

Multisignificados* de equação: analisando alguns livros didáticos

Alessandro Jacques Ribeiro

RESUMO

No presente artigo é discutido como alguns livros didáticos abordam o tema equação. Para esta discussão serão consideradas as diferentes formas de “conceber” e “tratar” esta noção, que foram observadas em um estudo epistemológico e didático desenvolvido em trabalho anterior do autor: “*Equação e seus multisignificados no ensino de matemática: contribuições de um estudo epistemológico*”. Partindo da análise de alguns livros didáticos de diferentes níveis de ensino e diferentes épocas históricas, são identificadas a presença e/ou caracterização dos multisignificados de equação, a saber: *intuitivo-pragmático, dedutivo-geométrico, estrutural-generalista, estrutural-conjuntista, processual-tecnista e axiomático-postulacional*. Dentre as conclusões pôde-se perceber que a maior parte das obras analisadas parece privilegiar o significado *estrutural-conjuntista*, e, nenhuma delas, contempla o *dedutivo-geométrico*. Assim, levanto algumas reflexões sobre as vantagens que a abordagem dos multisignificados de equação em ambientes de aprendizagem pode trazer ao ensino e a aprendizagem de Matemática.

Palavras Chave: Multisignificados de equação. Livros didáticos. Educação algébrica.

Multimeanings of equation: Analyzing some textbooks

ABSTRACT

On this paper it is discussed how some textbooks address the topic *equation*. For this discussion, it will be considered different forms “to conceive” and “to treat” this notion, which were based on an epistemological and didactic study developed by the author in a previous work: “*Equation and its multimeanings in the teaching of mathematics: contributions of an epistemological study*”. Starting from the analyses of some textbooks of different levels of education and different historical epochs we could identify the presence and/or characterization of the multimeanings of equation, namely: *intuitive-pragmatic, deductive geometric, structural general, structural setting, procedural technicist, axiomatic postulation*. Amongst the results, it was identified that most of the textbooks analyzed seem to privilege the *structural generalist* meaning, and none of them look at the *deductive-geometric*. In the light of this finding, some reflections about the advantages that the approach of multimeanings of equation in the learning environments can bring to the teaching and learning of mathematics are considered.

Keywords: Multimeanings of Equation. Textbooks. Educational Algebra.

Alessandro Jacques Ribeiro é Doutor em Educação Matemática pela PUCSP. Atualmente, é professor e pesquisador do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNIBAN/SP. Professor titular e diretor de *campus* da Universidade Paulista (UNIP), em Jundiaí/SP. É líder e pesquisador do grupo “Educação e Tecnologia” do CNPq, nessa última instituição. **Endereço para correspondência:** Avenida Braz Leme, 3029. São Paulo/SP. CEP 02022-021. E-mail: alessandro.ribeiro@uniban.br

* Manteve-se, no texto, a grafia do autor.

INTRODUÇÃO

Neste artigo discuto como é abordado o tema equação em alguns livros didáticos de diferentes níveis de ensino e de diferentes países. Entendendo “abordado” como a forma pela qual o livro apresenta o tema equação em suas definições e/ou caracterizações. A perspectiva neste trabalho é observar se, implícita ou explicitamente, os autores contemplam as diferentes maneiras pela qual essa noção da matemática pode ser “concebida” e/ou “tratada”. Quando me refiro a “tema” estou considerando-o como uma temática da Matemática; já quando me refiro à “noção” estou considerando-a como um assunto específico pertencente à Matemática.

Em Ribeiro (2007)¹ foi desenvolvido um estudo de caráter teórico, no qual, por intermédio do desenvolvimento de um estudo epistemológico e didático, diferentes formas de conceber equação foram categorizadas. Como principal resultado da referida tese surgiram os *Multisignificados de Equação* – diferentes maneiras de “ver” e “tratar” as equações no ensino e na aprendizagem de Matemática².

