

# Abordagem contextualizada da Matemática na Engenharia sob a perspectiva das disfunções cognitivas

Gabriel Loureiro de Lima <sup>a</sup>

Barbara Lutaif Bianchini <sup>a</sup>

Eloiza Gomes <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da São Paulo, SP, Brasil

<sup>b</sup> Instituto Mauá de Tecnologia, São Caetano do Sul, SP, Brasil

*Recebido para publicação 30 abr. 2022. Aceito após revisão 16 set. 2022*  
*Editora designada: Marília Rios de Paula*

## RESUMO

**Contexto:** a pertinência de possibilitar aos estudantes iniciantes de cursos de Engenharia que, já nas disciplinas iniciais da área de Matemática, resolvam problemas diretamente relacionados às suas futuras atuações profissionais, implica na necessidade de elaborar tais problemas, implementá-los e analisar suas potencialidades em termos da construção e aplicação de conhecimentos matemáticos em diferentes contextos. **Objetivos:** neste artigo, analisamos, as disfunções cognitivas evidenciadas pelos estudantes durante o processo de resolução de um problema articulando as funções reais de uma variável real ao estudo da curva característica de um diodo semiconductor, conteúdo, vinculado à Eletrônica Analógica. **Design:** a investigação realizada, de natureza qualitativa, caracteriza-se como uma pesquisa de campo, do tipo exploratória-descritiva combinada. **Ambiente e participantes:** os sujeitos da pesquisa, sete estudantes do primeiro semestre de um curso de Engenharia, ofertado por uma instituição privada do Estado de São Paulo, com interesse em seguir a habilitação Controle e Automação, participaram voluntariamente do estudo. **Coleta e análise de dados:** foram realizados três encontros síncronos na modalidade remota e para a coleta de dados recorremos a gravações em áudio e vídeo das discussões realizadas e às produções escritas dos estudantes em tais momentos. Neste artigo, apresentamos as análises relativas ao primeiro encontro. **Resultados:** evidenciamos, entre outros aspectos, disfunções cognitivas que podem levar a entraves na transposição de conhecimentos matemáticos para contextos extra matemáticos. **Conclusões:** os resultados obtidos possibilitam, futuramente, o planejamento de mediações adequadas para que o professor possa auxiliar os estudantes a converter as disfunções identificadas em funções cognitivas suficientemente desenvolvidas.

---

Autor correspondente: e-mail: [gllima@pucsp.br](mailto:gllima@pucsp.br)

**Palavras-chave:** articulação da Matemática com a Engenharia; Teoria a Matemática no Contexto das Ciências; Fase cognitiva; Teoria da Modificabilidade Cognitiva Estrutural; disfunções cognitivas.

## **Contextualized approach to Mathematics in Engineering from the perspective of cognitive dysfunctions**

### **ABSTRACT**

**Context:** The relevance of enabling beginning students of Engineering courses to solve problems directly related to their future professional activities, already in the initial disciplines of Mathematics, implies the need to elaborate such problems, implement them and analyze their potential in terms of construction and application of mathematical knowledge in different contexts. **Objectives:** In this article, we analyze, the cognitive dysfunctions evidenced by the students during the process of solving a problem articulating the real functions of a real variable to the study of the characteristic curve of a semiconductor diode, content, linked to the Analogical Electronics. **Design:** The investigation carried out, of qualitative nature, is characterized as field research, of exploratory-descriptive combined type. **Environment and participants:** the research subjects, seven students of the first semester of an Engineering course, offered by a private institution in the State of São Paulo, with interest in following the Control and Automation qualification, participated voluntarily in the study. **Data collection and analysis:** three synchronous meetings were held in remote modality and for data collection we used audio and video recordings of the discussions and the written productions of the students in such moments. In this article, we present the analysis of the first meeting. **Results:** we evidenced, among other aspects, cognitive dysfunctions that can lead to obstacles in the transposition of mathematical knowledge to extra-mathematical contexts. **Conclusions:** the results obtained allow, in the future, the planning of adequate mediations so that the teacher can help the students to convert the identified dysfunctions into sufficiently developed cognitive functions.

**Keywords:** articulation of Mathematics with Engineering; Theory of Mathematics in the Context of Sciences; Cognitive Phase; Theory of Structural Cognitive Modifiability; cognitive dysfunctions.

### **INTRODUÇÃO E PROBLEMÁTICA**

A importância de oportunizar aos estudantes dos cursos de Engenharia que, desde seus ingressos na graduação, vivenciem a resolução de problemas diretamente relacionados às suas áreas de interesse ou futuras atuações profissionais têm sido debatida, nacionalmente e internacionalmente, por professores, pesquisadores e até mesmo pelos estudantes, que clamam por uma abordagem segundo esta orientação nas disciplinas que fazem parte de seus

cursos, especialmente as dos primeiros anos, relacionadas às ciências básicas como a Matemática, a Física e a Química. Torna-se, portanto, fundamental favorecer o engajamento dos estudantes na resolução de problemas que, ao mesmo tempo, possibilitem o estudo de conteúdos das áreas básicas e oportunizem o enfrentamento de situações mais próximas das que vivenciarão nas profissões que exercerão (Gomes, Bianchini e Lima, 2021a).

Entre as ciências básicas – talvez pelo fato de, como destaca Camarena (2002), a Matemática ser uma ferramenta de apoio à Engenharia, enquanto a Física e a Química constituem-se como suas bases cognitivas por estarem naturalmente mais vinculadas às suas questões centrais – , os estudantes, em geral, enfrentam maiores entraves ao estudar Matemática por terem mais dificuldades em perceber sua vinculação com problemas específicos de suas áreas de interesse, uma vez que, na maioria das vezes, até mesmo por conta da formação de alguns professores que lecionam essa disciplina na graduação em Engenharia, o caráter procedimental é que se torna protagonista.

Conforme sintetizam Lima, Bianchini e Gomes (2021), a partir de investigações de Pitt (2019), Pohjolainen (2018), Mercat et al. (2018) e Kapranos (2019):

para que os cursos sejam atraentes aos discentes e eficazes na formação de futuros engenheiros, devem, tanto quanto possível, desde o início, oportunizar momentos de trabalhos em grupos com situações nas quais as ciências básicas e a Matemática possam ser imediatamente reconhecidas por eles como suportes, alicerces em suas formações e não como conteúdos delas desvinculados. [...] a motivação do estudante de Engenharia para o estudo da Matemática pode ser ampliada por meio da explicitação de como os preceitos desta ciência são empregados na indústria, na sociedade e especialmente na futura atuação profissional do estudante. [...] a percepção do aluno em relação à Matemática e ao seu ensino têm um impacto sobre seu desempenho acadêmico em Matemática e atitudes e percepções positivas em relação a este assunto irão encorajar o indivíduo a aprendê-lo melhor. [...] o desenvolvimento das habilidades requeridas do profissional que está sendo formado é potencializado pela resolução, durante o curso, de problemas mais próximos da realidade que ele irá enfrentar em sua carreira. (Lima, Bianchini & Gomes, 2021, p. 187)

No Brasil, abordagens alinhadas à esta orientação têm sido visadas especialmente após a homologação, em 2019, das atuais DCN - Diretrizes Curriculares Nacionais para a Graduação em Engenharia (Brasil, 2019). Temos direcionado investigações para a perspectiva da abordagem de conteúdos matemáticos em consonância ao Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo), atinente à Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), desenvolvida pela pesquisadora mexicana Patricia Camarena Gallardo com foco especialmente em cursos de graduação aos quais a Matemática está a serviço, mas não é objeto central de estudo. Como argumentam Lima et al. (2021), tal Modelo é consonante às indicações explicitadas nas DCN, além de seus aspectos guardarem, como discutem os autores com base em Graham (2018), “estreita relação com características que estão relacionadas ao que se espera do setor da Educação em Engenharia no futuro e que, portanto, irão diferenciar instituições chamadas atualmente de líderes emergentes das que hoje em dia são as líderes no setor” (Lima et al., 2021, p. 812).

Os principais instrumentos de ensino no MoDiMaCo são os denominados *eventos contextualizados*, concebidos como “problemas, projetos ou estudos de caso que se comportam como entes integradores entre áreas” (Camarena, 2021, p. 179) e que não são atividades rotineiras, mas que “devem causar um conflito cognitivo nos estudantes ao ler o enunciado, motivá-los e intrigá-los para que queiram continuar com a tarefa” (Idem). Exemplos de eventos contextualizados que elaboramos ou supervisionamos suas produções podem ser encontrados em Gomes et al. (2018a; 2018b), Lima et al. (2020), Lima, Bianchini e Gomes (2021), Pinto (2021) e Silva (2022).

Neste artigo, apresentamos um evento contextualizado vinculando a Matemática à Eletrônica Analógica e, em seguida, analisamos dados coletados por meio de sua aplicação junto a sete estudantes do primeiro semestre de um curso de Engenharia, ofertado por uma instituição privada do Estado de São Paulo, com interesse em seguir a habilitação Controle e Automação. A implementação do evento foi realizada em três encontros, mas, no presente trabalho, restringimo-nos à análise do primeiro, desenvolvida sob a perspectiva cognitiva, a partir do ponto de vista das *funções cognitivas* postuladas pelo psicólogo romeno, radicado em Israel, Reuven Feuerstein, no âmbito da Teoria da Modificabilidade Cognitiva Estrutural (TMCE).

O foco das discussões apresentadas nas seções seguintes está nas análises das *disfunções cognitivas*, isto é, as funções que não foram desenvolvidas de maneira eficiente, reveladas pelos estudantes ao longo do

processo de resolução de duas das três questões norteadoras com as quais trabalharam no encontro em destaque.

A escolha por analisar as disfunções justifica-se pela importância de estas serem percebidas pelo docente para que, por meio de mediações adequadas, possa então direcionar esforços para modificá-las e, conseqüentemente, oportunizar aos estudantes o desenvolvimento das respectivas funções de maneira adequada.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

O evento contextualizado em estudo neste artigo foi elaborado conforme os procedimentos estabelecidos na TMCC, referencial apresentado a seguir.

### **Teoria A Matemática no Contexto das Ciências**

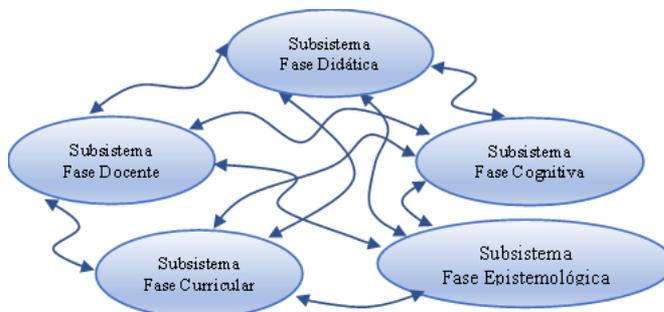
A TMCC foi desenvolvida, segundo Camarena (2021), no seio de uma linha de investigação denominada Matemática Social (da qual Camarena também é a precursora) e que tem como principal propósito consolidar, de maneira fundamentada, ações educativas a serem desenvolvidas no intuito de enfrentar problemáticas relacionadas: à percepção, pelo estudante, da Matemática como extremamente abstrata quando comparada às demais ciências básicas; à não atribuírem, em suas práticas diárias, sentido aos conteúdos matemáticos; e à necessidade de formar egressos com atitudes e comportamentos desejáveis no mercado de trabalho atual.

Visando o enfrentamento das problemáticas mencionadas, Camarena (2021) assume que o ambiente de aprendizagem em cursos que não têm como objetivo formar matemáticos – e a TMCC determinam um sistema complexo que permite abordá-las de forma não isolada. Tal sistema é composto por cinco subsistemas, denominados de *fases*, sendo elas: *curricular*, *epistemológica*, *didática*, *docente* e *cognitiva*. Estas estão profundamente entrelaçadas e, por esta razão, qualquer alteração em elementos de uma determinada fase terá como consequência alterações nos elementos das outras. Desta forma, evidencia-se que as problemáticas supracitadas, por estarem relacionadas a este sistema complexo no qual o grau de conectividade entre seus subsistemas é bastante alto, não podem ser enfrentadas recorrendo a aspectos de apenas uma fase; a mobilização de questões inerentes à alguma outra fase é sempre necessária. As

ideias apresentadas neste parágrafo são ilustradas por Camarena (2021) por meio do esquema da Figura 1.

