ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.7179

Fabricación de Personas Científicas Mediante la Geometría Escolar

Melissa Andrade-Molina

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Instituto de Matemáticas, Valparaíso, Chile.

Recibido para publicación 1 mayo 2022. Aceptado tras revisión 13 dic. 2022
Editora designada: Maria Célia Leme da Silva

RESUMEN

Contexto: Las habilidades visuo-espaciales que derivan, por ejemplo, de la percepción usualmente no son consideradas como parte de las habilidades matemáticas a desarrollar en los currículos nacionales de geometría escolar**. Objetivo**: Este trabajo tiene como objetivo explorar las prácticas escolares que buscan conducir las formas de pensar y actuar de estudiantes en el sistema educativo chileno. **Diseño:** Esta exploración se realiza al mapear el currículo escolar de geometría para evidenciar el sistema de razón que hace posible fabricar tipos particulares de personas: personas de ciencia. El estudio utiliza una caja de herramientas Foucaultiana para abordar la geometría escolar como una tecnología de gobierno que tiene efectos de poder en la formación de las subjetividades de estudiantes en etapa escolar. **Escenario y Participantes**: Textos escolares distribuidos por el Ministerio de Educación de Chile, MINEDUC, de los últimos 6 niveles de enseñanza escolar (13 a 18 años). **Recogida y análisis de datos:** los textos escolares fueron explorados, mediante un análisis de discurso, para mapear las conexiones entre las actividades propuestas en las unidades de geometría sugeridas en cada nivel, de modo de trazar los caminos que permiten conducir la conducta de tales estudiantes. **Resultados**: La evidencia recopilada a partir de un análisis de los libros de texto de matemáticas chilenos actuales muestra que las prácticas escolares de geometría contribuyen al entrenamiento del ojo. Tal entrenamiento supone fabricar a personas de ciencia que conciban y experimenten el espacio no a través de sus sentidos, sino que a través de la lógica y la razón. Lo que inserta a estudiantes en etapa escolar en el proceso moderno de formación de las mentes científicas del futuro. **Conclusiones:** Si la intencionalidad de la escuela es potenciar las posibilidades de que estudiantes en etapa escolar opten por carreras STEM, es necesario replantear y repensar los efectos de poder de la geometría escolar.

Palabras clave: geometría escolar; currículo; tecnología de gobierno; conducción de conducta; ojos de la razón.

Corresponding author: Melissa Andrade-Molina. Email: melissa. andrade@pucv.cl

The Fabrication of Scientists through School Geometry

ABSTRACT

Background: Visuospatial abilities that derive from perception, for example, are not usually considered one of the mathematical abilities developed in the national school geometry curricula. **Objective**: This work aims to explore school practices that seek to guide the ways of being and acting of students in Chile. **Design**: This is done by mapping the geometry school curriculum to trace the system of reason that makes possible the fabrication of particular kinds of people. The study uses a Foucaultian toolbox to address school geometry as a technology of government that has power effects in shaping students' subjectivities. **Setting and Participants**: School textbooks distributed by the Chilean Ministry of Education, MINEDUC, from the final six levels of school education (13 to 18 years) were analysed. **Data collection and analysis**: The school textbooks were explored through discourse analysis to map the connections between the activities proposed in the geometry units for each level in order to trace the paths that allow for guiding students' ways of being and acting. **Results**: Evidence compiled from an analysis of current Chilean mathematics textbooks shows that geometry school practices are constructed to train the eye so that students conceive and experience space not through their senses but through reason and logic, which inserts students in the modern process of training scientific minds of the future. **Conclusions:** If school intends to enhance the possibilities that students choose STEM careers, it is necessary to rethink the power effects of school geometry.

Keywords: school geometry; curriculum; technology of government; conduction of conduct; eyes of reason.

A fabricação de cientistas através da geometria escolar

RESUMO

Contexto: As habilidades visuo-espaciais que derivam, por exemplo, da percepção usualmente não são consideradas como parte das habilidades matemáticas a serem desenvolvidas nos currículos escolares nacionais de geometria. **Objetivo**: Este trabalho tem como objetivo explorar as práticas escolares que buscam conduzir os modos de pensar e agir dos alunos no Chile. **Design**: Isso é feito mapeando o currículo de geometria da escola para traçar o sistema de razão que torna possível fabricar tipos particulares de pessoas. O estudo usa uma caixa de ferramentas foucaultiana para abordar a geometria escolar como uma tecnologia de governança que tem efeitos de poder na formação das subjetividades dos alunos. **Ambiente e participantes**: Foram analisados livros didáticos distribuídos pelo Ministério da Educação do Chile, MINEDUC, dos 6 últimos níveis de educação escolar (13 a 18 anos). **Recolha e Análise dos dados:** os livros didáticos escolares foram explorados, por meio da análise de discurso, para mapear as conexões entre as atividades propostas nas unidades de geometria para cada nível, a fim de traçar os caminhos que permitem conduzir os modos de pensar e agir dos alunos. **Resultados**: Evidências compiladas a partir de uma análise de livros didáticos de matemática chilenos atuais mostram que as práticas escolares de geometria são construídas para treinar o olho para que os alunos concebam e experimentem o espaço não por meio de seus sentidos, mas por meio da lógica e da razão. O que insere os alunos no moderno processo de formação das mentes científicas do futuro. **Conclusões:** Se a intenção da escola é potencializar as possibilidades de estudantes no estágio escolar optarem por carreiras STEM, é necessário replantar e compensar os efeitos de poder da geometria escolar.

Palavras-chave: geometria escolar; currículo; tecnologia de governo; condução da conduta; olhos da razão.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de habilidades de matemáticas en la escuela ha sido considerado un elemento central en la resolución de problemas de la vida cotidiana; reconociéndose como esenciales para relacionar las prácticas del día a día y las matemáticas (OCDE, 2014). Particularmente en geometría, habilidades como el pensamiento espacial se han propuesto como competencias fundamentales para resolver problemas contextualizados en el aula de matemáticas (Mevarech & Kramarski, 2014). De esta manera, el razonamiento visuo-espacial (Taversky, 2005) o visualización espacial se vuelve imprescindible para leer, interpretar y reconocer la información contenida en imágenes bidimensionales o tridimensionales (OCDE, 2012). Por ejemplo, para Arcavi (2003), la visualización se vuelve

> La capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso de y reflexión sobre dibujos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar en y desarrollar ideas previamente desconocidas y avanzar en entendimientos (p. 217)

La visualización espacial se ha relacionado con hallazgos científicos importantes como los realizados por Galileo, Faraday y Einstein, así como el descubrimiento de la estructura del ADN (Miller, 1986; Kozhevnikov, Motes, & Hegarty, 2007; Newcombe, 2010). Más aún, el pensamiento espacial ha sido considerado tan importante como el pensamiento matemático (Wai, Lubinski & Benbow, 2009; Verdine, Golinkoff, Hirsh-Pasek & Newcombe, 2014). Investigaciones en el campo de educación matemática se han enfocado en explorar y comprender la complejidad de los procesos de visualización en el aprendizaje de las matemáticas escolares (por ejemplo, Swoboda & Vighi, 2016). Así, la visualización se ha convertido en una forma de razonamiento significativo tanto en los procesos de aprendizaje como de enseñanza de la geometría escolar (Sinclair et al., 2016). Bajo este reconocimiento, algunas investigaciones sugieren desarrollar la visualización espacial como parte del currículum escolar (Sinclair & Bruce, 2015). Otras investigaciones discuten sobre si este tipo de habilidades son aceptadas, fomentadas y valoradas en el aula de matemáticas (Presmeg, 2014).