Diversas são as pesquisas na área de Educação Algébrica que contemplam o tema equações em suas problemáticas. Algumas delas, como Attorps (2003), que discorre sobre as concepções de equação (“bastante limitadas”) de professores de ensino secundário; Dreyfus e Hoch (2004), que apontam as dificuldades que alunos do ensino médio têm em compreender as estruturas internas das equações; Barbosa (2006), que identifica as dificuldades que alunos do ensino fundamental apresentam quando resolvem equações de 1º grau; Costa (2007), que levanta a pouca familiaridade que professores têm quando estão trabalhando com equações diofantinas lineares; dentre outras. Tais pesquisas nos mostram um pequeno panorama sobre as dificuldades e limitações que alunos e professores têm quando se deparam com situações que envolvem o estudo das equações.

Considerando tais resultados, aliados à minha prática enquanto professor de educação básica e da formação de professores, uma preocupação em aprofundar minhas reflexões surgiu desde o início de minha carreira de pesquisador, ao começar o curso de mestrado em Educação Matemática. Naquela época, desenvolvi uma pesquisa que buscava identificar e compreender as estratégias que alunos, ao final do ensino fundamental, utilizavam para resolver questões de Álgebra Elementar (RIBEIRO, 2001). A predominância do excesso de mecanização nas estratégias identificada em tal estudo veio a corroborar minha conjectura da necessidade de se buscar novas formas de compreender e manipular situações que envolvem a noção de equação.

Assim, minha trajetória acabou sendo naturalmente direcionada para a área de Educação Algébrica, na qual atualmente desenvolvo minhas pesquisas, junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNIBAN, em São Paulo.

¹ “Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico”, tese defendida em maio de 2007, no Programa de Estudos Pós Graduaados em Educação Matemática da PUCSP.

² Por extrapolar as possibilidades de tempo e espaço neste artigo, convido o leitor interessado em se aprofundar no estudo do Multisignificados de Equação para a leitura de Ribeiro (2008).

Minha preocupação atual de pesquisa está mais diretamente voltada para a investigação das concepções de alunos e professores acerca da noção de equação.

Os livros didáticos são importantes atores no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, assim como pesquisas envolvendo esses são relevantes na área da Educação Matemática. Na obra *Análise Histórica de livros de Matemática* (SCHUBRING, 2003) é apresentado um importante estudo sistemático do uso de livros didáticos no ensino escolar brasileiro. Logo na apresentação do livro, o professor João Bosco Pitombeira destaca:

O estudo do livro-texto, objeto freqüentemente olhado com pouco caso pelos que se dedicam à pesquisa em educação, está sendo revalorizado no Brasil. As avaliações de qualidade realizadas há já seis anos pelo Ministério da Educação chamaram a atenção para ele. (PITOMBEIRA apud SCHUBRING, 2003, p.2)

Nesta perspectiva, decidi por discutir neste espaço se e como os resultados obtidos em Ribeiro (2007) – os multisignificados de equação – estão presentes nas discussões propostas pelos autores, por intermédio de suas obras didáticas.

APRESENTANDO OS MULTISIGNIFICADOS DE EQUAÇÃO

Utilizo os multisignificados de equação neste artigo para analisar a forma pela qual a noção de equação é apresentada nos livros didáticos. Acredito ser conveniente uma breve contextualização da trajetória pela qual concebi esses diferentes significados de equação. Como já mencionado anteriormente, foi a partir de um estudo epistemológico e didático que pude perceber, ao longo da história da matemática, assim como no processo de ensino desta disciplina, as diferentes situações, as diferentes formas de manifestação e de utilização dessa importante noção da matemática.

Na intenção de que o leitor possa compreender e participar das análises que serão desenvolvidas na próxima seção, apresento aqui os multisignificados de equação, procurando exemplificar situações e os contextos nos quais eles originalmente apareceram. Vale ressaltar que as diferenças entre esses significados são, às vezes, bastante sutis e que é tênue a linha que separa um significado de outro. Ratifico ainda que essas diferentes formas de “ver” e “conceber” equação, o conjunto destes diferentes significados, é o que eu chamo de *Multisignificados de Equação*. São eles:

- 1. Intuitivo-Pragmático:** a noção de equação é concebida como uma noção intuitiva, ligada à idéia de igualdade entre duas quantidades. Sua utilização está relacionada à resolução de problemas de ordem prática, os quais são originários de situações do dia-a-dia. Este significado teve sua origem principalmente nos Babilônios e Egípcios, que concebiam equações a partir

de problemas de origem prática envolvendo questões da agricultura, por exemplo, e utilizavam métodos como o da falsa posição para resolvê-las;

2. **Dedutivo-Geométrico:** a noção de equação é concebida como uma noção ligada às figuras geométricas, aos segmentos. Sua utilização está relacionada a situações envolvendo cálculos e operações com segmentos, com medida de lados de figuras geométricas, com intersecções de curvas. Este significado teve sua origem principalmente nos Gregos, que concebiam equações a partir de problemas geométricos e utilizavam, por exemplo, o método das proporções e o da aplicação de áreas para encontrar suas soluções. Também observei este significado na Geometria das Curvas de Khayyam, que encontrou soluções geométricas para equações cúbicas, utilizando-se de intersecções de curvas, como a do círculo com a parábola, ou a intersecção da parábola e a hipérbole equilátera;
3. **Estrutural-Generalista:** a noção de equação é concebida como uma noção estrutural definida e com propriedades e características próprias. A equação aqui é considerada por si própria, operando-se sobre ela mesma na busca de soluções gerais para uma classe de equações de mesma natureza. Este significado teve sua origem principalmente nos Árabes e Hindus e, posteriormente, nos Europeus Renascentistas. Observa-se em al-Khwarizmi que, embora as equações tenham suas origens em problemas de ordem prática, sua atenção estava focada para a determinação da resolução de qualquer equação quadrática. Mais tarde, na história, observa-se que Descartes – quando da utilização de seu método cartesiano – passa a tomar as próprias equações não mais como um meio de organização de fenômenos, mas como um campo de objetos que necessita de novos meios para sua organização: seria a resolução de equações utilizando-se a forma canônica. Outros matemáticos a partir de Descartes, como Abel e Galois, passaram a investigar a estrutura do processo de resolução das equações, visando encontrar um algoritmo capaz de resolver, por meio de radicais, as equações de grau superior a quatro, ou mostrar que esse não existia;
4. **Estrutural-Conjuntista:** a noção de equação é concebida dentro de uma perspectiva estrutural, que está diretamente ligada à noção de conjunto. É vista como uma ferramenta para resolver problemas que envolvam relações entre conjuntos. Este significado teve sua origem principalmente durante a época do Movimento da Matemática Moderna. Alguns exemplos de situações que caracterizam esse significado podem ser encontrados em Bourbaki e em outros autores e matemáticos pós-matemática moderna;
5. **Processual-Tecnista:** equação é concebida como a sua própria resolução – como os métodos e técnicas que são utilizadas para resolvê-la. Diferentemente da visão estrutural, nesta perspectiva, a equação não é vista como um ente matemático sobre o qual as operações e manipulações realizadas atendem a regras bem definidas. Esse significado teve sua origem principalmente na

análise de alguns livros didáticos, paradidáticos e artigos sobre pesquisas em Educação Matemática;

- 6. Axiomático-Postulacional:** a equação é concebida como uma noção da Matemática que não precisa ser definida, uma idéia a partir da qual outras idéias matemáticas e não matemáticas são construídas. Por essa concepção, a noção de equação é utilizada no mesmo sentido de Noção Primitiva, como ponto, reto e plano na Geometria Euclidiana. Este significado teve sua origem em resposta às discussões apresentadas por Chevallard em sua teoria da transposição didática, no que se refere à noção de equação ser ou não uma noção matemática e, conseqüentemente, poder tomar lugar junto aos objetos do ensino³.

Assim, finalizo esta secção elucidando que os significados *intuitivo-pragmático*, *dedutivo-geométrico*, *estrutural-generalista* surgiram do estudo epistemológico, enquanto os significados *estrutural-conjuntista*, *processual-tecnicista* e *axiomático-postulacional* surgiram do estudo didático, no âmbito do ensino da matemática. Essa observação será aprofundada e melhor explorada quando das análises dos livros didáticos a ser realizada em seguida.

