

# Desafios dos Futuros Professores na Planificação e Exploração de Tarefas que Promovem o Raciocínio Matemático

Fátima Mendes <sup>a,c</sup>

Catarina Delgado <sup>b,c</sup>

Joana Brocardo <sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Educação, Departamento de Ciências e Tecnologias, Setúbal, Portugal

<sup>b</sup> Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Educação, Departamento de Ciências Sociais e Pedagogia, Setúbal, Portugal

<sup>c</sup> Centro de Investigação, Educação e Formação do IPS (CIEF), Setúbal, Portugal

*Recebido para publicação 26 abr. 2022. Aceito após revisão 8 maio 2022*

*Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMO

**Contexto:** O raciocínio matemático é fundamental para a aprendizagem da matemática desde os primeiros anos de escolaridade. Constitui um desafio para alunos e professores, pelo que é relevante aprofundar formas de desenvolver esta capacidade com os futuros professores. **Objetivos:** Identificar os desafios na prática supervisionada com vista ao desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, procurando responder à seguinte questão: Que desafios enfrentam os futuros professores para planificar e explorar tarefas promotoras do raciocínio matemático? **Design:** Baseia-se numa experiência de formação e segue uma metodologia interpretativa. **Ambiente e participantes:** Esta experiência decorreu durante 13 sessões da unidade curricular (UC) Didática da Matemática, do 2.º ano do curso de mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa turma com 25 estudantes. Os participantes quatro estudantes pertencentes a dois pares de estágio, cuja seleção seguiu os seguintes critérios: não terem como supervisora de estágio alguma das investigadoras; habitualmente intervirem nas aulas. **Coleta e análise de dados:** Os dados foram recolhidos através da observação participante das aulas da UC, entrevistas e recolha documental. **Resultados:** Os estudantes deparam-se com mais desafios associados ao raciocínio matemático nas fases de monitorização da exploração das tarefas e da sua discussão final. **Conclusões:** Estes resultados apontam para a necessidade de os programas de formação inicial priorizarem atividades que apoiem os futuros professores na compreensão dos processos de raciocínio matemático e que os envolvam na planificação de tarefas e análise da sua exploração na prática que potenciem o seu desenvolvimento.

Corresponding author: Fátima Mendes. Email: [fatima.mendes@ese.ips.pt](mailto:fatima.mendes@ese.ips.pt)

**Palavras-chave:** raciocínio matemático; tarefas; desafios; formação inicial.

## **Challenges faced by Preservice Teachers in Planning and Exploring Tasks that Promote Mathematical Reasoning**

### **ABSTRACT**

**Background:** Mathematical reasoning is fundamental for mathematics learning from the first years of schooling. It is a challenge for students and teachers, so it is relevant to deepen ways to develop this ability with the prospective teachers. **Objectives:** Identify the challenges in supervised practice with a view to developing students' mathematical reasoning, seeking to answer the following question: What challenges do prospective teachers face in planning and exploring tasks that promote mathematical reasoning? **Design:** It is based on a formative experiment and follows an interpretive methodology. **Setting and participants:** This experiment was conducted during 13 sessions of the curricular unit (CU) Didactics of Mathematics of the 2nd year of the master's course in Pre-School Education and Teaching of the 1st Cycle of Basic Education, in a class of 25 students. The participants were four students - two pairs in teaching practice- whose selection followed the following criteria: not having any of the researchers as teaching practice supervisors and regularly intervening in class. **Data collection and analysis:** the data were collected through participant observation of the CU classes, interviews, and document collection. **Results:** Students face more challenges associated with mathematical reasoning during monitoring phases of the exploration of the tasks and their final discussion. **Conclusions:** These results point to the need for initial training programs to prioritise activities that support prospective teachers in the understanding of mathematical reasoning processes and that involve them in the planning of tasks and analysing practical exploration that will enhance their development.

**Keywords:** Mathematical reasoning; Tasks; Challenges; Initial formation.

### **INTRODUÇÃO**

Perspetivas curriculares gerais e que incidem na formação global do indivíduo (Martins et al., 2017; UNESCO, 2017), coincidem em considerar as competências de raciocínio e de resolução de problemas como essenciais para a formação dos cidadãos do séc. XXI. Ao nível das orientações curriculares específicas para a matemática, a importância destas competências é reafirmada, precisada e desenvolvida realçando-se a importância do raciocínio matemático (RM) para aprender matemática com compreensão e para poder efetivamente experienciar o que é a matemática, tal como é referido nas Novas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (ME-DGE, 2021).

A recomendação do NCTM (2007), salientando que é fundamental que o ensino da matemática incida na resolução e discussão de tarefas que promovem o RM e permitem usar diferentes formas de as explorar e resolver, é partilhada por muitos autores e uma prioridade para a aprendizagem da matemática expressa em vários currículos (Jeannotte & Kieran, 2017).

Este artigo enquadra-se no projeto Raciocínio Matemático e Formação de Professores (REASON)<sup>1</sup>, no qual raciocinar matematicamente é entendido como fazer inferências justificadas (Mata-Pereira & Ponte, 2017) e se destacam os processos de generalizar, justificar, classificar, conjecturar e exemplificar. Generalizar e justificar são processos centrais do RM – o primeiro consiste em afirmar que uma ideia, propriedade ou procedimento é válido para um determinado conjunto de objetos ou afirmar que uma propriedade é comum a um grupo de objetos; o segundo consiste em apresentar um argumento lógico baseado em ideias matemáticas para sustentar uma determinada afirmação ou refutá-la (Jeannotte & Kieran, 2017). Conjeturar envolve a formulação de afirmações (conjeturas) que se espera que sejam verdadeiras, mas cuja veracidade é necessário validar (Lannin et al., 2011). Estas conjeturas decorrem da procura de regularidades, semelhanças ou diferenças, com o objetivo de estabelecer relações (Jeannotte & Kieran, 2017). Classificar é um processo que pode ser desencadeado pela procura de semelhanças ou diferenças entre objetos matemáticos e envolve a inferência sobre classes de objetos com base nas suas propriedades e definições (Jeannotte & Kieran, 2017). Finalmente, exemplificar é um processo de raciocínio matemático (PRM) auxiliar, no sentido de apoiar outros, tendo particular relevo no trabalho com alunos mais novos. Consiste em propor exemplos que apoiem a procura de aspetos semelhantes e diferentes ou a validação de uma afirmação (Jeannotte & Kieran, 2017).

A investigação mostra que muitos alunos não conseguem explorar adequadamente tarefas que envolvem PRM e que, também os professores, enfrentam vários desafios para concretizar um ensino que os vise desenvolver (Stylianides et al., 2013). Tendo em conta este contexto é amplamente consensual a relevância de trabalhar o RM na formação inicial de professores. Consequentemente, é importante aprofundar o conhecimento sobre formas de trabalhar o RM com os futuros professores (Desfitri, 2018). Em particular, a compreensão dos desafios com que estes se deparam na prática que vise o desenvolvimento do RM poderá contribuir para um melhor conhecimento sobre

---

<sup>1</sup> <http://www.ie.ulisboa.pt/projetos/reason>

os aspetos a ter em especial atenção nos programas de formação inicial de modo a favorecer esse desenvolvimento.

Este artigo tem subjacente um estudo cujo principal objetivo é identificar os desafios com que os futuros professores se deparam na prática supervisionada com vista ao desenvolvimento do RM dos alunos. Concretamente, partindo do modelo analítico usado por Stylianides et al. (2013), nomeadamente em dois dos seus grupos de categorias, procuramos responder à seguinte questão: Que desafios enfrentam as futuras professoras para planificar e explorar tarefas promotoras do RM?

Entendemos como desafio o mesmo sentido atribuído por Stylianides et al. (2013), ou seja, situações problemáticas com que os futuros professores se deparam na prática supervisionada e o que consideram ser problemático. Essas situações podem traduzir-se em receios, dúvidas, dificuldades e ambivalências (Delgado, 2013).

## **REFERENCIAL TEÓRICO**

### **Conhecimento do futuro professor e desenvolvimento do RM**

O reconhecimento da natureza prática do conhecimento do professor (Ball et al., 2008) e da complexidade dos conhecimentos que lhe são exigidos (Livy & Downton, 2018) tem desencadeado a realização de inúmeros estudos sobre a formação inicial (Ponte & Chapman, 2006). Estes estudos, visam, sobretudo, compreender que conhecimento os futuros professores devem desenvolver para ensinar, aspeto que não deve ser equacionado à margem da prática (Ponte & Chapman, 2006). Vários confirmam um fraco conhecimento matemático dos futuros professores (Ponte & Chapman, 2006), em particular dos que lecionam nos primeiros anos de escolaridade (Stylianides et al., 2013).

As implicações de um fraco conhecimento matemático dos futuros professores nas várias dimensões do seu conhecimento didático têm, também, sido equacionadas por alguns autores (Herbert et al., 2015). Por exemplo, o conhecimento matemático dos futuros professores sobre os tópicos de ensino, influencia o seu conhecimento sobre o tipo de respostas que os alunos podem dar ao resolverem uma determinada tarefa (Tirosh, 2000). Também tornar visíveis conceitos e ideias-chave particulares para os alunos quando estes resolvem tarefas ou identificar a origem das suas dificuldades está fortemente relacionado com esta dimensão do conhecimento (Morris et al., 2009).

