal S(X, Y, Q) passível de produzir ou não sistemas didáticos auxiliares para construir respostas fortes.

Sob esse olhar, é preciso considerar que a realização de um PEP “completo” segundo Chevallard (2013) integra a realização de cinco tipos de tarefas consubstancias com a situação investigativa, descritas nos seguintes termos:

> H_1. *Observe* as respostas $R^{\lozenge}$ que vivem nas instituições.
>
> H_2. *Analise*, em particular, no duplo plano experimental e teórico essas respostas $R^{\lozenge}$.
>
> H_3. *Avalie* essas mesmas respostas $R^{\lozenge}$.
>
> H_4. *Desenvolva* uma resposta própria $R^{\square}$.
>
> H_5. *Difunda e defenda* a resposta $R^{\square}$ assim produzida. (Chevallard 2013, p. 3, grifos do autor, tradução nossa).

Segundo o autor a técnica que consiste em realizar esses tipos de tarefas de forma coordenadas não segue, necessariamente, uma lógica linear e, como tal, demandam certas exigências do professor e/ou investigador que passa pela “incorporação” de certas atitudes: problematizadora, atitude herbartiana, atitude procognitiva, a exotérica e a do enciclopedista comum (Chevallard, 2013), bem como o “apelo as praxeologias chamadas dialéticas da investigação que muitas vezes levam a cultura didática escola-universidade contra a corrente dominante”[7] (Chevallard, 2013, p. 4, tradução nossa) que são interpretados

6 Fragmento do texto: *Une même question Q peut ainsi conduire une classe à rencontrer un complexe d’œuvres qui peut varier selon le parcours emprunté (lequel dépend de l’activité de X, des décisions de y, mais aussi des ressources praxéologiques R ◊ i et Oj actuellement accessibles)*.

7 Fragmentos do texto: *l’appel à des praxéologies appelées dialectiques de l’enquête qui souvent prennent à contre-pied la culture didactique scolaire-universitaire aujourd’hui encore dominante.*

como ingredientes indispensáveis para uma *epistemologia funcional dos saberes* (Bosch & Gascón, 2010, p. 86, grifos dos autores, tradução nossa).

Para atender nosso objetivo, consideramos organizações praxeológicas realizadas em um PEP por um grupo de vinte e cinco professores em formação inicial, como parte de uma disciplina de um curso de formação de professores para os anos iniciais, de uma instituição pública, encaminhado por Ferreira (2020) a partir de um problema em contexto não usual para eles, envolvendo noções sobre o SND em contexto de um SNP.

O TIPO DE PROBLEMA EM CONTEXTO INUSITADO

De modo específico, consideramos o seguinte recorte do problema inicialmente descrito por Ferreira (2020) e Ferreira & Guerra (2020):

- Pertenço a um povo parecido com os humanos. Possuo I boca, V olhos e Z membros, como eles. Mas me diferencio por possuir apenas A, ou seja, Z menos I, dedos em cada um desses membros, além de não possuir pelos, ou seja, O pelos em todo o corpo. Em meu planeta nós cultivamos grãos e tubérculos como os terráqueos. Em particular, em nosso último ano solar AIOOO, que corresponde numericamente ao ano solar cristão da terra de 2000, obtivemos a seguinte produção:

A Tabela 1 mostra dados referentes à situação proposta.

Tabela 1

Representação de grãos ou tubérculos. (Ferreira, 2020, p. 112 e Ferreira & Guerra, 2020, p. 10)

PRODUTOS	PRODUÇÃO
Feijão	AZOIO
Arroz	ZVAII
Mandioca	ZZAAV

Em meu planeta usamos apenas os registros de representação V, A, Z, I e O para representar as quantidades.

A partir das informações descritas no texto, uma das questões enfrentadas pelos professores em formação foi à seguinte: ***Q_1*** *- Como* *provavelmente os Et´s chegaram à representação de quantidades do modo apresentado no texto?*

As análises, a seguir, se detêm sobre a tarefa $\mathbf{H_5}$ do PEP realizada pelos professores, organizadas em cinco grupos, aqui representados simbolicamente por $\boldsymbol{FI_1}$, $\boldsymbol{FI_2}$, $\boldsymbol{FI_3}$, $\boldsymbol{FI_4}$ e $\boldsymbol{FI_5}$, tendo em conta a sincronia dessa tarefa como as demais tarefas que caracterizam, segundo Chevallard (2013), uma atividade de uma verdadeira pesquisa.

ANÁLISES DOS RESULTADOS ENCONTRADOS NA EMPIRIA DE FORMAÇÃO DOCENTE

Orientado pela tarefa $\mathbf{H_5}$ do PEP (Chevallard, 2013) que demanda a difusão e defesa das respostas produzidas e/ou elaboradas, cada grupo FI_k de professores[8] apresentou e defendeu sua resposta diante da classe [FI, D], em que FI representa o conjunto de professores em formação inicial, ou todos os grupos, e D representa o diretor de estudos ou o professor formador.

As respostas produzidas, após a realização das tarefas do PEP, isto é, $\mathbf{H_1}$, $\mathbf{H_2}$, $\mathbf{H_3}$ e $\mathbf{H_4}$ no interior de cada grupo, foram postas por cada grupo para avaliação da classe [FI, D]. Nesse caminhar, nos detemos nas defesas que revelam a recorrência dos professores ao uso do ábaco como instrumento para quantificação de grandezas físicas, por considerarmos de maior relevância para a construção da resposta final aprovada ou não pela classe e por conter a defesa de elementos que pode atender nosso objetivo de evidenciar que o uso do ábaco pode não assegurar a realização da prática de quantificação de grandezas físicas.