UMA ANÁLISE DE ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS

Considerando as diferentes formas pelas quais a noção de equação pode ser concebida, procuro desenvolver agora uma análise de alguns livros didáticos, de diferentes níveis de ensino e de diferentes épocas históricas, sob a ótica dos multisignificados de equação.

Os livros didáticos – livros usados sistematicamente em ambientes de aprendizagem – aqui analisados foram escolhidos de acordo com os seguintes critérios:

- Livros antigos freqüentemente adotados em escolas brasileiras e/ou de outros países: Bos (1893), Bourdon (1897), van der Waerden (1991 – 1ª edição 1930) e Caraça (1954 – 1ª edição 1935);
- Livros editados na época do Movimento da Matemática Moderna: Bourbaki (1970) e Tsiipkin (1985 – 1ª edição 1979);
- Livros recomendados no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) do Ministério da Educação e Cultura, no ano de 2005: Giovanni e Giovanni Jr (2000), Di Piero Neto e Soares (2002), Imenes e Lellis (2002) e Pires et al. (2002).

Levando-se em conta minha proposta neste trabalho, desenvolverei aqui uma discussão que procure reconhecer e categorizar os multisignificados de equação, a partir

³ Por descaracterizar a proposta deste artigo, uma discussão mais completa, para este e para os demais significados, pode ser encontrada na tese de doutoramento do autor. Tal estudo também pode ser desenvolvido a partir da leitura de Ribeiro (2008).

das “definições” e/ou caracterizações apresentadas nesses livros. Certamente, a análise aqui desenvolvida será restritiva no sentido do objetivo proposto para este trabalho, pois seria mais significativa se tal análise considerasse o livro como um todo e não somente as “definições” e/ou caracterizações. Contudo, essa limitação não pode ser aqui superada pela questão da metodologia por mim escolhida para este trabalho: fazer uma (re)análise a partir dos dados presentes em Ribeiro (2007).

Primeiramente farei a apresentação de cada uma das obras por mim analisadas, destacando a maneira pela qual a noção de equação é contemplada em seu escopo. A seguir, faço uma análise dessas obras relacionando-as com as diferentes formas de conceber equação detectadas no estudo epistemológico desenvolvido. Finalmente, sintetizo as análises desenvolvidas em um quadro, considerando os multisignificados de equação. Vale ressaltar que as análises aqui apresentadas serão desenvolvidas ao final da apresentação que farei de cada uma das obras. Tal opção se faz necessária pelo fato da análise desenvolvida considerar livros de diferentes níveis de ensino, assim como de diferentes épocas históricas.

A primeira obra investigada é *Éléments D'Algèbre*, de H. Bos. Essa obra, em francês, publicada em 1893, após apresentar uma longa discussão sobre operações algébricas, trata das expressões algébricas e, no capítulo sobre equações de 1º grau, traz a seguinte definição: “Dá-se o nome de equação a uma igualdade que somente ocorre para valores particulares atribuídos a algumas letras que aí entram, e que pode servir assim para determinar esses valores” (BOS, 1893, p.113).

A seguir trago a discussão proposta por Bourbon em *Éléments d'Algèbre*, de 1897. Esta obra traz em seu bojo uma vasta discussão sobre equações, que começa com suas noções preliminares e vai até a teoria das equações. Logo no capítulo inicial, o autor apresenta a seguinte idéia para esse termo: “[...] escrevemos algebricamente as relações que o enunciado da questão estabelece entre as quantidades conhecidas e as desconhecidas. Chega-se assim a uma expressão de duas quantidades iguais, que é chamada de equação” (BOURDON, 1897, p.45).

Em *Álgebra, vol. 1*, de B. L. van der Waerden, observa-se que no capítulo introdutório, onde são apresentados alguns conceitos que o autor assume como essenciais para o desenvolvimento das idéias da Álgebra, em momento algum é apresentada alguma definição ou alguma idéia do que se entende por equação. Entretanto, o autor se reporta ao termo equação da seguinte forma: “[...] a solução u de uma equação $a = b + u$, para $a > b$ é designada por $a - b$ ” (WAERDEN, 1991, p.5).