### Figura 1

*Interações entre as fases da TMCC (Camarena, 2021, p. 89)*



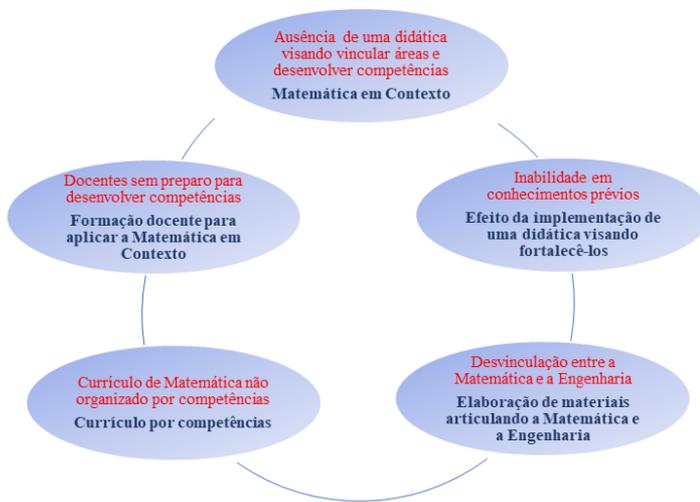
No intuito de explicitar os objetivos centrais de cada uma das fases da TMCC, Camarena (2021) elaborou um esquema que, de forma adaptada, apresentamos na Figura 2, na qual os textos em vermelho indicam a problemática principal a ser enfrentada em cada uma das fases e os textos em azul as formas de enfrentá-las propostas no âmbito da TMCC.

Voltando a atenção à formação do futuro engenheiro, a elaboração de materiais didáticos articulando a Matemática com a Engenharia, ou seja, de eventos contextualizados, é o objetivo principal visado na fase epistemológica, que contempla procedimentos específicos para este desenvolvimento, além de um constructo teórico fundamental da TMCC: a *Transposição Contextualizada*.

Segundo Camarena (2021), ao pensarmos na formação de um indivíduo que precisará empregar conhecimentos matemáticos em seu cotidiano profissional, como ilustrado na Figura 3, a Transposição Contextualizada dá continuidade à *Transposição Didática* – que, conforme Chevallard (1991), refere-se às transformações sofridas por um saber científico para que se torne um saber de ensino – uma vez que este nem sempre é aplicado na profissão da maneira como ele foi apresentado em sala de aula, necessitando sofrer uma nova transformação para tornar-se um saber de aplicação. O mencionado constructo está, portanto, diretamente relacionado à necessidade de se ter clareza acerca da diferença entre a Matemática escolar e a Matemática de aplicação no campo profissional.

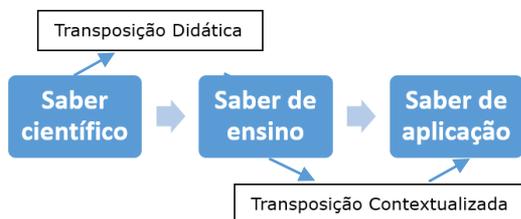
## Figura 2

*Problemáticas presentes no ambiente de aprendizagem e propostas de enfrentamento via TMCC (adaptado de Camarena, 2021)*



## Figura 3

*A Transposição Contextualizada (inspirado em Camarena, 2021)*



As diretrizes para a implementação dos materiais elaborados na fase epistemológica são objetos da fase didática e os resultados, em termos de aprendizagem dos estudantes, oportunizados pelo trabalho com os eventos contextualizados, são analisados no âmbito da fase cognitiva, foco deste artigo. Mas, análises cognitivas dos resultados de um evento contextualizado

necessariamente exigem que este seja elaborado e implementado, o que nos obrigou a transitarmos também pelas outras duas fases mencionadas.

Para a construção do evento que será analisado neste artigo, como detalhadamente exposto em Lima, Bianchini e Gomes (2021) e Gomes, Bianchini e Lima (2021b), elegemos *a priori* o estudo de um diodo semicondutor como contexto extra matemático e a revisita às funções exponenciais reais de uma variável real – não como uma revisão do que é estudado no Ensino Médio, mas já de maneira articulada à uma situação da Engenharia – como conteúdo matemático em foco. Analisamos então uma das principais referências bibliográficas citadas nas ementas de disciplinas nas quais a teoria dos diodos é abordada: *Dispositivos Eletrônicos e Teoria dos Circuitos*, de autoria de R. L. Boylestad e L. Nashelsky, edição de 2013. Como resultado da análise deste texto, identificamos uma situação referente ao estudo da curva característica de um diodo semicondutor, que nos inspirou na concepção do evento.

Por sua vez, o desenvolvimento do evento junto aos estudantes ocorreu conforme os pressupostos do MoDiMaCo, modelo construtivista, que de acordo com Camarena (2017), é sustentado pelas teorias Psicogenética de Piaget, Sociocultural de Vygotsky e da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Neste Modelo, segundo o que sintetizam Lima et al. (2021, p. 798), “os eventos contextualizados são solucionados por equipes compostas por estudantes [...] cada um deles com características complementares para a realização de um trabalho efetivamente colaborativo”.

Para a análise dos efeitos da implementação de um evento contextualizado, conforme indica Pinto (2021) a partir de Trejo e Camarena (2011) e Camarena e Trejo (2011), nos estudos no âmbito da fase cognitiva da TMCC, investigadores têm associado a este referencial outros quadros teóricos cognitivistas no intuito de enriquecer suas análises acerca do trabalho de estudantes com uma abordagem contextualizada da Matemática. Também recorreremos a este procedimento, uma vez que, neste artigo, à TMCC, da mesma forma que Zúñiga (2004) em tese de doutorado orientada por Camarena, associamos a questão das funções cognitivas, estudadas na TMCE.

### **A Teoria da Modificabilidade Cognitiva Estrutural**

A TMCE foi desenvolvida por Feuerstein no âmbito de suas investigações relacionadas a como avaliar e incrementar a inteligência de

sujeitos em situações de vulnerabilidade sociocultural e com baixos rendimentos acadêmicos (Prieto, 1989). O pesquisador buscava responder, dentre outras, às seguintes questões: é possível modificar cognitivamente uma pessoa de forma a auxiliá-la a desenvolver habilidades estratégicas que a ensine a: identificar problemas e transformá-los em oportunidade de desenvolvimento; quando necessário, moldar seus ambientes para que o aprendizado seja mais eficaz; e, conseqüentemente, ir além de aprender um conjunto de fatos e procedimentos? É possível modificar o pensamento de uma pessoa, equipando-o com ferramentas essenciais para uma adaptação adequada para a vida, mesmo quando estas estão em falta de alguma forma? (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014).

Assumindo que os seres humanos são indivíduos modificáveis durante todo o curso de suas vidas e a necessidade de proporcionar ao pensamento uma posição central na vida das pessoas, o principal objeto de estudo da TMCE é “a capacidade de modificabilidade cognitiva que o ser humano tem e como essa habilidade de o cérebro/mente mudar, informa como podemos ajudar alunos a melhorarem sua habilidade de pensar e aprender” (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 17). Alguns conceitos centrais na TMCE são: *mediação, inteligência, mudança e mudança estrutural*.

A *mediação* é entendida como “uma interação intencional com quem aprende, com o propósito de aumentar o seu entendimento para além da experiência imediata e ajudá-lo a aplicar o que é aprendido em contextos mais amplos” (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 21). Conforme pontuam os autores,

o mediador humano não se impõe continuamente ou constantemente sobre a pessoa que está sendo mediada e o mundo. Ele não cobre todo o território entre eles, mas deixa para o mediado uma grande área de exposição direta ao estímulo. Mas, na área em que o agente mediador atua, este está ativo de diversas formas. Entrega para o mediado as componentes que serão responsáveis por sua habilidade de entender fenômenos, procurar entre eles associações e conexões e assim se beneficiar deles e ser modificado. (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 65)

A *inteligência* é concebida como a “habilidade de pensar de forma adaptável em respostas a mudanças em nosso ambiente. [...] um agente ou estado dinâmico energético que é instável e responsivo à necessidade da pessoa de se modificar para adaptar-se a situações e lidar com elas com sucesso”

(Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 49), sendo esta modificação ou *mudança* compreendida como “a aquisição, pela própria pessoa, não apenas de quantidades de conhecimentos ou habilidades, mas também de novas estruturas cognitivas pelas quais novas áreas previamente não incluídas no conjunto de conhecimento e habilidades são abertas” (p. 34).

Denomina-se *mudança estrutural* àquela não aleatória ou limitada no tempo ou no espaço, mas “que afetará o aprendizado e o comportamento de forma profunda, sustentável e autoperpetuável. [...] se uma mudança estrutural é criada, ela não ficará confinada ao evento sozinha, mas se manifestará em diversos eventos adicionais que têm elementos similares” (p. 43). Desta forma, “uma mudança estrutural tende a continuar operando mesmo após o fator inicial que a causou não ser mais vivido diretamente” (p. 44). As mudanças estruturais são *permanentes* (preservadas com o tempo), *resistentes* (a mudanças em relação às situações que as originaram), *flexíveis/adaptáveis* (podem ser adaptadas a novas situações) e *generalizáveis/transformáveis* (o indivíduo continua sendo modificado estruturalmente por meio de esforços independentes).

Mas como os professores podem proporcionar mudanças estruturais em seus estudantes? Assume-se que isto só é possível por meio da mediação, mais especificamente por intermédio de uma *Experiência de Aprendizagem Mediada* (EAM), que “ocorre quando uma pessoa (mediador) que possui conhecimento, experiência e intenções medeia o mundo, torna-o mais fácil de entender, e dá significado a ele pela adição de estímulo direto” (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 60). Como pontuam os autores, a EAM “é o que cria nos seres humanos a flexibilidade e sensibilidade, prontidão e desejo por entender o que acontece e capacidade de generalizar para além do fenômeno isolado sendo vivido” (p. 92). A Figura 4 ilustra o que ocorre em uma situação de EAM.

#### Figura 4

*Modelo da Experiência de Aprendizagem Mediada* (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 65)



Por meio da Figura 4, entende-se que: “em uma situação de aprendizagem mediada, o organismo (O) sendo exposto diretamente a um estímulo (S) reage e responde (R) com habilidade e completude apenas após as características do estímulo terem sido organizadas, classificadas, diferenciadas, moldadas e adaptadas, e organizadas por um mediador humano maduro (H)” (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 71). Em síntese:

A interação mediada introduz ordem no encontro de um ser humano com o mundo. [...] a ordem permitirá que o receptor da mediação descubra associações entre os estímulos ao fazer comparações e outras operações mentais. [...] a interação de mediação dá aos seres humanos ferramentas de reflexão sobre o fenômeno e entendimento sobre as conexões entre eles, além de descobrir o sistema de leis que o governam. (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 76-77)

Durante a implementação do evento contextualizado em tela neste artigo, oportunizamos aos estudantes a vivência de uma EAM: na condição de mediadores com conhecimentos a respeito do tema, experiência no trabalho com problemas matemáticos contextualizados e intenções claramente estabelecidas, realizamos uma mediação da situação, atribuindo significado a ela por intermédio da incorporação de estímulo direto e tornando-a mais fácil de ser compreendida pelos participantes. A mediação se deu por meio de questões norteadoras elaboradas previamente para conduzir a intervenção e pela proposição de uma série de questionamentos complementares formulados a partir do que observávamos durante o momento em que os grupos trabalhavam com o que havia sido proposto.

A proposição de questões norteadoras é um procedimento não previsto originalmente no MoDiMaCo, mas que temos implementado, desde que iniciamos o trabalho com tal Modelo no intuito de oferecer aos estudantes, além da possibilidade de, por meio de tais questões, explorar as noções matemáticas visadas, a aproximação gradual da resolução final do evento (Gomes, Bianchini & Lima, 2021c). Além disso, entendemos que este procedimento se alinha com a necessidade de o mediador, no intuito de desenvolver no mediado a percepção de que ele é competente, lhe ofertar ferramentas que o auxiliem a executar novas tarefas que, por sua vez, “estão situadas a determinada distância do alcance imediato e, portanto, requerem esforço” (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 95). Por fim, trabalhar inicialmente com essas questões norteadoras, possibilita que os estudantes, ao mesmo tempo que cumprem desafios e lidam com situações novas, sintam-se competentes para tais ações, “para controlar

estas situações, para vencer dificuldades, se familiarizarem com o novo e o desconhecido, e abordar desafios com a expectativa de que estes sejam vencidos” (p. 84).

As questões norteadoras cumpriram o papel de catalisadoras para o chamado *ciclo de mediação*. Ao receber o enunciado do evento contextualizado, os estudantes se depararam com uma série de estímulos e então, como mediadores, íamos pouco a pouco propondo questões que permitiam organizar esses estímulos. Ao elaborá-las, analisamos aspectos do conjunto de estímulos que considerávamos conveniente de ser enfatizado tendo por referência as necessidades dos estudantes para que pudessem efetivamente responder ao evento. Em cada questão alguns destes estímulos tinham suas características salientadas de forma a se tornarem mais significativos para o estudante naquele momento que, então, poderia interiorizar “o que foi mediado de acordo com os aspectos que foram o foco da mediação, e, quando retornasse ao conjunto de estímulos, tais aspectos seriam conhecidos, entendidos, lembrados e estruturalmente assimilados” (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 84-85), independentemente de estes terem sofrido algumas mudanças em suas características particulares mais imediatas.

