ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.7015

Relaciones entre área y perímetro por estudiantes con trastorno del espectro autista. Un estudio exploratorio

Ainhoa Berciano Alcaraz [a]
Juncal Goñi Cervera [b]
Irene Polo Blanco [b]
Cristina López de la Fuente [a]

[a] Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea, Leioa, España
[b] Universidad de Cantabria, Santander, España

Recibido para publicación 25 feb. 2022. Aceptado después de la revisión 30 ago. 2022
Redactor designado: Thiago Pedro Pinto

RESUMEN

Contexto: Una de las dificultades que aparecen de modo sistemático en el aprendizaje de las magnitudes geométricas área y perímetro es la asociada a la idea intuitiva de la existencia de una relación de dependencia entre ambas. Esta dificultad es común a alumnado de distintas edades y ha sido analizada en contextos de desarrollo típico. **Objetivo**: Indagar qué sucede con estudiantes con Trastorno de Espectro Autista (TEA) cuando se les plantean actividades que involucran el concepto de perímetro y área. **Diseño**: Se ha llevado a cabo una metodología de corte cualitativo y tipo exploratorio, en concreto, un estudio de casos. Se ha diseñado y validado una prueba de geometría específica consistente en una entrevista semiestructurada y un test ad hoc. **Método y participantes**: La muestra consta de tres estudiantes, dos de cuarto curso y otro de sexto, todos ellos diagnosticados con TEA y con un CI superior a 80 puntos en la escala WISC-V. **Recolección de datos y análisis**: Las producciones escritas y las entrevistas semiestructuradas se han analizado y triangulado acorde a las categorías de Ávila y García (2020). **Resultados**: Todos los niños afirman que no hay relación de dependencia entre el área y el perímetro cuando es el área quien se mantiene invariable, pero dos de ellos sí describen una relación de dependencia cuando el perímetro se mantiene constante. El requerimiento de ejemplificar sus respuestas les ha ayudado a darse cuenta de su error. **Conclusiones**: Una intervención guiada centrada en la solicitud de concreción de las respuestas por medio de ejemplos por parte del profesorado ha ayudado a mejorar la comprensión de estos conceptos y presenta líneas de investigación futuras asociadas a la creación de prácticas docentes para este tipo de alumnado.

Palabras clave: área; perímetro; Trastorno del Espectro Autista (TEA); intuición; Educación Primaria.

Autor correspondiente: Ainhoa Berciano Alcaraz. Email: ainhoa.berciano@ehu.eus

Relationships between area and perimeter by students with autism spectrum disorder. An exploratory study

ABSTRACT

Background: One of the difficulties that appear systematically in the learning of the geometric quantities area and perimeter is that associated with the intuitive idea of the existence of a relationship of dependence between the two. This difficulty is common to students of different ages and has been analysed in contexts of typical development. **Objective:** To investigate what happens to students with Autism Spectrum Disorder (ASD) when they are presented with activities involving the concept of perimeter and area. **Design:** A qualitative and exploratory methodology was used, specifically, a case study. A specific geometry test consisting of a semi-structured interview and an ad hoc test was designed and validated. **Setting and Participants:** The sample consisted of three students, two in fourth grade and one in sixth grade, all of them diagnosed with ASD and with an IQ above 80 points on the WISC-V scale. **Data collection and analysis:** The written productions and the semi-structured interviews were analysed and triangulated according to the categories of Avila and Garcia (2020). **Results:** All the children affirm that there is no dependency relationship between area and perimeter when area remains unchanged, but two of them do describe a dependency relationship when perimeter remains constant. The requirement to exemplify their answers has helped them to realise their error. **Conclusions:** A guided intervention focused on the teacher's request to specify the answers by means of examples has helped to improve the understanding of these concepts and presents lines of future research associated with the creation of teaching practices for this type of students.

Keywords: area; perimeter; Autism Spectrum Disorder (ASD); intuition; Primary Education.

Relações entre área e perímetro por alunos com transtorno do espectro autista. Um estudo exploratório

RESUMO

Contexto: Uma das dificuldades que aparecem sistematicamente na aprendizagem das grandezas geométricas área e perímetro está associada à ideia intuitiva da existência de uma relação de dependência entre os dois. Essa dificuldade é comum a alunos de diferentes idades e tem sido analisada em contextos de desenvolvimento típico. **Objetivo:** Investigar o que acontece com alunos com Transtorno do Espectro Autista (TEA) quando recebem atividades que envolvem o conceito de perímetro e área. **Design:** Foi realizada uma metodologia do tipo qualitativa e exploratória, especificamente, um estudo de caso. Foi elaborado e validado um teste específico de geometria composto por uma entrevista semiestruturada e um teste ad hoc. **Ambiente e Participantes:** A amostra é composta por três alunos, dois da quarta série e um da sexta série, todos com diagnóstico de TEA e com QI superior a 80 pontos na escala WISC-V. **Coleta e análise de dados:** As produções escritas e as entrevistas semiestruturadas foram analisadas e trianguladas segundo as categorias de Ávila e García (2020). **Resultados:** Todas as crianças afirmam que não há relação de dependência entre a área e o perímetro quando é a área que permanece constante, mas duas delas descrevem uma relação de dependência quando o perímetro permanece constante. A exigência de exemplificar suas respostas os ajudou a perceber seu erro. **Conclusões:** Uma intervenção orientada e focada na solicitação de respostas específicas por meio de exemplos por parte dos professores tem ajudado a melhorar a compreensão desses conceitos e apresenta linhas de pesquisas futuras associadas à criação de práticas pedagógicas para esse tipo de aluno.

Palavras-chave: área; perímetro; Transtorno do Espectro Autista (TEA); intuição; Ensino Fundamental.

INTRODUCCIÓN

En la sociedad actual es necesario tener desarrolladas distintas habilidades que nos ayuden a abordar tareas relacionadas con el día a día con éxito. Muchas de ellas están ligadas a la competencia matemática, entendida ésta como “la capacidad que tienen las personas para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos” (OCDE, 2017, p.64). Para poder dar una respuesta positiva desde la educación a este reto, distintas entidades internacionales han establecido parámetros comunes para poder evaluar el nivel competencial de una persona, entre las que destaca la prueba PISA. Esta establece cuatro categorías de contenido en las que agrupar gran parte del conocimiento matemático que una persona adulta debe tener para desarrollar un pensamiento crítico y reflexivo frente a situaciones que necesitan de una modelización matemática para su resolución.

Dentro de las cuatro categorías, en este artículo centramos nuestro interés en la nombrada “espacio y forma”, la cual engloba actividades y destrezas asociadas a la interpretación de nuestro entorno visual y físico y la geometría y la medida forman parte de esta categoría.

En relación con la medida, han sido muchas las investigaciones que han tratado de analizar problemas asociados con la comprensión, conocimiento e interpretación de distintas magnitudes, en especial, aquellas relacionadas con la determinación de características unívocas de formas planas y objetos en el espacio. Desde un punto de vista matemático, estas magnitudes no son más que funciones del espacio euclídeo al conjunto de los números reales, por las que para cada forma cerrada de R^2, se establece un valor real, positivo. Así, encontramos dos funciones, el perímetro y el área, que asocian un valor real para cada forma dada. Estos mismos conceptos se pueden generalizar para cada objeto cerrado de R^3, cuando son posibles, dando lugar a la longitud de las aristas, el área lateral, el área total y el volumen del objeto.

Esta relación establecida entre R^3 y R por medio de funciones nos permite caracterizar a los objetos no sólo por su forma, sino también por su medida, estableciendo así, otros posibles modos de clasificación o de identificación.

En este sentido, uno de los problemas clásicos es el asociado a intentar establecer posibles relaciones entre magnitudes de distinta índole de una forma o un objeto que permitan calcular unas partiendo del conocimiento de otras. Este hecho surge al interpretar erróneamente que por tratarse de medidas asociadas a un mismo objeto podrían estar vinculadas de algún modo. Como ejemplo de esta problemática se encuentra el caso del perímetro y del área. Como veremos a continuación, son muchos los estudios que se han realizado para determinar las ideas intuitivas que se tienen sobre el perímetro y el área, o sobre los errores conceptuales asociados a posibles relaciones entre estas dos magnitudes. Estos estudios se han centrado principalmente en alumnado de primaria, estudiantes de secundaria, maestras y maestros de primaria, etc., pero, cuando restringimos nuestro interés a estudiantes con necesidades de aprendizaje especiales, son escasas las investigaciones que muestran qué ocurre con estas preguntas de investigación. Por tanto, en este trabajo, el cual forma parte de un estudio más amplio que cuenta con la aprobación del Comité Ético de Investigación Clínica de Cantabria (código 2020.252), pretendemos analizar qué pasa en el proceso de enseñanza-aprendizaje del área y del perímetro con niños y niñas con trastorno del espectro autista de Educación Primaria; esto es, pretendemos ver qué ideas intuitivas tienen sobre el perímetro y el área, ver el tipo de relaciones que creen que existen entre ambas magnitudes de modo intuitivo y analizar la repercusión que tiene una secuencia de actividades específicamente diseñada para trabajar estos conceptos en estas ideas intuitivas.