Dada a importância conferida ao RM como um processo essencial para apoiar a aprendizagem da matemática dos alunos, alguns desses estudos focam-se especificamente no conhecimento dos futuros professores para identificar o RM dos alunos e promover o seu desenvolvimento (p.e; Livy & Downton, 2018; Maher et al., 2014; Stylianides et al., 2013). Além disso, o RM é um tema que se reveste de alguma complexidade, tanto no que respeita ao seu significado como à variedade de processos que lhe estão associados (Herbert et al., 2015). O entendimento dos professores sobre RM é diverso e, por vezes, limitado – varia entre corresponder meramente a ‘pensamento’, à ideia de fazer conjecturas, a justificar e validar conjecturas e a estabelecer conexões entre diferentes ideias matemáticas (Herbert et al., 2015). Contudo, o conhecimento e compreensão sobre RM é fundamental para promover o seu desenvolvimento nos alunos (Herbert et al., 2015; Livy & Downton, 2018), tendo implicações, por exemplo, no que os professores podem aceitar como uma justificação válida e como podem apoiar o raciocínio dos alunos (Livy & Downton, 2018).

Associado a um conhecimento limitado acerca do RM e dos processos que envolve, os professores, em particular os que lecionam nos primeiros anos de escolaridade, apresentam o que Stylianides et al. (2013) designam por ‘crenças contraproducentes’ do seu ensino. Estas traduzem-se na relutância em ensinar a raciocinar matematicamente por encararem alguns dos PRM, nomeadamente a justificação e a prova, não acessíveis aos seus alunos (Stylianides et al., 2013).

### **Desafios dos futuros professores no desenvolvimento do RM**

Para desenvolver o RM dos alunos é importante optar por uma abordagem exploratória do ensino, na qual há dois elementos que se destacam como fundamentais – as tarefas propostas aos alunos e as ações específicas do professor que possam fazer emergir o RM (Brocardo et al., no prelo).

A importância das tarefas reside, não na tarefa em si, mas no tipo de atividade em que os alunos se envolvem ao resolvê-la (Ponte et al., 2014). Em particular, para promoverem o RM, as tarefas devem permitir o recurso a diferentes estratégias, suscitarem o uso de uma variedade de representações e incentivarem a reflexão sobre os PRM usados (REASON, 2020). A complexidade da escolha das tarefas com este intuito é ainda mais elevada por estas terem de satisfazer um conjunto de características relacionadas com PRM específicos. Por exemplo, é importante que as tarefas incluam questões que conduzam à formulação de generalizações, que incentivem justificações de

respostas, de estratégias ou de afirmações matemáticas e que solicitem a identificação justificada da verdade ou falsidade de afirmações matemáticas (REASON, 2020).

Numa abordagem exploratória, a aula é habitualmente estruturada nas seguintes fases: apresentação da tarefa, resolução autónoma da tarefa pelos alunos e discussão de resoluções e sistematização das aprendizagens que decorreram da exploração da tarefa (Stein et al., 2008). Esta abordagem exige a compreensão sobre como se organiza e conduz a aula e, conseqüentemente, uma preparação da aula que englobe a antecipação do trabalho dos alunos e da discussão coletiva (Ponte et al., 2014). Planificar e conduzir uma aula com estas características é, efetivamente, complexo e um desafio para muitos professores (Ponte et al., 2014), mas dada a sua falta de experiência de ensino, torna-se ainda mais desafiante para os futuros professores (Adeeb, 2020; Santos et al., 2019). Para além da ansiedade dos futuros professores inerente à sua falta de experiência, estes desafios relacionam-se com a dificuldade de aplicar, na sala de aula, as teorias sobre o ensino que estudaram durante o curso de formação inicial, de gerir situações de sala de aula pela falta de autoridade, comparativamente com professores experientes, e de possuírem um fraco conhecimento pedagógico do conteúdo, que se evidencia tanto na planificação das aulas como na sua condução (Adeeb, 2020).

Nesta abordagem, é também fundamental a criação de uma determinada cultura de sala de aula, em que os alunos partilham e justificam ideias matemáticas e o professor gere essas interações de modo a incentivar a discussão (McNeal & Simon, 2000). Esta cultura de sala de aula demora tempo a ser construída e não resulta de uma imposição do professor (McNeal & Simon, 2000). Neste sentido, contextos que não a tenham desenvolvido podem constituir um maior desafio para os futuros professores na adoção de uma abordagem exploratória do ensino e, conseqüentemente, no desenvolvimento do RM dos alunos (McNeal & Simon, 2000; Stylianides et al., 2013).

Em seguida, debruçamo-nos sobre os desafios específicos do professor relativos a dois momentos de trabalho em torno das tarefas – preparação e planificação da aula e exploração da tarefa na aula.

### *Desafios na preparação e planificação das aulas*

As tarefas propostas aos alunos devem ser criteriosamente selecionadas de acordo com o objetivo de aprendizagem estabelecido para a aula (Morris et al., 2009; Ponte et al., 2014). Um dos desafios com que se deparam os futuros

professores quando selecionam tarefas é, precisamente, que estas estejam alinhadas com o que se pretende ensinar (Desfitri, 2018; Santos et al., 2019). Ser capaz de fazer esta ligação, entre o que se propõe aos alunos e os objetivos que se pretendem atingir, exige alguma experiência em “decompor” os conceitos matemáticos inerentes aos objetivos de aprendizagem em subconceitos matemáticos e usar esta informação para planificar, ensinar e avaliar (Morris et al., 2009). Para Desfitri (2018), esta dificuldade de selecionar as tarefas de acordo com os objetivos de aprendizagem relaciona-se, não só com a inexperiência dos futuros professores, mas também com um conhecimento matemático frágil.

Em particular, na seleção de problemas (com contexto não matemático), os futuros professores: revelam preocupações em que estes contextos sejam reais, mas deparam-se com o desafio de estarem associados à vida quotidiana dos alunos como forma de estes lhes atribuírem relevância/significado; apresentam dificuldade em “calibrar” o nível de dificuldade dos problemas, no sentido de estarem adequados aos conhecimentos dos alunos e, simultaneamente, corresponderem ao grau de exigência compatível com o seu nível de ensino; deparam-se com o desafio de identificar as tarefas que possam ser resolvidas usando diferentes estratégias (Mallart et al., 2018).

Um outro aspeto fundamental que deve estar subjacente à preparação de uma aula é a adaptação dos elementos de planificação às necessidades específicas da turma. Os futuros professores revelam dificuldades em planear as aulas de modo a alinhar as suas decisões com as disposições de aprendizagem dos alunos (König et al., 2020), tendendo a usar um estilo de ensino pouco adaptativo, programado passo a passo, como se de uma receita se tratasse (Chizhik & Chizhik, 2018). Mesmo quando no seu discurso valorizam o ensino exploratório, fazendo referência à importância das interações entre os alunos e à discussão como momentos importantes de uma aula de matemática, tendem a elaborar planos centrados no professor, não incluindo espaço para estes momentos (Martins et al., 2021).

Para os professores adotarem uma perspetiva de ensino exploratório é, também, importante envolverem-se num processo de planificação de aula que englobe a antecipação das dificuldades dos alunos na resolução das tarefas, como forma de estarem mais preparados para os ajudar a ultrapassá-las e mais seguros para conduzir a discussão coletiva (Morris et al., 2009; Ponte et al., 2014). Esta antecipação constitui um forte desafio para os futuros professores devido à sua parca experiência de ensino e, portanto, a um fraco conhecimento sobre os alunos (Santos et al., 2019).

### *Desafios na exploração das tarefas na aula*

Numa primeira fase de exploração de uma tarefa – apresentação da tarefa, para além de o professor organizar o trabalho a realizar pelos alunos (nomeadamente, estabelecer o tempo a dedicar às diferentes fases, gerir os recursos a usar e definir as modalidades de trabalho dos alunos, etc.) é importante assegurar-se que os alunos entendem a tarefa e que se sentem desafiados a realizá-la (Anghileri, 2006). Garantir que os alunos compreendem o contexto da tarefa e os termos matemáticos apresentados no enunciado e envolvê-los e motivá-los para a sua resolução, sem diminuir o seu grau de desafio, é um trabalho exigente e que constitui uma dificuldade para muitos professores (NCTM, 2017; Stein et al., 2008).

Numa segunda fase – resolução autónoma da tarefa pelos alunos, o papel do professor é acompanhar o trabalho dos alunos e apoiá-los de modo que avancem na resolução da tarefa (NCTM, 2017). Mais uma vez, o desafio com que habitualmente, tanto professores como futuros professores, se deparam é fazer esse apoio, procurando dar sugestões ou colocar questões que não diminuam o nível de exigência da tarefa (NCTM, 2017; Santos et al., 2019).