Quando eu faço mediação da minha intenção para um estudante, porque escolho este estímulo, porque escolho enfatizar este princípio e não outro, e porque escolho esse método e não outro, eu entrego a ele os meios de mediar por si mesmo quando o mediador não está mais entre ele e o mundo - a qualidade de autoperpetuação do aprendizado. (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 85)

Ao conduzirmos a aplicação do evento tivemos por objetivo também mediar para os estudantes os significados do que estava sendo trabalhado, oportunizando-os compreender a importância de aprender o que estava sendo estudado.

O significado faz com que a mensagem do mediador seja entendida e racionalizada, também para extensão e aplicação para além da situação imediata. [...] É fundamental que o mediador gere no mediado a necessidade de buscar significado por si mesmo. Não apenas a busca pelo significado específico do que está sendo trabalhado, mas também a busca por associações e conexões entre eventos e fenômenos, no senso mais amplo de causa e propósito. (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 89)

Durante os encontros para a resolução do evento, buscamos desenvolver no estudante “a prontidão para aprender e mover-se de situações conhecidas para desconhecidas, além da tendência de confrontar a novidade desafiadora, a complexidade e não desistir são essenciais para nossa adaptação (Feuerstein, Feuerstein e Falik, 2014, p. 104).

Para a análise dos dados que está sendo apresentada neste artigo, assumimos a concepção de *operação mental*, como “o conjunto de ações interiorizadas, organizadas e coordenadas, a partir das quais realizamos a elaboração da informação que recebemos” (Prieto, 1989, p. 54). E, a partir desta ideia, em consonância à TMCE, preconizamos que o docente, no papel de mediador em uma EAM, deve ter como principal objetivo “ensinar e equipar o sujeito com uma série de funções ou pré-requisitos necessários para a utilização e o manejo da operação mental” (p. 54). Tais funções, denominadas *funções cognitivas*, como indica Zúñiga (2004) a partir de Feuerstein (1989), são “subjacentes às operações mentais, servem para a internalização da informação e permitem a autorregulação do organismo. [...] as funções cognitivas como atividades do sistema nervoso explicam, parcialmente, a capacidade do indivíduo de usar a experiência anterior para se adaptar às novas situações” (p. 34).

Consideramos ainda a premissa da TMCE, de que todo *ato mental* (processo de pensamento) pode ser decomposto em três fases: *entrada, elaboração e saída* que, como indica Prieto (1989), “estão inter-relacionadas e cada uma delas tem sentido na medida em que está em estreita relação com outra. A fase é um parâmetro importante na análise do ato mental de um sujeito porque auxilia a situar a origem de uma resposta incorreta” (p. 55).

Durante cada uma dessas fases, fazem-se presentes diferentes funções e disfunções cognitivas, sendo que estas últimas interferem na aprendizagem, podendo impedir o sujeito de aprender de forma eficaz. Estas disfunções são consideradas por Feuerstein, Feuerstein e Falik (2014) como funções deficientes, mas sem que os autores atribuam a este termo qualquer conotação negativa ou pessimista. Ao contrário, são identificadas como deficientes para que “possamos direcionar nossos esforços para a melhoria destas funções. Isso expressa um otimismo essencial: de que elas podem ser mudadas e que podemos direcionar intervenções para sua modificabilidade” (p. 128).

Conforme perspectiva posta em cena por Zúñiga (2004), evidencia-se pertinente analisar, do ponto de vista cognitivo, todo o processo de resolução de um evento contextualizado, elaborado segundo os preceitos da TMCC, considerando tal resolução como um ato mental que inclui a compreensão do

problema proposto (fase de entrada, em que manifestam-se funções ou disfunções cognitivas relacionadas à quantidade e à qualidade de dados acumulados pelo indivíduo antes de iniciar a resolução de um problema), o próprio processo de resolução deste problema (fase de elaboração, em que concorrem funções e disfunções cognitivas relacionadas à organização e estruturação da informação disponível para resolver o problema) e a emissão de resposta ao problema (fase de saída, na qual as funções e disfunções cognitivas estão diretamente relacionadas com a comunicação exata e precisa da solução do problema).

Nas Figuras 5, 6 e 7 são apresentadas, respectivamente, as funções e disfunções cognitivas relacionadas às fases de entrada, de elaboração e de saída de um ato mental.

A identificação das funções e, especialmente das disfunções cognitivas, em cada uma das fases do ato mental de resolução de um problema matemático contextualizado na Engenharia, é uma atividade relevante para diferentes atores. Os professores poderão identificar, não apenas em cenários de ensino e de aprendizagem empregando eventos contextualizados, mas também em âmbitos gerais, em que aspectos precisam redirecionar suas mediações junto aos estudantes para efetivamente auxiliá-los em seus processos de modificabilidade cognitiva estrutural. Os pesquisadores, a partir dos conhecimentos das funções e disfunções cognitivas, que se fazem presentes em cada fase da resolução de um problema, poderão identificar focos relevantes para suas investigações no intuito de auxiliar na elaboração de formação docente e de materiais didáticos. Como já salientado na seção precedente, optamos, neste artigo, optamos por apresentar uma análise das disfunções cognitivas evidenciadas durante o processo de responder a duas das três questões norteadoras propostas no primeiro dos três encontros realizados, pela importância de estas serem percebidas pelo docente para que, por meio de mediações adequadas, possa então direcionar esforços para modificá-las e, conseqüentemente, oportunizar aos estudantes o desenvolvimento das respectivas funções de maneira adequada.

## Figura 5

*Funções e disfunções cognitivas na fase de entrada de um ato mental*  
(inspirado em Prieto, 1989)

	<b>Função cognitiva</b>	<b>Disfunção cognitiva</b>
<b>1. Percepção clara</b>	Conhecimento exato e preciso da informação recebida, de acordo com parâmetros de simplicidade e familiaridade.	Percepção obscura, que consiste em um conhecimento pobre e impreciso dos dados da informação.
<b>2. Exploração sistemática de uma situação de aprendizagem</b>	Capacidade para organizar e planejar a informação apresentada.	Impulsividade diante uma situação de aprendizagem, isto é, ineficiência para tratar a informação de forma sistêmica e planejada.
<b>3. Habilidade linguística</b>	Capacidade para discriminar e diferenciar objetos, eventos, relações e operações por meio de regras verbais.	Inabilidade linguística para entender palavras e conceitos.
<b>4. Orientação espacial</b>	Capacidade para estabelecer relações entre eventos e objetos situados no espaço.	Falta de orientação espacial.
<b>5. Orientação temporal</b>	Capacidade para estabelecer relações entre eventos passados e futuros.	Falta de orientação temporal.
<b>6. Conservação, constância e permanência do objeto</b>	A estabilidade perceptiva depende da capacidade para conservar a invariabilidade dos objetos para além das possibilidades de variações de alguns de seus atributos e dimensões.	Irreversibilidade ou rigidez do pensamento que, associada à percepção episódica da realidade, impede de estabelecer relações dos objetos entre si.
<b>7. Organização da informação</b>	Capacidade para utilizar diferentes fontes de informação, estabelecer relações entre objetos e eventos, encontrar coerência ou incoerência entre diferentes informações.	Inabilidade para relacionar e considerar duas ou mais fontes de informações ao mesmo tempo, levando em consideração somente uma das diversas alternativas ou dimensões.
<b>8. Precisão e exatidão na coleta da informação</b>	Capacidade para perceber e selecionar a informação (todos os dados que levariam à resposta correta) de forma rigorosa, cuidadosa e precisa.	Imprecisão e inexactidão na coleta da informação.

## Figura 6

### *Funções e disfunções cognitivas na fase de elaboração de um ato mental* (inspirado em Prieto, 1989)

	<b>Função cognitiva</b>	<b>Disfunção cognitiva</b>
<b>9. Percepção e definição de um problema</b>	Habilidade para compreender o que pede o problema, quais pontos devem ser delimitados e como averiguá-los.	Inabilidade de elaborar a informação, o que torna as definições sem sentido para o sujeito, dificultando-o a refletir, comparar e combinar elementos.
<b>10. Seleção da informação relevante</b>	Capacidade para eleger a informação previamente armazenada e relevante para a solução do problema, estabelecer comparações e relações entre os eventos ocorridos em diferentes atividades e momentos.	Inabilidade para utilizar a informação adquirida, levando o indivíduo a perceber-se como receptor passivo da informação.
<b>11. Interiorização e representação mental</b>	Capacidade para utilizar símbolos internos de representação.	Conduta excessivamente concreta e sem generalização apropriada, ocasionando um baixo nível de abstração devido ao uso restrito de símbolos.
<b>12. Amplitude e flexibilidade mental</b>	Capacidade para utilizar diferentes fontes de informação, estabelecendo entre elas uma coordenação e combinação adequada para atingir o pensamento operatório.	Estreitamento ou limitação do campo mental, implicando na inabilidade na manipulação e processamento de várias unidades de informação simultaneamente.
<b>13. Planejamento da conduta</b>	Capacidade para prever a meta que se quer atingir, utilizando a informação adquirida previamente, e estabelecer um plano que inclua todas as etapas até alcançar a solução do problema.	Inabilidade em organizar os dados em uma direção mais adequada, manifestando uma predisposição a responder um estímulo de maneira episódica e fragmentada.
<b>14. Organização e estruturação perceptiva</b>	Capacidade para orientar, estabelecer e projetar relações.	Percepção episódica, isto é, dificuldade para agrupar e organizar relações de objetos e fatos da vida cotidiana.
<b>15. Conduta comparativa.</b>	Capacidade para realizar todo tipo de comparações, relacionar objetos e eventos vivenciados antes da situação e manejar a informação previamente adquirida à medida que for necessário utilizá-la.	Inabilidade de estabelecer relações de semelhança e diferença entre objetos e eventos.
<b>16. Pensamento hipotético</b>	Capacidade para estabelecer hipóteses e comprová-las ou rechaçá-las.	Inabilidade em utilizar estratégias para relacionar hipóteses e intuir várias alternativas ao explicar um fato.
<b>17. Evidência lógica</b>	Capacidade de justificar a validade das respostas por meio do raciocínio lógico.	Formulação inadequada das razões ao expor argumentações e ausência de percepção de incongruências.
<b>18. Classificação cognitiva</b>	Capacidade para organizar dados em categorias inclusivas e superiores. Conduta comparativa, somativa, o uso de dimensões relevantes e o estabelecimento de relações virtuais.	Falta de repertórios conceituais e de regras ao explicar a transformação exigida para uma classificação.

## Figura 7

*Funções e disfunções cognitivas na fase de saída de um ato mental (inspirado em Prieto, 1989)*

	<b>Função cognitiva</b>	<b>Disfunção cognitiva</b>
<b>19. Comunicação explícita</b>	Consiste em utilizar a linguagem clara e precisa para responder ao problema, o que supõe um certo nível de compreensão por parte do sujeito.	Comunicação egocêntrica, isto é, falta de diferenciação entre o sujeito que fala e o que escuta.
<b>20. Projeção de relações virtuais</b>	Capacidade para ver e estabelecer relações que existem potencialmente, mas não na realidade, exigindo reestruturação e configurações de relações ante situações novas.	Inabilidade em deduzir e projetar relações de um tipo diferente.
<b>21. Regras verbais para comunicar para comunicar respostas</b>	Capacidade de usar, gerenciar e deduzir regras verbais para a solução do problema.	Falta de vocabulário, conceitos e operações mentais para comunicar soluções e respostas corretas.
<b>22. Elaboração e desinibição da comunicação da resposta</b>	Capacidade para expressar a resposta de forma rápida, correta e sistêmica.	Bloqueio que leva o sujeito a não emitir nenhuma resposta.
<b>23. Respostas por ensaio-erro</b>	Conduta com um valor muito limitado, não levando à sistematização em busca da meta final.	Dificuldade em perceber algo de maneira precisa e completa, em assumir uma conduta comparativa e somativa, em pensar de forma reflexiva e em buscar relações causais.
<b>24. Precisão e exatidão nas respostas</b>	Capacidade para pensar e expressar a resposta correta a um problema ou situação geral de aprendizagem.	Imprecisão que leva o sujeito a não responder de forma clara, à inflexibilidade e à falta de fluidez verbal.
<b>25. Transporte visual</b>	Capacidade para completar uma figura e transportá-la visualmente.	Inestabilidade na percepção de uma figura devido à natureza vulnerável dos sistemas de referência que servem de suporte para os elementos percebidos. Dificuldade em considerar os dados relevantes de uma informação, atentando-se aos irrelevantes.
<b>26. Controle das respostas</b>	Capacidade para refletir antes de emitir qualquer tipo de resposta, implicando em processos metacognitivos.	A inabilidade de autocontrole ou a impulsividade, que se manifesta por meio de respostas vagas.