Assim, apresentamos a seguir os recortes situacionais e as praxeologias reveladas por professores em formação.

---

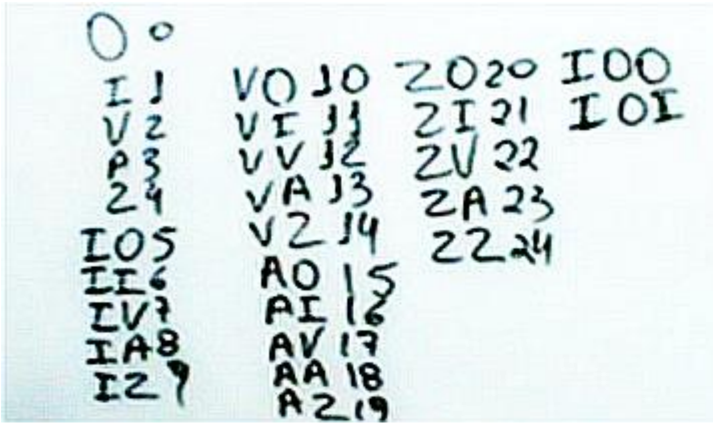
[8] *Os dados empíricos obtidos a partir da manifestação dos professores em formação inicial se deu no contexto de uma disciplina curricular de uma instituição pública de ensino superior. Nesse sentido, os registros dos professores aqui destacados não explicitam as suas identidades, suas imagens e vozes, zelando-se assim pela dignidade e devida proteção aos participantes da pesquisa científica. Por essa razão, não foi solicitada prévia avaliação ética pelos conselhos adequados do projeto de pesquisa de que o trabalho decorre. Assim, assumimos e eximimos a Acta Scientiae de quaisquer consequências daí decorrentes, incluindo a plena assistência e eventual ressarcimento a qualquer dano resultante a quaisquer dos participantes da pesquisa, conforme orienta a Resolução Nº 510, de 07 de abril de 2016, do Conselho Nacional de Saúde do Brasil.*

- ***FI₁*** - Eu fiquei pensando muito nessas relações e cheguei quase na mesma conclusão a respeito da representação que ela fez, fiz a mesma relação aqui... Só que o grupo 1 apresentou, a representação dos Et's, mas quando chega no 10 ela passa para nossa realidade, IO que seria representado pelo 10 pra gente ... só que eu acredito ... na verdade... eu penso que, seria mais ou menos assim... o OI = 1, OV = 2, OA = 3 e OZ = 4, ai como o deles é quinário só vai até o 4 ... então quando chega aqui [...] fica mais ou menos assim:

A figura 1 mostra o registro de atividade evidenciada pelo grupo ***FI₁***.

Figura 1

Registro da relação entre letras e numerais (Ferreira 2020)



- – Isso quer dizer que a gente conta 1,2,3,4 só que quando chega no 5 é como se a gente chegasse no 9, então passa a ser IO = 5, a gente passa para o 10 e automaticamente o 1 vai pra frente e o 0 zero fica pra trás...
- – Deixa-me explicar ... quando chega no 99?
- – Vai para o 100, é como se fosse a última dezena, o 44 é a última, está entendendo.

Depreendemos da difusão e defesa do grupo ***FI₁***, a seguinte estruturação praxeológica:

*****_Tipo de tarefa_ $\boldsymbol{T_1}$: Pode ser reduzida pela realização da tarefa de “relacionar os numerais decimais, enquanto nome de quantidades, com numerais quinários”;

*****_Técnica da tarefa_ $\boldsymbol{\tau_1}$: Foi definida como uma correspondência um a um entre os numerais decimais, enquanto nome de quantidades, e os numerais quinários, em que estes seguem a mesma regra intuitiva de escrita de registros dos numerais decimais, ou seja, são constituídos de posições ocupadas por dígitos, no caso O (zero), I (um), V (dois), A (três) e Z (quatro) e cada posição, quando ocupada pelo dígito que correspondente ao valor máximo, no caso, Z, deve ser reiniciada a partir de O (zero), tomando o sucessor do dígito da posição a esquerda seguinte.

Posto à prova diante da classe [**FI, D**], uma limitação do tipo de técnica $\boldsymbol{\tau_1}$ utilizada foi revelada diante do questionamento do diretor de estudos D ao grupo $\boldsymbol{FI_1}$:

- ***D*** **-** Se você fosse fazer, você chegaria na relação entre 2000 com AIOOO?
- $\boldsymbol{FI_1}$ **-** Ah! professora ia demorar muito! O processo é longo...

A dificuldade evidenciada pelo grupo reside no esforço exigido de enumerar todos os numerais decimais até o numeral decimal 2000, pois não é possível encontrar isoladamente um numeral quinário (decimal) correspondente a um dado numeral decimal (quinário).

Uma das condições iniciais introduzidas pela direção de estudo D foi a seguinte:

- ***D*** **-** Vamos fazer o seguinte... vamos usar as tampas (de garrafa de refrigerante)?!