Finalmente, a terceira fase – discussão coletiva das resoluções da tarefa e sistematização das aprendizagens, é a que a investigação sobre a abordagem exploratória identifica como sendo a mais complexa (Delgado, 2013; Ponte et al., 2017; Santos et al., 2019), por envolver a simultaneidade de tomada de decisões associadas a questões diversas – intelectuais, temporais e sociais (Lampert, 2001). Efetivamente, o professor deve estabelecer uma ordem de apresentação das resoluções dos alunos, colocar-lhes questões, incentivá-los a justificar as suas afirmações, ajudá-los a estabelecer conexões entre as resoluções apresentadas, fazer sínteses das ideias matemáticas revelantes associadas à resolução da tarefa e promover a reflexão dos alunos sobre as aprendizagens efetuadas (Ponte et al., 2003; Stein et al., 2008). Destaca-se como particularmente desafiante o estabelecimento de conexões entre as diferentes estratégias de resolução apresentadas pelos alunos, exigindo do professor criar ligações entre as diferentes representações usadas e a sistematização das ideias matemáticas associadas às resoluções apresentadas (Delgado, 2013; Delgado et al., 2017).

Trata-se de ser capaz de, tal como refere Lampert (2001), ‘extrair’ toda a matemática utilizada pelos alunos. A par de tudo isto, é importante promover a participação dos alunos de forma equilibrada, auxiliando alguns deles em particular e gerindo as intervenções dos que, espontaneamente, apresentam os seus contributos (Lampert, 2001). Esta dupla preocupação, de gestão da

participação e envolvimento dos alunos na discussão da tarefa e de tornar essa discussão relevante do ponto de vista das ideias matemáticas, é um dos desafios do ensino do RM destacado por Brodie (2010), designando-o por “ligando os alunos ao conteúdo de aprendizagem” (p. 168).

O momento da discussão coletiva é particularmente desafiante para os futuros professores, pela exigência e imprevistos que lhes são inerentes (Ponte et al., 2017; Santos et al., 2019). De facto, selecionar e sequenciar as estratégias dos alunos, tentar envolvê-los na discussão, mesmo aqueles que têm mais dificuldades, e explorar o que dizem, especialmente o que é matematicamente importante, não se afigura como algo fácil de concretizar pelos futuros professores (Santos et al., 2019).

Por ser durante esta fase que se intensificam a partilha de ideias, a procura de argumentos que validem, ou não, determinada conclusão ou a proposta de novas justificações e generalizações, ela é fundamental para o desenvolvimento do RM e compreensão matemática dos alunos (NCTM, 2017). É natural que o professor não consiga antever todo o tipo de questões que os alunos coloquem, nem tenha pensado em algumas conjecturas que os alunos possam fazer, principalmente quando se trata de tarefas abertas cuja resolução pode fazer emergir uma diversidade caminhos de resolução. Ponte et al. (2003) referem que um dos problemas com que o professor se pode deparar é a justificação destas conjecturas ‘inesperadas’, por vezes formuladas de forma pouco clara e que, para além de poderem exigir uma reformulação, precisam de ser testadas. Nestas situações, o professor terá, também, de raciocinar matematicamente, podendo tomar a decisão de discutir estas conjecturas de imediato ou numa aula posterior (Ponte et al., 2003). Lidar com estes desafios exige um conhecimento matemático forte sobre raciocinar e provar, situação que habitualmente não se verifica nos professores iniciantes e, até mesmo, nos professores mais experientes (Stylianides et al., 2013).

Finalmente, um outro desafio associado ao ensino exploratório com que os futuros professores se deparam, que sobressai tanto nos momentos de realização autónoma das tarefas como nos de discussão coletiva, relaciona-se com a gestão do tempo (Santos et al., 2019). É necessário decidir o tempo a conceder aos alunos para a exploração autónoma da tarefa e em que momento da aula se deve iniciar a discussão, decisão que depende do eventual cansaço dos alunos e da avaliação do progresso da realização da tarefa (Ponte et al., 2003). Também no momento de discussão coletiva há a necessidade de continuar a gerir o tempo de apresentação do trabalho dos alunos e a

monitorizar a discussão tendo em conta o final do período da aula (Lampert, 2001).

## METODOLOGIA

Neste artigo analisamos dados recolhidos no âmbito de uma experiência de formação com quatro futuras professoras do 1.º ciclo (6-10 anos) que integravam uma turma de 25 estudantes de Didática da Matemática, uma UC anual do 2.º ano do mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico. A experiência de formação decorreu ao longo de 13 sessões de 90 minutos cada uma e teve três componentes distintas.

Numa primeira fase, com a duração de sete aulas, as estudantes exploraram tarefas e textos que potencialmente promovem o RM dos alunos do 1.º ciclo e que foram concebidas ou adaptadas pela equipa do projeto REASON. Os materiais usados tinham sido objeto de análise e aperfeiçoamento após a realização de um primeiro ciclo da experiência de formação realizado no ano letivo anterior (2019-2020) com uma outra turma de 2.º ano do mesmo mestrado. Mais concretamente, foram usadas tarefas de formação que incluíam o enunciado de uma tarefa destinada a alunos do 1.º ciclo e a formulação de questões relacionadas com a análise de respostas concretas de alunos e de possíveis ações do professor, como se exemplifica na tarefa “Comparar perímetros<sup>2</sup>” (Apêndice A) que constitui a última e sexta tarefa de formação (TF6). Na segunda fase, com a duração de quatro aulas, o foco foi a planificação de uma intervenção durante uma aula realizada no contexto do estágio no 3.º ou 4.º ano de escolaridade, em que as futuras professoras usariam uma tarefa com potencialidades para promover o RM das crianças. Nesse âmbito, podiam selecionar ou adaptar uma das tarefas exploradas na UC ou uma outra que considerassem mais adequada. Na terceira fase, com a duração de duas aulas, foi feita uma partilha e reflexão sobre o modo como decorreu a aula com as crianças.

Esta investigação segue uma metodologia interpretativa (Erickson, 1986) uma vez que se foca nos significados atribuídos pelos participantes do estudo às situações vividas, explicitados quer oralmente quer por escrito. Os participantes são um grupo de quatro estudantes constituído por dois pares de estágio: Júlia e Rute estagiando numa turma de 4.º ano e Carla e Maria, estagiando também numa outra turma do mesmo ano. A escolha deste grupo

---

<sup>2</sup> Adaptada de Battista, M. (2017).

resultou da aplicação combinada de dois critérios: 1) ser constituído por dois pares que não tinham como supervisor<sup>3</sup> de estágio alguma das investigadoras; e 2) integrar estudantes que habitualmente intervêm bastante nas aulas. O critério 1 justifica-se pelo objetivo de garantir que os dados refletem as condições da experiência de formação não sendo contaminados por outras intervenções de formação no âmbito da planificação das aulas. O critério 2 prende-se com a intenção de assegurar a obtenção de dados em vários contextos pelo que a previsão de ter intervenções espontâneas das futuras professoras no contexto de aula era importante.

As técnicas de recolha de dados foram a observação participante das aulas da UC de Didática da Matemática do 1.º Ciclo, a entrevista e a recolha documental de diferentes produções das estudantes (resolução da tarefa, planificação da tarefa e reflexão sobre a sua realização em sala de aula).

Neste artigo analisamos os dados<sup>4</sup> da experiência de formação relativos à planificação e realização da tarefa “Comparar Perímetros” em duas salas do 4.º ano, no contexto de estágio, e que incidiram na:

- transcrição das quatro aulas da segunda fase da experiência de formação;
- transcrição de duas entrevistas, uma por cada par de estágio, realizadas no final da experiência de formação (guião – Apêndice B);
- reflexão escrita com uma componente em par de estágio e outra individual, incluindo: discussão sobre a adequação da tarefa atendendo aos objetivos de aprendizagem definidos e à turma em causa (em par); discussão sobre as opções tomadas que podem ter contribuído para os resultados alcançados (em par); reflexão sobre o contributo da aula para a aprendizagem dos alunos no(s) tópico(s) de ensino abrangidos nesta aula (individual); reflexão sobre a experiência na lecionação ou observação desta aula (individual).

---

<sup>3</sup> O supervisor de estágio apoia a realização das planificações das estagiárias.

<sup>4</sup> O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido foi assinado pelos participantes no estudo. A investigação seguiu as orientações da Carta de Ética para a Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (<http://www.ie.ulisboa.pt/download/carta-etica-e-regulamento-da-comissao-de-etica>), instituição proponente do projeto de investigação em que se insere este estudo. A Comissão de Ética da instituição referida considerou que são integralmente tidos em conta os princípios éticos bem como as orientações éticas para a investigação.

Partimos do modelo analítico usado por Stylianides et al. (2013) considerando os quatro grupos de desafios aí identificados: i) relacionados com o contexto de sala de aula do professor cooperante; ii) sobre a planificação da tarefa; iii) sobre a exploração da tarefa; iv) sobre o conhecimento dos futuros professores; e v) outros, como a avaliação das aprendizagens ou a gestão do tempo.

Numa primeira fase de análise de dados foram identificados e caracterizados os desafios relativos a cada uma das categorias anteriores, por instrumento de recolha de dados. Esta primeira análise foi debatida pelas três autoras do artigo, visando a sua validação e refinamento. Por um lado, verificámos que os “desafios relacionados com o contexto” e “outros desafios” tinham uma expressão muito reduzida, uma vez que todo o foco do estudo se situou na planificação e na gestão de uma aula. Deste modo, optou-se por considerar uma única categoria global, designada por “outros”. Por outro lado, clarificámos que uma afirmação era considerada um desafio para as estudantes sempre que explicitamente fosse indicado um receio, uma dificuldade, uma dúvida, uma ambivalência ou hesitação para a experiência que tinha vivido.