MARCO TEÓRICO

Cuando se aborda la enseñanza-aprendizaje de la matemática en la educación básica (6 a 12 años), uno de los bloques que aparece en todos los currículos educativos internacionales es el referido a la medida, apartado en el que se debe realizar un acercamiento comprensivo a las magnitudes y sus propiedades. En particular, en el caso de España, desde primer curso (6 años) se plantea un aprendizaje progresivo en el que se estime y mida con distintas unidades de medida, para, posteriormente, abordar el tratamiento de magnitudes más complejas, como son el perímetro y el área y la resolución de problemas matemáticos asociados a éstas (bloque 3, Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero).

Este planteamiento educativo requiere que seamos capaces de identificar las propiedades de los objetos que son medibles y diferenciarlos de los que no lo son; para, así, poder medir. Esta capacidad ayuda a reconocer características (sobre todo métricas) del espacio y sus relaciones, y hace que se establezca una estrecha conexión entre medida y geometría. Esta conexión implica que muchos de los aprendizajes asociados a la geometría recaigan en entender procesos de medida y, estos a su vez, puedan derivar en dificultades asociadas a la medida (De Gamboa, Badillo y Ribeiro, 2015).

Para el caso de la medida en el plano euclídeo, destaca el tratamiento de las magnitudes perímetro y área. En este contexto, las investigaciones se han centrado en 3 problemáticas: 1) analizar las ideas asociadas al área y al perímetro; 2) determinar los porqués de las dificultades asociadas a la supuesta relación de dependencia entre área y perímetro; 3) ver qué herramientas educativas pueden ayudar a superar estos errores de aprendizaje y en qué medida.

Sobre la primera línea de investigación, hay estudios que señalan que una de las dificultades por parte del alumnado es la confusión entre los propios conceptos área y perímetro (Douady, 1988; Silva, 2009). Así, Dickson, Brown y Gibson (1991, citado en Nortes Martínez-Artero y Nortes-Checa, 2013) determinan cómo en contextos de medida, los niños y niñas en edad escolar confunden estas dos magnitudes, otorgando medidas incorrectas a ejemplos de figuras geométricas conocidas.

Özerem (2012), en un estudio con estudiantes de 7º grado, vuelve a concluir que hay estudiantes que siguen equivocándose en el cálculo de áreas de polígonos básicos, como son el triángulo o paralelogramos, usando incorrectamente las fórmulas correspondientes.

Acerca de la segunda línea de investigación, determinar los porqués de las dificultades asociadas a la supuesta relación de dependencia entre área y perímetro, son varias las investigaciones que apuntan a que el error se debe a la dificultad de separar ambos conceptos o la falta de comprensión de cada uno de ellos.

Douady y Perrin (1988, citado en Ávila y García, 2020) muestran cómo niños y niñas establecen una relación de dependencia entre el perímetro y el área, concluyendo que la relación más habitual es que el aumento de una de ellas necesariamente implica el aumento de la otra.

Stavy y Tirosh (1996) establecen que uno de los motivos que generan los errores asociados a la comprensión de conceptos matemáticos, a priori muy diversos, radica en la idea intuitiva “a más A, más B”, lo que da lugar a errores de aprendizaje importantes en distintas áreas de la matemática; que, para el caso del área y del perímetro, conlleva al error “si A tiene mayor perímetro que B, entonces A tiene mayor área que B”.

D’Amore y Fandiño-Pinilla (2007) muestran cómo esta idea errónea (“si A tiene mayor perímetro que B, entonces A tiene mayor área que B”), sigue vigente en contextos de aprendizaje en las aulas en distintas etapas educativas y, en particular, lleva implícita la falsa idea de relación de dependencia entre el perímetro y área de una figura plana. Estos autores concluyen como posibles causas no sólo razones epistemológicas, sino también cuestiones de naturaleza didáctica cuando se abordan estos conceptos en las aulas, planteando posibles actividades que ayuden a su mejor comprensión.

Machaba (2016) concluye que estudiantes de 10º grado no tienen una comprensión conceptual del área y no saben lo que es el perímetro; y tienen ideas erróneas sobre la relación entre área y perímetro. Y evidencia que estos errores se deben a un conocimiento previo inadecuado del área y del perímetro.

Con respecto a la tercera línea de investigación, ver qué herramientas educativas pueden ayudar a superar estos errores de aprendizaje y en qué medida, son varios los trabajos realizados, con distintos enfoques.

Así, Ávila y García (2020) ahondan en la necesidad de entender a qué se deben las intuiciones iniciales de niñas y niños de 9 a 12 años respecto a las posibles relaciones entre perímetro y área. Igualmente, afirman que, con alumnado con desempeño escolar alto, una secuencia de aprendizaje con un enfoque geométrico puede suponer una herramienta útil para el desarrollo de su pensamiento matemático.

Mantica et al. (2002) proponen actividades de aula con alumnado de 13-14 años con el fin de hacer entender al alumnado la independencia entre el área y el perímetro, concluyendo que, a pesar de trabajar estas actividades de aula, el alumnado tiende a comparar la longitud de los lados de las figuras para la obtención de las áreas.

García-Amadeo y Carrillo (2006) analizan cómo, partiendo de una unidad didáctica basada en la resolución de problemas para construir el concepto de área para 5º de Educación primaria, emergen de modo natural aspectos cognitivos y sociológicos en el razonamiento de una niña, que se imbrican y complementan en la comprensión de la independencia entre área y perímetro.

Cuando nos referimos a alumnado con dificultades de aprendizaje (learning disabilities (LD), en inglés), a pesar de que el número de investigaciones es menor, encontramos trabajos previos que han abordado alguna de las problemáticas antes mencionadas.

Así, Kozulin y Kazaz (2017) analizan la influencia de entender mejor el concepto de medida en la comprensión del perímetro y del área; con el fin de desarrollar con mayor éxito tareas asociadas al aprendizaje de estos.

En contextos de longitud, Güven y Argün (2018) analizan las concepciones asociadas a este concepto en sus diferentes representaciones (ancho, largo y alto) de tres niños con LD en 4º, 5º, y 6º grados, concluyendo que las ideas asociadas a largo, ancho y alto están influenciadas por las establecidas para la largura y la capacidad viso-espacial. Además, Güven y Argün (2021) afirman que niñas y niños con LD de 4º y 5º grados tienen una comprensión diferente y limitada en situaciones de aprendizaje que involucren la longitud, haciendo uso de un lenguaje limitado, con dificultades en términos técnicos tales como longitud, altura, perímetro, mitad y centímetro.

Con respecto a la tercera línea de investigación, distintas investigaciones han centrado su interés en ver qué intervenciones con estudiantes con LD resultan exitosas y en qué sentido.

Cass, Cates, Smith y Jackson (2003) analizan que, para poder resolver con éxito problemas de áreas y volúmenes en secundaria, el uso de materiales manipulativos concretos es fundamental en la práctica de aula, debido a que promueve la adquisición de habilidades a largo plazo. Igualmente, Satsangi y Bouck (2015) demuestran que el uso de materiales manipulativos virtuales resulta una herramienta efectiva para la adquisición, comprensión y generalización de los conceptos de área y perímetro.

Hord y Xin (2015) analizan las implicaciones de una secuencia instruccional basada en "concreto-semiconcreto-abstracto" (CSA) y el aprendizaje basado en modelización en la resolución de problemas de áreas y volúmenes en 6º grado, concluyendo que ésta ayuda a mejorar la consecución de las tareas planteadas en un porcentaje alto, pero no es suficiente para la resolución de problemas con la complejidad esperada en este nivel.