Diante da condição criada pelo diretor de estudos, os grupos de professores difundiram práticas com materiais concretos sobre como enfrentar a situação problematizada:

- $\boldsymbol{FI_2}$ **-** É como se eles tivessem que contar as 10 tampas, eles iam contar por exemplo ... tirando o zero lógico, que é ausência, a primeira tampa seria I, segunda tampa o V, terceira tampa o A, quarta tampa o Z continuando ... quinta tampinha o IO, sexta tampinha o II, a sétima IV, a oitava IA, a nona tampinha IZ, décima tampinha VO, para gente tem 10 tampinha pra eles tem VO.

A figura 2 mostra o processo de contagem

Figura 2

Contagem com tampas (Ferreira, 2020)

- ***FI_5*:** Aí eu entendi, mas...
- ***FI_2*:** Você não entendeu aqui no final, não é?
- ***FI_5*:** Nessa relação que vocês nos trouxeram aqui a gente já sabe que o sistema deles é quinário, certo, então 24 vai para o 30 ..., mas se fosse representar como seria do 24 para 30?
- ***FI_2*:** Aqui ia continuar... IOO = 25, IOI = 26, IOV = 27, IOA= 28, ai me perdi ... então continua até chegar em 30 quantidades.

A estratégia utilizada pelos professores com material concreto não evidenciou sustentação para justificar o uso da técnica que se manteve, isto é, a de sequenciação, mantendo dúvidas sobre o sistema de numeração dos Et´s. De qualquer modo, a primeira tentativa de quantificação com grandezas físicas foi abandonada.

Diante das dificuldades manifestadas pelos grupos um dos membros do grupo $\boldsymbol{FI_2}$ revelou uma técnica $\boldsymbol{\tau_2}$ por meio da fórmula investigada em sites da internet, conforme orienta sua defesa e difusão da resposta: $\boldsymbol{\tau_2 = r_N\beta^N} +$

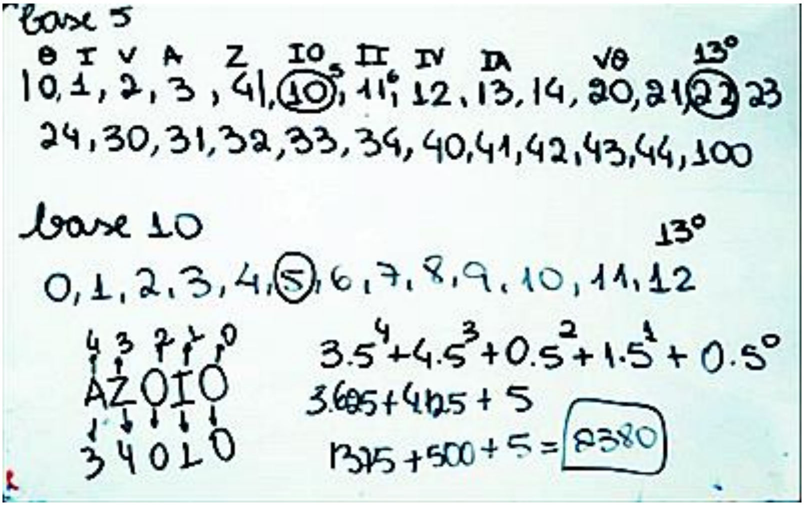
$\cdots + \boldsymbol{r_1\beta^1} + \boldsymbol{r_0\beta^0} = \sum_{\boldsymbol{k=0}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{r_k\beta^k}$, segundo a representação posicional de base β (Ripoll, Rangel & Giraldo, 2016, p. 25):

- $\boldsymbol{FI_2}$ - Vou mostrar o que pesquisei, posso professora? Tudo que pesquisei aqui foi tirado de alguns sites da internet com Wikipédia (https://pt.wikipedia.org/wiki/Codifica%C3%A7%C3%A3o,) e youtube (https://www.youtube.com/watch?v=2pGkFn4Sgao). Neles eu descobrir que tem uma fórmula, eu vou aplicar essa fórmula aqui e vocês vão ver se dá certo ou se não dá, tá bom então? Eu fiz para ver se tinha coerência e realmente estava certo, porque simplesmente quando joguei na fórmula ... neste caso o AIOOO ... eu queria saber se usando a fórmula daria 2000. Então bateu!!! O ET era normal tinha dois olhos, rsrs...

A figura 3 apresenta a fórmula de mudança de base.

Figura 3

Registro de uso da fórmula investigada (Ferreira, 2020)



O uso da técnica matemática materializada pela investigação da fórmula $\boldsymbol{\tau}_2 = \boldsymbol{r_N\beta^N} + \cdots + \boldsymbol{r_1\beta^1} + \boldsymbol{r_0\beta^0} = \sum_{\boldsymbol{k=0}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{r_k\beta^k}$ criou novas condições ao processo de estudos, pois permitiu não somente a validação da técnica $\boldsymbol{\tau_1}$ e, mais amplamente sobre a organização praxeológica em jogo, como também ampliou a possibilidade para responder a outros questionamentos, em particular, o de validar a relação do numeral quinário 31000 com o numeral decimal 2000. Além disso, a fórmula permitiu criar condições para a construção de respostas do questionamento $\mathbf{Q_1}$ sobre “como provavelmente os Et´s chegaram à representação de quantidades do modo apresentado no texto?” (Ferreira & Guerra, 2020, p. 10).