Discuto em seguida uma obra de Bento de Jesus Caraça – *Lições de Álgebra e Análise, vol II* – na qual ele discute a idéia de equação quando aborda função. Caraça apresenta uma definição de função por meio de uma expressão analítica:

[...] Do mesmo modo, a equação $2x+3y-1 = 0$, onde x é a mesma variável, faz corresponder a cada x_i um único $y_i = \frac{1-2x_i}{3}$ e, portanto, esta equação define

também uma função $y(x)$ (CARAÇA, 1954, p.58).

Ele continua a discussão ao longo do capítulo, enfatizando o fato de que a equação é uma das formas de se definir uma função – a definição analítica. Ele chama atenção ainda para o fato de que uma mesma equação pode definir, analiticamente, duas funções, como, por exemplo: $y - x^2 = 0$, define as funções $y = +\sqrt{x}$ e $y = -\sqrt{x}$, e discute:

Quando as funções são definidas por equações, diz-se que as equações definem uma ou mais funções (conforme os casos) funções implícitas de uma variável na outra (no caso duas funções implícitas $x(y)$); quando se resolve a equação, diz-se que se explicita a função ou funções por ela definidas. (CARAÇA, 1954, p.59)

Ao analisar a obra *Éléments de Mathématique – Algèbre I* – de Nicolas Bourbaki, não encontrei definição para equação, mas sim, para equação linear, a qual segue abaixo:

Seja E, F dois A -módulos (A um anel). Toda equação da forma $u(x) = y_0$, onde $u: E \rightarrow F$ é uma aplicação linear dada, y_0 um elemento dado de F e onde a incógnita x toma seus valores em E , chama-se *equação linear*; (...) Todo elemento $x_0 \in E$ tal que $u(x_0) = y_0$ é chamado *solução da equação linear* $u(x) = y_0$ (BOURBAKI, 1970, p.48)

Na obra *Manual de Matemáticas para la enseñanza media*, A. G. Tsipkin destaca que o seu manual tem fundamentalmente um caráter teórico e pode servir como meio para uma sistematização dos conhecimentos matemáticos. Destaca ainda que, em Álgebra se estuda dois tipos de igualdades, as identidades e as equações. Para ela, “identidade é uma igualdade que vale para todos os valores (admissíveis) para as letras que se encontram nela.” (TSIPKIN, 1985, p.148). Já sobre a noção de equação, traz a seguinte definição:

Equação é uma igualdade que se completa somente para certos valores das letras que se encontram nela. As letras que entram na equação, segundo a condição do problema, podem não ser equivalentes: umas podem adquirir todos os valores admissíveis (são os chamados *parâmetros* ou *coeficientes* da equação (...)); outras, cujos valores são necessários encontrar, são as chamadas *incógnitas* (...). Em sua forma geral, a equação pode ser escrita como segue: $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$. (...) O valor das incógnitas que convertem a equação em identidade chama-se *solução* da equação. Resolver uma equação significa encontrar o conjunto de suas soluções ou demonstrar que as mesmas não existem. (TSIPKIN, 1985, p.148-149)

Em seguida apresento algumas definições e considerações sobre equação encontradas

em livros didáticos brasileiros. Começo por *Matemática pensar e descobrir: novo – 6ª série*, de José Ruy Giovanni e José Ruy Giovanni Jr. Nesta obra a idéia de equação é apresentada na unidade “*Estudando as equações*”, que se inicia com uma discussão sobre sentenças matemáticas e igualdade, explicando e dando exemplos de cada um desses termos. Em seguida, apresenta no item “*Equação*”, uma resposta para a questão “*O que é uma equação?*”:

Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual exista uma ou mais letras que representam números desconhecidos dessa sentença, é denominada *equação*. Cada letra que representa um número desconhecido chama-se *incógnita*. (GIOVANNI; GIOVANNI JR, 2000, p.151)

Outro livro didático analisado aqui é *Matemática em atividades, 6ª série*, de Scipione de Di Pierro Netto e Elisabeth Soares. Nesse livro a idéia de equação é discutida no capítulo “*Equações, sistemas de equações e inequações*”. Os autores recorrem à idéia de “sentenças matemáticas” para discutir equação, que aparece, especificamente, no item “*Um tipo especial de sentença matemática: a equação*”. Vejamos:

Uma sentença é um conjunto de palavras que exprimem um pensamento com sentido completo. (...) São sentenças matemáticas aquelas que podem ser escritas utilizando-se da linguagem matemática. (...) Equação é uma sentença matemática aberta, expressa por uma igualdade. (DI PIERRO NETTO; SOARES, 2002, p.86-87)

A seguir apresento a obra *Matemática para todos: 6ª série, 3º ciclo*, de Luiz Marcio Imenes e Marcelo Lellis. Esse livro traz a idéia de equação no capítulo “*Equações*”, sendo apresentada pelos autores acompanhada da resolução no item “*Resolvendo equações*”:

A álgebra nos proporciona um novo recurso para resolver certos problemas: representamos o número desconhecido por uma letra e traduzimos o enunciado do problema, obtendo uma sentença chamada equação. (...) Equações são igualdades, ou seja, nelas aparece o sinal de =. O número desconhecido representado pela letra é chamado incógnita. Ao resolver a equação, estamos procurando o número desconhecido, ou seja, o valor da incógnita. (IMENES; LELLIS, 2002, p.230)

Um outro livro didático que apresento é o livro *Educação Matemática: 6ª série*, de Célia Carolino Pires, Edda Curi e Ruy Pietropaolo. Essa obra traz a idéia de equação no módulo “*Equações*”, em uma seção intitulada “*É preciso saber*”. Vejamos:

Em Matemática, dizemos que equação é uma sentença aberta, porque nela há valores que não são conhecidos, que expressa uma igualdade. (...) O valor de x que transforma a sentença aberta em sentença verdadeira é chamado **raiz da equação**. (PIRES et al, 2002, p.211)

Considerando a perspectiva de análise – identificar a concepção de equação presente nos livros investigados – e a relação dessas concepções com os multisignificados de equação, inicio destacando as seguintes características:

- Nos livros de Bourdon, e de Imenes e Lellis observei que os autores dão um destaque para equação como **igualdade entre quantidades**, relacionado-as com problemas. Assim, parecem se aproximar da maneira como os **babilônios e egípcios** concebiam equação, ou seja, uma idéia ligada à igualdade entre quantidades de um determinado problema;
- Nos livros de Bos, Tspikin, Di Pierro Neto e Soares, Giovanni e Giovanni Jr e Pires, Curi e Pietropaolo observei que a noção de equação está diretamente ligada à idéia de **igualdade entre valores**, porém de forma diferente daquelas apresentadas anteriormente, pois **não discutem a questão de quantidades e nem de problemas**. Nesse sentido, parecem se aproximar mais da maneira como os **árabes e hindus**, e mesmo os **européus renascentistas** concebiam equação, ou seja, uma idéia que tem sentido por si própria, que considera a questão da igualdade entre valores, e sobre a qual pode se levar a cabo diversos tipos de manipulações e operações;
- Nos livros de Caraça e do grupo Bourbaki, os autores concebem equação de maneira semelhante a dos **européus** como Descartes, Abel e Galois, os quais consideravam a **equação por si própria** e operavam sobre ela também de forma a considerar sua própria estrutura. Nesse caso, uma diferença significativa entre esses autores e os apresentados no tópico anterior refere-se ao **grande apelo conjuntista** que emana de suas caracterizações para a noção de equação;
- Na obra de van der Waerden, o autor não apresenta definição para equação, pois tudo indica que a mesma é considerada como uma ferramenta, uma técnica que parece ser útil e necessária quando do estudo de outras idéias matemáticas, como por exemplo, as funções.