Finalmente, si centramos nuestro interés en personas con Trastorno del Espectro Autista (TEA), en primer lugar, debemos entender algunas de las características que definen este colectivo, así: alteraciones en la conducta social e intereses, utilización estereotipada y repetitiva del lenguaje, uso de lenguaje idiosincrásico, alteración de la comprensión del lenguaje debido a la dificultad para comprender preguntas o instrucciones, ecolalia y problemas de la atención al lenguaje de forma selectiva (Franco Justo y Andrés, 2001). Dolz (1994) señala que hay un desfase entre el desarrollo de las capacidades de argumentación escrita frente a la oral, exponiendo que una niña o un niño es capaz de defender su punto de vista en un diálogo argumentativo oral con menos dificultades que de forma escrita.

Así, a pesar del interés educativo que implicaría comprender mejor el razonamiento geométrico de personas con TEA, debemos mencionar que son escasas las investigaciones previas (e. g. Santos et al., 2020; López de la Fuente et al., 2020; Widayati et al., 2017); Por ejemplo, el trabajo de Widayati et al. (2017) se analiza el aprendizaje de la geometría en niños autistas en 1º y 2º de la E.S.O, concluyendo la importancia de la guía del docente para facilitar la concentración de este alumnado. Pero hasta donde sabemos, no hay estudios que analicen las dificultades de niños y niñas TEA frente a tareas de medida que impliquen el uso de magnitudes geométricas.

METODOLOGÍA

Este estudio es de corte cualitativo y de tipo exploratorio (Yin, 2017). Con la investigación cualitativa se pretende describir y comprender la realidad que estudia, pero también a su explicación, es decir, a proponer el "porqué" de los hechos observados (Del Gallego y Álvarez, 2013). Concretamente, se ha llevado a cabo un estudio de casos. Este es un enfoque de investigación que facilita la exploración de un fenómeno utilizando variedad en la fuente de datos, asegurando que el problema se analice desde diferentes perspectivas (Baxter y Jack, 2008).

Preguntas de investigación

Mediante esta investigación proponemos acercarnos a la idea intuitiva que muestran tres estudiantes de Educación Primaria diagnosticados con TEA sobre los conceptos de perímetro y área y sobre las relaciones que establecen entre estas dos magnitudes. En concreto, nos planteamos las siguientes preguntas de investigación: (1) ¿Qué idea intuitiva muestran tres estudiantes con TEA de primaria sobre los conceptos de área y perímetro?, (2) ¿Qué idea intuitiva inicial muestran sobre si existe una relación que vincule área y perímetro y qué modificaciones sufre esta idea intuitiva inicial tras la realización de unas actividades relacionadas con la medida de estas magnitudes?

Participantes

Los participantes fueron tres estudiantes varones con diagnóstico TEA escolarizados en distintos colegios ordinarios de una provincia española: dos cursaban 4º de primaria (E1 y E2) y uno cursaba 6º de primaria (E3). Los tres estudiantes formaban parte de un estudio más amplio sobre resolución de problemas matemáticos, que cuenta con la aprobación del Comité Ético de Investigación Clínica de Cantabria (código 2020.252), en el que la participación es voluntaria y se cumplen todos los requisitos de la protección de datos. La siguiente tabla recoge las principales características de estos participantes: curso en el que estaban escolarizados, edad cronológica, puntuación directa sobre 72 según el test TEMA 3 (Ginsburg y Baroody, 2007), edad matemática equivalente (medida a partir de la puntuación directa), y cociente intelectual (CI) medido por WISC-V (Weschler, 2015). El instrumento TEMA 3 solo recoge la equivalencia para edad matemática hasta nueve años y las edades se expresan en años:meses.

Tabla 1

Datos de los participantes en el estudio

Estudiante	Curso	Edad cronológica	Puntuación Directa (TEMA-3)	Edad matemática equivalente	CI (WISC-V)
E1	4º EP	9:3	39	6:4	88
E2	4º EP	9:2	46	6:10	99
E3	6º EP	11:1	71	>9:0	112

Secuencia de tareas

Tras una revisión curricular a través del Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria y tras la consulta de varios libros de texto de Educación Primaria, se construye y valida una prueba de geometría consistente en una entrevista semiestructurada y un test ad hoc (López de la Fuente, 2020). Para este estudio se han seleccionado 10 preguntas de dicho test asociadas a la medida de magnitudes perímetro y área, que detallamos a continuación:

Actividad 1.

Actividad 1.1. ¿Qué dirías que es el perímetro de una figura?

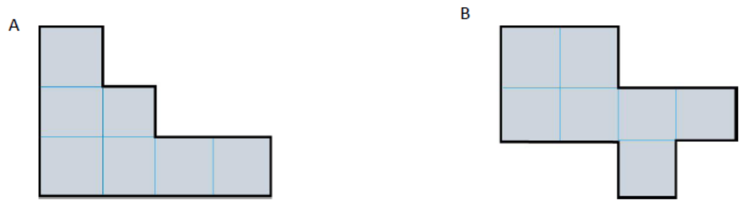
Actividad 1.2. ¿Qué dirías que es el área de una figura?

Además, si los estudiantes no respondían a las preguntas 1.1 y 1.2, o mostraban precisar de ayuda para responder, se les leía la siguiente historia (elaboración propia). El personaje que lleva una P en la camiseta se llama Perímetro, y su trabajo consiste en cerrar con vallas el recinto. El personaje que lleva una A se llama Área, y su trabajo consiste en rellenar ese recinto con losetas cuadradas.

Observa estas figuras (ver Figura 1)

Figura 1

Figuras dadas para la actividad 1.3 y 1.4 (Goñi Zabala, 2003)



1.3. ¿Cuál es el perímetro de la figura A? ¿Cuál es el perímetro de la figura B?

1.4. ¿Cuál es el área de la figura A? ¿Cuál es el área de la figura B?

Actividad 2. Observa estas figuras (ver Figura 2).

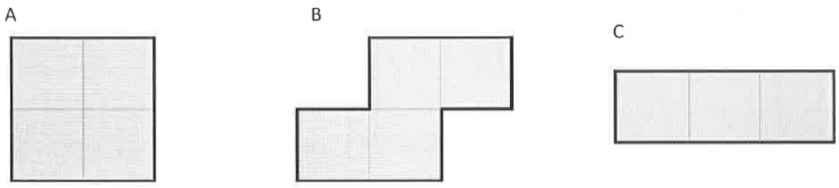
2.1. ¿Crees que dos figuras distintas pueden tener la misma área, pero distinto perímetro?

2.2. ¿Crees que dos figuras distintas pueden tener el mismo perímetro, pero distinta área?

2.3. Dibuja las figuras necesarias para justificar tus respuestas

Figura 2

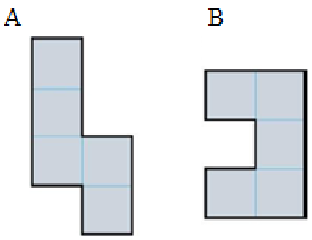
Figuras dadas para la actividad 2 (Almodóvar, García Atance, & Pérez Saavedra, 2012)



Actividad 3. Observa estas figuras (ver Figura 3). Dibuja una figura con 5 "cuadraditos" de área que sea diferente a las figuras de antes.

Figura 3

Figuras dadas para la actividad 3 (Arribas, 2008, López de la Fuente, 2020)



Actividad 4.

4.1. Construye un polígono uniendo 9 cuadrados que tenga perímetro lo más pequeño posible.

4.2. Construye también otro polígono con 9 cuadrados que tenga el mayor perímetro posible.

Objetivos de realización y objetivos de investigación asociados a la secuencia

La tabla 2 muestra los objetivos de realización y los objetivos de investigación con los que relacionamos cada una de las actividades propuestas.

Tabla 2

Relación de actividades y objetivos de investigación

Número de actividad	Objetivo de la realización	Objetivo de investigación
1.1.	Definición de perímetro	1
1.2.	Definición de área	1
1.3.	Cálculo del perímetro de figuras	1
1.4.	Cálculo de. área de figuras	1
2.1.	Idea intuitiva sobre relación área-perímetro	2
2.2.	Idea intuitiva sobre relación área-perímetro	2
2.3.	Exploración de la idea intuitiva sobre relación área-perímetro mediante ejemplos concretos	3
3	Exploración de la idea intuitiva sobre relación área-perímetro mediante ejemplos concretos	3
4.1.	Construcción de un polígono de área 9 y perímetro mínimo	1, 2, 3
4.2.	Construcción un polígono de área 9 y perímetro máximo	1, 2, 3

Las actividades 1, 2 y 3 son comunes a todos los cursos, mientras que la actividad 4 es solo para los participantes que cursen 5º o 6º de primaria. En este estudio, solo un estudiante (E3) debía por tanto responder a esta última actividad.