No entanto, embora essas técnicas revelem potencialidades aos professores, parece que a baixa relação (Chevallard, 2005) delas com a técnica $\boldsymbol{\tau_2}$ dificultou, senão impediu vislumbrarem possibilidades para o enfrentamento da problemática de representação de um numeral decimal em um numeral quinário com uso da fórmula.

Buscando justificar de algum modo a validação das respostas postas à prova frente à classe [**FI, D**] construídas no percurso de formação, o grupo $\boldsymbol{FI_5}$ introduziu uma nova condição, em particular, com a proposição do ábaco físico, como destacamos em sua defesa em interação com outros grupos:

- $\boldsymbol{FI_5}$ - Vou tentar mostrar no ábaco, vamos começar pela unidade, se nosso sistema fosse o quinário certo?! Vamos contar 1, 2, 3, 4, ele passar para o pino seguinte, quando for 5 então, ele vai zerar as unidades não vai? Vamos contar de novo: 1, 2, 3, 4, então ele vai ficar 4 e vou usar uma bolinha de outra cor, encheu de novo e a gente tira e começa de novo, e passa para o próximo pino, toda vez que a gente contar de 4 em 4, no 5 zera e começa de novo.
- $\boldsymbol{FI_5}$ - Se a gente pega o ábaco, é interessante isso aqui, pegando três bolinhas, quantas cabem na unidade de ordem superior 2? quantos cabem? Até onde enche essa casa? Até 4, certo? Então vou colocar 4 bolinhas, vamos começar do zero, até quanto enche a casa?
- $\boldsymbol{FI_1}$ *– 4*
- $\boldsymbol{FI_5}$ **–** Certo
- $\boldsymbol{FI_3}$ - O meu, parte da direita...
- $\boldsymbol{FI_5}$ - Não! não pode! Mantém o mesmo princípio, da esquerda para direita... então aqui só cabe 4, se fosse no sistema decimal caberia 9.

A figura 4 destaca o manuseio do processo de contagem e sua representação no ábaco

Figura 4

Representação no ábaco (Ferreira, 2020)

- $\boldsymbol{FI_5}$ - Posso colocar quantos então...?
- $\boldsymbol{FI_1}$ *– 4*
- $\boldsymbol{FI_5}$ - Posso colocar outra bolinha?
- $\boldsymbol{FI_4}$ - Não!!!
- $\boldsymbol{FI_5}$ - Então, vai contra o sistema, porque não suporta, a casa só suporta 4, então tiro da unidade de ordem dois e vou para a unidade de ordem 3, isso quer dizer que na unidade de ordem dois chegou no 5, por isso tiro e vou para a próxima, no caso a unidade de ordem três e represento com uma outra bolinha, com outra cor, no caso vermelha, coloco mais uma bolinha na unidade de ordem três, quanto fica?

- ***FI$_2$*** **-** Entendo que na nossa cabeça tá claro essa questão, mas quando se trata de ensinar para as crianças usando material concreto ... não conseguimos ...

Os diálogos dos professores parecem evidenciar, claramente, dúvidas sobre o uso do ábaco físico para quantificação de grandezas físicas, em particular, pela manifestação de ***FI$_2$*** ao reconhecerem como uma problemática aos professores sobre como ensinar numerais, usando material concreto, mais precisamente, no sentido do problema didático parafraseado por Ferreira (2020, p. 201, grifos da autora): ***"o que e como ensinar sistema de numeração para professores em formação inicial para atuarem nos anos iniciais?"***.

Seguindo essa linha de pensamento o grupo ***FI$_4$*** apresentou em sua defesa o quê? Destacando os seguintes aspectos:

- ***FI$_4$*** **-** Vamos contar 1, 2, 3, 4, ele passar para o pino seguinte, quando for 5 então, ele vai zerar as unidades não vai? Vamos contar de novo: 1, 2, 3, 4, então ele vai ficar 4 e vou usar uma bolinha de outra cor, encheu de novo e a gente tira e começa de novo, e passa para o próximo pino, toda vez que a gente contar de 4 em 4, no 5 zera e começa de novo.

A figura 5 mostra a representação de contagem no ábaco físico

Figura 5

Representação de contagem no ábaco físico (Ferreira, 2020)

- ***FI$_4$*** **-** Esse aglomerado de bolinhas representa qual número?
- ***FI$_3$*** **-** 5

- ***FI_2*** - Não é o 4!
- ***FI_2*** - Vai ser sim, de 5 em 5
- ***FI_1*** - Então porque não enche?
- ***FI_2*** - Porque estamos explicando para crianças e tem quer ser devagar, passo a passo.
- ***FI_2*** - Se eu fico confusa, a criança também vai ficar confusa! Porque tu vais encher ai?
- ***FI_2*** - É só você pensar que a ausência é o zero, quando completa, esse é o sistema quinário ... Aqui completou o sistema quinário, então enche de novo com 1, 2, 3, 4, 5 ... enche de novo, assim vai mais um, vai encher, vai mais um, vai novamente encher, então a gente esvazia de novo, e vai contando até completar ..., mas daqui em diante eu me perdi! rs.