A partir das análises e reflexões desenvolvidas, apresento no quadro a seguir, minha leitura das concepções explicitadas pelos autores em suas obras, tendo em vista o modelo teórico dos *Multisignificados de Equação*. Embora os multisignificados de equação, no meu entendimento, estejam diretamente relacionados ao contexto e as interações entre o individuo e cada um dos multisignificados, procurei fazer o papel do elemento de interação nesta análise. Vejam o quadro:

Autor	Primeira Edição em	Multisignificado de Equação
Bos	1893	Estrutural-Conjuntista
Bourdon	1897	Intuitivo-Pragmático
Giovanni e Giovanni Jr	2000	Estrutural-Generalista
Di Piero Netto e Soares	2002	Estrutural-Generalista
Imenes e Lellis	2002	Intuitivo-Pragmático
Pires, Curi e Pietropaolo	2002	Estrutural-Generalista
Tsipkin	1985	Estrutural-Generalista
van der Waerden	1930	Processual-Tecnicista
Caraça	1945	Estrutural-Conjuntista
Bourbaki	1970	Estrutural-Conjuntista

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises desenvolvidas nos livros didáticos despertaram-me algumas reflexões que vão ao encontro de minhas preocupações ao conceber os *Multisignificados de Equação* para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A primeira reflexão considera a ausência do multisignificado *dedutivo-geométrico* nas obras analisadas. Levando-se em conta a importância de trabalhar as diversas áreas da matemática de forma integrada, penso que a abordagem que proponho, ao apresentar diferentes formas de conceber e tratar a noção de equação, pode contribuir nesta direção ao propor situações que articulem problemas geométricos e/ou gráficos com o estudo das equações.

A predominância do significado *estrutural-conjuntista* nos livros da época da Matemática Moderna parece indicar a grande ênfase dada naquela época à questão das estruturas algébricas, assim como o apelo à Teoria dos Conjuntos como um elemento articulador dos conteúdos matemáticos. Por outro lado, os livros atuais contemplam em sua maioria o significado *estrutural-generalista*, o que no meu entender remete a grande valorização dada atualmente à questão da visão de Álgebra como Aritmética generalizada, perspectiva essa que utiliza as ferramentas da Álgebra para resolver problemas que no campo da Aritmética são específicos e não gerais.

Nesta altura, o leitor pode estar se perguntando: e o *axiomático-postulacional*, onde ele está presente? Na verdade, tal significado não tem a mesma dimensão dos demais. Como disse anteriormente, ele surgiu em resposta a uma discussão presente nos trabalhos de Chevallard. Até o presente momento, dentre os multisignificados de equação, ele tem a “função” de permitir que se “pense” e “use” equação sem se preocupar com uma “definição” para a mesma.

Outro aspecto relevante nesta discussão relaciona-se com as escolhas metodológicas tomadas ao desenvolver este trabalho. Acredito que, uma vez que o livro didático constitui-se como um importante aliado no trabalho do professor em sala de aula, a preocupação em analisar como esses tratam a noção de equação, sob a ótica dos multisignificados,

pretende trazer contribuições para a implementação desta abordagem pelos autores em seus livros didáticos, ou pelos professores em suas aulas de matemática.

A perspectiva pela qual proponho conceber a noção de equação no processo de ensino e aprendizagem de Matemática vem corroborar com a discussão apresentada por Duval (1993) em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Penso que, ao discutir a noção de equação utilizando-se dos multisignificados, podemos permitir a articulação de diferentes registros de representação semiótica, trabalho esse que Duval indica como necessário na compreensão da Matemática.

Uma discussão importante, no meu modo de ver, no âmbito da Educação Matemática e que pode ser contemplada com a abordagem dos Multisignificados de Equação refere-se à própria concepção do termo *significado* em Educação Matemática.

Na obra *Meaning in Mathematics Education*, Kilpatrick, Hoyles e Skovsmose apontam o fato de que a questão do significado torna-se ainda mais complexa quando de sua discussão nos espaços da Educação Matemática, pois há uma mistura de interpretações filosóficas e não-filosóficas, pois por um lado, enquanto uma atividade tem significado como parte do currículo (para professores/educadores), para os alunos essa mesma atividade é totalmente desprovida de significado, o que leva a crer que os significados devam ser discutidos com referência a dados empíricos. Por outro lado, a discussão sobre a questão de saber se o significado tem sentido com relação ao seu referente ou ao seu uso é conceitual, mas não facilmente explicada por cada significado.