## METODOLOGIA

Os dados apresentados e analisados neste artigo são partes daqueles obtidos por meio de uma pesquisa de campo, de natureza qualitativa, que, na acepção de Lakatos e Marconi (2021), caracteriza-se como exploratória-descritiva combinada, que, de maneira global, teve por objetivo analisar, sob diferentes perspectivas, os resultados obtidos por meio do trabalho de um

evento contextualizado, apresentado na Figura 8, vinculando a Matemática (o estudo de funções reais de uma variável real) à Eletrônica Analógica (o estudo da curva característica de um diodo semiconductor).

## Figura 8

*O evento contextualizado proposto aos estudantes (Gomes, Bianchini & Lima, 2021a, p. 708)*

**Evento Contextualizado:** Um diodo, assim como os demais componentes eletrônicos, precisa de certo tempo para passar do seu estado de condução para não condução; é o chamado tempo de recuperação do diodo. Muitas aplicações práticas exigem diodos que “se recuperem” com facilidade, isto é, que passem no mínimo intervalo de tempo possível do estado de condução para não condução. Um dos diodos de silício com essa característica é o 1N4148, um dos mais empregados na eletrônica e que possui tempo de recuperação de 4 nA. O *Datasheet* do diodo 1N4148 no qual são destacadas as características elétricas deste dispositivo pode ser acessado em <https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/551820/WINNERJOIN/1N4148.html>.

**Considere esse diodo 1N4148 submetido a uma corrente de 30 mA e determine a queda de tensão direta através dele e os valores aproximados de suas correntes de saturação nas seguintes temperaturas: -45°C, 50°C e 125°C.**

Por meio do estudo de conceitos relacionados à Física do Estado Sólido, demonstra-se que as características gerais de um diodo semiconductor podem ser relacionadas, para as regiões de polarização direta e reversa, por uma equação chamada equação de Shockley:  $I_F = I_R \left( e^{\frac{V_F}{nV_T}} - 1 \right)$ . Nesta equação,  $I_F$  representa a corrente direta que passa pelo diodo,  $I_R$  representa a corrente de saturação reversa,  $V_F$  representa a tensão de polarização direta aplicada ao diodo,  $n$ : representa um fator de idealidade, que depende das condições de operação e de construção física do diodo e  $V_T$  representa a tensão térmica, definida por:

$V_T = \frac{kT_K}{q}$  em que  $k$  é a constante de Boltzmann cujo valor é  $1,38 \times 10^{-23}$  J/K,  $T_K$  é a temperatura absoluta em Kelvin, que é dada pela adição entre 273 e a medida da temperatura em graus Celsius,  $q$  é a magnitude da carga elétrica elementar, que é dada por  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

A organização didática<sup>1</sup> proposta para o trabalho com o evento, como descrito em Gomes, Bianchini e Lima (2021a), contemplou uma preparação prévia (realizada em um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) de modo assíncrono, contemplado a produção de um vídeo pelos estudantes); três encontros síncronos, via plataforma Zoom, de duas horas de duração cada, em que foram trabalhadas 10 questões norteadoras (três no primeiro, quatro no segundo e três no terceiro encontro). Ao final do terceiro encontro, o evento foi

---

<sup>1</sup> Para maiores detalhes acerca da organização didática do evento, acesso à atividade de preparação prévia, às questões norteadoras e às suas respostas, consultar: <https://drive.google.com/file/d/1KEHPeUYPPzxbRLNU5xBafvkU16ZXKKr65/view?usp=sharing>

efetivamente resolvido e, em um momento posterior (de modo assíncrono), os estudantes realizaram duas atividades de finalização do trabalho (resposta a um formulário de percepção da atividade e produção de um *podcast*).

Participaram voluntariamente da pesquisa sete estudantes do primeiro semestre de um curso de Engenharia ofertado por uma instituição privada do estado de São Paulo, com interesse em seguir a habilitação Controle e Automação. Convém ressaltar que estes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e que a investigação está inserida em um projeto mais abrangente, visando detectar a percepção de futuros engenheiros em relação à Matemática, devidamente cadastrado na Plataforma Brasil, identificado com o número 48879421.3.0000.5482, e aprovado pelo Colegiado do Comitê de Ética em Pesquisa da PUC-SP.

Para a coleta dos dados referentes aos três encontros síncronos, recorreremos a gravações em áudio e vídeo das discussões realizadas e às produções escritas dos estudantes em tais momentos. Neste artigo, optamos por apresentar a análise, a partir da perspectiva das funções e disfunções cognitivas, dos dados coletados durante a resolução de duas das três questões norteadoras que, como explicitado na Figura 9, foram propostas no primeiro encontro.

## Figura 9

*Questões norteadoras do 1º encontro* (Lima, Bianchini & Gomes, 2021, p. 184)

1. A equação de Shockley explicita uma relação funcional? Caso sua resposta seja afirmativa, qual a variável dependente e qual a variável independente?
2. A tensão térmica é função de alguma variável? Explique e, se sua resposta for afirmativa, construa a representação gráfica desta função.
3. Sabendo que o diodo 1N4148 opera entre  $-65^{\circ}\text{C}$  e  $175^{\circ}\text{C}$ , determine a faixa de variação da tensão térmica desse diodo neste intervalo.

No encontro em tela nas análises apresentadas neste artigo, os estudantes trabalharam em dois grupos, um de três e outro de quatro integrantes. Identificaremos estes grupos, respectivamente, por  $G1$  e  $G2$ . O primeiro foi acompanhado pelas duas autoras deste artigo e o segundo pelo autor do mesmo trabalho. Aos integrantes de cada um dos grupos, ao longo do texto, fazemos menção por meio da seguinte sigla:  $AiGi$ , cujo significado é aluno  $i$  ( $Ai$ ) do grupo  $i$  ( $Gi$ ). Os grupos foram constituídos de forma a contemplar estudantes

com diferentes estilos de aprendizagem, sendo estes identificados por meio das respostas dadas a um questionário elaborado especialmente para esse fim, conforme detalhado em Gomes, Bianchini e Lima (2021b).

Os diálogos, ocorridos durante reflexões realizadas pelos dois grupos no processo de resolução das duas primeiras questões elencadas na Figura 9, foram transcritos. As funções e disfunções cognitivas (com foco nestas últimas) identificadas nas manifestações dos sujeitos nas diferentes fases dos atos mentais intrínsecos a dois outros principais – a saber, responder às questões norteadoras 1 e 2 – foram minuciosamente analisadas.

## RESULTADOS E ANÁLISES

Ao receber as primeiras três questões norteadoras, os dois grupos com os quais estávamos trabalhando manifestaram um comportamento bastante diferente perante o ato mental *realizar uma primeira análise do que havia sido proposto*, conforme indicam as Figuras 10 e 11. A nosso ver, esse fato deve ser ressaltado também em razão da maneira como os grupos foram compostos. Em ambos buscamos contemplar a diversidade de estilos de aprendizagem para, além de outras questões, trabalharmos com grupos mais homogêneos. Embora esse aspecto não seja analisado neste artigo, é relevante destacar que não houve essa homogeneidade.

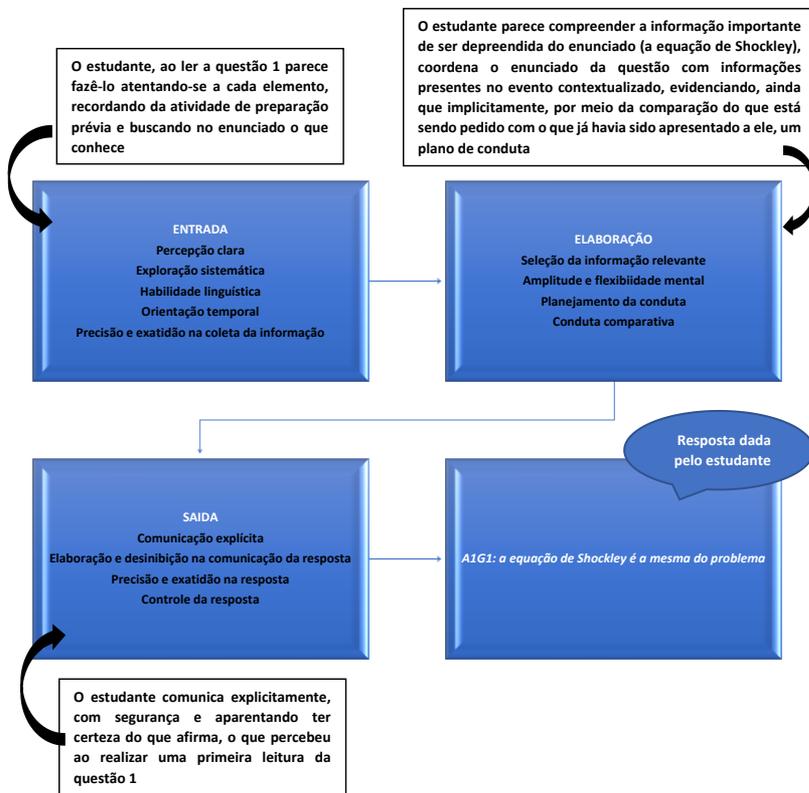
Em *G1*, logo ao receber os enunciados das questões, um dos estudantes (*AI G1*) rapidamente e sem qualquer intervenção dos pesquisadores ou dos outros colegas afirmou: *a equação de Shockley é a mesma do problema* (do evento contextualizado que havia sido proposto).

Os integrantes de *G2*, por sua vez, passaram praticamente dois minutos em silêncio e sequer perceberam, ou ao menos evidenciaram tal percepção, que a equação de Shockley havia sido dada no enunciado do evento contextualizado, com explicações acerca de cada um dos elementos nela envolvidos. O pesquisador precisou chamar atenção para este fato e, então, após esta intervenção, um dos estudantes (*AI G2*) manifesta-se dizendo:

*na questão 1, eu acho que a equação de Shockley é uma relação funcional, mas não sei por que direito. Acho que aqui na (questão) 2 se é função de alguma variável, é função da temperatura porque o resto é constante na equação da tensão. Mas não tenho certeza.*

## Figura 10

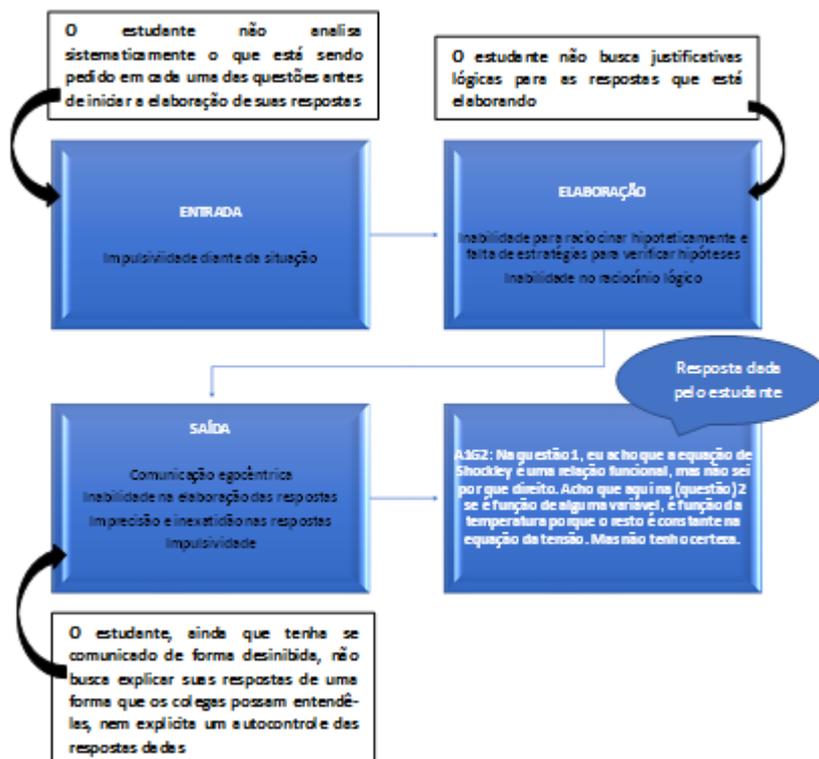
### Reação do grupo 1 ao receber as questões



Estas reações dos estudantes ao entrarem em contato pela primeira vez com o conjunto de questões que deveriam responder, mesmo à primeira vista podendo parecer algo banal ao docente menos atento ou sem muita experiência no trabalho com eventos contextualizados, já revela, como ilustrado nas Figuras 10 e 11 anteriormente apresentadas, alguns aspectos em termos de funções e disfunções cognitivas.

**Figura 11**

*Reação do grupo 2 ao receber as questões*



### **Disfunções cognitivas identificadas ao longo da resolução da questão 1**

Os integrantes de *G1* começam então discutir a questão 1: *A equação de Shockley explicita uma relação funcional? Caso sua resposta seja afirmativa, qual a variável dependente e qual a variável independente?*

Embora um dos estudantes afirme *eu acho que tem uma relação funcional* (na equação de Shockley), os demais colegas não questionam, não discutem essa resposta e nem o próprio estudante que havia se manifestado justifica o que afirmou. Passam imediatamente a discutir a respeito de qual seriam as variáveis independente e dependente. Observemos então o seguinte

diálogo, no qual, nas análises apresentadas na Figura 12, detemo-nos às manifestações de *AIG1*, destacando as funções e disfunções cognitivas nelas explicitadas e focando, especialmente, na análise detalhada destas últimas.