Esse fragmento reforça a clara dificuldade encontrada pelos professores no uso do ábaco físico como instrumento didático introduzido como uma das condições para ajudar a desmistificar a situação de quantificação de grandezas físicas, sobretudo, pela confissão de ***FI_2*** ao destacar "*Se eu fico confusa... imagine a criança! Ela também vai ficar confusa!"*. Entretanto, esse uso parece encontrar limitações evidenciadas pelos professores para a tarefa de quantificação de grandezas físicas usando o ábaco físico.

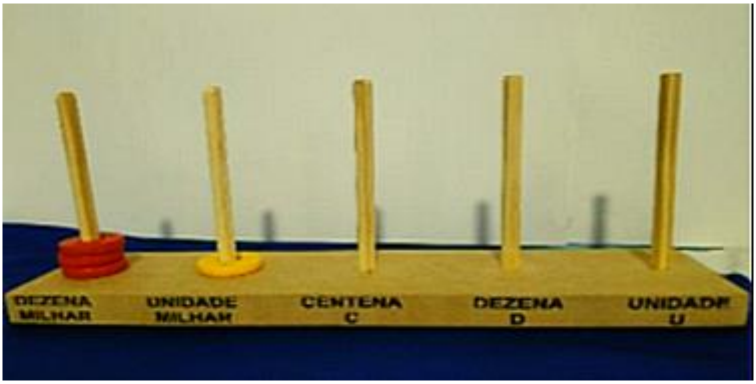
Ademais, foi observada a prática dos professores com uso do ábaco físico, a representação de um numeral em um ábaco e vice-versa, também, suas interpretações foram voltadas às posições do ábaco com as potências e com a fórmula pesquisada e socializada por ***FI_2*** no percurso de formação e, vice-versa, ou seja, faziam relações das potências da fórmula $\boldsymbol{\tau_2}$ com as posições do ábaco, em particular, como parece evidenciar os diálogos a seguir:

A figura 6 mostra a representação do numeral no ábaco do grupo 2 de formadores

- ***FI_5*** - Observando o sistema quinário, eu fiz com a potência para o sistema decimal e funciona bacana, zera mesmo!! É um macete para zerar legal!
- ***FI_5*** - Próximo amarradinho $5^4 = 625$ e assim vai até a necessidade de cada um.

Figura 6

*Representação por **FI_2** do numeral quinário 31000 no numeral decimal 2000 (Ferreira, 2020)*



Em última análise, o grupo ***FI_3*** defendeu suas respostas praxeológicas sustentadas pelo discurso do ábaco escrito a partir da exemplificação de um numeral de agrupamento de cinco em cinco, conforme destaca a figura 7.

- ***FI_3* -** Então vamos lá, vou usar o quadro pra mostrar, então fica 1 US, 1 UOS1, 1 UOS2 Concordam? ...Vamos lembrar no caso do quinário só suporta 4 de 4, porque quando forma 5 passa para outra unidade de ordem superior, no caso a seguinte, porque agrupou, então vou registrar aqui no quadro vai ficar 5, 25,125 e 625.

A Figura 7 mostra o registro no ábaco escrito no quadro do professor

Frente à manifestação de ***FI_3*** o grupo ***FI_2*** refutou a resposta:

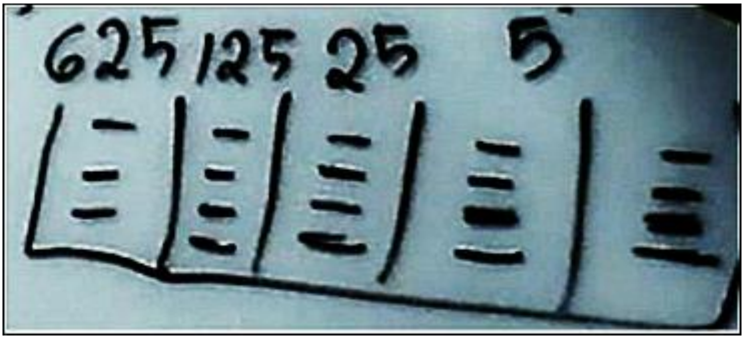
- ***FI_2* -** Não, não entendi, vocês só explicaram os números no quadro e na prática?

- ***D* -** Fizeram pelo algoritmo...

- ***FI_2* -** Entendo que na nossa cabeça tá claro essa questão, mas quando se trata de ensinar para as crianças ... usando material concreto ... não conseguiram entender ... e acho que o propósito da professora é relacionar com o material.

Figura 7

Uso do ábaco escrito na base cinco (Ferreira, 2020)



Diante das dificuldades evidenciadas pelos professores $\boldsymbol{FI_k}$ com o uso do ábaco para quantificação de grandezas físicas, o diretor de estudos **D** encaminhou a seguinte condição:

- ***D*** - Agora precisamos construir a prática, porque isto aqui está no nosso nível. Agora precisamos fazer como se fôssemos ensinar para as crianças. Precisamos entender como isso pode funcionar com crianças.
- $\boldsymbol{FI_4}$ - Agora vamos trabalhar no sistema quineral, em que a base não é 10. Então fica: 1 tampinha, 2 tampinhas, 3 tampinhas, 4 tampinhas e 5 tampinhas e fecha um amarradinho...[...]lembram do amarradinho?

A figura 8 mostra um membro do FI_4 fazendo a manipulação de tampinha de refrigerantes

Mesmo recorrendo ao uso de materiais concretos para estruturação do numeral por meio das grandezas físicas, conforme orientação do diretor de estudos D, é preciso destacar que o grupo $\boldsymbol{FI_4}$ também abandonou a prática concreta, fazendo uso do quadro branco para justificar ou tornar claro o argumento utilizado na defesa da resposta praxeológica apresentada.