La prueba se llevó a cabo mediante entrevista semiestructurada. Para ello, la entrevistadora contaba con un guion con posibles preguntas, que incluía también unas consignas o sugerencias para la aplicación de la entrevista. Por ejemplo, en la guía para la entrevistadora se indicaba que era necesario insistir en que los estudiantes explicaran su razonamiento mediante preguntas del tipo: "¿Cómo has calculado el área? ¿Cómo has calculado el perímetro? (actividad 3)", "¿De qué forma has pensado hacer la figura que tiene menor perímetro? (actividad 4)". Todas las sesiones fueron grabadas en vídeo y transcritas, y se analizaron las respuestas verbales y escritas de cada participante en detalle.

Categorías de análisis

En las preguntas en las que se solicita dar una definición de área y de perímetro y su cálculo, analizamos si los niños son capaces de dar una definición asociada a área y a perímetro o si por el contrario no lo realizan correctamente (Douady, 1988). En este caso, veremos si no distinguen correctamente estos dos conceptos o si mezclan ambos.

En las cuestiones en las que se pide analizar si existe una relación entre el área y el perímetro, acorde a Ávila y García (2020), establecemos las siguientes categorías para la clasificación de las respuestas dadas por los estudiantes. En particular, distinguimos entre las respuestas que sostienen dependencia o independencia entre las dos magnitudes.

En las respuestas que sostienen dependencia entre perímetro y área se muestra la convicción de que cuando una de esas magnitudes varía, la otra también lo hace. En las respuestas que sostienen independencia entre perímetro y área se muestra la convicción de que dos figuras pueden tener el mismo perímetro, pero distinta área o la misma área, pero distinto perímetro.

Dentro de las categorías anteriores, distinguimos entre los siguientes tipos de respuesta:

(1) **Sin justificación**: No justifica la respuesta, se responde sin dar una explicación. Por ejemplo: "Completar el área (no) obliga a añadir más perímetro" o "lo sé porque es obvio"

(2) **Con justificación basada en ejemplos**: Justifica basándose en ejemplos. Por ejemplo, se crean dos figuras y se miden tanto el perímetro como el área para mostrar la convicción de dependencia o independencia entre las magnitudes.

(3) **Con justificación por otros argumentos**: Justifica basándose en otros argumentos. Se muestra un razonamiento sin recurrir a ejemplos concretos para argumentar la dependencia o independencia. Por ejemplo, se relaciona la fórmula para averiguar el área con la fórmula para averiguar el perímetro y se establece dependencia o independencia entre las magnitudes. Otro ejemplo de argumento: “con más esquinas el espacio queda más reducido”.

RESULTADOS

A continuación, presentamos los resultados dividiéndolos en las siguientes partes: (1) la idea intuitiva inicial sobre área y perímetro (actividad 1), y (2) la relación área-perímetro (actividades 2, 3 y 4).

Idea intuitiva sobre área y perímetro

Durante la aplicación de la prueba, los estudiantes mostraron diferentes ideas intuitivas respecto a las magnitudes perímetro y área. La siguiente tabla resume las principales ideas de cada uno en relación a ambas magnitudes.

Tabla 3

Ideas intuitivas sobre perímetro y área por los tres estudiantes.

Estudiante	Ideas intuitivas sobre el perímetro	Ideas intuitivas sobre el área
E1	“Las líneas que rodean la figura”	“El relleno de una figura” “Todas las baldosas juntas” [Marcas y líneas en el interior de las figuras]
E2	“Contar lo de fuera”.	“Lo que está dentro del perímetro”
E3	“La forma que tiene una figura sin rellenar”	“El relleno del perímetro de una figura”

A continuación, describimos en detalle el transcurso de las entrevistas con la entrevistadora de cada estudiante donde se pusieron de manifiesto dichas ideas.

Estudiante E1

E1 se mostró interesado por la geometría y las matemáticas al inicio de la prueba. En general se mostró participativo y, aunque durante la prueba preguntó varias veces cuántas preguntas quedaban, o se mostró cansado, respondió a todas las preguntas propuestas.

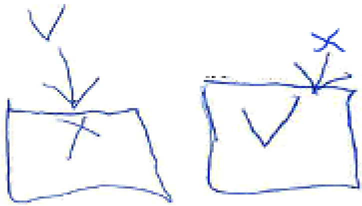
Al comenzar la prueba, E1 refirió no conocer qué era el perímetro o el área de una figura. Cuando la entrevistadora le leyó la historia seleccionada para estas preguntas, E1 expresó su idea de los conceptos perímetro y área dibujando. A continuación, se transcribe la conversación entre la entrevistadora y E1:

> *Ev: Entonces, ¿qué dirías que es el perímetro? Si alguien te pregunta, ¿tú qué dirías? El perímetro de una figura…*
>
> *E1: [Dibuja (ver Figura 4, izquierda)]*
>
> *Ev: Y con palabras, ¿cómo lo dirías?*
>
> *E1: No sé… [piensa] Las líneas que rodean una figura***.**
>
> *Ev: Vale, las líneas que rodean una figura.*
>
> *Ev: ¿Y qué dirías que es el área de una figura?*
>
> *E1: [Dibuja (ver Figura 4, derecha)]*
>
> *Ev: Muy bien, y con palabras, ¿cómo lo dirías?*
>
> *E1: Pues… el relleno de una figura.*

La Figura 4, izquierda, muestra cómo E1 indicó mediante una flecha y un tic (V) que el borde de la figura es el perímetro. Y así lo expresó cuando se le animó: “las líneas que rodean una figura”. La Figura 4, derecha, muestra cómo el estudiante indicó que el área es el relleno, mientras que indicó con una flecha y una cruz (X) que los bordes no entrarían en este concepto. Además, lo expresó así: “El área es el relleno de la figura”.

Figura 4

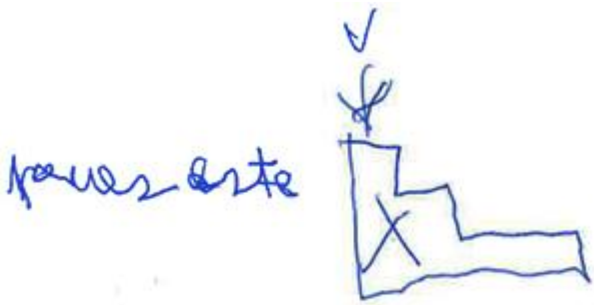
Concepción de perímetro (izquierda) y área (derecha) por E1



A continuación, la entrevistadora mostró a E1 las Figuras A y B de la siguiente actividad (ver Figura 1) y le pidió que averiguara su perímetro. E1 recurrió de nuevo al dibujo y replicó la Figura A, marcando una cruz en su interior, y una flecha en la parte superior exterior. Escribió: "pues este" (ver Figura 5).

Figura 5

Perímetro de la Figura A por E1

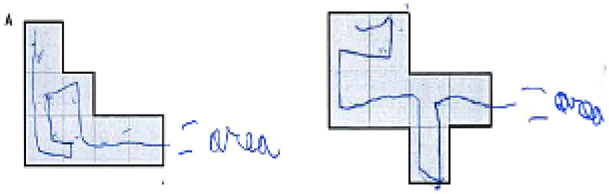


A continuación, la entrevistadora le pidió que lo expresase con palabras, a lo que E1 respondió: "Pues… [el perímetro] es la parte que rodea la figura".

Al preguntarle por el área de las figuras dadas (actividad 1.4), E1 señaló el interior de la figura y explicó: “Pues el relleno. Todas juntas. Todas las baldosas juntas”. A continuación, E1 marcó con el bolígrafo el interior de las figuras (ver Figura 6).

Figura 6

Área de las figuras A y B por E1



La Figura 6 muestra las marcas que E1 realizó en las figuras para mostrar que esa zona era el área pedida. Además, E1 añadió: “Como la figura en sí está rodeada por perímetro… el área es lo que hay dentro del perímetro”. Es llamativo que E1 no contó el número de cuadrados de cada figura, sino que contestó proporcionando la cantidad de magnitud en el sentido del espacio ocupado, y no el resultado numérico de una medición.

Estudiante E2

Durante la prueba, E2 expresó encontrarse cómodo, respondió a todas las preguntas y en ocasiones requirió de ayuda por parte de la entrevistadora.

Cuando la entrevistadora le preguntó por el concepto de perímetro, E2 refirió no conocer su significado. Tras leerle la historia seleccionada para estas preguntas (ver observación de la actividad 1.2), y al seguir mostrando confusión E2, la entrevistadora le pidió calcular el perímetro de la figura A (ver Figura 1). En el siguiente fragmento se observa la conversación entre ambos:

> *E.: Mira, vamos a hacerlo sobre estas figuras [señalando las figuras de la actividad 1.3] El perímetro hemos dicho que son las vallas. Entonces, ¿cuál sería el perímetro de la figura A?*

E2: [Cuenta de uno en uno los cuadrados que forman la figura A, golpeando con el bolígrafo] Siete… ¿perímetro se llama?