Finalmente, a contabilização numérica de cada desafio foi feita tendo em conta o modo como são caracterizados em cada episódio. Por exemplo, durante a entrevista final, Maria e Carla identificam o desafio relacionado com o entendimento dos objetivos da tarefa, que foi contabilizado como duas ocorrências. Numa primeira parte, a primeira ocorrência, o seu diálogo incide no desafio ligado ao facto de terem identificado demasiados objetivos para a tarefa:

*M: (...) O problema é que para estipular objetivos, nesta tarefa, foi um bocadinho difícil.*

*C: Porque estávamos a escrever muitos objetivos. O problema é que nós começámos a fazer demasiados objetivos. (Maria e Carla, Entrevista)*

Numa segunda parte, contabilizada como uma segunda ocorrência, Maria vai mais além, acrescentando ao desafio geral identificado uma maior especificação, indicando que tinham objetivos gerais e específicos e que foi necessário fazer uma seleção, tarefa que considera não ser fácil.

*M: Sim, acabámos com poucos porque nós tínhamos aquela... nós sabíamos o que é que íamos trabalhar e colocámos logo esses só que depois chegámos a ter muitos... tínhamos uns que eram muito gerais e outros muito, muito específicos (...) nós*

*depois começamos a fazer a seleção do que é que faz mais sentido, mas foi complicado.* (Maria, Entrevista)

A contabilização da frequência de cada desafio foi considerada um aspeto sensível da análise de dados que, por isso, foi objeto de sucessivos ajustes e refinamentos. De qualquer forma, salientamos que neste artigo essa quantificação é, sobretudo, considerada para avaliar o peso relativo dos desafios associados ao RM.

Numa segunda fase de análise dos dados, os desafios identificados foram etiquetados, usando uma breve descrição do que os caracterizava, como por exemplo: desafio - conseguir conduzir os alunos à justificação de uma conjectura; desafio – saber até que ponto explicar; ou desafio - conseguir que a criança exemplifique.

Finalmente, a descrição da análise dos dados incidiu nas categorias relativas ao RM identificadas nesta etiquetagem e na sua ilustração empírica.

## **DESAFIOS NA PLANIFICAÇÃO E EXPLORAÇÃO DE TAREFAS**

### **Desafios relacionados com a planificação**

A planificação da aula em que iria ser explorada a tarefa “Comparar perímetros” envolveu momentos de trabalho autónomo de cada par de estudantes e momentos de trabalho na aula em grupo de quatro. A tarefa escolhida pelas estudantes já tinha sido explorada na aula de Didática da Matemática, ou seja, resolvida e analisada do ponto de vista do RM.

As estudantes dispuseram de três aulas de 90 minutos para planificar uma sua intervenção que consistia na exploração da tarefa com alunos do 4.º ano. Nestas três aulas as quatro estudantes trabalharam numa sala paralela em que estavam presentes duas das autoras deste artigo e que esporadicamente era visitada pela outra autora. Entre cada aula realizavam trabalho autónomo, procurando avançar com a sua planificação. Numa quarta aula, realizada depois da exploração da tarefa nas turmas de 4.º ano, as estudantes participaram, juntamente com todas as restantes estudantes de Didática da Matemática, numa aula de reflexão global sobre a experiência de intervenção na prática de cada par.

Os dados relativos às planificações escritas, realizadas por cada par e às reflexões individuais, não se constituíram como fonte de dados para este

ponto. De facto, verificou-se que pela natureza das planificações escritas, elas não informam sobre os desafios, tal como entendidos neste texto. Quanto à reflexão escrita, uma vez que o seu foco era a fase de exploração da tarefa com os alunos, não tem informações relativas à planificação da tarefa.

### **Desafios relacionados com a resolução da tarefa**

A análise de dados revelou que é durante a aula, quando exploram a tarefa em grupo e organizam a planificação, que as estudantes identificam explicitamente mais desafios. No entanto, nas entrevistas, as estudantes referem igualmente vários desafios, sobretudo os que dizem respeito às suas dificuldades na resolução da tarefa.

**Tabela 1**

*Desafios associados à resolução da tarefa e à previsão de resoluções dos alunos*

<b>Momento</b>	Desafios associados à sua resolução da tarefa		Desafios associados à previsão de resoluções dos alunos	
	Raciocínio	Total	Raciocínio	Total
<b>N.º de referências explícitas (aula)</b>	8	19	1	13
<b>N.º de referências explícitas (entrevistas)</b>	1	13	2	4

Como se pode observar na tabela 1, a proporção de desafios que incidem no RM é tendencialmente pequena: 1 em 13; 2 em 4; 1 em 13. No entanto, no caso dos desafios associados à resolução da tarefa identificados durante a aula, a proporção aumenta para 42% (8 em 19).

As estudantes já tinham anteriormente resolvido a tarefa, mas durante a planificação recordam com facilidade as dificuldades que tiveram. Uma diz respeito às dúvidas relativas ao PRM usado em determinada parte da resolução da tarefa e que queriam explicitar na sua planificação. Carla, referindo-se a um aspeto que já tinha sido discutido nas aulas anteriores, interrogava-se se dizer “figuras isoperimétricas” não estaria associado ao PRM de “classificar”. Esta

dúvida foi prontamente esclarecida por Júlia que procura distinguir o entendimento comum de classificar do de classificar enquanto PRM:

*C: Porque nós estamos a confundir o "classificar" que nós usamos em linguagem corrente, no dia-a-dia, e o "classificar" do raciocínio matemático, porque "classificar" quer dizer organizar por ordens, não é assim, professora?*

O entendimento do que é uma conjectura também não é claro para algumas estudantes. Como se ilustra no episódio seguinte, inicialmente Júlia não percebe que é na pergunta 3 do enunciado da tarefa que está formulada uma conjectura (“A Maria diz que há muitas figuras com 6 lados que têm o mesmo perímetro de B. Concordas? Explica porquê”) e que o que se pede às crianças é a sua justificação e não a formulação de uma conjectura.

*J: Eu acho que só falta o "conjeturar". Porque a Maria diz que há muitas figuras com seis lados que têm o mesmo perímetro. Ela está a fazer uma conjectura certo? Na questão e depois estão-nos a pedir se concordamos, se as crianças concordam ou não.*

*M: Nós não estamos a pedir para elas fazerem conjecturas.*

*J: Sim, mas eles podem talvez partir de uma conjectura para explicar, não?*

*M: Mas a conjectura foi a Maria que fez.*

*C: Pois, é isso. Eles têm é de dar exemplos...*

*M: Para dar ou não razão à Maria.*

*J: Então eles não podem fazer como aquela que eu fiz há bocado de "existem várias figuras com o mesmo número de lados e o mesmo perímetro"?*

Maria clarifica que não é pedido aos alunos para formular uma conjectura e Carla parece ficar esclarecida pois considera que ela pode gerar justificações (“partir de uma conjectura para explicar”). No entanto, na sua última intervenção (“Então eles não podem fazer como aquela que eu fiz há bocado de "existem várias figuras com o mesmo número de lados e o mesmo perímetro"?”) parece voltar à sua confusão inicial.

A identificação dos PRM que as crianças poderiam usar revela também dúvidas das estudantes:

*C: Justificação, exemplificação e acho que pus generalizar. Já não me lembro.*

*PC: Portanto, justificação, exemplificação...*

*C: O generalizar não sei se é tão certo.*

*PC: E generalização.*

*C: Não sei se acaba por ser uma coisa... acho que sim.*

Um outro desafio está associado à explicitação do que pode ser uma generalização, que surgiu a partir da pergunta que uma de nós formula “Qual é generalização a que vocês gostariam que as crianças chegassem?” e a que Júlia responde “figuras isoperimétricas”. Esta resposta leva Carla a sugerir como generalização “talvez a parte de os lados terem de ficar... para que exista muitas figuras diferentes, dois lados têm que ficar... não se podem mexer. E depois só os outros é que variam”, revelando que também esta estudante não é capaz de formular a generalização a que gostariam que os alunos chegassem. Em seguida, Júlia, ao propor como generalização “Várias, infinitas. Quer dizer, não sei se são infinitas, mas há várias” evidencia que começa a perceber o que poderá constituir uma generalização, mas que não sabe ao certo qual a que se poderá se chegar ao explorar a tarefa. Note-se que a dúvida de Júlia se situa ao nível dos seus conhecimentos (“não sei se são infinitas”) e não ao nível do que é exigível que os alunos indiquem como generalização.

Finalmente identificam-se vários desafios associados ao entendimento do PRM justificar, explicitamente considerado como o PRM mais difícil. As estudantes referem dificuldades associada à justificação – “mas não conseguimos dar um porquê e naquela situação nenhuma de nós estava a conseguir chegar ao porquê”; e dúvidas sobre a distinção entre explicar e justificar – “Explicar pode ser: eu pensei assim e depois o porque que vem a seguir é que é a justificação”.

Na entrevista do par formado por Maria e Carla, Maria explicita o único desafio que nela é referido relativamente ao RM (“Eu acho que foi essa a nossa única dificuldade que nós tivemos ali a pensar e pensar várias formas, mas não tínhamos uma justificação”) e que se pode considerar como expressando, mais uma vez, a dificuldade que referiram relativamente ao PRM de justificação.