Assim, outra tentativa de realizar a tarefa de quantificação de grandezas físicas não foi satisfatória à classe [**FI, D**], em encontrar uma técnica $\boldsymbol{\tau_3}$ que permitisse enfrentar talvez, a tarefa de maior interesse: $\boldsymbol{T_3}$ - Representar um numeral a partir da quantificação de um aglomerado de unidades físicas, considerando diferentes tipos de agrupamentos dessas unidades.

Figura 8

Formação dos agrupamentos de cinco em cinco (Ferreira, 2020)

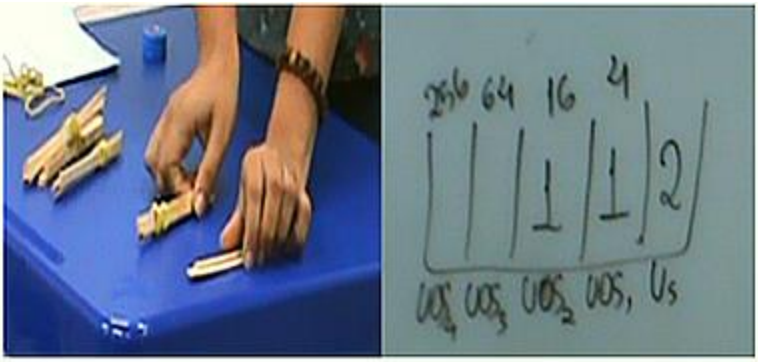
Após algumas orientações do diretor de estudos ***D***, o grupo ***FI₅*** evidenciou a seguinte defesa:

- ***FI₅*** - São 7 tampinhas, vou juntar, ou melhor agrupar de dois em dois, porque estamos fazendo na base 2.
- ***FI₅*** - Esse que sobrou, é a Unidade Simples?!
- ***D*** – Sim
- ***FI₅*** - Tá, e agora? Agrupa de novo, professora?
- ***FI₅*** - Então vai ficar assim? [dúvida], eu junto de novo? Duas de duas, sobra 1 de novo, então fica 1 agrupamento de 4 e 1 agrupamento de 2, então fica 1 na unidade simples (US),1 na unidade de ordem superior um (UOS1) e 1 na unidade de ordem superior dois (UOS2).

A figura 9 mostra o processo de agrupamento a partir de palitos de picolé.

Figura 9

Agrupamentos de 4 de 4 palitinhos e sua representação no ábaco escrito (Ferreira, 2020)



- ***FI_1*** **-** Entendi!!!!! Quero fazer de novo!
- ***FI_4*** **-** Colega troca a base pra ver se melhora, faça na base 4.
- ***FI_1*** **-** Vamos separar e amarrar, ficou então 5 grupos de 4 sobrando 2, que é a unidade simples...reagrupando teremos 1 grupo de 4 de 4 sobrando 1 grupo de 4. Fica então 1 unidade simples, 1 unidade de ordem superior 1 e 1 de ordem superior 2.

Em última análise, a reação do grupo "***FI_1*** *- Entendi!!!!! Quero fazer de novo!"*, nos parece a clara confissão que as tentativas até então realizadas pelos professores sobre a tarefa de quantificação de grandezas físicas pareciam inconsistentes ou sem sucesso, mesmo com o uso do ábaco físico e escrito por eles mobilizados em suas praxeologias.

Além disso, vale observar que a resposta à questão **Q_1** encontrada pela classe **[FI, D]** pode ser descrita por meio de quatro tarefas divididas em duas etapas:

- **1ª Etapa**: Definição:
- t_1 – Defina o limite β, ou base, da contagem de unidades;
- **2ª Etapa: Processo iterativo** - Começando com as unidades simples:

- t_2 – Se possível, construa agrupamentos de ordem superior às existentes, formando novos agrupamentos de β unidades de agrupamentos de ordem imediatamente inferior;
- t_3 – Registre a quantidade das unidades de agrupamentos que estavam sendo agrupados no passo anterior.
- t_4 – Se a quantidade de novos agrupamentos de maior ordem formados for inferior ao limite de contagem β, registre essa quantidade na posição correspondente e finalize destacando o numeral escrito. Caso contrário, retorne à tarefa t_2.

Em que pese à complexidade das praxeologias manifestadas pelos professores durante o PEP, o diretor de estudos D exerceu um papel indispensável na condução da classe **[FI, D]**, em particular, a atitude *situacional-problematizadora*, que "consiste em problematizar as situações vividas ou observadas, isto é, levantar questões sobre elas. Esta é, obviamente, uma atitude essencial da qual nasce tanto a questão Q do esquema herbartiano quanto o engendramento das questões Q_j"[9] (Chevallard, 2013, p. 4, tradução nossa).

O conjunto de condições, tanto iniciais, quanto as introduzidas pela classe [**FI, D**], evidenciou dificuldades dos professores sobre o uso do ábaco físico e escrito no quadro para a realização da prática social de quantificação de grandezas físicas de construção do numeral.