Si bien se ha propuesto una amplia gama de actividades para mejorar y desarrollar la habilidad espacial—desde la introducción de actividades de manipulación de objetos concretos como bloques de construcción hasta proponer reestructurar el currículo escolar de geometría en su totalidad (Clements, 2008; Hauptman, 2010; Prieto & Velasco, 2010)—, la geometría escolar está enmarcada en los axiomas de Euclides y en el sistema cartesiano. Así, la geometría escolar se concibe en una reducción del espacio que conlleva a posibles concepciones erróneas (Skordoulis et al., 2009, Andrade-Molina, 2017). Sin embargo, el tipo de habilidades que deberían ser desarrolladas en la escuela no solo responde a la estructura del currículo de geometría al posicionarse como áreas de interés (por ejemplo, al justificar la importancia de ciertas habilidades para carreras STEM), sino que también delinean quién es el sujeto deseado (Andrade-Molina & Valero, 2015)

Hace algunos años (Andrade-Molina, 2017a) discutía sobre cómo la geometría escolar se convierte en una tecnología de gobierno (Foucault, 1988) que conduce las formas de actuar y pensar de estudiantes en etapa escolar. Ese análisis concluyó en los efectos de poder en la fabricación del estudiante deseado, al insertarlos en prácticas escolares dirigidas a entrenar del ojo mediante las matemáticas escolares (Andrade-Molina & Valero, 2017). De esta forma, estudiantes en etapa escolar son posicionados en contextos que imitan situaciones de la vida cotidiana, pero que soslayan la información recogida a través de los sentidos para ajustarse a prácticas matematizadas basadas en la lógica, deducción y la razón. Por ello, este artículo busca explorar cómo ha cambiado el currículo de matemáticas en Chile respecto al entrenamiento del ojo mediante la geometría escolar después de la introducción de preocupaciones transnacionales como la atención a la diversidad e inclusión en el aseguramiento de la calidad y acceso a la educación (ver UN, 2015). La exploración recoge datos de la última actualización de los textos escolares para estudiantes realizada por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) para indagar cómo la geometría escolar se convierte en una tecnología de gobierno para conducir las formas de pensar y actuar de estudiantes. En esta conducción, estudiantes en el sistema educativo chileno se insertan en prácticas que buscan percibir el espacio a través de ojos entrenados mediante una geometría escolar euclidiana.

CURRÍCULO ESCOLAR Y TECNOLOGÍAS DE GOBIERNO

Los textos escolares son explorados para entender cómo la geometría escolar se convierte en una tecnología de gobierno. Esto se logra al trazar la estructura curricular que permite la conducción de las formas de pensar y actuar de estudiantes en etapa escolar. Para Foucault (1993), gobernar a las personas

> No es una forma de forzar a las personas a hacer lo que el gobernador quiere; es siempre un equilibrio versátil, con complementariedad y conflictos entre técnicas que aseguran la coerción y los procesos a través de los cuales el yo es construido o modificado por el mismo. (p. 204)

De esta forma, la geometría escolar no se entiende como un dispositivo pedagógico que busque una imposición absoluta de formas de pensar a las que deban someterse las personas sin oponer resistencia. Para Foucault (1984) gobernar no es forzar, dominar, ni imponer, sino que depende de la libertad que las personas sientan para ser y actuar por ellas mismas; de decidir por ellas mismas. Así, la conducción de la conducta opera a través de tecnologías de poder sistematizadas y reguladas que incluyen formas de auto-regulación (Foucault, 1997). En este sentido, las tecnologías de poder permiten que las personas cambien y desarrollen sus pensamientos y conduzcan sus formas de ser en el proceso de fabricación de sus subjetividades (Foucault, 2008). Por ejemplo, Kollosche (2014) explora cómo la matemática escolar es una tecnología de gobierno mediante prácticas de lógica y cálculo que conduce las conductas de estudiantes en etapa escolar "para pensar y hablar lógicamente y actuar burocráticamente" (p. 1070).

En otras palabras, las personas aceptan ciertos modelos "que [las personas] encuentran en su cultura y son propuestas, sugeridas, impuestas a ellas mediante su cultura, su sociedad, y su grupo social" (Foucault, 1984, p. 291) en un proceso de negociación –una tensión constante entre sujeción y subjetivación– y actúan con ellos de forma productiva. Aquí, la educación moderna se ha señalado como un espacio fundamental en el gobierno del sujeto. En particular, las prácticas de la matemática escolar insertan normas de razón en maneras tanto restrictivas como productivas (Valero & García, 2014). Es decir, estudiantes en etapa escolar aprenden las matemáticas escolares reconocidas por trasnacionales y gobiernos como esenciales para la formación del ciudadano activo para: (1) que cada estudiante pueda decidir su futuro de acuerdo con sus propios intereses y posibilidades, pero (2) restringidas a un sistema de razón que permite concebir ese futuro solo de acuerdo con unos parámetros en los que las matemáticas escolares se vuelven una llave de acceso. Siguiendo este entendimiento, la geometría escolar gobierna la percepción espacial y visual de acuerdo con ciertas normas que posibilitan la fabricación del sujeto deseado (Andrade-Molina & Valero, 2017).

GEOMETRÍA ESCOLAR Y LA CONDUCCIÓN DE CONDUCTAS

Esta exploración analiza los textos escolares distribuidos por MINEDUC. Hasta el momento solo se han revisado los textos que comprenden los últimos 6 niveles de educación escolar –dirigidos a estudiantes entre 13 a 18 años. Estos textos son complementados por los programas de estudio publicados por MINEDUC para cada nivel en el sitio web https://www.curriculumnacional.cl/docentes/ Cabe señalar que los textos escolares son materiales pedagógicos gratuitos distribuidos por MINEDUC a establecimientos educacionales públicos y particulares subvencionados con el fin de promover la calidad, el acceso equitativo a la educación y garantizar la igualdad de oportunidades a cada estudiante inserto en el sistema escolar (Gobierno de Chile, 2018). Otros establecimientos, por ejemplo, particulares, pueden utilizar textos escolares de otras editoriales que conllevan un costo elevadísimo por parte de padres, madres y tutores de estudiantes que asisten a tales escuelas (ver Gonzáles & Parra, 2016).

La exploración se realizó mediante el análisis de las actividades presentadas en los textos escolares que involucraran una confrontación entre geometría escolar, la percepción y la visualización espacial. Para ello, este análisis se centró en identificar el foco de la unidad, el contenido a tratar y cómo las actividades propuestas en cada lección permiten aplicar conocimiento geométrico de cada lección. Más concretamente, la exploración de los textos escolares responde a las preguntas ¿qué elementos deben poner en juego estudiantes en etapa escolar para resolver problemas contextualizados en la vida cotidiana? ¿De qué manera la geometría escolar permite conducir la conducta hacia el entrenamiento del ojo?