Durante a planificação, ao procurar prever dificuldades dos alunos ao resolver a tarefa, as estudantes retomam a sua maior dificuldade – justificar - e hesitam ao precisar dificuldades dos alunos interrogando-se se explicam ou justificam:

*C: "Dificuldade em justificar...", não é...*

*PC: O que é que diz a questão?*

*J: "Concordas? Explica porquê."*

*PC: É em explicar, não é?*

*C: ... explicar. " Em explicar..." Mas justificar também dava, não? Justificar a opinião, não...*

*PC: Explicar pode não ser o mesmo que justificar.*

*C: Pois...*

*J: Explicar pode ser: eu pensei assim e depois o porque que vem a seguir é que é a justificação.*

*C: Então podem ser os dois! Explicar, não.*

*J: (...) Mas depois diz "Explica porquê".*

*PC: Pronto, então se diz "Explica porquê", é explicar e justificar.*

*C: Explicar e justificar, exato, podem ser os dois. "Explicar e justificar (...) os seus raciocínios".*

Nas entrevistas é o grupo de Júlia e Rute que explicita dois desafios focados no RM, relacionados com a previsão das resoluções dos alunos. Júlia considera que genericamente faltou um foco nos PRM quando preparavam a aula e até porque “nós também já sabíamos à partida que as crianças podiam não estar muito à vontade com o mobilizar dos processos de raciocínio matemático ... se calhar não tinham tanto à vontade em generalizar ou fazer conjecturas ...”. Embora com expectativas baixas sobre a facilidade dos alunos em raciocinar matematicamente, reconhecem que não conseguiram, na sua planificação, focar o RM como seria necessário para os alunos, pouco habituados a trabalhar este aspeto.

### **Desafios relacionados com a fundamentação da escolha da tarefa e os seus objetivos**

Embora tivesse sido explicitamente solicitada a planificação e a exploração (com os alunos da turma em que realizavam estágio) de uma tarefa que potencialmente incidisse no desenvolvimento do RM, este aspeto não é

destacado na fundamentação da sua escolha nem na definição dos objetivos de aprendizagem.

## Tabela 2

*Desafios associados à fundamentação da escolha da tarefa e à definição de objetivos de aprendizagem*

<b>Momento</b>	Desafios associados à fundamentação da escolha da tarefa		Desafios associados à definição de objetivos de aprendizagem	
	RM	Total	RM	Total
<b>Planificação na aula (grupo de 4)</b>	2	7	3	16

Dos sete desafios explicitados pelas estudantes, os dois que dizem respeito ao RM são formulados, sobretudo, em termos de dúvida recorrendo aos termos “talvez” ou “eu acredito”.

*C: Talvez a parte em que este tipo de tarefa proporcione o raciocínio e a argumentação matemática e...*

*J: Comunicação...*

*C: Comunicação matemática e isso se calhar também pode ser um dos tópicos a trabalhar, não é?*

*C: Não podemos esquecer que isto tem muito a ver com o raciocínio, não é? Que o principal objetivo é desenvolver o raciocínio matemático. Por isso, eu acredito que isto também seja.*

Nas entrevistas, a referência à fundamentação da escolha da tarefa não é formulada em termos de desafio. As estudantes descrevem o que originou essa escolha, já sem referir as dúvidas ou hesitações que tiveram.

A referência ao RM, associada a Júlia e Rute, corresponde à intervenção “E também os processos de raciocínio matemático, claro”. Embora a palavra “claro” possa ser interpretada como indicando ser óbvia a escolha da tarefa pelas suas potencialidades em termos de RM, parece ser uma intencionalidade que não ‘salta à vista’ pois só é referida após uma lista que inclui fundamentações relativas à seleção da tarefa de acordo com i) a matéria

e o tópico, ii) a familiaridade com a tarefa, iii) com as dificuldades dos alunos, iv) a natureza da tarefa e competências que desenvolve, v) o tipo de trabalho que proporciona (trabalho em grupo e discussão) e vi) adequar-se à metodologia de ensino exploratório.

Carla e Maria não referem potencialidades em termos de RM, identificando-se alguma hesitação em as considerar:

*PC: De que modo é que vocês veem que o vosso conhecimento sobre o que é o raciocínio matemático e os processos de raciocínio influenciou a escolha desta tarefa?*

*C: Talvez... não sei. Talvez, a parte da exemplificação, exemplificar. É o saber exemplificar.*

A formulação de objetivos de aprendizagem durante a aula gera muitas dilemas às estudantes. Os que incluem referências ao RM integram-se todos numa das categorias consideradas, que diz respeito ao nível de generalidade dos objetivos de aprendizagem e que está associada ao seu entendimento. As estudantes começam por se interrogar se podem formular objetivos associados a ideias gerais como “aprofundamento do conceito de perímetro” ou “qualquer coisa como resolução de problemas”. Ao perceber que importa concretizar a aprendizagem em que intencionalmente aquela tarefa incide, hesitam, avançando com objetivos mais específicos, mas de que duvidam que possam estar incluídos na tarefa. Nos dois episódios seguintes ilustra-se este dilema de generalidade versus especificidade dos objetivos de aprendizagem, o único em que se identificaram aspetos relativos ao RM:

*C: Então nesta aqui dos processos de raciocínio nós mantemos só assim ou também fazemos referência à capacidade de recorrer ao raciocínio matemático? Ou está tudo implícito?*

*C: E também nos tinha ficado a faltar... processos.*

*PJ: E quais é que vocês acham que são?*

*C: Então, o justificar e exemplificar, sim.*

*R: O justificar, talvez...*

*(...)*

*C: Generalizar, talvez...*

*J: Porque eles podem generalizar; como, por exemplo, pode haver mais figuras com seis lados e o mesmo perímetro.*

*PJ: E isso é uma generalização?*

*C: Pois, acho que é uma conjectura. Não?*

Nas entrevistas as estudantes têm bem presentes os desafios com que se depararam para formular os objetivos de aprendizagem. As intervenções de Maria e Júlia ilustram esta consciência relativa ao dilema generalidade versus especificidade.

*M: Sim, acabámos com poucos porque nós tínhamos aquela... nós sabíamos o que é que íamos trabalhar e colocámos logo esses, só que depois chegámos a ter muitos... tínhamos uns que eram muito gerais e outros muito, muito específicos e a professora Joana disse logo “não” e foi por aí que nós depois começámos a fazer a seleção do que é que faz mais sentido, mas foi complicado.*

*J: A dificuldade também foi definir objetivos específicos e não às vezes tão gerais, exatamente, às vezes não tão gerais porque nós íamos muito pelo geral do objetivo e não nos focávamos em objetivos específicos.*

Nesta fase nenhuma das referências especifica o RM o que pode ser interpretado como indicando que os desafios relativos à definição de objetivos de aprendizagem são transversais a todos os tópicos, não se revestindo de características particulares associadas ao RM.

### **Desafios relacionados com a antecipação das ações do professor**

Tanto durante a planificação da aula como nas entrevistas antecipar as ações do professor parece ser um aspeto que as estudantes tendem a não sentir como constituindo um desafio. Globalmente, a antecipação das ações do professor apenas é explicitada a partir de questões que as professoras colocam sem serem evidenciados desafios, como se ilustra no episódio seguinte, em que uma das professoras procura que explicitem se o que tinham referido anteriormente diz ou não respeito a possíveis ações do professor.

*PC: E quem faz isso? É o professor?*

*C: O professor pode desafiar um aluno a fazer.*

*J: Exato. Confrontar diferentes perspetivas acerca do que é a área e o perímetro.*

*C: Estes aspetos para ultrapassar já pode ser feito na discussão coletiva. Eu lembro-me que na última aula fiz uma tarefa destas e chamei um aluno ao quadro para me explicar os seus raciocínios e aí confrontavam as várias hipóteses e aí o papel do professor é validar e organizar.*

Júlia, concordando com Carla de que pode ser o professor a desafiar o aluno, descreve qual pode ser a sua ação, que parece ocorrer-lhe por já a ter usado anteriormente.

Como Rute refere “Pois, nós não fizemos isso, fizemos no geral e não atendendo às dificuldades de cada um”, identifica-se uma clara tendência para antecipar ações muito gerais, não especificando questões específicas ou materiais que poderiam auxiliar a esclarecer possíveis dúvidas dos alunos.

### **Desafios relacionados com a exploração da tarefa na sala de aula**

As fontes de recolha de dados analisadas nesta secção são: (i) a quarta aula de Didática de Matemática, realizada depois de todos os estudantes terem explorado na sua sala de estágio uma tarefa potencialmente focada no RM; (ii) as entrevistas finais a cada par de estudantes e (iii) as reflexões escritas.

Na análise da aula verificou-se que as intervenções das quatro estudantes incidem sobretudo na descrição do que ocorreu na aula de estágio, identificando-se apenas uma intervenção formulada em termos de desafio, não associado ao RM, em que em Júlia explicita a dúvida de não ter sido clara nas indicações que deu aos alunos para registarem por escrito todas as tentativas que faziam:

*J: Professora, posso só dizer uma coisa? Já foi falado aqui, mas eu acho que as minhas crianças também não registaram todas as tentativas que fizeram, por exemplo, o desenho das figuras ... alguns deixaram estar as figuras e outros não, mas eu acho que a culpa foi minha porque eu disse para registarem todos os pensamentos e cálculos que faziam, mas se calhar não ficou explícito o que era para fazer.*

A análise de dados revelou que é durante as entrevistas que as estudantes referem mais desafios, procurando explicar os contornos de que se revestiram. No entanto, também explicitam alguns desafios nas suas reflexões escritas (Tabela 3).