Os professores revelaram qualidades de relações (Chevallard, 2005) com praxeologias de representar numerais no ábaco e vice-versa e interpretar as potências da fórmula $\boldsymbol{r_N\beta^N + \cdots + r_1\beta^1 + r_0\beta^0 = \sum_{k=0}^{N} r_k\beta^k}$ por meio do ábaco e vice-versa. No entanto, a tarefa de quantificação de grandezas físicas para a construção do numeral com o uso do ábaco foi paulatinamente construída no percurso de formação, isto é, não integrava o equipamento praxeológico dos professores.

[9] Fragmento do texto: *consiste à reconnaître la « problématicité » des situations vécues ou observées, c'est-àdire à soulever des questions à leur propos. C'est évidemment une attitude essentielle, d'où naît tant la question Q du schéma herbartien que les questions engendrées Q_j.*

FUTUROS DESDOBRAMENTOS DA INVESTIGAÇÃO

A investigação, a partir do estudo de um problema em contexto inusitado sobre numerais não decimais, ratificou a hipótese de que há uma problemática quanto ao uso e manuseio de materiais concretos, especificamente, o uso do ábaco como facilitador na estruturação de numerais não decimais por meio da prática de quantificação de grandezas físicas e que seu manuseio não assegura a realização da prática de quantificação de grandezas físicas.

Nosso foco se deteve nas difusões e interações dos grupos de professores que recorrem ao uso do ábaco físico como instrumento possível para quantificação de grandezas físicas. Além disso, o tipo de problema em contexto inusitado mobilizou os professores ao encontro de várias praxeologias por eles reveladas, entre elas, a técnica de correspondência um a um entre os numerais decimais, a partir do nome de quantidades, e os numerais quinários, em que estes seguem a mesma regra intuitiva de escrita de registros dos numerais decimais, ou seja, são constituídos de posições ocupadas por dígitos, no caso O (zero), I (um), V (dois), A (três) e Z (quatro) e cada posição, quando ocupada pelo dígito que corresponde ao valor máximo, no caso, Z, deve ser reiniciada a partir de O (zero), tomando o sucessor do dígito da posição a esquerda seguinte.

Entretanto, alguns questionamentos no processo formativo revelou a limitação da técnica específica de correspondência e, não menos importante, a estratégia utilizada com material concreto, que por hora não teve êxito. O uso de materiais concretos mostrou claramente parte das dificuldades enfrentadas pelos professores no processo de quantificação das grandezas para estruturação do numeral.

Embora a fórmula $\boldsymbol{\tau}_2 = \boldsymbol{r_N \beta^N} + \cdots + \boldsymbol{r_1 \beta^1} + \boldsymbol{r_0 \beta^0} = \sum_{\boldsymbol{k=0}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{r_k \beta^k}$, (Ripoll, Rangel & Giraldo, 2016) evidenciada por um dos grupos de professores possa ter assegurado a legitimidade e institucionalização da técnica matemática de maior alcance no enfrentamento do tipo de problema considerado a qualidade de relação (Chevallard, 2005) dos professores com a mesma, não foi suficiente para permitir a construção de resposta a problemática de conversão de uma realidade decimal para uma não decimal.

Nesse caminhar, os professores decidiram em comum acordo com o diretor de estudos utilizar o ábaco físico para encontrar respostas que permitissem o enfrentamento das problemáticas postas, em particular, a de quantificação de grandezas físicas. No entanto, os diálogos dos professores frente a tarefa $\mathbf{H_5}$ do PEP revelaram dificuldades com seu uso enquanto instrumento didático.

A partir da proposta do uso do ábaco físico na prática dos professores no que diz respeito a representação de um numeral em um ábaco e vice-versa, as interpretações desses professores foram voltadas às posições do ábaco com as potências e com a fórmula $\boldsymbol{\tau}_2 = \boldsymbol{r_N\beta^N} + \cdots + \boldsymbol{r_1\beta^1} + \boldsymbol{r_0\beta^0} = \sum_{k=0}^{N} \boldsymbol{r_k\beta^k}$, ou seja, faziam relações entre as potências da fórmula $\boldsymbol{\tau_2}$ com as posições do ábaco, não suficientemente capazes de assegurar o sucesso na estruturação das grandezas físicas para a construção do numeral.

Nesse sentido ratifica de algum modo, o que destaca Chevallard (2005) sobre a distância entre um saber e uma prática social, neste caso, o conhecimento da técnica $\boldsymbol{\tau_2}$ (prática de quantificação de unidades discretas), pois um saber sobre as práticas pode constituir os saberes específicos da prática social de quantificação, mas tal afirmativa não pode garantida, visto que, os saberes implícitos ou não matemáticos dão sentido e significado a prática social segundo observa Sodré (2021).

Assim, considerando os resultados empíricos encontrados, motivamos demais pesquisadores à realização de futuras pesquisas, inclusive, para o enfrentamento de algumas problemáticas que se revelaram, em particular, no sentido da modelagem matemática (Sodré & Guerra, 2018, Sodré, 2021) para o estudo de modelos matemáticos normativos, tal como um numeral como um modelo matemático que "governa" as situações do mundo real.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

GJMS delimitou a introdução do artigo, a problematização da investigação articulado ao dispositivo didático-metodológico. RSRF encaminhou o tipo de problema inusitado e a de dados empíricos. GJMS, RSRF e MLSG, em conjunto, participaram das análises dos resultados empíricos encontrados e dos futuros desdobramentos da investigação.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que respaldam e integram este estudo e investigação serão disponibilizados pelo autor correspondente, GJMS, mediante solicitação prévia.