*AIG1: A variável independente seria esse -I?*

*A2G1: Acho que não, porque -I não é variável. É sempre -I.*

*A3G1: É fixo; acho que a dependente é o  $I_F$  porque depende do  $I_R$  e da equação do T. Dependendo do valor do  $I_R$ , o  $I_F$  muda.*

*AIG1: Agora, acho que a independente é n porque parece que é o único que não está relacionando com os outros.*

*A2G1: Qual?*

*AIG1: O n. As outras são todas as quais se relacionam uns com os outros.*

(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em *G1* ao resolver a questão 1)

Ao observar a dificuldade dos estudantes em responder qual a variável independente na equação de Shockley, uma das pesquisadoras busca estimulá-los a pensar no contexto físico inerente à situação. Questiona: *em qual grandeza presente na equação de Shockley preciso intervir se quero que passe corrente pelo diodo?* Ao ouvir esta questão, imediatamente os estudantes afirmam que é preciso interferir na tensão ( $V_F$ ) e, portanto, esta é a variável independente nesta situação. Essa mediação da pesquisadora parece ter contribuído para minimizar os efeitos de uma *dificuldade em utilizar com precisão e entender adequadamente palavras e conceitos* na fase de entrada e que refletia também nas fases de elaboração e de saída.

## Figura 12

*Funções e disfunções cognitivas evidenciadas no diálogo ocorrido em G1 ao analisar qual a variável independente na função representada algebricamente pela equação de Shockley*

<b>Ato mental:</b> Analisar, na função representada pela equação de Shockley, qual é a variável independente
<b>ENTRADA</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Impulsividade</li><li>• Falta de orientação temporal</li><li>• Irreversibilidade ou rigidez do pensamento</li><li>• Imprecisão na coleta da informação</li><li>• Inabilidade linguística</li></ul> <p>A impulsividade manifestada é do tipo epistêmica, isto é, falta de atenção ao incorporar dados, na solução do problema, com os quais já havia se deparado, o que evidencia também uma falta de orientação temporal (inabilidade em estabelecer relações com situações já enfrentadas no passado) e uma irreversibilidade ou rigidez do pensamento (traduzida pela inabilidade em observar a conservação da invariabilidade de um objeto, no caso a noção de variável independente). A impulsividade está também associada à imprecisão na coleta da informação: estávamos fazendo referência à variável independente no contexto de função e não ao termo independente associado à equação de uma reta, por exemplo. Além disso, o termo independente não foi interpretado da maneira correta levando em conta o contexto (inabilidade linguística). A impulsividade o impossibilitou também de realizar um processo sistemático de reflexão acerca das informações dadas a respeito do <math>n</math> no enunciado do problema.</p>
<b>ELABORAÇÃO</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Percepção episódica da realidade</li><li>• Estreitamento ou limitação do campo mental</li><li>• Inabilidade na conduta comparativa</li><li>• Inabilidade em selecionar a informação relevante</li></ul> <p>Uma percepção episódica da realidade parece ocasionar ao estudante dificuldades em transpor as relações funcionais – já estudadas – para um contexto mais amplo. O estreitamento ou limitação do campo mental dificulta o trabalho simultâneo com itens de informação, sendo alguns disponibilizados externamente e outros a serem buscados na memória. A inabilidade na conduta comparativa evidencia-se pelo fato de o estudante não ter estabelecido uma comparação entre o significado que associou à palavra independente e o significado com que esta está sendo considerada no problema. A inabilidade de distinguir entre dados relevantes e irrelevantes para a solução do problema revela-se na falta de uma reflexão cuidadosa acerca do que significa o <math>n</math> depender das condições de operação e de construção física do diodo, ou seja, compreender que, para cada diodo, <math>n</math> será constante.</p>
<b>SAÍDA</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Inabilidade de projetar relações virtuais</li><li>• Resposta por ensaio-erro</li><li>• Impulsividade (ausência de controle da resposta)</li></ul> <p>A inabilidade de projetar relações virtuais evidencia-se pela dificuldade de o estudante projetar na nova situação, do contexto da Eletrônica Analógica, algo que já estudou em Matemática. A ausência de controle da resposta está diretamente explicitada pelas respostas por ensaio-erro dadas pelo estudante, que primeiramente responde ser -1 a variável independente e logo em seguida afirma ser <math>n</math> tal variável.</p>

<b>RESPOSTA</b>
<p>AIG1: A variável independente seria esse -1? AIG1: Agora, acho que a independente é <math>n</math> porque parece que é o único que não está relacionando com os outros. AIG1: O <math>n</math>. As outras são todas as quais se relacionam uns com os outros.</p>

## Figura 13

### *Funções e disfunções cognitivas evidenciadas no diálogo ocorrido em G2 ao analisar o que caracteriza uma relação funcional*

<p><b>Ato mental:</b> Analisar o que caracteriza uma relação funcional</p>
<p><b>ENTRADA</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Percepção obscura</li> <li>• Impulsividade diante da situação-problema</li> <li>• Falta de orientação temporal</li> <li>• Inabilidade no entendimento de palavras e conceitos</li> <li>• Irreversibilidade ou rigidez do pensamento</li> <li>• Inabilidade na organização da informação</li> <li>• Imprecisão na coleta de dados</li> </ul> <p>A percepção obscura acerca do objeto função está diretamente associada ao não entendimento de palavras e conceitos, uma vez que não se levou em conta que o termo estava sendo abordado no contexto matemático. O estudante deveria ter percebido que as palavras presentes nos resultados da pesquisa que realizou na <i>Web</i> não estavam relacionadas à ideia matemática de função. Ao invés de explorar a situação dada de forma sistemática, o estudante realizou uma busca no Google, de maneira impulsiva e sem critério. A irreversibilidade ou rigidez do pensamento traduz-se em uma percepção episódica da realidade e uma falta de orientação temporal que dificultam o estabelecimento de relação entre os objetos e entre a situação atual e outras com as quais o estudante já se deparou. A inabilidade na organização da informação e a imprecisão na coleta dos dados evidenciam-se pelo fato de o estudante recorrer ao Google, mas considerar uma única fonte dentre as obtidas em sua busca, sendo que esta não tratava do contexto matemático. E mesmo assim o estudante não percebeu este equívoco e nem a inadequação do resultado obtido, que ele próprio manifestou não entender.</p>
<p><b>ELABORAÇÃO</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inabilidade para perceber um problema e defini-lo</li> <li>• Inabilidade para selecionar a informação relevante</li> <li>• Estreitamento ou limitação do campo mental</li> <li>• Inabilidade na conduta de planejamento</li> <li>• Inabilidade na organização e estruturação perceptiva</li> <li>• Inabilidade na conduta comparativa</li> <li>• Inabilidade no raciocínio hipotético</li> <li>• Inabilidade no raciocínio lógico</li> <li>• Inabilidade na elaboração de categorias cognitivas</li> </ul> <p>A dificuldade do estudante em perceber e definir o problema ao qual deveria responder parece ser decorrente do fato de a definição de função encontrada em sua busca não ter sentido para ele. A inabilidade para selecionar a informação relevante manifestou-se a partir da postura assumida pelo estudante: receptor passivo de uma informação inadequada ao contexto que foi por ele buscada na <i>Web</i>, revelando também, estreitamento ou limitação do campo mental, ratificado pela inabilidade em processar diferentes fontes de informação. As inabilidades na conduta de planejamento e na organização e estruturação perceptiva revelam-se pela dificuldade de o estudante organizar os dados na direção mais adequada e por suas respostas aos estímulos de maneira episódica e fragmentada, evidenciando inabilidade em estabelecer relações de semelhança e diferença entre objetos (no caso o objeto função na Matemática e a noção de função no campo em que se inseria o resultado da busca realizada na <i>Web</i>). O estudante assume por hipótese a definição encontrada em sua busca, mas não se mostra apto para explicá-la, argumentar a respeito dela, além de não perceber suas incongruências em relação ao contexto matemático. O estudante manifesta ainda a inabilidade de perceber as características que permitem classificar um objeto como sendo ou não pertencente à categoria cognitiva função.</p>
<p><b>SAÍDA</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação egocêntrica</li> <li>• Falta de vocabulário, conceitos e operações mentais para comunicar respostas corretas</li> <li>• Desinibição para comunicar a resposta</li> <li>• Imprecisão na resposta</li> <li>• Impulsividade</li> </ul> <p>Ainda que de maneira desinibida, o estudante apresenta, de forma impulsiva, imprecisa e sem qualquer senso crítico uma resposta que nem mesmo ele compreende (algo além da comunicação egocêntrica, na realidade), o que evidencia uma falta de vocabulário e de domínio do conceito matemático função.</p>

<p><b>RESPOSTA</b></p>
<p>A3G2: Eu pesquisei aqui: é a relação entre a resposta e a consequência.  A3G2: Não, ela é indicada pela condição antecedente. Mas eu não entendi o que seria essa condição antecedente.</p>

Vamos agora observar o seguinte diálogo dos estudantes que compuseram G2 e analisar atentamente, na Figura 13, apenas as manifestações de A3G2.

*A1G2: Agora a 1ª (questão) aqui... eu acho que deve ser funcional, espero que seja, mas não tenho certeza.*

*Pesquisador: O que caracteriza uma relação funcional?*

*A3G2: Eu pesquisei aqui: é a relação entre a resposta e a consequência.*

*A4G2: Eu acho que é tipo isso, varia o x, varia o y.*

*Pesquisador: Mas há uma condição específica que tem que ser satisfeita para que uma relação seja uma função. Que condição é essa? Qualquer relação entre 2 variáveis é uma função?*

*A3G2: Não, ela é indicada pela condição antecedente. Mas eu não entendi o que seria essa condição antecedente.*

(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em G2 ao resolver a questão 1)

Vejam agora mais um diálogo que explicita uma mediação do pesquisador que acompanhava G2 e que foi realizada no intuito de auxiliar os estudantes a compreenderem adequadamente a ideia de relação funcional e, posteriormente, compará-la à equação de Shockley. Neste diálogo, nossa atenção, nas análises apresentadas na Figura 14, estarão direcionadas às afirmações de A2G2.

*Pesquisador: Pense no Cálculo, no que vocês estudaram no Ensino Médio... Como vocês definiam função no Ensino Médio?*

*A1G2: Cada elemento do domínio tem só um no contradomínio. Quando se coloca um valor, sempre vai ter outro único valor.*

*A2G2: Não necessariamente único; um x específico pode ter outros y, tipo dado um valor de x podemos ter mais de um valor de y. Por exemplo, a função  $y = x^2$ . Para o mesmo x temos dois valores.*

*Pesquisador: Pode existir uma função tal que para um valor do domínio você tenha duas imagens diferentes?*

*A1G2 e A3G2: Não, isso não existe.*

*A3G2: Isso não é uma função. Só pode o contrário, não é?*

*A1G2: Pode ser que dois (elementos) no domínio vão para um mesmo no contradomínio. O inverso não pode.*

*A3G2: Acho que o contrário não seria uma função.*

*(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em G2 ao resolver a questão 1)*

Após este debate dos estudantes acerca do que caracteriza uma relação funcional, uma nova mediação do pesquisador foi necessária para que eles voltassem a direcionar suas atenções para responder à questão 1, conforme evidencia o diálogo a seguir:

*Pesquisador: Então, em relação a tudo o que vocês estão falando, o que é preciso para caracterizar uma relação funcional?*

*A3G2: Definir o que estamos chamando de domínio e de contradomínio nesta equação.*

*Pesquisador: Você pode fazer isso. E aí terá a ver com a segunda parte da resposta: analisar de que forma as variáveis presentes na equação se relacionam.*

*Pesquisador: Coloquem a equação de Shockley na tela e observem que condições são necessárias para ela representar uma relação funcional. Em primeiro lugar, que grandezas/variáveis esta equação relaciona?*

*A1G2: Corrente.*

*A3G2: Tensão.*

*A1G2: É, acho que é isso. E o resto é constante, então?*

*Pesquisador: O  $n$  é o que?*

*A2G2: É o fator de idealidade.*

*Pesquisador: Então é uma constante, certo? E o  $I_R$  é constante, varia?*

*AIG2: Eu acho é constante.*

*Pesquisador: E o  $V_T$ ?*

*AIG2: Em uma dada temperatura vai ser constante também.*

*A3G2: Então fica o  $I_F$  pelo  $V_F$ , certo? (Querendo dizer em relação às variáveis).*

*Pesquisador: Então a equação está relacionando quais grandezas?*

*AIG2: Está relacionando a tensão de polarização com a corrente que passa pelo diodo.*