A continuación, se presentan los resultados de la exploración, separados por nivel. Esta exploración da cuenta de los elementos que se enfatizan al resolver problemas de geometría contextualizados en situaciones de la vida cotidiana. Tales problemas imposibilitan el desarrollo de la visualización espacial.

Primer nivel: Séptimo año básico

Según el programa de estudios para este nivel (MINEDUC, 2016a), la unidad de geometría debe centrarse en el trabajo con figuras planas, ángulos, rectas y círculo -cálculo de áreas y perímetros. Además, se espera incorporar la noción de vector mediante juegos de posición.

La primera actividad de la unidad de geometría del texto escolar (Iturra, Manosalva, Ramírez & Romero, 2019) busca el reconocimiento de figuras planas, rectas y ángulos en objetos tridimensionales. Se espera que “activen” sus conocimientos previos a través de actividades como construir triángulos mediante tríos de segmentos dados, clasificación y suma de ángulos e identificar transformaciones. Por ejemplo, en la Lección 10 se debe clasificar polígonos (regulares e irregulares) respecto a la cantidad de lados y tipo de ángulos, así como reconocer polígonos en el entorno. La unidad continúa con el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. La conexión con fenómenos de la vida cotidiana se da en términos de realizar estos cálculos en objetos conocidos.

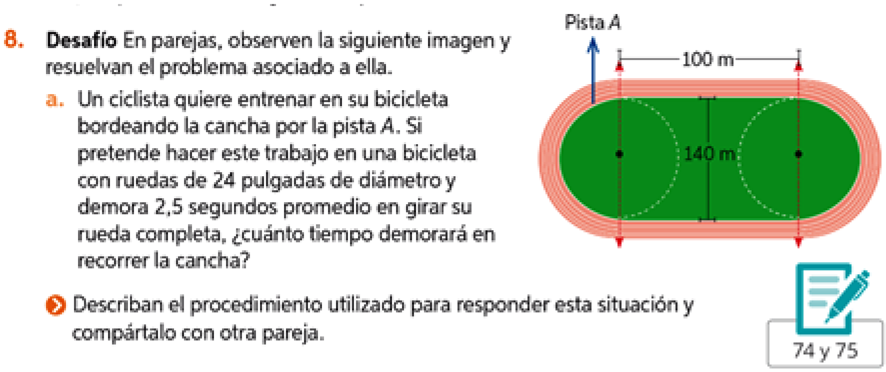
La siguiente figura (ver figura 1) muestra un problema sobre el cálculo del perímetro de una figura, *perímetro del círculo* (Lección 12)*,* en la que se debe estimar el tiempo que le tomaría a un ciclista completar una vuelta conociendo el diámetro de las ruedas de la bicicleta y el tiempo que demora la ruda en girar. El contexto del problema es confuso en términos prácticos. Si un ciclista quiere determinar cuánto tiempo demora en recorrer una pista, lo más probable es que utilice un cronómetro.

Sin embargo, el método que se espera empleen estudiantes en este nivel requiere que, además de calcular el perímetro de la pista (utilizando la información que proporciona la superficie verde), calculen la velocidad del ciclista (utilizando la información proporcionada en el problema). Así, comienzan a disonar las técnicas aplicadas en la vida cotidiana de las técnicas aplicadas en la vida cotidiana insertas en un contexto escolar.

Posteriormente, en las Lecciones, 13 y 14, se introducen el plano cartesiano y vectores, respectivamente. En estas lecciones se debe identificar y ubicar puntos e identificar vectores en el plano. Las actividades involucran una abstracción del espacio tridimensional para concebirlo bidimensionalmente. A modo de ejemplo, el problema 2 de la Lección 13 lleva a suponer que el desplazamiento de un cuerpo ocurre bidimensionalmente en un espacio concebido por los ejes X e Y. Vale decir, cuando un objeto cotidiano, como un dron, hace parte de un problema escolar, su trayectoria se restringe a movimientos verticales y horizontales dentro de un mismo plano (ver Figura 2).

Figura 1

Cálculo de perímetro en un contexto cotidiano. (Iturra et al., 2019, p. 137)

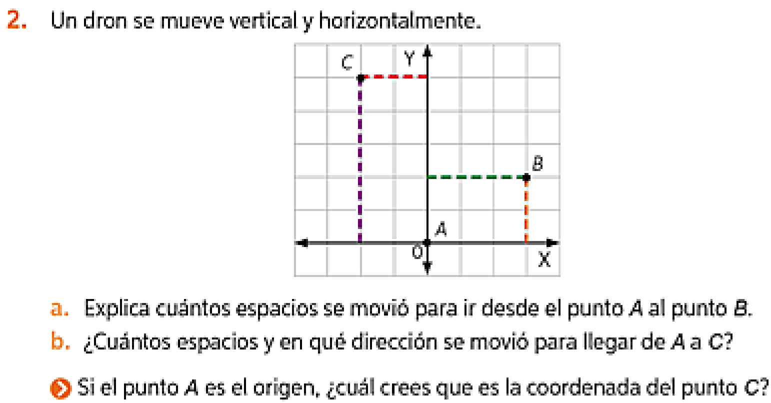

8. **Desafío** En parejas, observen la siguiente imagen y resuelvan el problema asociado a ella.

a. Un ciclista quiere entrenar en su bicicleta bordeando la cancha por la pista *A*. Si pretende hacer este trabajo en una bicicleta con ruedas de 24 pulgadas de diámetro y demora 2,5 segundos promedio en girar su rueda completa, ¿cuánto tiempo demorará en recorrer la cancha?

Describan el procedimiento utilizado para responder esta situación y compártalo con otra pareja.

Figura 2

Movimiento de un objeto (Iturra et al., 2019, p. 146)


2. Un dron se mueve vertical y horizontalmente.

a. Explica cuántos espacios se movió para ir desde el punto *A* al punto *B*.

b. ¿Cuántos espacios y en qué dirección se movió para llegar de *A* a *C*?

Si el punto *A* es el origen, ¿cuál crees que es la coordenada del punto *C*?

Esta técnica se utiliza en la Lección 14: *vectores*. En esta lección se deben establecer los vectores de traslación de una figura. Las actividades involucran objetos como helicópteros, así como figuras planas (en este caso triángulos). Aquí, las situaciones de la vida cotidiana son presentadas de modo de enmarcarlas en un contexto escolar que justifique ser abordadas mediante vectores. Por ejemplo, el siguiente problema (ver figura 3) se enuncia desde un contexto local, la gran velocidad a la que nada un pingüino magallánico del sur de Chile, que reduce la trayectoria del nado de un pingüino a ser imaginada mediante un desplazamiento de cuadrantes.

Figura 3

Vectores de traslación en un contexto cotidiano. (Iturra et al., 2019, p. 152).

4. Observa la situación y realiza las actividades solicitadas.

En la Zona Sur de Chile habita el pingüino magallánico, un ave que nada a gran velocidad y se zambulle desde elevadas alturas.

a. Recrea en un plano cartesiano, con puntos y vectores, la siguiente situación: Usa solo el cuadrante IV y toma como posición inicial el punto (0, 0).
   - Un pingüino se sumerge en el mar. En este movimiento se desplaza cinco lugares hacia abajo y dos lugares a la derecha.

b. ¿Cuáles son las coordenadas del vector desplazamiento que representa el movimiento?