**Tabela 3**

*Desafios associados à apresentação da tarefa, à monitorização da realização autónoma da tarefa e com a orientação da discussão coletiva*

<b>Momento</b>	Desafios associados à apresentação da tarefa		Desafios associados à monitorização da realização autónoma da tarefa		Desafios relacionados com a orientação da discussão coletiva	
	RM	Total	RM	Total	RM	Total
<b>N.º de referências explícitas (entrevistas)</b>	0	5	12	33	5	11
<b>N.º de referências explícitas (reflexões escritas)</b>	0	0	0	4	1	6

Na aula de Didática da Matemática focada na apresentação e análise da experiência de exploração de tarefas potencialmente promotoras do RM não se identificou nenhuma formulação explícita de desafios, pelo que na tabela anterior não é considerado este momento de trabalho com as estudantes.

*Desafios associados à apresentação da tarefa*

Tal como acontece com as reflexões escritas, na entrevista não se identificam desafios focados no RM. Os desafios que as estudantes explicitam nas entrevistas incidem na dificuldade em perceber até onde devem explicar aos alunos o que fazer durante a exploração da tarefa e em conseguir encontrar formas diferentes de os apoiar.

*R: Então a Júlia fez uma sistematização. Basicamente a Júlia disse “ok, aqui na pergunta um é para fazer ‘assim, assim, assim’, na pergunta dois é para fazer ‘assim, assim, assim’, portanto agora vocês já podem começar e vão tentar fazer sozinhos”, só que eles tinham imensas dúvidas e a Júlia estava*

*a dar em maluca porque não estava a conseguir... queria chegar a todos e depois ela ia a um grupo e eles estavam cheios de dificuldade, depois ia a outro e já tinha outros grupos a chamar; depois o grupo que ela já tinha ajudado já estava a precisar de ajuda outra vez. Todos queriam chamar a professora, todos estavam com dificuldades.*

A transcrição anterior ilustra a ambivalência vivida por Júlia ao lançar a tarefa. Inicialmente Júlia apresenta a tarefa, tal como previsto na sua planificação (sem explicar o que é para fazer). No entanto, como surgiram muitas dúvidas, opta por explicitar pergunta a pergunta o que devem fazer, esperando que assim as crianças consigam avançar. No entanto, a fase de introdução da tarefa parece globalmente não incluir desafios marcantes, uma vez que em nenhuma das reflexões escritas faz referência a esta fase da aula.

#### *Desafios associados à monitorização da realização autónoma da tarefa*

Nos doze desafios associados ao RM destacam-se, em quatro deles, a dificuldade em conseguir apoiar os alunos na justificação dos seus raciocínios. Consideram que tinham pensado em apoios gerais “nós devíamos ter pensado em questões mais específicas” o que lhes terá dificultado a sua ação no apoio concreto. Um dos aspetos referidos diz respeito ao apoio à justificação da conjectura que estava no enunciado da tarefa.

A transcrição seguinte ilustra como Júlia reconhece que as questões gerais que colocaram não apoiaram os alunos a avançar com justificações que pudessem rejeitar ou aceitar a conjectura de Maria:

*J: Eu acho que nós começámos por perguntar às crianças na altura que foi “então concordam ou não concordam com a Maria?”, não sei bem como é que a menina se chamava, mas... e eles aí disseram que sim ou que não. A maior parte disse que “sim”, claro. E depois porquê “então porque é que concordam?” e eu acho que algumas respostas... porque houve também discrepâncias. Houve também crianças que disseram “porque eu fiz e construí figuras e portanto” (...) nós podíamos perguntar “então e é só por causa disso?”, “o que é que falta mais? Lê lá melhor a questão.”.*

O desafio de conseguir ajudar os alunos a exemplificar para apoiar a generalização é referido por Rute. Esta considera que a falta de tempo para explorar mais a tarefa e não terem previsto como o poderiam fazer, justificou a dificuldade que sentiram.

Os desafios relativos ao apoio ao RM em geral são referidos identificando vários pontos de vista. Rute considera que “Nós também não soubemos identificar bem, pelo menos, não revelámos isso” pelo que necessariamente tiveram dificuldades em apoiar os alunos. Júlia concorda com Rute “os processos foram explorados, mas acho que faltou trabalho nesse sentido” e acrescenta que as suas expectativas eram de “que as crianças conseguissem melhor justificar os seus raciocínios e mobilizar melhor os processos de raciocínio matemático” o que tornou mais difícil conseguir apoiar os alunos. Mais uma vez, a preparação demasiado generalista, é avançada como justificando, igualmente, as dificuldades sentidas para apoiar os PRM dos alunos.

Maria interroga-se sobre a ajuda que identificar os PRM pode dar para apoiar os alunos na exploração de uma tarefa que incida no RM: “identificar os processos não sei até que ponto nos ajudou. Se calhar até ajudou, nós é que não temos a noção, mas quando nós estávamos a identificar eu não sei até que ponto nos ajudou na parte depois de dinamizar a tarefa com a turma”. Esta sua intervenção pode ser interpretada como uma nota em que Maria pretende salientar que as dificuldades que sentiu ao apoiar os alunos foram complexas, duvidando mesmo que uma simples identificação prévia dos PRM pudesse efetivamente ajudar a ultrapassar as dificuldades sentidas na aula.

Finalmente, salientamos a nota de Maria ligada ao desafio inerente às tarefas que incidem no RM e que a levou a perceber que este tipo de tarefa exigia uma resolução prévia cuidadosa: “acho que a partir daí nós resolvíamos sempre tudo, tudo o que era problemas de raciocínio”.

### *Desafios associados à orientação da discussão coletiva*

Nas entrevistas a proporção de desafios que incidem no RM é de 5 em 11 (45%), sendo a mais elevada de todas as consideradas nas tabelas 2 e 3. Este dado pode ser interpretado como indicando que na discussão e síntese finais as estudantes consideram ser necessário focar o RM e que isso lhes coloca dúvidas, hesitações ou ambivalências que prontamente referem.

Um dos desafios que identificam prende-se com a introdução de aspetos relativos ao RM na sistematização da aula, que é ilustrado por uma intervenção de Rute: “Na síntese final faltou integrar os processos de raciocínio matemático (...) não é que eu ache que não falámos neles, eu acho é que não explicitámos de acordo com... (serem) integrados, digamos assim”.

Articulado com este aspeto várias intervenções das estudantes identificam o desafio de melhor explorar o RM, quer por terem tido elas próprias dificuldades em os explorar (Rute), quer por não conseguirem avançar nesse sentido a partir do que as crianças diziam (Júlia).

*R: Eu acho que nós... eu por achar que nós não explicitámos bem, eu acho que nós depois quando foi altura de os alunos explorarem, nós também não... como é que eu hei de dizer? Nós também não soubemos identificar bem, pelo menos, não revelámos isso, é o que eu acho. Não sei. Jéssica, o que é que tu achas?*

*J: Sim, eu concordo em certa parte com aquilo que tu estás a dizer porque eu acho que depois no fim, na reflexão (...) aspetos que nós podíamos ter explorado melhor, mas por exemplo, também houve aqui tentativa de... eu perguntei assim às crianças “então vocês acham... quantas figuras é que acham que conseguimos fazer com os requisitos” e houve um menino que me disse “professora, há infinitas” e eu “ai é? então explica-me lá melhor a tua opinião.”, mas a criança ficou assim... porque foi quase... pareceu-me que foi muito intuitivo.*

Finalmente a justificação é também referida nesta fase da aula por Júlia que identifica a dificuldade de justificar assumindo todos os exemplos, acabando por fazer uma justificação incompleta, baseada em apenas um exemplo: “Ah, depois havia a dúvida porque na justificação nós justificávamos com os exemplos das figuras anteriores, mas eu acho que nós acabámos só por escolher um deles”.

É nesta fase final da aula que se identifica o único desafio que se pode considerar associado ao RM e que é referido nas reflexões escritas:

*Neste sentido, considero que a maior dificuldade neste processo foi criar uma discussão coletiva rica, considerando que nem todos os intervenientes transponham para palavras aquilo que haviam escrito nos seus enunciados e, até em conversas tidas em grupo.*

*(...) em muitos casos os alunos tinham chegado às respostas, mas não tinham uma justificação para tal. Um facto algo difícil de gerir uma vez que as respostas em alguns casos eram “não concordo porque não conseguimos fazer” ou “concordo, por que fizemos muitas”. (Júlia)*

Júlia refere a dificuldade de organizar uma verdadeira discussão coletiva, não baseada apenas na reprodução dos registos escritos que os grupos tinham realizado durante a fase de exploração da tarefa. Neste contexto, identifica a sua dificuldade em conseguir que os alunos proponham justificações dos seus raciocínios indo além de uma justificação baseada nos exemplos que conseguiram ou não propor.