Ev.: Siete, ¿Por qué?

E2: Porque hay 7 cuadritos.

Ev.: ¿Estás contando los de dentro o los de afuera?

E2: Ah, los de dentro.

Ev.: Aaah, y los de dentro, ¿qué eran?

E2: Las baldosas.

Ev.: Las baldosas, ¿verdad? Y las baldosas, ¿quién las ponía?

E2: El … Área

Ev.: ¿Entonces?

E2: [Cuenta de uno en uno el perímetro, apoyando el bolígrafo en los bordes de la figura] Catorce.

Ev.: Vale, entonces tú estás diciendo que el perímetro de la figura A es catorce. [..] Entonces el perímetro, ¿qué dirías tú que es? Con tus palabras. ¿Cómo se lo explicarías a un niño que no lo sabe?

E2: ¿A un niño?

Ev.: Sí.

E2: [pensativo] No lo sé

*Ev.: Para que lo entendiera como tú lo has entendido. Imagínate que viene un niño y te dice: "**Nombre, ¿qué es el perímetro?"*

E2: [Piensa] Mmm ¿qué es el perímetro? [Ev. asiente] Piensa simplemente en lo que has hecho aquí [Enunciado 1.3].

E2: [pensativo, mirando a la entrevistadora] Contar lo de fuera.

Ev.: Vale

E2: ¿No?

Ev.: Sí. Pues ponlo aquí.

E2: [Escribe: "contar lo de fuera"]

De manera similar, la entrevistadora guio a E2 en las preguntas relacionadas con el concepto de área.

E: "¿qué dirías que es el área de una figura?"

E2: ¿El área? [Ev. asiente] Mmm… no sé.

Ev.: Acuérdate del personaje A. A de área. ¿Qué es lo que hacía él?

E2: Mover las… los perímetros. ¡Ay! Las baldosas. [Ev. asiente] Y… Perímetro ponía los …

Ev.: Lo de fuera, ¿no? las vallas. [E2 asiente] Entonces, para calcular el área de la figura A, ¿tú qué harías?

E2: Contar

Ev.: Contar, ¿qué?

E2: Todo [contando los cuadrados golpeando con el bolígrafo cada uno] Siete

*Ev.: "Vale, **nombre, entonces, ¿qué es el área de una figura? ¿Cómo se lo explicas? "*

E2: Mmm [pensativo] Pues… ¿cuál es el área de la figura B, no?

Ev.: No, cual es el área de una figura, de cualquiera.

E2: ¿De cualquiera?

Ev.: Sí, tú lo has calculado muy bien en la A, has dicho que es 7, pero ¿Qué es el área?

E2: El área…

Ev.: En general, el área de una figura…

E2: El perímetro…

Ev.: El perímetro ya me lo has dicho. Ahora te pregunto por el área.

E2: Es lo de dentro del perímetro

Ev.: Vale, muy bien, ponlo aquí [señalando el espacio para responder a la actividad 1.2.]

E2: [Escribe: "lo que está dentro del perímetro"]

Como para poder entender los conceptos de perímetro y área E2 ya calculó estas magnitudes referidas a la figura A (ver Figura 1, izquierda), en las actividades 1.3. y 1.4. la entrevistadora solo le pidió calcular el perímetro y área de la figura B (ver Figura 1, derecha).

Para calcular el perímetro, E2 contó de uno en uno los segmentos unidad de la figura dada, realizando marcas con el bolígrafo para cada uno de ellos. Comenzó por la parte superior izquierda, en sentido contrario a las agujas del reloj, y al terminar contestó: "catorce". Para calcular el área, E2 contó los "cuadraditos" de los que se componía la figura dando golpes con el bolígrafo, sin seguir un orden claro. Al terminar, repitió el conteo y escribió finalmente: "siete".

Estudiante E3

E3 se mostró muy decidido durante toda la prueba, apenas necesitó de la intervención de la entrevistadora, y en ocasiones leyó y respondió a las preguntas por escrito de manera autónoma.

De esta manera, E3 respondió a la pregunta "¿Qué dirías que es el perímetro de una figura?" (actividad 1.1.), expresando por escrito (ver Figura 7).

Figura 7

Manuscrito de E3

De manera similar, contestó a la pregunta sobre el concepto de área (actividad 1.2.) escribiendo: "[el área] es el relleno del perímetro de una figura". Cuando la entrevistadora le pidió en la actividad 1.3. que averiguara el perímetro de las figuras dadas (ver Figura 1), E3 refirió no saber a qué se refería con “calcular el perímetro”. La entrevistadora le animó, comparando el perímetro con las vallas (fruto de la historia para la actividad 1.3.), E3 dijo: “esto”, mientras con el dedo repasaba el contorno de la figura A (ver Figura 1, izquierda). El estudiante no proporcionó el resultado numérico. La entrevistadora le preguntó a continuación cómo calcularía el área, a lo que E3 respondió: “contando los cuadraditos”. Después contó los cuadrados de la figura A (ver Figura 1, izquierda), y los lados unidad de las dos figuras dadas (ver figura 1), proporcionando los resultados numéricos correctos respecto a las dos magnitudes.

Idea intuitiva sobre relación área-perímetro

Tabla 4 resume el tipo de respuesta de cada estudiante a cada una de las preguntas.

Tabla 4

Respuesta por los estudiantes según independencia o dependencia entre magnitudes manifestada, y tipo de argumentación.

Actividad	E1	E2	E3
2.1 (=A,<>P)	Independencia (Sin Justificar)	Independencia (Ejemplos)	Independencia (Otros Argumentos)
2.2 (=P, <>A)	Dependencia (Otros Argumentos)	Independencia (Otros Argumentos)	Dependencia (Otros Argumentos)
2.3 (ambas)	Sin responder	Independencia (Ejemplos)	Independencia (Ejemplos)
3(=A,<>P)	Independencia (Ejemplos)	Independencia (Ejemplos)	Independencia (Ejemplos)
4.1(=A,<>P)			Independencia (Ejemplos)
4.2(=A,<>P)			Independencia (Ejemplos)

A continuación, pasamos a detallar el desempeño de cada uno de los estudiantes.

Estudiante E1

Para realizar las actividades 2.1., 2.2. y 2.3. la entrevistadora mostró a E1 unas figuras (ver Figura 2) y le dejó un tiempo para observarlas. Después, le preguntó: "¿Crees que dos figuras distintas pueden tener la misma área, pero distinto perímetro?", a lo que E1 respondió: "Sí, sí". Interpretamos que mostró *independencia entre perímetro y área*, y se clasifica la respuesta como*: sin justificación*, ya que el estudiante no proporcionó ninguna explicación. La entrevistadora le animó a explicar su respuesta, tras lo cual E1 añadió: "Obviamente… puede ser... es que el área, no, el perímetro… no afecta al área".

A pesar de sostener independencia entre perímetro y área entre dos figuras de misma área, E1 no trasladó esa creencia cuando la magnitud constante fue el perímetro. El diálogo entre la entrevistadora y E1 en esta ocasión fue:

> *Ev: ¿Crees que dos figuras distintas pueden tener el mismo perímetro, pero distinta área?*
>
> *E1: No, no. [Escribe "no"].*
>
> *Ev: ¿Por qué?*
>
> *E1: Porque…. porque el perímetro no afecta al área. Y claro, si el perímetro no afecta al área, el área sería el mismo.*

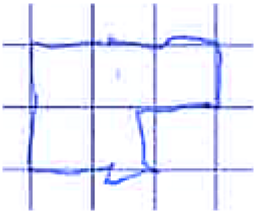
Interpretamos que E1 mostró *dependencia entre las magnitudes*, proporcionando *otros argumentos*. Parece que en esta ocasión E1 interpretó la frase "el perímetro no afecta al área" como que el área se mantenía constante, en lugar de que fuera independiente del perímetro.

Para concluir la actividad 2, se le pidió que dibujara las figuras necesarias para justificar sus respuestas anteriores, pero E1 no mostró comprender cómo hacerlo. Siguiendo las pautas de la entrevista semiestructurada, la entrevistadora le ofreció ayuda. Tras la insistencia de la entrevistadora, E1 dibujó tres figuras que no podemos relacionar con sus respuestas previas y, ante la negativa de averiguar el perímetro y el área, la entrevistadora decidió pasar a la siguiente actividad.