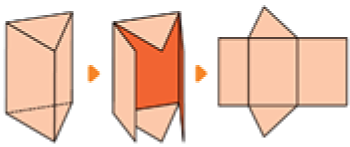
Segundo nivel: Octavo año básico

Según el programa de estudios de este nivel (MINEDUC, 2016b), la unidad de geometría debe centrarse en el descubrimiento y aplicación de fórmulas de superficie y volumen mediante el trabajo con redes de cuerpos geométricos, así como también en el teorema de Pitágoras. Además, de integrar movimientos de traslación, rotación y reflexión, aproximándose a estos mediante el plano cartesiano.

En el texto escolar (Torres & Caroca, 2019), la unidad comienza relacionando la matemática y el arte a través de una breve reflexión seguida del cálculo de áreas y perímetros de figuras planas y la identificación de la cantidad de caras de dos prismas dados. La unidad prosigue con el cálculo de áreas y perímetros de prismas y cilindros. Tal como en el nivel anterior –séptimo básico– se intenta aproximar la realidad mediante una visión restringida de las prácticas cotidianas para que tengan sentido en el aula. El ejemplo 1 de Lección 1 muestra cómo, dentro del aula, las personas actúan de un modo completamente diferente a como actuarían fuera de un contexto escolar. Este problema (figura 4) asume que, para determinar la cantidad de papel necesario para envolver una caja, se calcula el área total de la figura en lugar de superponer la caja desarmada sobre un trozo de papel o de rodear la caja con el papel y estimar visualmente la cantidad requerida. En este problema, el área total no necesariamente coincidirá con la red que se presenta en la imagen y la técnica para resolver el problema queda solo reducida al cálculo de áreas mediante un algoritmo dado: calcular el área de cada figura que compone la red y sumarlas para conocer el área total de la superficie de la caja. ¿En qué ayuda saber el área total de la figura si se necesita un rectángulo de papel que corresponda al ancho y alto de la figura para envolver la caja? Aquí es necesario desprenderse de técnicas adquiridas fuera de la escuela y aceptar las técnicas adquiridas mediante las prácticas de la geometría escolar.

Figura 4

Cálculo de superficie de prismas. (Torres & Caroca, 2019, p. 119).



Ejemplo 1

Tamara tiene una caja en la que guarda sus útiles escolares. Ella quiere forrarla con papel. Para ello, desarma la caja, como se muestra en la siguiente imagen.

¿Cómo podría saber Tamara cuánto papel requiere para forrar la caja?

Para saber cuánto papel utilizará, Tamara desarma la caja obteniendo una red formada por 2 triángulos y tres rectángulos. Entonces, si calcula el área de cada una de estas figuras y las suma, tendrá el área total, y podrá dar respuesta a su interrogante.

Al igual que el ejemplo anterior, los siguientes problemas correspondientes al volumen de prismas son planteados para ser resueltos al aplicar fórmulas en contextos de la vida cotidiana que son abordados con otro tipo de herramientas. Por ejemplo, en lugar de calcular el volumen de un recipiente (en este caso una caja), se presenta un problema en el que se conserva el volumen, pero varían los parámetros de un lado de la base del recipiente.

> Un diseñador realiza un bosquejo de una caja de 18 cm de altura cuya base es un triángulo rectángulo y sus catetos miden 4 cm y 3 cm. Si no queda conforme con este bosquejo y aumenta al doble la longitud del cateto de menor longitud, ¿cómo debe variar la altura de la caja para conservar su capacidad? (Torres & Caroca, 2019, p. 135)

La unidad continúa con el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones en la vida cotidiana. Algunos problemas se alinean a la forma tradicional de aproximarse a los objetos matemáticos en un contexto escolar, por ejemplo, al calcular la distancia máxima posible en un rectángulo (la diagonal). Esto se concreta al plantear problemas que involucran tales movimientos: calcular el recorrido máximo posible en una piscina si solo se puede nadar en línea recta y conociendo las dimensiones de la piscina (Ejemplo 2 de la Lección 2). En este nivel se incluyen ejercicios llevan a una aplicación no tradicional del teorema de Pitágoras. Esta aproximación incluye prácticas de otras civilizaciones (ver figura 5) respecto a la construcción de ángulos basados en el teorema de Pitágoras.

Figura 5

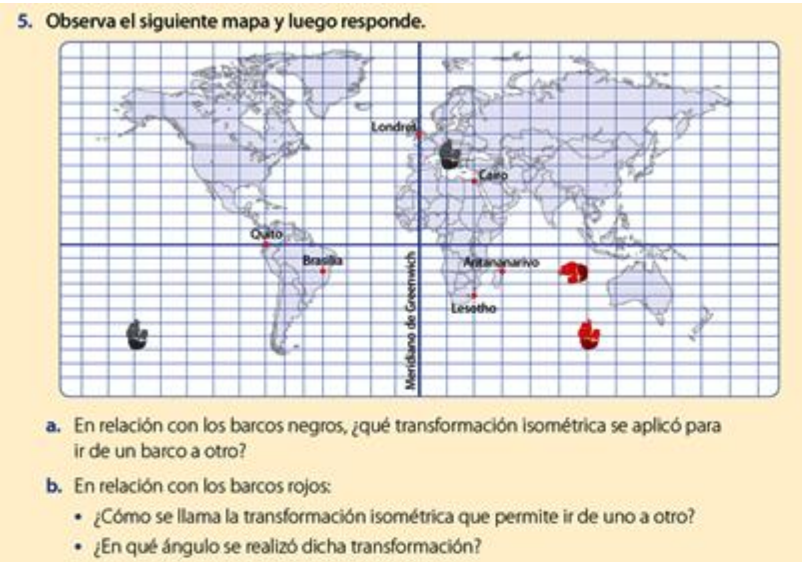
Construcción de ángulos rectos. (Torres & Caroca, 2019, p. 143)

Sin embargo, en lugar de propiciar el uso de la cuerda para entender cómo se pueden trazar ángulos rectos empleando este objeto, se presentan las figuras y se pide justificar cuál es el sustento matemático detrás de ese método. Lo que lleva a mecanizar el problema y limitar las posibilidades respecto al desarrollo de estrategias de visualización espacial. De esta forma, se espera que estudiantes en etapa escolar superpongan sus conocimientos geométricos para justificar con “conocimientos válidos” en un contexto escolar la construcción de ángulos.

En la siguiente lección, *transformaciones isométricas*, los problemas son técnicos. Vale decir, se deben aplicar traslaciones, rotaciones y reflexiones a figuras bidimensionales en el plano cartesiano y de cuerpos tridimensionales –los cuerpos tridimensionales no están insertos en el sistema de coordenadas XYZ. La conexión con los fenómenos de la vida diaria se da a partir de la coordinación con objetos conocidos (animales, videojuegos como tetris, pinturas), aunque el tratamiento de esos contextos sigue restringiendo las prácticas que se dan en un contexto cotidiano.