### **Desafios relacionados com o contexto de estágio**

A indicação de desafios associados a aspetos relacionados com o contexto de estágio, embora existindo, é pouco expressiva. No entanto, todas as estudantes indicam que os alunos com quem trabalharam no estágio tinham dificuldade em pensar e justificar de modo adequado as suas afirmações. Estas observações das estudantes baseiam-se na apreciação veiculada pelo professor cooperante e, também, na sua observação durante o estágio.

Na descrição e análise da experiência de exploração da tarefa as estudantes também referem a autonomia relativamente ao professor cooperante que consideram ter-lhes dado liberdade para planificar e gerir a aula, do modo que considerassem mais adequado, aspeto que as estagiárias apreciam positivamente.

Os desafios relacionados com o contexto de sala de aula do professor cooperante revestem-se de uma dupla complexidade: por um lado, as crianças têm dificuldades ao nível dos hábitos de pensamento e, por outro, não contam com um apoio efetivo do professor cooperante, mais experiente, para propor ações de apoio às crianças. No entanto, esta dupla complexidade parece não ser sentida pelas estudantes que transmitem a ideia de apreciar a liberdade que lhes foi dada no estágio.

## CONCLUSÕES

Na tabela 4 indica-se a frequência dos desafios por momento (Aulas de planificação, Entrevistas ou Reflexões escritas) e por fases relativas à planificação e à exploração da tarefa com as crianças.

**Tabela 4**

*Frequência dos desafios associados à planificação e exploração da tarefa*

<b>Desafios</b>	<b>Aulas RM/Total</b>	<b>Entrevista RM/Total</b>	<b>Reflexão RM/Total</b>	<b>Aulas, Entrevistas e Reflexão RM/Total</b>
<b>Desafios associados à sua resolução da tarefa</b>	8/19	1/13		9/32 (28%)
<b>Desafios associados à previsão de resoluções dos alunos</b>	1/13	2/14		3/27 (11%)
<b>Desafios associados à fundamentação da escolha da tarefa</b>	2/7	0/0		2/7 (29%)
<b>Desafios associados à definição de objetivos de aprendizagem</b>	3/16	0/2		3/18 (17%)
<b>Desafios associados à antecipação da ação do professor</b>	0/0	0/0		0/0 (0%)
<b>Desafios associados à apresentação da tarefa</b>	0/0*	0/5	0/0	0/5 (0%)
<b>Desafios associados à monitorização da realização autónoma da tarefa</b>	0/0*	12/33	0/4	12/37 (32%)
<b>Desafios relacionados com a orientação da discussão coletiva</b>	0/0*	5/11	1/6	6/17 (35%)
<b>Desafios associados à forma de trabalho e hábitos de pensar dos alunos</b>	0/0	0/2	0/0	0/2 (0%)

\*Estes dados dizem respeito a uma aula em que todas as futuras professoras partilharam a experiência de exploração da tarefa no contexto de estágio e em que o tempo de intervenção das quatro participantes no estudo foi necessariamente reduzido.

A tabela anterior permite concluir que:

- os desafios associados ao RM só não estão presentes na fase de apresentação da tarefa, naturalmente mais focada na promoção da compreensão da tarefa;
- é na fase de monitorização da exploração da tarefa que se verifica um maior número de desafios associados ao RM em termos absolutos (12);
- a fase de discussão final é o momento em que a proporção de desafios associados ao RM é maior (35%), embora muito próxima da proporção relativa à fase de monitorização da exploração autónoma da tarefa (32%).

Autores como Ponte e Chapman (2006) e Ball et al. (2008) têm referido limitações no conhecimento matemático dos futuros professores, que tendem a ser mais notórias nos futuros professores que lecionam os primeiros anos (Stylianides et al., 2013). Os dados deste estudo confirmam as conclusões destes autores e sugerem a sua persistência. Mesmo, como acontece neste estudo, quando resolvem uma tarefa que já tinham explorado anteriormente, as estudantes assinalam 32 desafios, 9 dos quais relativos ao RM. Durante a planificação, o aspeto em que as estudantes identificam mais desafios é precisamente na resolução da tarefa que selecionaram para explorar com os alunos, referindo explicitamente dúvidas relativamente aos PRM usados. Destacam-se as dificuldades em entender em que consiste a formulação de uma conjectura que é confundida com uma afirmação constante do enunciado que devia ser justificada e em formular uma generalização que considerem adequada. No entanto, é interessante verificar que a justificação é o PRM que explicitamente consideram como mais difícil uma vez que hesitam em perceber se conseguiam ou não propor justificações adequadas. Identificam que tinham dificuldade em justificar, ao passo que conjecturar, generalizar ou classificar não, uma vez que ao resolver a tarefa não sentiam a sua “falta”, tal como acontecia com a justificação.

As potencialidades associadas ao RM poderem justificar a escolha da tarefa parece ser um aspeto que ainda não é claro para as estudantes, referindo-o sobretudo porque lhes foi pedido um trabalho académico que o foque. Também a identificação de objetivos de aprendizagem da tarefa ligados ao RM é considerada um desafio com contornos idênticos à definição de todos os objetivos de aprendizagem, marcado pela tendência inicial de formulações muito gerais. Assim, a dificuldade na ligação que Morris et al. (2009) referem entre o que se propõe aos alunos e os objetivos que se pretendem atingir manifesta-se igualmente nos aspetos associados ao RM.

Relativamente à exploração da tarefa, é na fase de apoio à sua realização autónoma que as estudantes referem mais desafios associados ao RM. Destacam a dificuldade em apoiar os alunos na justificação, explicitando que as respostas que obtinham para as questões que colocavam não lhes permitiam avançar na formulação de uma justificação.

Na fase da discussão da tarefa as estudantes explicitam o desafio de integrar aspetos relacionados com o RM e, em particular, com a justificação, identificando a dificuldade em organizar uma discussão rica em que a participação dos alunos fosse além da simples enunciação da sua resolução.

Globalmente, o modo como as estudantes explicitam os desafios (associados ou não ao RM) parece relacionar-se com a sua dificuldade em organizar um ensino que Chizhik e Chizhik (2018) identificam como pouco adaptativo e que tende a ser usado pelos futuros professores. A frequência de 33 nos desafios associados à monitorização da realização autónoma da tarefa destaca-se, sugerindo precisamente o que estes autores indicam e que as estudantes participantes neste estudo verbalizaram, reconhecendo as suas dificuldades de concretizar caminhos que efetivamente apoiem os alunos.

As conclusões deste estudo sugerem várias recomendações para a formação inicial de professores, nomeadamente incluir nos seus programas: i) a análise de tarefas matemáticas dando especial atenção à identificação clara dos seus objetivos de aprendizagem (Morris et al., 2009); ii) a planificação de tarefas que potenciem o desenvolvimento do RM dos alunos (Livy & Downton, 2018); iii) a análise das ações do professor em sala de aula que contribuem para fazer emergir o RM (Mendes et al., 2021). Neste sentido, é igualmente importante que a formação inicial contribua para que os futuros professores sejam capazes de lidar com culturas de sala de aula que são tipicamente desfavoráveis ao envolvimento do aluno em atividades matemáticas que promovem o RM (Stylianides et al., 2013).

## **AGRADECIMENTOS**

A investigação foi apoiada pela FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, Portugal, através do Projeto REASON – *Mathematical Reasoning and Teacher Training* (PTDC/CED-EDG/28022/2017).

## DECLARAÇÕES DE CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

Os três autores participaram ativamente no desenvolvimento da teoria e metodologia do estudo, bem como na discussão dos resultados e conclusões.

## DECLARAÇÃO DE COMPARTILHAMENTO DOS DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pelo autor correspondente (FM) mediante solicitação razoável.

## REFERÊNCIAS

- Adeeb, M. J. (2020). The Challenges Faced by Pre-Service Mathematics Teachers during their Teaching Practice in the UAE: Implications for Teacher Education Programs. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research* 19(7), 23-34. <https://doi.org/10.26803/ijlter.19.7.2>
- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 33–52. <https://doi.org/10.1007/s10857-006-9005-9>
- Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Battista, M. (2017). Mathematical reasoning and sense making. Em M. Battista, J. M. Baek, K. Cramer, & M. Blanton (Eds.), *Reasoning and sense making in the mathematics classroom. Grades 3-5* (pp. 1-22). NCTM.
- Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., & Ponte, J. P. (no prelo). Ações do professor e desenvolvimento do raciocínio matemático durante a discussão coletiva de uma tarefa. *Educación Matemática*.
- Brodie, K. (2010). Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms (K. Brodie, ed.). <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8>
- Chizhik, E. W. & Chizhik, A. W. (2018). Using activity theory to examine how teachers' lesson plans meet students' learning needs. *The*

*Teacher Educator* 53(1), 67–85. <https://doi.org/10.1080/08878730.2017.1296913>

Delgado, C. (2013). As Práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número: Um estudo no 1.º ciclo. (Tese de Doutorado).

Delgado, C., Oliveira, H. & Brocardo, J. (2017). Práticas do professor na discussão de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número: um estudo no Ensino Básico. *Bolema* 31(57), 323-343. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a16>

Desfitri, R. (2018). Pre-service teachers' challenges in presenting mathematical problems. *J. Physics: Conference Series*, 948 012035. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/948/1/012035>

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. Wittrockk (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3<sup>rd</sup> ed., pp. 119-161). MacMillan.