*Pesquisador: E nesta relação, quem depende de quem?*

*AIG2: A corrente depende da tensão.*

*Pesquisador: os outros concordam?*

*A3G2: Sim, é como estávamos falando, o  $I_F$  vai ser o  $y$  e o  $V_F$  vai ser o  $x$ .*

*Pesquisador: Se concordam que o  $I_F$  depende do  $V_F$ , o que tem que acontecer para que essa dependência seja uma função?*

*AIG2: Cada valor de  $V_F$  tem que resultar em um  $I_F$ .*

*Pesquisador: Os outros concordam? Para uma tensão de 10V, posso ter mais de uma possibilidade para a corrente?*

*AIG2, A3G2: Não, só uma.*

*Pesquisador: E isso acontece nesta equação?*

*AIG2: Não, para cada valor de tensão temos somente um valor para a corrente.*

*Pesquisador: Então é uma relação funcional?*

*AIG2, A3G2: Sim.*

*Pesquisador: E essa função parece que tipo de função que vocês já estudaram?*

*AIG2: Exponencial.*

*Pesquisador: Já que concluíram que é uma relação funcional, qual a variável dependente e qual a independente?*

*A1G2: A dependente é  $I_F$ , acho...porque ela depende de  $V_F$ .*

*A3G2: É, acho que é.*

*Pesquisador: E a independente?*

*A1G2: É  $V_F$ , né?*

*Pesquisador: Então, embora nem esteja na questão, me digam: qual o domínio e qual a imagem desta função?*

*A3G2: O domínio será o  $V_F$  (o conjunto de valores que podem ser assumidos por esta variável).*

*A1G2: As imagens serão os valores da corrente.*

(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em G2 ao resolver a questão 1)

Neste diálogo, evidencia-se que toda a discussão realizada entre os estudantes e entre os estudantes e o pesquisador possibilitou aos sujeitos, paulatinamente, ao menos no que se refere ao ato mental responder à questão 1, a explicitação na fase de entrada, de uma percepção clara; de uma exploração sistemática da situação; de habilidade linguística em nível de entrada; de conservação, permanência e constância do objeto (no caso o objeto matemático função); de organização da informação; e de precisão e exatidão na coleta de informações. Na fase de elaboração, por sua vez, este diálogo revela as seguintes funções cognitivas: percepção e definição de um problema; seleção da informação relevante; interiorização e representação mental; amplitude e flexibilidade mental; planejamento da conduta; organização e estruturação perceptiva; conduta comparativa; pensamento hipotético e evidência lógica. Por fim, na fase de saída, se fazem evidentes funções cognitivas relacionadas à: comunicação explícita; projeção de relações virtuais (neste caso, perceber relações implícitas entre o que já estudou a respeito de função e os elementos que compõem a equação de Shockley); regras verbais para comunicar a resposta; elaboração e desinibição na comunicação da resposta; precisão e exatidão das respostas e controle das respostas.

## Figura 14

*Funções e disfunções cognitivas evidenciadas no diálogo ocorrido em G2 quando seus integrantes foram questionados acerca de como definiam função no Ensino Médio*

<p><b>Ato mental:</b> Recordar de que forma definiam função no Ensino Médio</p>
<p><b>ENTRADA</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Percepção obscura</li> <li>• Exploração sistemática da situação</li> <li>• Inabilidades linguísticas</li> <li>• Organização da informação</li> <li>• Percepção e exatidão na coleta da informação</li> </ul> <p>A percepção obscura revela-se pela maneira imprecisa com que o estudante evidencia compreender o objeto matemático função. Ainda assim, explorou sistematicamente a situação, embora o tenha feito de forma equivocada pela fragilidade de seu conhecimento em relação à noção de função. Nesta exploração, buscou, inclusive, dar exemplo a partir do que estava afirmando. As inabilidades linguísticas dizem respeito à dificuldade de utilizar com precisão e entender adequadamente o conceito de função. Da mesma forma, apesar de equívocos oriundos de uma compreensão equivocada da definição de função, o estudante manifesta habilidade em organizar a informação, percebê-la e coletá-la de maneira exata.</p>
<p><b>ELABORAÇÃO</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Percepção e definição de um problema</li> <li>• Seleção da informação relevante</li> <li>• Interiorização e representação mental</li> <li>• Amplitude e flexibilidade mental</li> <li>• Planificação da conduta</li> <li>• Organização e estruturação perceptiva</li> <li>• Conduta comparativa</li> <li>• Pensamento hipotético</li> <li>• Evidência lógica</li> <li>• Inabilidade na elaboração de categorias cognitivas</li> </ul> <p>Embora o estudante tenha se equivocado por conta da não compreensão do objeto matemático em foco, mobilizou nesta fase, eficientemente, uma série de funções cognitivas. Uma das possíveis causas para que o resultado de suas mobilizações não tenha sido bem-sucedido é a evidenciada inabilidade de elaboração de categorias cognitivas (no caso, quais relações matemáticas podem ser inseridas na categoria cognitiva função).</p>
<p><b>SAÍDA</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação explícita</li> <li>• Regras verbais para comunicar a resposta</li> <li>• Elaboração e desinibição na comunicação da resposta</li> <li>• Precisão e exatidão na resposta</li> <li>• Controle da resposta</li> </ul> <p>Embora não conceba adequadamente a ideia de função, o estudante busca se fazer entender, por meio de comunicação explícita com os colegas e o pesquisador, empregando eficientemente regras verbais para comunicar a resposta. Além disso, embora inegavelmente o estudante tenha uma compreensão equivocada acerca do que é uma relação funcional, sob a ótica de seu entendimento, a resposta foi elaborada e comunicada de forma precisa e sem qualquer inibição. Da mesma forma, a resposta não foi impulsiva, foi bem refletida, apesar de equivocada.</p>

<p><b>RESPOSTA</b></p>
<p>A2G2: Não necessariamente único; um <math>x</math> específico pode ter outros <math>y</math>, tipo dado um valor de <math>x</math> podemos ter mais de um valor de <math>y</math>. Por exemplo, a função <math>y = x^2</math>. Para o mesmo <math>x</math> temos dois valores.</p>

## **Disfunções cognitivas identificadas ao longo da resolução da questão 2**

Observemos agora um diálogo entre os integrantes de *G1* ao iniciarem a análise da questão 2: *A tensão térmica é função de alguma variável? Explique e, se sua resposta for afirmativa, construa a representação gráfica desta função.*

Neste, ao analisá-lo na Figura 15, vamos direcionar nossa atenção para a afirmação de *A2G1*.

*A3G1: A tensão térmica é função de alguma variável? Sim, também é. Está escrito ali (referindo-se à expressão que representa a tensão térmica) a tensão térmica é uma constante “vezes” uma variável.*

*A1G1: A tensão térmica é função da temperatura.*

*A2G1: Mas acho que depende também da magnitude da carga ( $q$ ).*

*A1G1: Não, o  $q$  é sempre o mesmo; é a carga do elétron.*

(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em *G1* ao resolver a questão 2)

O diálogo a seguir, no qual, nas análises detalhadas na Figura 16, voltamos o olhar para as manifestações de *A1G1* e *A3G1*, traduz um momento de debate acerca de como esboçar a representação gráfica da função tensão térmica.

*A1G1: Como vai ser o gráfico?*

*A2G1: Eu acho que vai ser uma linha, não é? Porque só tem uma variável e ela muda linearmente.*

*A1G1: (recorrendo à ferramenta de desenho do Word) é só colocar uma linha reta aqui?*

*A3G1: Sim, é só uma linha reta; acho que não importa a inclinação não; não há problema se não colocarmos nenhuma.*

*A1G1: (traça uma reta inclinada e questiona) é assim mesmo ou traço uma reta paralela ao eixo horizontal?*

*A3G1: Não, uma reta que sai do zero mesmo.*

(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em *G1* ao resolver a questão 2)

## Figura 15

*Funções e disfunções cognitivas evidenciadas no diálogo ocorrido em G1 quando seus integrantes analisavam de que variável depende a função tensão térmica*

<b>Ato mental:</b> Analisar de que variável depende a função tensão térmica
<b>ENTRADA</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Impulsividade</li><li>• Falta de orientação temporal</li><li>• Irreversibilidade ou rigidez do pensamento</li><li>• Imprecisão na coleta da informação</li></ul>
<p>A impulsividade do estudante, que pode ser classificada como epistêmica, manifesta-se ao responder que a tensão térmica é também função da carga do elétron. Certamente, o estudante já havia trabalhado com o fato de a carga do elétron ser constante em situações estudadas no Ensino Médio nas disciplinas de Física. Nota-se, no entanto que ele não se atentou, adequadamente, para incorporar esta informação neste contexto da tensão térmica, revelando também uma falta de orientação temporal, traduzida pela inabilidade de estabelecer relações entre situações já vivenciadas em seus estudos e esta inerente à questão com a qual estava trabalhando. Percebe-se ainda uma imprecisão na coleta da informação, uma vez que parece que o estudante ao se deparar com uma “letra” em uma expressão matemática (no caso <math>q</math>) já a associa diretamente a uma variável.</p>
<b>ELABORAÇÃO</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Inabilidade para selecionar a informação relevante</li><li>• Estreitamento ou limitação do campo mental</li><li>• Percepção episódica</li><li>• Inabilidade na conduta comparativa</li><li>• Inabilidade na elaboração de categorias cognitivas</li></ul>
<p>A inabilidade para selecionar a informação relevante evidencia-se por meio do fato de o estudante não estabelecer comparações e relações entre esta situação e outras com que já trabalhou nas quais a magnitude <math>q</math> da carga elétrica elementar se fazia presente. O estreitamento ou limitação do campo mental está relacionado à dificuldade em lidar simultaneamente com itens de informação externos (no caso, a expressão que possibilita determinar a tensão térmica) com outros que devem ser buscados na memória (o significado da magnitude da carga elétrica elementar <math>q</math>). Arelada a estes dois elementos anteriormente indicados, está a percepção episódica, evidenciada, no caso, pela dificuldade por parte do estudante em estabelecer relações entre o <math>q</math>, presente na expressão que representa a tensão térmica, e o significado da magnitude da carga elétrica elementar <math>q</math> em outras situações. Da mesma forma, a inabilidade na conduta comparativa torna-se explícita na medida em que o estudante não busca um significado, em termos do contexto que está sendo considerado para as “letras” presentes na expressão que representa a tensão térmica. O estudante evidencia não compreender se a magnitude da carga elétrica elementar <math>q</math> deve ser incluída na categoria cognitiva das constantes físicas ou das variáveis matemáticas.</p>
<b>SAÍDA</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Comunicação explícita</li><li>• Regras verbais para comunicar a resposta</li><li>• Desinibição na comunicação da resposta</li><li>• Impulsividade</li></ul>
<p>Embora não compreenda que <math>q</math> é uma constante e não uma variável, o estudante busca se fazer entender, por meio de comunicação explícita com os colegas e o pesquisador, empregando, eficientemente, regras verbais para comunicar a resposta. Além disso, embora inegavelmente não compreenda o significado de <math>q</math> no contexto do problema, o que o impossibilita de responder de maneira precisa, a resposta, apesar de impulsiva e sem comportamento regulatório, foi comunicada sem qualquer inibição.</p>

<b>RESPOSTA</b>
A2G1: Mas acho que depende também da magnitude da carga ( $q$ ).