Figura 6

Transformaciones isométricas. (Torres & Caroca, 2019, p. 169)



La pregunta 5 de la sección de evaluación de la Lección 3, muestra unos barcos navegando (Figura 6). A estos barcos se les aplicó ciertas trasformaciones que deben ser halladas. La situación se enmarca, quizá sin esa intención, en un plano cartesiano compuesto por la Línea Ecuatorial y el Meridiano de Greenwich. De esta manera, son introducidas, cada vez más, técnicas que requieran pensar la realidad en términos de coordenadas en un plano cartesiano y no en las trayectorias que posiblemente seguirían los barcos al navegar de un punto a otro.

Tercer nivel: Primer año medio

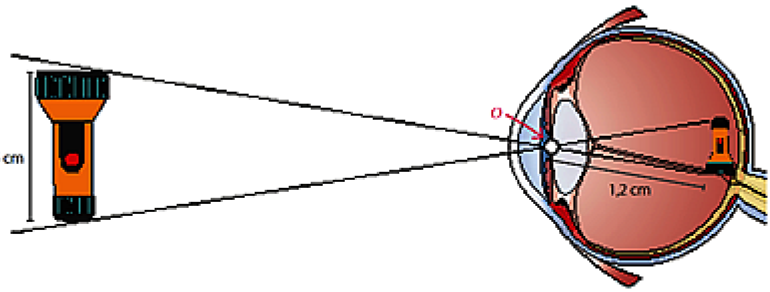
Según el programa de estudios para este nivel (MINEDUC, 2016c), la unidad de geometría debe centrarse en desarrollar la fórmula para áreas y perímetros de sectores circulares, así como las fórmulas para el área y volumen del cono. Además, deben relacionar homotecia con perspectiva, comprender sus propiedades, desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, semejanza, proporcionalidad y representar homotecia de forma vectorial.

En el texto escolar (Fresno, Torres & Ávila, 2020), la unidad comienza presentando los rieles abandonados de un ferrocarril en San Pedro de Atacama al norte de Chile para problematizar el quinto postulado de Euclides y el punto de fuga en el que los rieles paralelos parecen converger en el horizonte producto de la perspectiva. Posteriormente, aparecen unos ejercicios de razón y proporción desligados de la discusión anterior sobre los postulados de Euclides. La unidad continúa con problemas técnicos respecto a la homotecia y el teorema de Tales, por ejemplo, problemas que requieren calcular el factor de homotecia. Los ejercicios planteados en esta unidad, al igual que en niveles anteriores, restringe las prácticas de la vida cotidiana según los parámetros que permite la funcionalidad de un contexto basado en el objeto matemático a enseñar. La actividad 6 de la Lección 8 presenta un problema sobre el ojo humano y la forma en la que procesa las imágenes. Las tres primeras preguntas se limitan al cálculo del factor de homotecia, el largo de la imagen resultante, y determinar si la homotecia es inversa o no (ver figura 7). Las preguntas de reflexión no profundizan por qué ocurre este fenómeno, tampoco se refiere a otras situaciones más cercanas en las que ocurre (el reflejo en una cuchara). La homotecia se da solo en términos de reconocer las coordenadas de las figuras (original y resultante); en forma vectorial.

Figura 7

Aplicación de homotecia. (Fresno et al., 2020, p. 113)

6. CIENCIAS NATURALES ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN **El ojo humano tiene forma parecida a una esfera. Cuando miras algún objeto, este refleja luz que ingresa a nuestros ojos y estos forman una imagen invertida del objeto sobre la retina. Analiza la siguiente figura y responde:**



a. Decide si la homotecia que se genera al mirar un objeto es directa o inversa. Justifica.

b. ¿Qué signo tiene el factor de homotecia *k*? Justifica

c. Si se observa una linterna, como la que se muestra en la imagen, de modo que la distancia entre la parte superior de esta y la pupila del ojo es 25 cm, determina cuál será el largo de la imagen que se proyecta en la retina.

d. Investiga acerca de los efectos de la contaminación atmosférica sobre la salud de los ojos. Luego, comparte la información con tu curso.

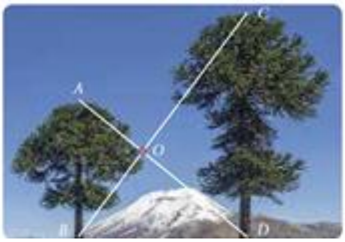
e. Averigua por qué vemos la imagen en su posición original siendo que la retina procesa la imagen invertida.

Cuaderno de Actividades

Figura 8

Teorema de Tales. (Fresno et al., 2020, p. 125).

7. ECOLOGÍA Junto con un compañero, **analicen** la siguiente información y respondan.



Las dos araucarias de la imagen son paralelas entre sí y perpendiculares a la superficie del suelo.

Calculen la altura de la araucaria más alta si se sabe que la otra araucaria mide 7,5 m, $BO = 6$ m y $OC = 10$ m.

El teorema de Tales se presenta de una manera en la que sea posible calcular alturas de objetos distantes, como usualmente se utiliza en la escuela.

El contexto cotidiano viene dado mediante los objetos involucrados para resolver un problema, en este caso, araucarias en el sur de Chile (ver figura 8). Este problema requiere que las personas conciban que las situaciones de la vida cotidiana se acceden al trazar coordenadas, rectas y segmentos para calcular las dimensiones de un objeto dado.

Cuarto nivel: Segundo año medio

Según el programa de estudios para este nivel (MINEDUC, 2016d), la unidad de geometría debe centrarse en desarrollar fórmulas del área y volumen de la esfera, razones trigonométricas y su aplicación a diversos contextos. En el texto del estudiante (Díaz et al., 2020), la unidad comienza presentando un globo terráqueo y preguntando por las diferencias entre continentes; continúa con preguntas sobre cálculo de área y perímetro de figuras planas, conos y cilindros, semejanza de triángulos y vectores. El introducir la esfera como un sólido de revolución que resulta al rotar un semicírculo en torno a su diámetro, da paso a problemas enfocados en el cálculo del diámetro y radio de círculos y en la rotación de figuras planas para generar figuras tridimensionales. Posteriormente, se establece la relación entre el volumen de una esfera con el volumen del cono y cilindro.

En general, las preguntas de esta lección están enfocadas al cálculo de volumen de la esfera y semiesfera aun cuando los problemas son contextualizados en la vida cotidiana. Por ejemplo, se toman elementos de la vida cotidiana como parte del contexto del problema, el cine Géode en Paris, y se reduce a la aplicación de un algoritmo, en este caso el cálculo del volumen conociendo el diámetro de la esfera (ver figura 9).

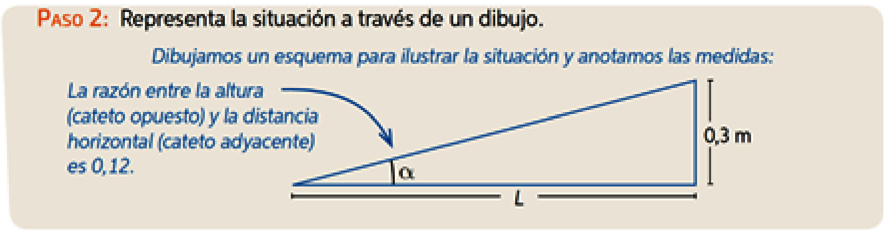
El texto luego prosigue a la Lección 9: *Trigonometría*, que se centra en las razones trigonométricas en triángulos rectángulos, por lo que las actividades involucran el uso de triángulos rectángulos. El ejemplo 1 de la sección de aplicaciones de las razones trigonométricas contextualiza el problema hacia la construcción de una rampa de acceso a un edificio conociendo que la ley chilena requiere que la razón entre la altura de la rampa y la distancia horizontal sea como máximo 0.12. La solución de este ejemplo sugiere extrapolar el contexto del problema para representarlo con un triángulo rectángulo (Figura 10).