Herbert, S., Vale, C., Bragg, L. A., Loong, E., & Widjaja, W. (2015). A framework for primary teachers' perceptions of mathematical reasoning. *International Journal of Educational Research*, 74, 26–37. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2015.09.005>

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/S10649-017-9761-8>

König, J. Bremerich-Vos, A., Buchholtz, C., Fladung, I., & Glutsch, N. (2020). Pre-service teachers' generic and subject-specific lesson-planning skills: On learning adaptive teaching during initial teacher education, *European Journal of Teacher Education*, 43(2), 131-150. <https://doi.org/10.1080/02619768.2019.1679115>

Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. Yale University Press.

Lannin, J., Ellis, A., & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K-Grade 8*. NCTM.

Livy, S., & Downton, A. (2018). Exploring experiences for assisting primary pre-service teachers to extend their knowledge of student strategies and reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.004>

- Maher, C. A., Palius, M. F., Maher, J. A., Hmelo-Silver, C. E., & Sigley, R. (2014). Teachers can learn to attend to students' reasoning using videos as a tool. *Issues in Teacher Education*, 23(1), 31-47.
- Mallart, A., Font, V., & Diez, J. (2018). Case study on mathematics pre-service teachers' difficulties in problem posing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1465-1481. <https://doi.org/10.29333/ejmste/83682>
- Martins, G. O., Gomes, C. S., Brocardo, J. L., Pedroso, J. V., Acosta Carrillo, J. L., Ucha, L. M., Encarnação, M., Horta, M. J., Calçada, M. T., Nery, R. V., Rodrigues, S. V. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Ministério da Educação*. Homologado pelo Despacho n.º 6478/2017, de 26 de julho. [https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto\\_Autonomia\\_e\\_Flexibilidade/perfil\\_dos\\_alunos.pdf](https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf)
- Martins, M., Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2021). Os desafios da abordagem exploratória no ensino da Matemática: aprendizagens de duas futuras professoras através do estudo de aula. *Bolema*, 35(69), 343–364. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a16>.
- Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 169–186. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02>
- ME-DGE (2021). *Aprendizagens essenciais de Matemática*. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>
- Mendes, F., Delgado, C., Brocardo, J., & Ponte, J. P. (2021). Raciocínio matemático e ações do professor durante a discussão coletiva de uma tarefa. Em N. Branco, S. Colaço, L. Serrazina, R. Ferreira, R. Santos, & A. P. Canavarró (Eds), *Capacidades matemáticas transversais. Livros de atas do EIEM 2021*. (pp. 123-133). SPIEM.
- McNeal, B. & Simon, M. A. (2000). Mathematics culture clash: negotiating new classroom norms with prospective teachers. *The Journal of Mathematical Behavior* 18(4), 475-509. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(00\)00027-4](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(00)00027-4)
- Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice

teachers|Learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491–529. <https://doi.org/10.5951/JRESEMATHEDUC.40.5.0491>

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. APM.

NCTM (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em matemática*. APM.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Sense.

Ponte, J. P., Santos, L., Oliveira, H., & Henriques, A. (2017). Research on teaching practice in a Portuguese initial secondary mathematics teacher education program. *ZDM Mathematics Education*, 49, 291–303. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0847-7>

Ponte, J. P., Branco, N., & Quaresma, M. (2014). Exploratory activity in the mathematics classroom. In Y. Li, E. Silver, & S. Li. (Eds.), *Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices* (pp. 103-125). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-04993-9\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-04993-9_7)

Ponte, J. P. do Brocardo, J.; Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na sala de Aula*. Autêntica.

REASON (2020). *Princípios para elaboração de tarefas para promover o raciocínio matemático nos alunos* (versão draft).

Santos, l., Oliveira, H., Ponte, J. P., & Henriques, A. (2019). Pre-service teachers' experiences in selecting and proposing challenging tasks in secondary classrooms. In *Proceedings of CERME 11, 11th Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 3762-3769), University of Utrecht.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>

Stylianides, G.J., Stylianides, A.J., & Shilling-Traina, L.N. (2013). Prospective teachers' challenges in teaching reasoning-and-proving.

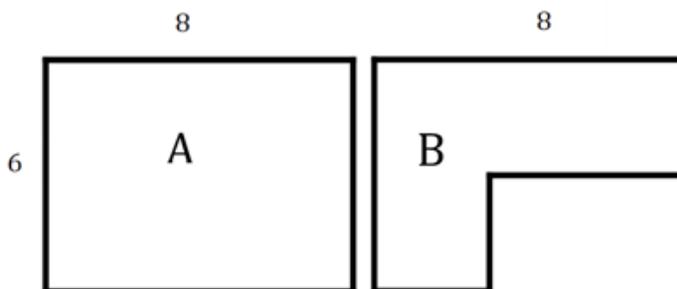
*International Journal of Science and Mathematics Educational*, 11, 1463–1490. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9409-9>

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 5-25. <https://doi.org/10.2307/749817>

UNESCO (2017). Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. *Education for Sustainable Development Goals: learning objectives*.

## APÊNDICE A

1. Compara os perímetros das figuras A e B. Qual das figuras terá maior perímetro? Ou será que têm o mesmo perímetro?



2. Desenha duas figuras com 6 lados e com o mesmo perímetro de B. (Podes usar papel quadriculado).

3. A Maria diz que há muitas figuras com 6 lados e que têm o mesmo perímetro de B. Concordas? Explica porquê.

# APÊNDICE B

## Guião de entrevista

- 1. Seleção da tarefa**  
Recordar os critérios que as levaram a escolher a tarefa; Depois deste trabalho alteraria os critérios? E a sua escolha? Porquê?
- 2. Resolução da tarefa**  
Quando exploraram autonomamente a tarefa: O que conseguiram fazer/perceber sem qualquer dificuldade? O que foi complicado perceber? Como ultrapassaram as (eventuais) dificuldades que tiveram? Como pensaram para propor resoluções que os alunos podiam apresentar? Tiveram em conta as vossas próprias dificuldades? Tiveram em conta o que já observaram nos alunos? Tiveram em conta textos teóricos sobre a aprendizagem do tema focado na tarefa? O que aprenderam?
- 3. Definição de objetivos**  
Dificuldades na definição dos objetivos; O que aprenderam?
- 4. Antecipar dificuldades dos alunos**  
Como conseguiram antecipar as eventuais dificuldades dos alunos? Tiveram em conta as vossas próprias dificuldades? Tiveram em conta o que já observaram nos alunos? Tiveram em conta textos teóricos sobre a aprendizagem do tema focado na tarefa? Que "tipo" de ações do professor previram para ultrapassar as dificuldades dos alunos? Envolveram guiar o aluno a partir de perguntas sucessivas? Envolveram recorrer a explicação de outro aluno? Envolveram propor a análise de uma resolução parcial da tarefa? Envolveram prever o uso de materiais concretos? O que aprenderam?
- 5. Apresentação da tarefa**  
O modo como pensou organizar a apresentação da tarefa teve em conta que aspetos (o que é hábito, o que pensa ser mais produtivo, o que conhece acerca dos alunos, ...)? Após esta experiência alteraria o modo de o fazer? Em que aspetos? O que aprenderam?
- 6. Trabalho autónomo**  
Durante o trabalho autónomo surgiram algumas das dificuldades dos alunos que tinha previsto? Surgiu alguma nova? Como avalia a sua previsão de ações para as ultrapassar? Operacionalizou-as? Sentiu que faltavam muitas alternativas? De que tipo? O que aprenderam?
- 7. Síntese final**  
Como a pensou organizar (apresentações de todos os grupos, seleção de alguns feita com que critérios, sequenciação das apresentações, ...). O que alteraria depois da experiência? Considera que articulou as diferentes apresentações entre si? Explicar como pensa tê-lo feito. Na síntese final conseguiu focar o raciocínio matemático, especificando os processos usados pelos alunos que apresentaram as suas resoluções? Organizou uma síntese final? Se sim, teve em conta as apresentações dos alunos e os objetivos relativos aos conteúdos matemáticos que tinha previsto na planificação? Preparou previamente algum suporte para apoiar a síntese final? Se não preparou, pensa que ele poderia ser útil? O que aprenderam?
- 8. Raciocínio matemático**  
Ao resolverem a tarefa associaram as vossas resoluções a processos de raciocínio? Quais? (e esse aspeto influenciou a antecipação dos processos de raciocínio usados pelos alunos?) De que modo é que o vosso conhecimento sobre o que é o raciocínio matemático e os processos de raciocínio influenciou a escolha da tarefa? Houve algum (alguns) processos usados/não usados pelos alunos que as tenham surpreendido? Quais? Porquê? Vários alunos conseguiram dar dois exemplos e generalizaram imediatamente sem justificar. O que fizeram e o que pensam que poderiam ter feito para apoiar os alunos a elaborar uma justificação matemática? Alguns alunos exemplificaram, mas não generalizaram. O que fizeram e o que pensam que poderiam ter feito para apoiar os alunos a generalizar? Globalmente, que ações consideram que foram (ou que poderão ser) fundamentais para apoiar o uso de processos de raciocínio dos alunos?