Así, en la actividad 3, la entrevistadora le pidió que dibujara una figura con 5 "cuadraditos" de área en la cuadrícula proporcionada, de manera que fuera diferente a las figuras dadas (ver Figura 3). E1 realizó la siguiente figura.

Figura 8

Figura de área 5, por E1



La Figura 8 muestra la respuesta que E1 proporcionó: una figura con 5 cuadrados de área pero distinto perímetro a las figuras A y B (ver Figura 3) dadas. Posteriormente, la entrevistadora le preguntó:

> *Ev: ¿Cuál es el perímetro de la figura que has dibujado?*
>
> *E1: [Contando] Nueve.*
>
> *Ev: Vale, escríbelo ahí, por favor. [E1 escribe el número 9]. ¿Tiene un perímetro diferente a las figuras de antes que tenían área 5?*
>
> *E1: [Mirando las figuras] Sí.*
>
> *Ev: Vale. ¿Y por qué crees que tiene un perímetro diferente? ¿Por qué crees que tiene menos?*
>
> *E1: Porque los he contado y son [cuenta el perímetro de la figura que ha dibujado] uno, dos, tres, ... y diez. Me he equivocado. No es que me he equivocado, es que me he equivocado de respuesta.*
>
> *EV: Vale, si quieres cambiar cualquier cosa, lo cambias.*
>
> *E1: Mi respuesta es sí porque tiene diez exactos y los otros más.*
>
> *Ev: ¿Y por qué crees que tienen los otros más?*
>
> *E1: Porque los he contado.*
>
> *Ev: Vale, vale, muy bien.*

Interpretamos que, en esta ocasión, E1 comprende que la figura construida tiene la misma cantidad de área que las figuras dadas, pero diferente perímetro, y lo argumenta mediante el cálculo de los perímetros por conteo.

Estudiante E2

Para realizar las actividades 2.1., 2.2. y 2.3., la entrevistadora le pidió a E2 que se fijara en las figuras dadas (ver Figura 2) y después le preguntó "¿crees que dos figuras distintas pueden tener la misma área, pero distinto perímetro?". E2 calculó el área de las dos primeras figuras dadas y respondió:

> *E2: La A y la B*
>
> *Ev.: ¿Qué pasa con la A y la B?*
>
> *E2: Que tienen la misma área, mira: [refiriéndose a la figura A] uno, dos, tres, cuatro. Y [refiriéndose a la figura B] uno, dos, tres, cuatro. Y distinto perímetro.*
>
> *Ev.: Es decir, que sí que es posible. Pues tu respuesta es sí y ahora te dice: "explica tu respuesta".*
>
> *E2: [...] Pues puedo explicar porque lo he visto. ¿Puedo poner eso?*

Interpretamos que la respuesta de E2 muestra *independencia entre las magnitudes*, proporcionando *ejemplos*.

Cuando la entrevistadora preguntó a E2 si dos figuras distintas podían tener el mismo perímetro, pero distinto área (actividad 2.2), E2 trató de apoyarse en ejemplos concretos. La conversación entre E2 y la entrevistadora fue en esta ocasión como sigue:

> *E2: No*
>
> *Ev.: ¿No es posible?*
>
> *E2: Porque... aquí no está, ¿o sí?*
>
> *Ev.: No lo sé, eso es lo que tú pienses. ¿Qué es lo que hay que poner?*
>
> *E2: Es posible que sí.*
>
> *Ev.: ¿Sí o no? No te he oído, perdón.*

E2: Que sí será posible, me imagino.

Ev.: Vale, tú pon lo que tú creas, ¿vale? Pero recuerda que luego tienes que explicar por qué

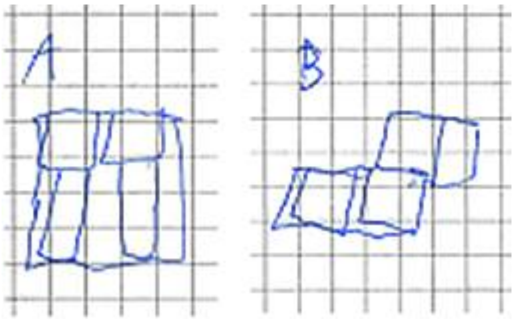
E2: Es que aquí no está, pero puede que en algunas [figuras] … por ejemplo, igual en alguna otra… es que existen muchísimas, pero muchísimas, muchísimas [figuras] más que estas. Y seguro, segurísimo, segurísimo, que hay alguna que tiene el mismo perímetro.

Interpretamos que E2 mostró *independencia entre las magnitudes* y, al no encontrar ejemplos que apoyaran su idea, proporcionó *otros argumentos.* El estudiante fue capaz de generalizar a partir de los ejemplos dados a la existencia de "muchísimas figuras más" lo que le permitió razonar la independencia entre las magnitudes.

En la actividad 2.3, se requería que E2 dibujara las figuras necesarias para justificar sus respuestas previas, en este caso, la independencia manifestada (mismo área distinto perímetro).

Figura 9

Figuras con el mismo área y distinto perímetro por E2



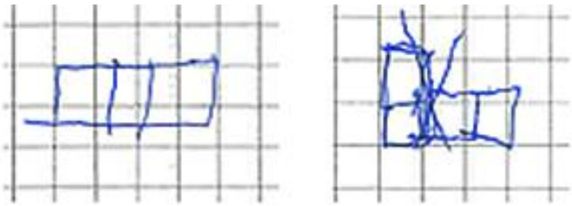
La Figura 9 muestra las dos figuras construidas por E2. En esta ocasión, el estudiante dibujó primero el contorno de las figuras para a continuación rellenar cada una con cuatro cuadrados de área. Destaca que E2 no empleó los cuadrados de la cuadrícula proporcionada como unidad de medida de área, sino que realizó dibujos empleando cuadrados de distintos tamaños. Mediante estos ejemplos, E2 mostró de nuevo la idea de *independencia entre perímetro y área*.

A continuación, la evaluadora le pidió dibujar figuras para justificar su respuesta a la actividad 2.2., en la que había mostrado independencia entre las magnitudes cuando el perímetro se mantiene constante. E2 trató de dibujar dos figuras con mismo perímetro y distinto área, pero no encontró ninguna pareja de figuras con estas características. Primero dibujó una de área 3 (ver Figura 10, izquierda). A continuación, dibujó otra de área 3 en forma de L, e indicó:

> *E2: ¡Uy! Lo hice mal. Porque hice el mismo perímetro y la misma área.*
>
> *Ev.: ¿Lo puedes arreglar? ¿O quieres hacer otra figura? Esto son más huecos, por si necesitas más.*
>
> *E2: Hago otra aquí [añade un cuadrado en el extremo derecho, hasta completar la figura (ver Figura 10, derecha). [Mirando sus figuras desanimado] Pues… Pues me ha quedado así. Así que nada …" [abandona el ejercicio]*

Figura 10

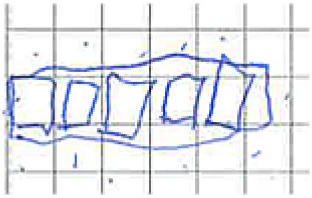
Intento de figuras para justificar "igual perímetro distinto área"



Para realizar la siguiente actividad, la entrevistadora le mostró las figuras de la actividad 3 (ver Figura 3), y le pidió a E2 que dibujara una figura con 5 cuadraditos de área que fuera diferente a dichas figuras. E2 realizó el siguiente dibujo (ver Figura 11):

Figura 11

Figura con 5 cuadraditos de área, por E2



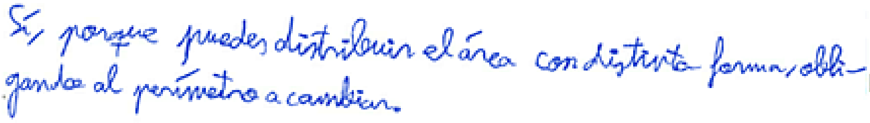
Para comprobar que la figura dibujada cumplía con el requisito de tener diferente perímetro a las anteriores dadas, E2 calculó el perímetro de la figura dibujada. En la Figura 11 se aprecian las marcas de bolígrafo que E2 dejó al contar de uno en uno. En esta ocasión, E2 parece utilizar la cuadrícula dada como guía, aunque dibuja los cuadraditos separados entre sí, y los rodea con una curva para definir el contorno de la figura. Esta respuesta se clasifica por tanto como *independencia entre perímetro y área* mediante ejemplos.