Figura 9

Cálculo de volumen de una esfera. (Díaz et al., 2020, p. 100)

Figura 10

Trigonometría. (Díaz et al., 2020, p. 110)



Finalmente, se presenta la relación entre vectores y trigonometría, vale decir, se descomponen los vectores mediante el uso de razones trigonométricas. Esta técnica se aplica para establecer el movimiento de cuerpos de acuerdo con el ángulo de trayectoria respecto a la horizontal. Este problema (ver figura 11) requiere que la persona que lo resuelva deba proponer un esquema. Durante los niveles anteriores, estudiantes en etapa escolar han establecido relaciones entre objetos de la vida cotidiana y figuras planas o cuerpos geométricos que pueden ser ajustados a dichos objetos. Por otro lado, la estructura curricular y problemas propuestos contribuyen a diagramar (mediante un esquema) las situaciones de la vida cotidiana de modo de ajustarlas al contenido que se está abordando en cada lección.

Figura 11

Cálculo de desplazamiento mediante vectores y razones trigonométricas. (Díaz et al., 2020, p. 110)

9. Un objeto se desplaza a una rapidez de 17 $\frac{m}{s}$ de modo que forma un ángulo de 60° con respecto a la horizontal.
   a. Realiza un esquema que ilustre la situación.
   b. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de su velocidad?

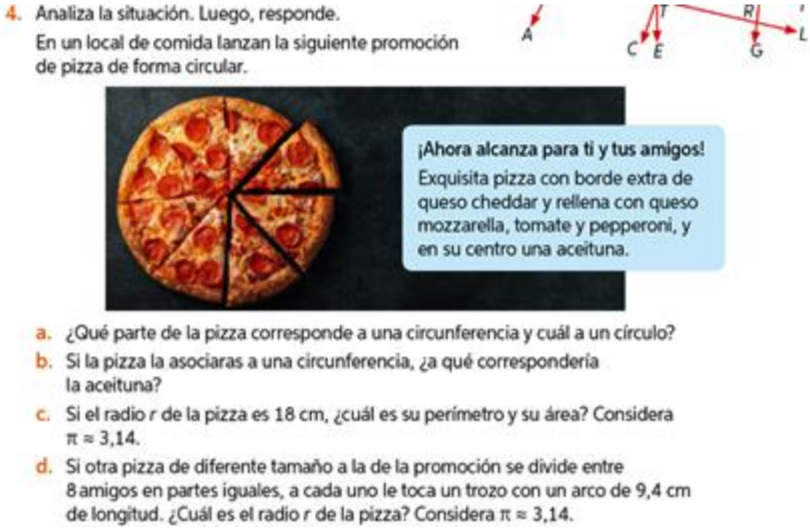
Quinto nivel: Tercer y cuarto año medio

Según las Bases Curriculares para tercero y cuarto año medio (MINEDUC, 2019), la geometría 3D se debe presentar mediante formulaciones euclidianas, cartesianas y vectoriales. De esta manera, se busca que estudiantes en este nivel desarrollen su pensamiento espacial al resolver problemas, modelar situaciones que inciden en el tamaño, la forma y la posición de los objetos.

En el texto escolar (Osorio et al., 2019), la unidad comienza reflexionando sobre relaciones métricas en la circunferencia. La unidad busca que los estudiantes resuelvan problemas con ángulos y segmentos en la circunferencia. Al igual que en niveles anteriores, los problemas de esta unidad son contextualizados en situaciones de la vida cotidiana que terminan restringiendo la experiencia de las personas en esas situaciones de modo de ajustarlas al contexto del problema. Por ejemplo, se presenta una actividad para activar conocimientos previos que supone el cálculo del perímetro, área y radio de una pizza. Esta actividad espera que estudiantes en este nivel recuerden unidades anteriores, mediante el planteamiento de un problema con objetos conocidos que termina volviéndose poco cotidiano: i.e. al enunciar que a cada persona le corresponde un trozo de pizza con arco de 9,4 centímetros para calcular el radio de una pizza (ver figura 12).

Figura 12

Cálculo de área, perímetro y radio de círculo. (Osorio et al., 2019, p. 58).

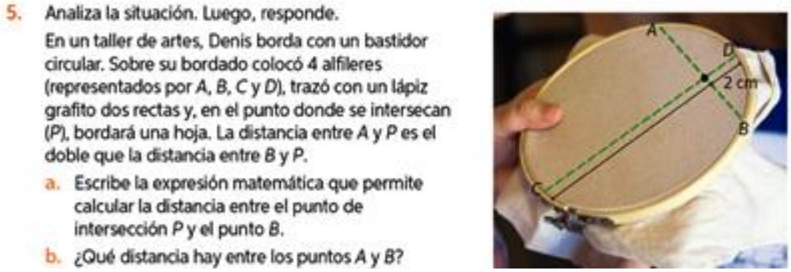


4. Analiza la situación. Luego, responde.
En un local de comida lanzan la siguiente promoción de pizza de forma circular.

a. ¿Qué parte de la pizza corresponde a una circunferencia y cuál a un círculo?
b. Si la pizza la asociaras a una circunferencia, ¿a qué correspondería la aceituna?
c. Si el radio *r* de la pizza es 18 cm, ¿cuál es su perímetro y su área? Considera $\pi \approx 3{,}14$.
d. Si otra pizza de diferente tamaño a la de la promoción se divide entre 8 amigos en partes iguales, a cada uno le toca un trozo con un arco de 9,4 cm de longitud. ¿Cuál es el radio *r* de la pizza? Considera $\pi \approx 3{,}14$.

Figura 13

Cálculo de segmentos. (Osorio et al. 2019, p. 70)



5. Analiza la situación. Luego, responde.
En un taller de artes, Denis borda con un bastidor circular. Sobre su bordado colocó 4 alfileres (representados por *A*, *B*, *C* y *D*), trazó con un lápiz grafito dos rectas y, en el punto donde se intersecan (*P*), bordará una hoja. La distancia entre *A* y *P* es el doble que la distancia entre *B* y *P*.
a. Escribe la expresión matemática que permite calcular la distancia entre el punto de intersección *P* y el punto *B*.
b. ¿Qué distancia hay entre los puntos *A* y *B*?