Assim, considerando essa importante intervenção acima exposta, penso que os multisignificados de equação podem contribuir para que seja contemplado, de forma articulada e sistêmica, o “*mix*”, o conjunto de perspectivas proposto por Kilpatrick, Hoyles e Skovsmose. Uma vez que diferentes formas de conceber e tratar equação estão presentes no cerne dos multisignificados, a sua abordagem em ambientes de aprendizagem pode propiciar para aqueles que interagem com os mesmos, a possibilidade de vivenciar significados matemáticos, não matemáticos, do senso comum, significados individuais ou coletivos, etc., no que se refere à noção de equação.

Atualmente meus interesses de pesquisa relacionam-se à implantação e à implementação dos multisignificados de equação em ambientes de aprendizagem. Levando-se em conta as vantagens didáticas e cognitivas que conjecturo existir, quando desta abordagem no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pesquisas envolvendo professores, alunos, livros didáticos, currículos, etc., parecem ser o caminho para uma solidificação e aprofundamento deste modelo teórico que proponho.

Desta forma, penso que a abordagem dos multisignificados de equação, enquanto uma ferramenta didática para a formação do professor de matemática, pode contribuir no sentido de se discutir, muito além do espectro de mera revisão, conteúdos da Educação Básica, como é o caso das equações.

REFERÊNCIAS

- ATTORPS, I. *Teachers' images of the 'equation' concept*. In: European Research in Mathematics Education III, 2003. Disponível em: <http://ermeweb.free.fr/cerme3/groups/tg1/tg1_list_html>. Acesso em: 15 dez. 2006.
- BARBOSA, Y. O. *Estudando as concepções de equação de alunos das últimas séries do Ensino Fundamental*. São Paulo, 2006. 60p. Iniciação Científica. Universidade Paulista.
- BOS, H. *Elemento d'Algèbre*. Paris: Librairie Hacchette et Cie, 5.ed., 1893.
- BOURBAKI, N. *Elements de Mathématique: Algèbre I*. Paris: Hermann, 1970.
- BOURDON, M. *Éléments d'Algèbre*. Paris: Gauthier-Villars et Fils, 1897.
- CARAÇA, B de J. *Lições de Álgebra e Análise, vol. II*. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1954.
- COSTA, E. S. *As equações diofantinas lineares e o Professor de Matemática do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.
- Di PIERRO NETTO, S., SOARES, E. *Matemática em atividades: 6ª série*. São Paulo: Scipione, 2002.
- DREYFUS, T., HOCH, M. *Equations: a structural approach*. In: Proceedings of the 28th Conference of Internatoinal Group for the PME, 2004, p.1-152 – 1-155.
- DUVAL, R. *Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de Didactique et Sciences Cognitives. ULP, IREM Strasbourg 5, 1993, p.37-65.
- GIOVANNI, J R, GIOVANNI, J. R. Jr. *Matemática pensar e descobrir: novo – 6ª série*. São Paulo: FTD, 2000.
- IMENES, L. M. P., LELLIS, M. C. T. *Matemática para todos: 6ª série, 3º ciclo*. São Paulo: Scipione, 2002.
- KILPATRICK, J., HOYLES, C., SKOVSMOSE, O. *Meaning in Mathematics Education*. New York: Springer, 2005.
- PIRES, C. C., CURI, E, PIETROPAOLO, R. *Educação Matemática: 6ª série*. São Paulo: Atual, 2002.
- RIBEIRO, A J. *Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP*. São Paulo, 2001. 116p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- _____. *Discutindo a noção de equação: uma análise considerando as idéias da Transposição Didática*. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006, Águas de Lindóia. *Anais...* Águas de Lindóia: SBEM, 2006. 1 CD-ROM.
- _____. *Equação e seus Multisignificados no Ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico*. São Paulo, 2007, 142p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.
- _____. *Multisignificados de Equação e o Ensino de Matemática: desafios e possibilidades*. São Paulo: Blücher Acadêmico, 2008 (no prelo).
- SCHUBRING, G. *Análise histórica de livros de matemática: notas de aula*. Trad. Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas: Autores Associados, 2003.
- WAERDEN B. L. van der. *Algebra: Volume I*. New York: Springer-Verlag, 1991.