REFERÊNCIAS

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activitémathématique aux ostensifs. objetd'étude et problématique. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 77-124.

Brousseau, G. (1995). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In: Noirfalise R. et Perrin-Glorian M. J., *Actes de la VIII eecoled'été de didactique des mathématiques*. (pp. 3-46). IREM de Clermont-FD.

Carvalho, M. (2007). Pedagogia e os Conteúdos Matemáticos: a Formação do Professor dos Anos Iniciais e Educação Infantil. *Anais do IX ENEM*. Belo Horizonte - MG.

Cenci, D. Becker, M. L. R. & Mackedanz, L. F. (2015). Produções acadêmicas sobre o ensino do sistema de numeração decimal: o estado da arte. *Revista de divulgação científica em ciências exatas e tecnológicas PORANDU, 1*(1), 29-41.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *19*(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2005). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. 2. ed. 3. Reimp. Aique.

Chevallard, Y. (2009a). *La tad face au professeur de mathématiques.* UMR Adef.

Chevallard, Y. (2013). *Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente*.

Chevallard, Y. (2019). On using the ATD: some clarifications and comments. *Educ. Matem. Pesq*., São Paulo, *21*(4), 1-17.

Chevallard, Y. (2020). Some sensitive issues in the use and development of the anthropological theory of the didactic. *Educ. Matem. Pesq*., São Paulo, *22*(4), 13-53.

Chevallard, Y. Bosch, M. & Gascón, J. (2001). *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e aprendizagem*. Artmed.

Cruz, A. R. B. Teodoro, G. F. & Bonutti, V. A. (2019). O uso do ábaco no ensino das operações de adição e subtração: um relato de experiência com alunos do ensino fundamental. *ForSci*., *7*(2), 1-25.

Cruz, A. R. B. Teodoro, G. de F. & Bonutti, V. A. (2019). *O uso do ábaco no ensino das operações de adição e subtração: um relato de experiência com alunos do ensino fundamental. For Science*. *7*(2).

Ferreira, R. S. R. & Guerra, R. B. (2020). Formação inicial de professores que ensinam matemática e o sistema de numeração decimal. *Revista de estudos e pesquisas sobre ensino tecnológico* (Ed. Especial), e118720, (1-17).

Ferreira, R. S. R. (2020). *O sistema de numeração decimal na formação de professores dos anos iniciais*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém. No prelo.

Ferreira, R. S. R. Nunes, J. M. V. & Guerra, R. B. (2019). Atividade de estudos e investigação sobre o sistema de numeração posicional na formação de professores dos anos iniciais. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *21*(5), 274-288.

Gomes, A. A. M. Paula, H. C. de. & Oliveira, E. B. de. (2019). Aprendendo as quatro operações por meio do ábaco. *Braz. J. of Develop*., *5*(11), 27583-27589.

Ifrah, G. (1985). *Os Números. História de uma grande invenção*. Globo.

Itzcovich, H. (coord). (2008). *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula*. Aique.

Lendínez, E. M. Garcia, F. J. & Sierra, T. A. (2017). La enseñanza del número en la escuela infantil: Un estudio exploratorio del logos de la profesión. *REDIMAT*, *6*(1), 33-55.

Lerner, D. & Sadovsky, P. (2008). O sistema de numeração: um problema didático. In: Parra, C. & Saiz Irmã; (org.), *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.* (p. 129-142). Artes Médicas.

Lima, R. L. de. Santos, M. J. C. dos. & Abreu, D. H. M. de. (2019). O uso do ábaco no ensino da operação adição: mediação pedagógica realizada na sala de aula do 3° ano do ensino fundamental. In: Farias, G. A. de. Silva, J. C. A. Santos, M. J. C. dos. & Matos, F. C. C. (org.): *Uma gota de conhecimento*. (p. 185-219). Pontes.

Ripoll, C. Rangel, L. & Giraldo, V. (2016). *Livro do professor de matemática na educação básica: Números naturais*. Ed. SBM.

Sadovsky, P. (2010). *La enseñanza de la matemática en la formación docente para la escuela primaria*. Ministerio de educación de la nación.

Sierra, T. A. & Gascón, J. (2018). Los recorridos de estudio e investigación para la formación del profesorado y la construcción de praxeologías matemáticas para la enseñanza. El caso de los sistemas de numeración, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *38*(1), 79-117.

Sodré, G. J. M. & Guerra, R. B. (2018). O ciclo investigativo de modelagem matemática. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, *20*(3), 239-262.

Sodré, G. J. M. (2019). *Modelagem matemática escolar: uma organização praxeológica complexa*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém.

Sodré, G. J. M. (2021). Mathematical Modelling and Didactic Moments. *Acta Sci.* (Canoas), *23*(3), 96-122.

Terige, F. & Wolfman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*. *43*, 59-83.

Vardenski, A., Souza, K. A. F. de. Lutke, N. A. Schirlo, A. & Goulart, M. (2020). Relato de experiência: o uso do ábaco como recurso nas salas de aula. *Braz. J. of Develop.*, *6*(4), 18248-18261.

Viegas, E. R. S. & Serra, H. (2015). Usando algoritmos e ábaco no estudo do sistema de numeração decimal em um curso de Pedagogia. *Revista Eletrônica de Educação*. *9*(1), 196-210.