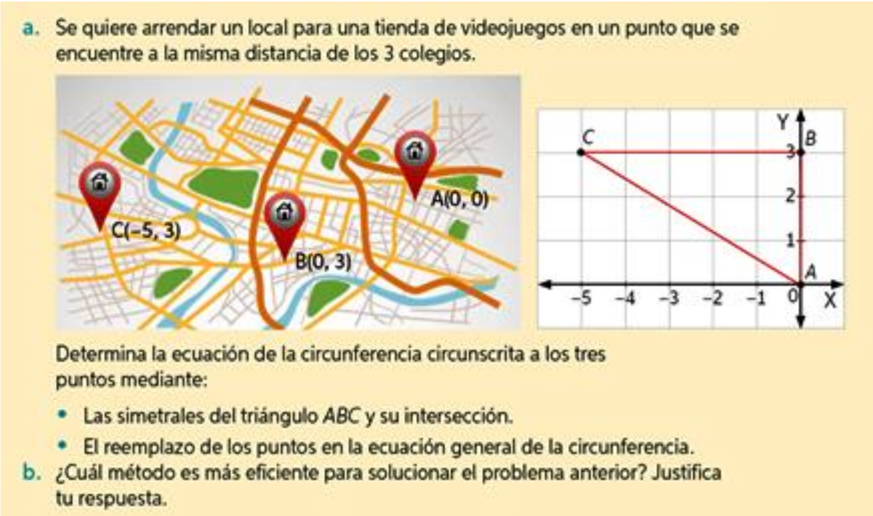
La unidad se centra en el cálculo de ángulos –interior, exterior, inscrito, semi inscrito– y segmentos en la circunferencia. La mayoría de los problemas planteados en esta unidad son relativos a la aplicación de fórmulas. Las actividades que buscan realizar una conexión entre el contenido y la vida cotidiana reducen la práctica del día a día a reconocer ciertos elementos que permitan trabajar con abstracciones matemáticas, dejando de lado el contexto.

Por ejemplo, al identificar puntos específicos en un contexto de bordado con bastidor para propiciar el cálculo de distancias (ver figura 13).

La siguiente unidad: *geometría con coordenadas* busca la resolución de problemas respecto a rectas y circunferencias en el plano cartesiano. Comienza por una reflexión sobre el observatorio ALMA, la posición de las antenas y las estrellas. Los conocimientos previos se activan mediante ejercicios de cálculo de segmentos de triángulos, ubicar puntos y graficar rectas en el plano cartesiano y factorizar expresiones algebraicas. La primera lección de la unidad apunta a calcular la distancia entre puntos y ubicar rectas en el plano cartesiano. La lección finaliza con la ecuación de la circunferencia.

Figura 14

Ecuación de la circunferencia para determinar un punto equidistante. (Osorio et al. 2019, p. 208).



La relación entre lo cotidiano y lo matemático ocurre, al igual que en niveles anteriores, como una reducción de las prácticas en ese contexto. Se propone un problema que requiere encontrar un punto equidistante a tres lugares diferentes, en este caso una tienda de videojuegos que se encuentre a la misma distancia de 3 escuelas. Se espera que estudiantes en etapa escolar calculen la ecuación de la circunferencia circunscrita a los tres puntos, además de determinar las simetrales y su intersección. El problema restringe las trayectorias de posibles clientes a simetrales que no coinciden con las rutas de desplazamiento (respetando la configuración de las calles y normas de tránsito) que condicionan el tiempo que demoraría en llegar a la tienda de videojuegos desde cada uno de los tres puntos dados.

La forma en la que está estructurada la geometría escolar y en la que están propuestas las actividades conduce la conducta de estudiantes en etapa escolar. Según la estructura curricular chilena, estudiantes en etapa escolar deben desarrollar capacidades espaciales, comprensión del espacio y formas, y utilizar destrezas de visualización espacial durante los 12 años de escolarización. La propuesta curricular sugiere que estas se logran mediante ciertas prácticas escolares que requieren comparar, medir, estimar magnitudes, analizar propiedades, características de cuerpos y figuras y representar coordenadas en el plano cartesiano. La conducción de la conducta ocurre cuando las actividades y problemas se imbrican progresivamente para que estudiantes en etapa escolar puedan operar con las técnicas adquiridas en niveles anteriores: relacionar figuras planas y objetos cotidianos, discriminar variabilidades y conservaciones, establecer un esquema basado en algún teorema o fórmula, representar la situación en un plano cartesiano, entre otras. De esta forma, el espacio se ve restringido a un entendimiento cartesiano, en donde la percepción se ve reducida en términos de las coordenadas XYZ. En este sentido, hay una discordancia entre las habilidades a desarrollar y las técnicas propuestas dirigidas a describir posiciones y movimientos basados en coordenadas y vectores.

FORMACIÓN DE CIENTÍFICOS Y EL ENTRENAMIENTO DEL OJO

La exploración de los textos escolares, como dispositivos pedagógicos, deja en evidencia que el currículo de geometría escolar contribuye a concebir el espacio como un producto abstracto como resultado de las prácticas matemáticas escolares. En esta concepción de espacio no hay lugar para la percepción o las experiencias de la vida cotidiana de estudiantes en etapa escolar. Ello lleva a problematizar el desarrollo de las capacidades espaciales y de visualización espacial que son declaradas por MINEDUC como fundamentales para el desarrollo del pensamiento geométrico. Por lo visto, la estructura curricular no permite la conexión entre la visualización espacial y la geometría escolar. De esta forma, las prácticas rutinarias enmarcadas en un contexto escolar requieren navegar en el espacio en términos de XY e XYZ y observar el entorno identificando figuras bidimensionales y fórmulas. Y, a pesar de que el énfasis en un currículo escolar basado en la geometría Euclidiana se ha reconocido como perjudicial en el entendimiento de otras nociones (NRC, 2006), la geometría escolar sigue estando basada principalmente en geometría Euclidiana. Por ejemplo, el estudio de Mevarech y Kramarski (2014) revela que, particularmente en geometría,

> A estudiantes se les presentan propiedades de figuras y teoremas para realizar demostraciones […] toda la información necesaria está dada en el problema, y a estudiantes se les pide aplicar los teoremas en lo que debe ser demostrado. […] Las habilidades necesarias para resolver este tipo de problemas son limitadas, y la enseñanza de estas habilidades usualmente consiste en presentar las técnicas apropiadas seguido de una serie de problemas similares para practicar. (p. 24)

Por lo tanto, se reconoce una discordancia o brecha que estructura un currículo de geometría que carece de una conexión entre lo que estudiantes en etapa escolar ven y lo que deberían ver según la geometría escolar –la realidad percibida mediante planos cartesianos. Tal desconexión ocurre incluso desde edades tempranas, por ejemplo, Clements y Sarama (2011) evidencian que el desarrollo de las habilidades espaciales ha sido ignorado en los espacios formales de escolarización. Una posible justificación, desde una historización del presente, podría ser que gran parte del contenido escolar de geometría, incluyendo habilidades como la visualización, fueron eliminadas del currículo escolar como una de las consecuencias de la necesidad de formar “trabajadores con habilidades particulares” como parte de la agenda de la industrialización, urbanización y capitalismo (Whiteley, Sinclair & Davis, 2015). Una ciudadanía activa y productiva, por lo tanto, no se concibe como una persona que haya desarrollado su visualización espacial ni que haya logrado establecer un vínculo entre la percepción y la geometría escolar.