Estudiante E3

Para realizar las actividades 2.1., 2.2. y 2.3. la entrevistadora mostró a E3 las figuras (ver Figura 2) y le dejó un tiempo para observarlas. Después, le preguntó: “¿crees que dos figuras distintas pueden tener la misma área, pero distinto perímetro?”. La figura 12 muestra la respuesta de E3.

Figura 12

Manuscrito de E3



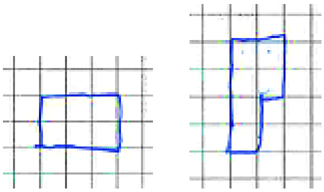
Interpretamos que mostró *independencia entre perímetro y área*, y clasificamos la justificación como *otros argumentos*, ya que el estudiante proporcionó una explicación basada en los atributos de la figura, como la forma, sin hacer alusión a ejemplos en su argumentación.

Al preguntarle si dos figuras distintas pueden tener el mismo perímetro y distinta área (actividad 2.2.), E3 respondió en un primer momento lo siguiente: “No, porque al añadir más perímetro obligamos a tener más”. Se quedó pensativo, tachó esa respuesta, y escribió: “No, porque completar el área obliga a añadir más perímetro”. En esta ocasión el estudiante muestra establecer una *dependencia entre perímetro y área*, proporcionando como justificación *otros argumentos*.

En la siguiente actividad, se requería que E3 dibujara las figuras necesarias para justificar las respuestas proporcionadas en las actividades 2.1 y 2.2. Para justificar la independencia que había mostrado (que existen figuras con la misma área pero distinto perímetro) E3 dibujó las siguientes figuras (ver Figura 13):

Figura 13

Figuras con la misma área y distinto perímetro

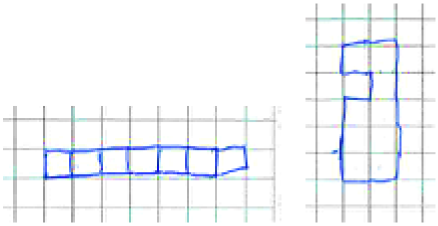


Tras terminar el dibujo, argumentó de la siguiente manera: “Este tiene [señalando la figura de la izquierda] diez de perímetro y seis de área. Y este tiene [señalando la figura de la derecha, y realizando un conteo] once de perímetro y seis de área.” Se clasificó por tanto su respuesta como *independencia entre perímetro y área*, esta vez mediante *ejemplos*.

A continuación, la entrevistadora pidió al estudiante que demostrara su afirmación sobre la dependencia entre perímetro y área cuando el perímetro se mantiene constante (respuesta a actividad 2.2.). E3 dibujó las siguientes formas (ver Figura 14):

Figura 14

Figuras con el mismo perímetro y distinta área



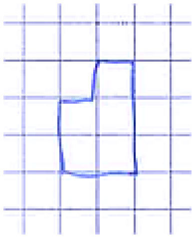
Inmediatamente, tras terminar de dibujar las figuras, E3 mostró darse cuenta de su error al haber establecido dependencia entre las magnitudes. El diálogo entre E3 y la entrevistadora fue el siguiente:

> *E3: Ah, pues no.*
>
> *Ev.: ¿Qué ha pasado?*
>
> *E3: Que sí que se puede… tener más área con el mismo perímetro. […] Pues que si llegas a cambiar la forma del perímetro puedes añadir más área.*
>
> *Ev.: Vale, ¿y por qué?*
>
> *E3: Porque aquí [señala la figura 11, izquierda] solo está una línea recta, y con ese perímetro me da para 7 de área. Pero aquí me da para 9 de área y por haber cambiado la forma tengo 16 de perímetro.*
>
> *Ev.: Vale, me estás diciendo que con el mismo perímetro puedes tener distinta área.*
>
> *E3: [Asiente]*

A continuación, la entrevistadora pidió a E3 que dibujara una figura con 5 cuadraditos de área que fuera diferente a las figuras de la Figura 3 (actividad 3). E3 dibujó la siguiente figura (ver Figura 15):

Figura 15

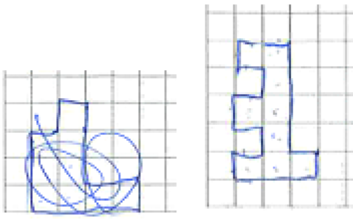
Figura de área 5



Refirió que el perímetro de la figura era 10. Al preguntarle la entrevistadora: "¿tiene un perímetro diferente a las figuras de antes que tenían área 5?" y E3 respondió: "Sí, porque he utilizado diferente forma". No comprobó que los perímetros fueran diferentes, sino que mostró tener una idea intuitiva de que diferente forma garantiza diferente perímetro, estableciendo una dependencia entre ambos atributos.

Figura 16

Polígonos de área 9 y perímetro máximo: primer intento (izquierda) y segundo intento (derecha)



Para finalizar, la entrevistadora le pidió después que construyera dos polígonos uniendo 9 cuadrados: uno que tuviera perímetro lo más pequeño posible (actividad 4.1.) y otro perímetro lo más grande posible (actividad 4.2.). Como polígono de perímetro mínimo dibujó en la cuadrícula un cuadrado de lado 3. Al pedirle la entrevistadora que justificara que tenía perímetro mínimo, E3 respondió: "porque tiene exactamente el mismo número de perímetro que de área. Por lo tanto, no se puede hace más pequeño porque no cabría". Para construir la figura de máximo perímetro, E3 dibujó una primera figura de área 9 (ver Figura 16, izquierda) y tras contar los lados indicó: "de dieciséis". Se quedó pensativo, y argumentó: "Es que no sé hasta qué punto puede ser tan grande…". Finalmente dibujó otro polígono (ver Figura 16, derecha) argumentando en esta ocasión: "Esta tiene 20 [de perímetro]".

DISCUSIÓN

En esta sección realizamos una discusión de los resultados obtenidos con investigaciones previas descritas en el marco teórico organizada según las dos preguntas de investigación.

Idea inicial sobre área y perímetro

Dos estudiantes (E1 y E2) refirieron no conocer el concepto de perímetro y necesitaron ayuda de la entrevistadora para poder comprenderlo. Otros estudios con estudiantes de edades similares de desarrollo típico (Wahyu Winarti, et al., 2012) también refieren haber identificado dificultades en la descripción de este concepto.

Destacamos que dos participantes en algunas de sus respuestas mostraron comprender el concepto de perímetro, pero lo identificaron como magnitud (señalando el contorno, por ejemplo, para el caso del perímetro), y no como la cantidad de magnitud. Esto puede ser debido a que en el idioma español las palabras "perímetro" y "área" hacen referencia tanto a la magnitud en sí, como al resultado de una medición ("calcula el área de…"). Este hecho junto con el hecho de que es habitual que el alumnado con LD muestre ciertas dificultades en la comprensión de términos técnicos (Güven y Argün, 2021), se pone de manifiesto la necesidad de una mayor concreción del lenguaje por parte del profesorado en el tipo de pregunta realizada, con el fin de no llevar a error en su interpretación y de que se entienda de un modo más claro qué se está preguntando.

Con respecto a las ideas intuitivas sobre el perímetro y el área, es claro que los tres estudiantes distinguen perfectamente las características principales de cada una de las magnitudes, a diferencia de trabajos previos como Duoady (1988) o Silva (2009); de hecho, los tres confluyen en la percepción unidimensional del perímetro (haciendo alusión a "lo que rodea un objeto") y al carácter bidimensional del área. Este hecho les ha llevado a no cometer errores de identificación del perímetro y del área de figuras concretas y resolver correctamente estas tareas - error destacado en esta etapa educativa, descrito en Dickson, Brown y Gibson (1991), citado en Nortes Martínez-Artero y Nortes-Checa, (2013). En la resolución de estas actividades, se pone de manifiesto una resolución basada en el conteo de la unidad de medida establecida para cada uno de los casos y no por el uso de fórmulas, lo que de nuevo ratifica que los tres estudiantes entienden correctamente estas magnitudes y su interpretación y plantea que este tipo de resolución esté completamente motivado por la capacidad viso-espacial de este alumnado (acorde con Güven y Argün, 2018).