## Figura 16

*Funções e disfunções cognitivas evidenciadas no diálogo ocorrido em G1 durante a análise da inclinação da reta que representa graficamente a função tensão térmica*

<p><b>Ato mental:</b> Analisar qual é a inclinação da reta que representa graficamente a função tensão térmica</p>
<p><b>ENTRADA</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Percepção obscura</li> <li>• Impulsividade perante a situação</li> <li>• Falta de orientação temporal</li> <li>• Irreversibilidade ou rigidez do pensamento</li> <li>• Inabilidade na organização da informação</li> <li>• Imprecisão na coleta da informação</li> </ul> <p>A percepção obscura associada a uma impulsividade, do tipo epistêmica, perante a situação e a falta de orientação temporal revelam-se por meio da não incorporação neste contexto, por parte dos estudantes A1G1 e A3G1, dos conhecimentos que estavam habituados a mobilizar ao trabalhar com representações algébricas mais usuais, conforme aparecem nas aulas de Matemática, de funções polinomiais de 1º grau, nas quais, possivelmente conseguiam identificar o valor do coeficiente angular. Estes elementos podem também estar relacionados, em nosso entendimento, a uma irreversibilidade ou rigidez do pensamento, relativa a não percepção da estabilidade de determinado objeto apesar de transformações em outros atributos, no caso a representação algébrica de uma função polinomial de 1º grau e as informações presentes em tal representação. Nota-se ainda, uma imprecisão na coleta e uma inabilidade na organização da informação que dificulta ao sujeito utilizar todas as que têm em mãos para responder ao que se pede.</p>
<p><b>ELABORAÇÃO</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inabilidade para perceber e definir um problema</li> <li>• Inabilidade para selecionar a informação relevante</li> <li>• Estreitamento ou limitação do campo mental</li> <li>• Inabilidade em planejar a conduta</li> <li>• Percepção episódica</li> <li>• Inabilidade na conduta comparativa</li> <li>• Ausência de evidência lógica</li> </ul> <p>A inabilidade para perceber e definir o problema, associada à inabilidade para selecionar a informação relevante e ao estreitamento ou limitação do campo mental, explicita-se pela dificuldade de os dois estudantes, a partir das informações disponíveis nos enunciados do evento contextualizado e da questão 2, refletirem e combinarem tais informações de forma a identificar qual é o coeficiente angular da reta que representa graficamente a função tensão térmica e, conseqüentemente, qual é a inclinação desta reta. Os estudantes revelam uma não interiorização acerca de como obter, a partir da representação algébrica de uma função, o coeficiente angular da reta que a representa graficamente, que os levam a um não planejamento da conduta. Seus conhecimentos acerca da ideia de coeficiente angular e de representação algébrica de uma função revelam-se episódicos e fragmentados, o que reflete em inabilidades na conduta comparativa e na ausência de evidência lógica, que pode ser percebida pela manifestação de A3G1 acerca da não importância da inclinação da reta que estava sendo esboçada.</p>
<p><b>SAÍDA</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação egocêntrica</li> <li>• Regras verbais para comunicar respostas</li> <li>• Desinibição na comunicação da resposta</li> <li>• Imprecisão e inexatidão na resposta</li> <li>• Inabilidade no transporte visual</li> <li>• Impulsividade</li> </ul> <p>A comunicação egocêntrica revela-se quando A3G1 afirma: “acho que não importa a inclinação não; não há problema se não colocarmos nenhuma”, mas não explica sua resposta. No entanto, apesar deste aspecto, apresenta sua resposta de maneira desinibida, embora imprecisa e inexacta. Explicita-se uma incapacidade no transporte visual, evidenciada pelo fato de os estudantes não se atentarem às informações dadas que eram relevantes para que pudessem identificar o coeficiente angular da reta que seria traçada e uma impulsividade na resposta, indicada pela ausência de autocontrole quando A3G1 responde à A1G1 de maneira bastante vaga.</p>

<p><b>RESPOSTA</b></p>
<p>A1G1: (recorrendo à ferramenta de desenho do Word) é só colocar uma linha reta aqui?  A3G1: Sim, é só uma linha reta; acho que não importa a inclinação não; não há problema se não colocarmos nenhuma.  A1G1: (traça uma reta inclinada e questiona) é assim mesmo ou traço uma reta paralela ao eixo horizontal?  A3G1: Não, uma reta que sai do zero mesmo.</p>

É pertinente salientar que, em um momento posterior, na resolução da terceira questão, uma das pesquisadoras questiona qual o coeficiente angular da reta que é a representação gráfica da função tensão térmica e o mesmo estudante que havia dito que não interessava a inclinação da reta a ser esboçada (*A3GI*), prontamente respondeu que o coeficiente angular a respeito do qual havia sido questionado é  $\frac{k}{q}$ , o que nos leva a conjecturar que, talvez, o que explicitamos nas afirmações de *A3GI* como sendo disfunções cognitivas diretamente vinculadas às ideias de coeficiente angular e de inclinação de uma reta, tenham sido, na realidade, frutos de uma percepção equivocada por parte dos estudantes de que, ao responder à questão 2, precisavam apenas apresentar um esboço da curva que representa a função tensão térmica sem qualquer preocupação com precisão ou rigor. Essa conjectura é reforçada pelo fato de *GI*, para elaborar tal esboço, ter optado por, ao invés de trabalhar com um *software* matemático, utilizar ferramentas de desenho do Microsoft Word (um editor de texto).

Outra observação que entendemos como importante de ser apresentada neste artigo diz respeito à identificação imediata estabelecida pelos estudantes de um objeto matemático com a maneira como este é majoritariamente denotado em suas vivências em salas de aula, identificação esta que, para aplicações em contextos extra matemáticos, pode ser limitante e dificultar o que Camarena (2013) denomina de Transposição Contextualizada. Desde o momento em que iniciam seus estudos relacionando uma reta no plano cartesiano à representação gráfica dos pontos do plano que satisfazem uma relação representada por uma função polinomial de 1º grau, o eixo das abscissas (que, posteriormente, no estudo de representações gráficas de funções, será compreendido como o eixo relacionado aos valores da variável independente da função) é denotado por  $x$ , ou, ainda mais frequentemente, por *eixo x*, enquanto o eixo das ordenadas (que, no contexto do estudo de representações gráficas de funções será compreendido como o eixo associado aos valores da variável dependente da função) é denotado por  $y$  ou, mais comumente, por *eixo y*.

Desta forma, ao se depararem com uma situação na qual a variável independente não é denotada por  $x$  e a variável dependente não é denotada por  $y$ , mesmo assim os estudantes buscam apoiar suas compreensões nas ideias de eixo  $x$  e eixo  $y$  que lhe são mais familiares. O diálogo a seguir evidencia este fato e que, embora como ressaltamos no início deste parágrafo, a associação entre o conceito de abscissa e de variável independente à nomenclatura  $x$  e entre o conceito de ordenada e de variável dependente à nomenclatura  $y$  possa

levar o estudante a enfrentar entraves no processo de transferência de um conhecimento da Matemática para um campo de aplicação externo à esta ciência, não foi o caso neste momento.

*Pesquisadora: Mas vocês irão deixar o gráfico sem os nomes das variáveis nos eixos coordenados?*

*A1G1: Mas quais são os eixos?*

*A3G1: O eixo  $y$  é o  $V_T$  e o eixo  $x$  é o  $T_K$ .*

(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em *G1* ao resolver a questão 2)

Focamos agora em um diálogo estabelecido entre os integrantes de *G2* e entre estes e o pesquisador ao responderem à questão 2. Depois de concluírem, sem a intervenção do pesquisador, que a tensão térmica é função da temperatura, uma vez que todos os outros elementos presentes na expressão que a representa algebricamente são constantes, o pesquisador indica que, caso queiram, para construir a representação gráfica desta função, poderão utilizar algum *software* de suas preferências.

Optam então por utilizar o GeoGebra. O diálogo a seguir reproduz as discussões posteriores a esta decisão e, nas análises apresentadas na Figura 17, elegemos como foco o momento em que os estudantes discutiam como inserir no campo de entrada do GeoGebra a expressão algébrica da função tensão térmica, o que buscaram fazer utilizando a linguagem com a qual estão mais habituados, isto é,  $y$  para denotar a variável dependente e  $x$  para denotar a independente. Os entraves decorrentes desta ação, ratificam nossa afirmação acerca do caráter limitante e dificultador que ela pode assumir no processo de transferência de conhecimentos, por parte dos discentes, da Matemática para um contexto extra matemático.

*A2G2: Então precisaremos colocar (no campo de entrada do GeoGebra) essa expressão (a expressão que representa algebricamente a função tensão térmica) só com as constantes, certo? Mas como conseguiremos colocar o  $T_k$  na parte do  $x$ ?*

*A3G2: Não! É só colocar os números já.*

*A2G2: Então vamos transformar o  $T_k$  em um número?*

*A1G2: (escreve no campo de entrada do GeoGebra)*

$$y = 1,38 \times 10^{-23} \dots$$

*Pesquisador: (observando que os estudantes não estavam certos de como continuar a digitar a expressão*

algébrica da função) certo, vocês inseriram o  $k$ , a constante de Boltzmann, e agora precisam inserir o  $T_K$ . Quem é o  $T_K$ ?

A1G2:  $x$  (e escreve então)  $y = 1,38 \times 10^{-23} \cdot x$

Pesquisador: note que  $T_K$  é a temperatura absoluta em Kelvin, que é dada pela adição entre 273 e a medida da temperatura em graus Celsius.

A1G2: (parecendo não dar muita importância ao que o pesquisador havia dito, continua seu raciocínio e diz) agora é só dividir por  $q$ , que é  $1,6 \times 10^{-19}$  (e escreve no campo de entrada do GeoGebra)  $y = \frac{1,38 \times 10^{-23} \cdot x}{1,6 \times 10^{-19}}$ .

Pesquisador: nesta expressão que vocês escreveram, de que forma está sendo considerado o fato de que  $T_K$  é a temperatura absoluta em Kelvin, que é dada pela adição entre 273 e a medida da temperatura em graus Celsius? Se quiséssemos obter a imagem desta função em algum valor de  $x$ ... me deem um exemplo de algum valor de  $x$  no qual poderíamos obter a imagem da função tensão térmica.

A2G2: Nesta função aqui? (e aponta a expressão  $V_T = \frac{kT_K}{q}$ ).

Pesquisador: Sim... suponha, por exemplo, que o diodo irá operar em 25 graus.

A2G2: 25 Kelvin?

Pesquisador: Não! Eu estou considerando 25°C. Então, neste caso, que valor é preciso dar ao  $x$  na expressão que vocês escreveram?

A2G2: Ah, 25 mais 273. Então precisa ser  $x + 273$  na expressão.

Pesquisador: Exatamente

Pesquisador: (após os estudantes construírem corretamente a representação gráfica da função tensão térmica) que tipo de função é esse?

A1G2: Linear

(Transcrição de trecho do diálogo ocorrido em G2 ao resolver a questão 2).

## Figura 17

*Funções e disfunções cognitivas evidenciadas no diálogo ocorrido em G2 durante a construção, com o auxílio do GeoGebra, da representação gráfica da função tensão térmica*

<b>Ato mental:</b> Construir, com o auxílio do <i>software</i> GeoGebra, a representação gráfica da função tensão térmica
<b>ENTRADA</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Percepção clara</li> <li>• Exploração sistemática da situação</li> <li>• Habilidade linguística</li> <li>• Falta de orientação temporal</li> <li>• Irreversibilidade ou rigidez do pensamento</li> <li>• Organização da informação</li> <li>• Imprecisão na coleta da informação</li> </ul> <p>Apesar dos entraves enfrentados pelos estudantes em razão de optarem por empregar outras variáveis ao invés de trabalhar com aquelas que estavam presentes na expressão representando a tensão térmica, pudemos detectar uma percepção clara, uma exploração sistemática da situação, habilidades linguísticas e organização da informação. Uma falta de orientação temporal evidencia-se quando A2G2 não associa o termo graus à uma medida de temperatura na escala Celsius. A irreversibilidade ou rigidez do pensamento revela-se quando os estudantes enfrentam dificuldade para compreender como inserir a expressão algébrica da função, especialmente a variável independente, no campo de entrada do GeoGebra e, por fim, a imprecisão na coleta da informação torna-se clara ao não considerarem o fato de que, se quisessem trabalhar com a temperatura diretamente em Kelvin, precisariam adicionar 273 à temperatura em graus Celsius.</p>
<b>ELABORAÇÃO</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Percepção e definição de um problema</li> <li>• Inabilidade para selecionar a informação relevante</li> <li>• Estreitamento ou limitação do campo mental</li> <li>• Planejamento da conduta</li> <li>• Percepção episódica</li> <li>• Inabilidade na conduta comparativa</li> <li>• Pensamento hipotético</li> <li>• Evidência lógica</li> </ul> <p>A inabilidade para selecionar a informação relevante explicita-se apenas quando os estudantes deveriam identificar como denotar o argumento da função tensão térmica dependendo da escala a ser assumida para medir as temperaturas e não o fazem. O estreitamento ou limitação do campo mental também se evidencia neste mesmo momento. A percepção episódica da realidade, associada a uma inabilidade na conduta comparativa, revela-se no momento em que os estudantes não associam o termo graus à uma medida de temperatura na escala Celsius, ideia com a qual já trabalharam em diferentes momentos anteriores de seus processos formativos. Por fim, ressalta-se que os estudantes classificaram corretamente a função tensão térmica na categoria <i>cognitiva</i> função linear.</p>
<b>SAÍDA</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação explícita</li> <li>• Inabilidade na projeção de relações virtuais</li> <li>• Regras verbais para comunicar respostas</li> <li>• Elaboração e desinibição na comunicação da resposta</li> <li>• Precisão e exatidão na resposta</li> <li>• Controle das respostas</li> </ul> <p>Os entraves enfrentados parecem ser decorrentes da influência da inabilidade na projeção de relações virtuais, uma vez que optam por denotar por <math>y</math> a variável dependente na função tensão térmica e por <math>x</math> a independente, mas não estabelecem adequadamente, ao menos a princípio, a relação entre os valores a serem assumidos por <math>x</math> dependendo da escala de medidas de temperatura considerada – Celsius ou Kelvin. Não evidenciam clareza, nas primeiras respostas que fornecem aos pesquisadores, de que, se optassem por considerar diretamente a temperatura em Kelvin como um elemento do domínio da função que representa a tensão térmica, então poderiam escrever, segundo a notação escolhida por eles, <math>y = \frac{kx}{q}</math>, mas, se a opção fosse determinar a tensão térmica em um elemento do domínio assumido como uma temperatura em Celsius, deveriam escrever, também em consonância à notação que recorreram para indicar as variáveis da função tensão térmica, <math>y = \frac{k(x+273)}{q}</math>.</p>

<b>RESPOSTA</b>
<p>A2G2: Como conseguiremos colocar o <math>T_k</math> na parte do <math>x</math>?</p> <p>A3G2: Não! É só colocar os números já.</p> <p>A2G2: Então vamos transformar o <math>T_k</math> em um número?</p> <p>Pesquisador: Quem é o <math>T_k</math>?</p> <p>A1G2: <math>x \dots y = 1,38 \times 10^{-23} \cdot x \dots</math> agora é só dividir por <math>q</math>, que é <math>1,6 \times 10^{-19} \dots y = \frac{1,38 \times 10^{-23} \cdot x}{1,6 \times 10^{-19}}</math></p> <p>Pesquisador: Suponha, por exemplo, que o diodo irá operar em 25 graus.</p> <p>A2G2: 25 Kelvin?</p> <p>Pesquisador: Não! Eu estou considerando 25°C.</p> <p>A2G2: Ah, 25 mais 273. Então precisa ser <math>x + 273</math> na expressão.</p>

Passemos então às considerações finais que podem ser depreendidas do estudo realizado.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os dados apresentados e analisados indicam, entre outros aspectos, disfunções cognitivas que influenciam significativamente na habilidade de realizar a Transposição Contextualizada (Camarena, 2013; 2021).