Relación área-perímetro

Cuando se plantea al alumnado tareas que involucran el área y el perímetro con el fin de ver si establecen algún tipo de relación entre estas magnitudes, la investigación nos lleva a concluir que todos los estudiantes entienden que el perímetro y él área no están relacionados cuando el área se mantiene constante, mostrando que hay una *independencia entre perímetro y área*. Sin embargo, al mantener el perímetro constante, E1 y E3 muestran *dependencia* entre estas magnitudes, y solo E2 mantiene la idea de *independencia*. Tal y como muestran Stavy y Tirosh (1996) este es un error muy habitual, que en gran medida se debe a la idea intuitiva "a más A, más B". A pesar de ello, ejemplificar sus respuestas les ha ayudado a volver a mostrar independencia entre las magnitudes (E3 en la actividad 2.3 y E2 en la actividad 3). Otros estudios (Ávila y García, 2020) muestran que visualizar o manipular figuras que ponen en evidencia la independencia entre las magnitudes ayuda a darse cuenta de ella.

Sobre los argumentos dados para determinar la posible relación entre el área y el perímetro en las distintas actividades planteadas, los tres estudiantes usan predominantemente la ejemplificación, lo que plantea la necesidad de partir de un tipo de secuencia didáctica CSA para una mejor adquisición y comprensión de estas magnitudes (acorde a Hord y Xin, 2015).

CONCLUSIONES

En este trabajo hemos abordado la problemática de analizar cuáles son las ideas intuitivas asociadas a las magnitudes perímetro y área por parte de alumnado con TEA, investigación que complementa otras sobre aprendizaje de magnitudes geométricas en alumnado con necesidades de aprendizaje especiales y que abre distintas líneas de investigación, poniendo el foco en alumnado con TEA.

El estudio de casos nos ha permitido entender mejor el tipo de razonamiento de tres estudiantes de Educación Primaria con TEA y ver cuáles son las ideas intuitivas, el tipo de razonamiento y las dificultades que tienen en tareas de medida, relativas a los conceptos de área y perímetro; destacando su comprensión correcta sobre qué es el perímetro y qué es el área de una figura plana y sus estrategias en la resolución de la medición de estas magnitudes con una técnica predominantemente de conteo. Igualmente, hemos detectado cuáles son las dificultades que estos estudiantes tienen en actividades que relacionan el perímetro y el área; concluyendo que plantear actividades dirigidas a una mayor concreción del resultado por medio de la ejemplificación ayuda a mejorar la comprensión de estas magnitudes y a romper con la falsa idea de dependencia entre ambas.

Finalmente, debemos mencionar las limitaciones del estudio, las cuales vienen marcadas fundamentalmente por la metodología elegida, un estudio de casos, lo que lleva a puntualizar que los resultados no se pueden generalizar.

Sin embargo, gracias a los resultados obtenidos tenemos una mejor comprensión de las ideas intuitivas, el tipo de razonamiento y las dificultades que estudiantes con TEA han mostrado en tareas de enseñanza-aprendizaje del área y del perímetro, por lo que este trabajo marca una línea de investigación que pone en el centro del proceso de aprendizaje al alumnado con TEA y que puede ser de gran valor para el profesorado en su día a día en el aula.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE LAS AUTORAS

A.B.A., I.P.B. y C.L.F. concibieron la idea de la investigación presentada. C.L.F. y J.G.C. recopilaron los datos. Todas las autoras participaron activamente en el desarrollo de la teoría, metodología, organización y análisis de datos, al igual que en la discusión de resultados y conclusiones.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los datos de esta investigación serán puestos a disposición por la autora de correspondencia A.B.A., previa solicitud razonable.

REFERENCIAS

Almodóvar, J. A., García Atance, P. & Pérez Saavedra, C. (2012). *Matemáticas 3º de primaria. Tercer trimestre. Proyecto Los caminos del saber*. Santillana.

Ávila, A. & García, S. (2020). Relaciones entre área y perímetro: de la intuición inicial a la deducción operatoria. *Perfiles Educativos, 42*(167), 31-52. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2019.167.58890

Baxter, P. & Jack, S. (2008). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The Qualitative Report, 13*(4), 544-559.

Cass, M., Cates, D., Smith, M., & Jackson, C. (2003). Effects of manipulative instruction on solving area and perimeter problems by students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice, 18*(2), 112–120.

D'Amore, B. & Fandiño-Pinilla, M. I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Relime*, *10*(1), 39-68.

Del Gallego, R. & Álvarez, C. (2013). Fundamentos de la investigación cualitativa. Principales diseños y métodos de investigación cualitativa. Proceso y fases de la investigación cualitativa. Formulación del problema, decisiones muestrales, selección de estrategias. Técnicas de investigación cualitativa. In: vv.aa. *Manual CTO*, pp. 229-240. CTO.

Dolz, J. (1994). La interacción de las actividades orales y escritas en la enseñanza de la argumentación. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, *6*(3), 17-27.

Douady, R. (1988). Un processus d´apprentissage du concept d´aire de Surface plane. *Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes*, *5*, 1-50.

García-Amadeo, G. & Carrillo, J. (2006). Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones. In: M. P. Bolea Catalán, M. Moreno Moreno, M. J. González López (eds.) *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 185-194). SEIEM.

Ginsburg, H. P. & Baroody, A. J. (2007). *TEMA-3. Test de competencia matemática básica*. Adaptación española: Núñez, M. C.; Lozano, I. TEA.

Goñi Zabala, J. M. (2003). *Baga Biga Matematika 4*. Elkarlanean.

Güven, N.D. & Argün, Z. (2018). Width, length, and height conceptions of students with learning disabilities. *Issues in Educational Research, 28*(1), 77-98.

Güven, N.D. & Argün, Z. (2021). Mathematical language of students with learning disabilities in the context of length. *Athens Journal of Education*, *8*, 1-25.

Hord, C. & Xin, Y.P. (2015). Teaching area and volume to students with mild intellectual disability. *The Journal of Special Education*, *49*(2), 118-128. https://doi.org/10.1177%2F0022466914527826

Kozulin, A. & Kazaz, S. (2017). Developing the concept of perimeter and area in students with learning disabilities (LD). *European Journal of Psychology Education*, *32*, 353-366. https://doi.org/10.1007/s10212-016-0304-y

López de la Fuente, C. (2020). *Argumentación y razonamiento geométrico: un estudio de caso de un estudiante TEA de Educación Primaria*. Trabajo Fin de Máster. UPV/EHU.

López de la Fuente, C., Berciano, A., & Polo-Blanco, I., (2020). Clasificación e identificación de figuras geométricas en educación primaria: dificultades y razonamiento geométrico de un estudiante TEA. *Encontro Internacional "A Voz dos Professores de Ciências e Tecnologia" (VPCT 2020). Portugal, Nov 2020.* (pp. 639-646).

Machaba, F. (2016). The concepts of area and perimeter: Insights and misconceptions of Grade 10 learners. *Pythagoras*, *37*(1), a304. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v37i1.304

Mantica, A.M., del Maso, M.S., Götte, M., & Marzioni, A. (2002). La confusión entre área y perímetro. Análisis de una propuesta. *Educación Matemática*, *14*(1), 111-119.

Nortes Martínez-Artero, R. & Nortes-Checa, A. (2013). Perímetro y área. Un problema en futuros maestros. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *84*, 65-85.

OCDE. (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, Versión preliminar, OCDE.

Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, *55*, 720-729.

Santos, M. I. G. dos, Breda, A. M. R. d'Azevedo & Almeida, A. M. P. (2020). Promover o Raciocínio Geométrico em Alunos com Perturbação do Espectro do Autismo através de um Ambiente Digital. *Bolema, 34*(67), 375–398. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a02

Satsangi, R. & Bouck, E.C. (2015). Using virtual manipulative instruction to teach the concepts of area and perimeter to secondary students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly, 38*(3), 174-186. https://doi.org/10.1177%2F0731948714550101

Silva, J. A. (2009). As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. *Bolema*, *22*(34), 81-104.

Stavy, R. & Tirosh, D. (1996). Intuitive rules in Science and Mathematics: the case of 'more of A - more of B'. *International Journal of Science Education*, *18*(6), 653-667. https://doi.org/10.1080/0950069960180602

Wahyu Winarti, D., Maghfirotun Amin, S., Lukito A., & Van Gallen, F. (2012). Learning the concept of area and perimeter by exploring their relation. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, *3*(1), 41-54

Weschler, D. (2015). Escala de Inteligencia de Weschler para niños WISC-V. Adaptación española. In: *Catálogo de Test de Evaluación Psicológica de Pearson Clinical* (p. 10-11).

Widayati, F., Usodo, B., & Pamudya, I. (2017). Mathematics learning on geometry for children with autism. *Journal of Physics: Conference Series*, *943*, 1-5.

Yin, R. K. (2017). *Case Study Research and Applications: Design and Methods*. Sage.