Na fase de entrada, evidenciam-se: falta de orientação temporal (identificada, sobretudo, pela inabilidade dos estudantes em estabelecer relações, em contextos extra matemáticos, com situações matemáticas já enfrentadas em suas trajetórias escolares); irreversibilidade ou rigidez do pensamento (traduzida pela percepção episódica da realidade e pela inabilidade em observar a conservação da invariabilidade de um objeto matemático, apesar das possibilidades de variações de alguns de seus atributos e dimensões, variações estas decorrentes de suas inserções em contextos não puramente matemáticos); e a imprecisão na coleta de informações (relacionada a compreensões equivocadas acerca de objetos matemáticos que tornam-se ainda mais evidentes no momento em que conhecimentos a eles atrelados precisam ser mobilizados em situações extra matemáticas).

Na fase de elaboração, por sua vez, destacam-se: a percepção episódica da realidade (evidenciada nos momentos em que os estudantes enfrentam dificuldades para transpor, para um contexto mais amplo e não puramente matemático, conteúdos com os quais já haviam trabalhado); o estreitamento ou limitação do campo mental (que se torna explícito nos entraves enfrentados pelos alunos ao necessitarem trabalhar com informações explicitamente apresentadas simultaneamente a outras, especialmente aquelas relativas a conteúdos matemáticos, que deveriam recuperar em suas memórias); inabilidade na conduta comparativa e consequente respostas aos estímulos de maneira episódica e fragmentada (evidenciada pelo não estabelecimento de comparações entre noções que, em contextos diferentes – matemáticos ou extra matemáticos – adquirem significados distintos, pela não percepção das possíveis incongruências em relação a tais significados e por não buscar os significados específicos, no contexto considerado, para alguma noção com a qual precisam trabalhar no processo de resolução de um problema); e inabilidade em identificar as características que permitem classificar um objeto matemático, estando ele inserido em um contexto intra ou extra matemático, como sendo ou não pertencente a uma determinada categoria cognitiva.

Por fim, na fase de saída, a disfunção com maior impacto na realização da Transposição Contextualizada que pôde ser identificada é: a incapacidade de projetar relações virtuais (evidenciada pela dificuldade do estudante de projetar em um contexto extra matemático algo com o que já trabalhou em um domínio puramente matemático).

Os resultados complementam aqueles provenientes de outra perspectiva: a da comunicação estabelecida pelos pesquisadores com os estudantes, neste mesmo primeiro encontro, no que se refere aos tipos de questionamentos que fizemos, às respostas dadas pelos estudantes e os aspectos por elas revelados no que se refere à transposição de conhecimentos da Matemática para uma situação da Engenharia e à mobilização de competências matemáticas e competências gerais que constituem a base epistemológica da Engenharia (Gomes, Bianchini & Lima, 2021a).

A análise das funções cognitivas ratifica conclusões obtidas enfocando a comunicação. Destacamos, especialmente, o fato de, mesmo os estudantes apresentando bom desempenho, tendo interesse pela Matemática e já tendo revisitado as funções reais de uma variável real no momento em que a implementação do evento contextualizada foi realizada, terem enfrentado entraves, de naturezas conceituais, na transposição de conhecimentos matemáticos para um contexto da Eletrônica Analógica, o que revela que tais conhecimentos são fragmentados e que, particularmente, no que concerne à relação funcional, esta não é percebida por eles como um objeto abstrato de alto nível.

As análises reforçam a pertinência de atrelar no trabalho com o MoDiMaCo preceitos da TMCE; salientam a importância de não apenas proporcionar que os futuros engenheiros vinculem a Matemática com as diferentes áreas da Engenharia, mas que, a maneira como tal vinculação é explorada pelo docente, oportunize o que na TMCE denomina-se de mudança estrutural, de forma que os aprendizados decorrentes do trabalho com o evento possam ser interiorizados, perdurem e estejam disponíveis nas estruturas cognitivas do estudante para serem aplicados em outras situações.

A mediação do docente deve possibilitar que o futuro engenheiro construa estruturas cognitivas suficientemente sólidas para que, ao se deparar com novas situações, elaboradas a partir de alterações em alguns elementos das originais, estas mudanças não tenham potencial de confundi-lo ou distrai-lo. Como indicam Feuerstein, Feuerstein e Falik (2014), as mudanças cognitivas devem ser estruturadas de modo a capacitar o aprendiz a adaptar, de modo flexível, a uma nova situação um comportamento bem-sucedido ao solucionar

um problema anterior. Deve-se proporcionar que, a partir do ponto em que o mediador termina seu trabalho, o futuro engenheiro continue seu desenvolvimento, de maneira autônoma.

É essencial, no trabalho com eventos contextualizados, “encorajar o aluno a comparar, coletar e classificar dados e a dar significado para experiência atual com relação à experiência anterior” (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 71). Estas ações é que permitirão transformar a experiência em aprendizado.

Retomamos um posicionamento de Feuerstein, Feuerstein e Falik (2014) com o qual concordamos inteiramente:

a crença na habilidade dos indivíduos aumentarem sua modificabilidade possibilita aos educadores buscarem por sinais de mudanças quando avaliarem os estudantes, bem como a realizar um prognóstico mais dinâmico (e otimista) que leva em consideração as mudanças que ocorreram, ao invés de basear-se unicamente no nível de funcionamento existente. (Feuerstein, Feuerstein e Falik, 2014, p. 106)

Acreditamos que os estudantes podem mudar e buscamos identificar, disfunções cognitivas para que, por meio de um trabalho adequado de mediação, subsidiado por dados oriundos de investigações como a apresentada neste artigo, estas possam ser convertidas em funções. Não aceitamos que, pelo fato de em dado momento de seu percurso formativo, o estudante ainda não ter desenvolvido de forma eficiente algumas funções cognitivas, esta situação não possa ser modificada.

É por esta não aceitação que insistimos em trabalhar com eventos contextualizados, apesar dos obstáculos apontados por alguns colegas: os estudantes não têm os conhecimentos matemáticos prévios suficientes; no início de suas graduações em Engenharia ainda não possuem conhecimentos específicos que os possibilitem abordar situações mais próximas às áreas de atuação do engenheiro; alguns dos professores não têm conhecimentos de Engenharia suficientes para trabalhar com aplicações mais próximas da realidade etc. Não negamos a existência destes obstáculos, mas, como estudantes e professores são seres permanentemente modificáveis, defendemos que somente tendo consciência das dificuldades e identificando-as minuciosamente, é que poderemos planejar estratégias para vencê-las. Se nos conformarmos com a impossibilidade intransponível de mudar os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática na Engenharia, essa intransponibilidade, além de aumentar, irá nos paralisar, nos levar a repetir

velhas práticas, a obter os mesmos resultados que não nos agradam e a responsabilizar as formações anteriores – as dos docentes e as dos discentes – por toda essa inércia. Para exercer a docência é preciso, antes de tudo, crer na modificabilidade humana!

## **DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES**

Os três autores trabalharam conjuntamente na elaboração do problema e das questões norteadoras que, do ponto de vista didático, subsidiaram sua resolução; na implementação da situação junto aos sujeitos da pesquisa e na análise dos dados delas decorrentes. A redação, revisão e aprovação do artigo para o envio também foram realizadas conjuntamente.

## **DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS**

Os autores concordam em disponibilizar seus dados mediante solicitação razoável do leitor, cabendo a eles determinar se uma solicitação é razoável ou não.

## **REFERÊNCIAS**

- Boylestad, R. L., Nashelsky, L. (2013). *Dispositivos Eletrônicos e Teoria dos Circuitos*. Pearson.
- Brasil. Resolução CNE/CES n. 2/2019, de 23 de abril de 2019. Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. <https://bityli.com/1pxvh>
- Camarena, P. (2002). Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería. *Revista Innovación Educativa*, 2(10), 22-28.
- Camarena, P. (2013). A treita añõs de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”. *Inovación Educativa*, 13(62), 17-44.
- Camarena, P. (2017). Didáctica de la matemática en contexto. *Educação Matemática Pesquisa*, 19(2), 01-26. <http://doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i2p1-26>
- Camarena, P. (2021). *Teoría de la matemática en el contexto de las ciencias*. EDUNSE.

- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado*. Aique.
- Feuerstein, R., Feuerstein, R. S., & Falik, L. H. (2014). *Além da inteligência: aprendizagem mediada e a capacidade de mudança do cérebro*. Vozes.
- Gomes, E., Fabri, A.V.N., Rocha, K.B., Bolelli, P. M., & Scalco, R. (2018a). Utilização de eventos contextualizados nas aulas de Vetores e Geometria Analítica – primeiras reflexões. In: *Anais do XLVI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 01-10).
- Gomes, E., Lima, G.L., Bianchini, B.L., Rocha, K.B., & Bolelli, P. M. (2018b). Análise Dinâmica de Pórticos: uma oportunidade para a construção de um evento contextualizado para o ensino e a aprendizagem de Álgebra Linear. In: *Anais do XLVI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 01-10).
- Gomes, E., Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2021a). As Potencialidades das Perguntas dos Professores em uma Abordagem Contextualizada da Matemática na Engenharia. In: *VIII Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 699-717).
- Gomes, E., Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2021b). Desenvolvimento de Competências Matemáticas e Competências Gerais por meio de uma atividade contextualizada no estudo de um diodo semicondutor. In: *Anais do XLIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 1-14).
- Gomes, E., Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2021c, julho). The Didactic Model of Mathematics in Context as a Teaching Strategy in Engineering. Comunicação apresentada no *INSTEAD – VII Workshop on Innovative Teaching Methodologies for Math Courses on Engineering Degrees*, Porto (evento online), Portugal.
- Lakatos, E. V.; Marconi, E. M. A. (2021). *Fundamentos da Metodologia Científica*. Atlas.
- Lima, G. L., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2021). Estudando a Curva Característica de um Diodo Semicondutor na disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral: oportunidade para o desenvolvimento de competências matemáticas e gerais na Engenharia. In: *Anais do XXII Encuentro Nacional y XIV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería* (pp. 178-189).

- Lima, G. L., Bianchini, B. L., Gomes, E., & Schwertl, S. L. (2020). O problema dos pórticos: uma intervenção didática construída para a disciplina de Cálculo Diferencial Integral. In: *Anais do XLVIII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 1-10).
- Lima, G. L., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2021). Estudando a Curva Característica de um Diodo Semicondutor na disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral: oportunidade para o desenvolvimento de competências matemáticas e gerais na Engenharia. In: *Libro de actas del XXII Encuentro Nacional y XIV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería* (pp. 178-189).
- Lima, G. L., Bianchini, B. L., Gomes, E., & Philot, J. M. (2021). O Ensino da Matemática na Engenharia e as Atuais Diretrizes Curriculares Nacionais: o modelo didático da matemática em contexto como possível estratégia. *Currículo sem Fronteiras*, 21(2), 785-816.
- Pinto, R. L. (2021). *Equações Diferenciais Ordinárias de Variáveis Separáveis na Engenharia Civil: uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor* (316 f.). Tese, Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Prieto, S. D. (1989). *Modificabilidad cognitiva y P. E. I.* Bruño.
- Silva, A. R. (2022). *Uma proposta de ensino de Equações Diferenciais em cursos de Engenharia Civil à luz da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências* ( 276 f.). Tese, Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Zúñiga, L. (2004). *Funciones cognitivas: un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del cálculo en el contexto de la ingeniería.* Tese, Ciências em Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional, México.