Ello permite repensar si esta concepción de ciudadanía productiva y la visión restringida del espacio (y del entorno) inciden en los bajos niveles de logro de estudiantes en mediciones nacionales e internacionales. Por ejemplo, los resultados de TIMSS 2019 de Chile muestran que el rendimiento en geometría es significativamente menor que el rendimiento general de estudiantes en etapa escolar (ACE, 2020). Más aún. Sinclair et al. (2016) han discutido sobre la poca claridad que hay hasta el momento sobre cómo los currículos escolares atienden a la evaluación de la visualización en pruebas estandarizadas y guías para profesores. Que las prácticas de visualización espacial se hayan restringido de las experiencias escolares a las que tienen acceso estudiantes en etapa escolar lleva a pensar que la geometría escolar, como una tecnología de gobierno, da forma a las subjetividades de tales estudiantes con el fin de negociar prácticas en las que deben ver con otro tipo de ojos en el aula: con "ojos entrenados" (Andrade-Molina & Valero, 2015). En otras palabras, tales estudiantes deben reconocer la subjetividad de la información recogida mediante los sentidos para aceptar la objetividad derivada la información obtenida por los *ojos de la razón y la lógica*. De esta forma, las experiencias espaciales de tales estudiantes fuera del aula contrastan profundamente con las experiencias que se desprenden de las prácticas escolares. Se vuelve, entonces, necesario cuestionar cómo los procesos de escolarización continúan promoviendo una aproximación al espacio a través de la razón y la lógica que se construyen lejanas a los sentidos y cercanas a una concepción platónica de la matemática escolar.

En este sentido, la geometría escolar de Chile tiene efectos de poder en la subjetividad de tales estudiantes, no en términos de oprimir y erradicar los sentidos de las prácticas escolares, sino que mediante procesos de negociación en los que estudiantes acceden a concebir el espacio de esa manera: i.e. aceptando que los movimientos de un cuerpo ocurren bidimensionalmente para ser trazados mediante vectores en un plano cartesiano. Estos procesos ocurren como una conducción de la conducta, utilizando técnicas que regulan los hábitos y deseos, "estructurando las cosas para que las personas, siguiendo su propio interés, hagan lo que deben" (Scott, 1995, p. 202). Las tecnologías de gobierno permiten que estudiantes en etapa escolar cambien y desarrollen sus propios pensamientos y conduzcan sus formas de ver, pero insertos en lógicas de quién es el sujeto deseado y quién no. En palabras de Foucault (1988),

> Los individuos tienen permitido realizar, por sí mismos o con la ayuda de otros, cierto número de operaciones en sus propios cuerpos y almas, pensamientos, conducta y formas de ser, a fin de transformarse a sí mismos para alcanzar un cierto estado de felicidad, pureza, sabiduría, perfección o inmortalidad. (p. 18)

Así, tales estudiantes deben ser capaces de reconocer las ventajas de concebir el espacio restringido de la geometría escolar, deben aprender a jugar el juego de entrenar sus ojos para ser exitosos en términos de evaluaciones nacionales e internacionales, pero solo y solo si se deriva por su propio interés. En otras palabras, al aceptar estas prácticas, tales estudiantes no solo adquirirán las habilidades requeridas para la formación del ciudadano deseado, sino que, además, obtendrán técnicas para navegar exitosamente en el espacio delineado por la escuela. Además, tales estudiantes no solo deben aceptar modelar las situaciones de la vida diaria utilizando deducciones geométricas y ver el espacio mediante la razón y la lógica que se desprende de la geometría Euclidiana, sino que, adicionalmente, deben reconocer la importancia de las matemáticas escolares para asegurar el futuro, tal como enuncian transnacionales, como OCDE (2014)

> Todos los adultos, no solo aquellos con carreras técnicas o científicas requieren, ahora, competencias matemáticas adecuadas para el desarrollo personal, empleabilidad y participación activa en la sociedad. […estudiantes deben] ser capaces de aplicar las matemáticas para resolver los problemas que enfrentan en su vida diaria. (p. 32)

Según este modo de pensar, las matemáticas escolares, y la geometría en este caso particular, son herramientas claves para la formación de una ciudadanía productiva. Por lo que el alto rendimiento en geometría es deseable para la sociedad moderna, de modo de tomar decisiones respaldadas matemáticamente, cualidad deseable para la ciudadanía reflexiva (OCDE, 2014). Por otro lado, este entrenamiento del ojo resulta deseable para la formación de las mentes científicas del futuro (al inicio se mencionó la relación entre ciertos descubrimientos científicos y la visualización espacial). En la escuela, estos procesos ocurren de diferente forma –como se evidencia en el análisis de los textos escolares. La visualización espacial, que posibilitó algunos descubrimientos científicos, permanece restringida bajo parámetros que pueden ser medidos y guiados por docentes. Ello indica que no solo estudiantes en etapa escolar tienen que aceptar esa negociación sobre el espacio concebido por la escuela, sino que docentes en ejercicio, a su vez, deben acceder a enseñar esas condiciones a sus estudiantes. Los procesos de subjetivación, o de conducción de la conducta, ocurren para ambos.

Bajo este entendimiento, la subjetividad no implica la repetición de un acuerdo implícito naturalizado mediante el currículum escolar, sino que los seres humanos se convierten en sujetos mediante los efectos objetivadores del conocimiento científico (Foucault, 1982). Es decir, la práctica de conocer genera efectos de poder en el sujeto que está conociendo (Daston & Galison, 2007). En la escuela, tal subjetivación ocurre para fabricar el pensamiento científico. En este sentido, la geometría euclidiana permite aproximarse a una geometría que ocurre en la mente, en el mundo platónico de las ideas, donde los objetos no son alcanzables en la vida cotidiana más que a través de fórmulas. En la geometría escolar, por ejemplo, la noción de punto se caracteriza como un objeto sin masa que no existe fuera de su definición. Por el contrario, en la vida cotidiana un punto puede ser manipulado físicamente.

De esta forma, la geometría euclidiana no es solo una forma particular de ver el espacio, es mucho más que aprender una serie de conceptos matemáticos y reglas (ver Andrade-Molina & Valero, 2015; Andrade-Molina, Valero & Ravn, 2018). El currículo escolar está estructurado de manera similar a la forma en la que *Los Elementos* fueron presentados. *Los Elementos* de Euclides despliegan un sistema deductivo, basado en afirmaciones (postulados), pruebas y demostraciones; se convierten en un modelo concreto del método científico. En otras palabras, *Los Elementos* se vuelven una plantilla del camino para convertirse en una persona científica. Esto no es porque las escuelas busquen formar personas científicas, sino que se espera que tales estudiantes transiten por estos caminos –que la escuela percibe como la aproximación a un ser científico– para pensar en base a parámetros lógicos y deductivos y resolver problemas en base a la razón. Ello queda en evidencia al analizar el tipo de problemas geométricos que se plantean a estudiantes en etapa escolar.

Las preguntas que tales estudiantes enfrentan permiten desplegar un patrón en el que se activan conocimientos previos claves para responder a preguntas con dificultad cognitiva progresiva, en las que deben aplicar las condiciones matemáticas (definiciones, teoremas, fórmulas, entre otras) que les fueron presentadas con anterioridad. Sin embargo, las acciones y estrategias que pueden tomar están limitadas a la concepción del espacio en el aula. Un espacio donde todo puede ser aproximado a la figura plana o cuerpo geométrico más próximo, donde calcular el área y el perímetro de objetos, razones, transformaciones isométricas y vectores basta para que tales estudiantes puedan resolver problemas más complejos de la vida diaria. Aquí me refiero a problemas como el siguiente (ver figura 15).

En este ejemplo, se asume que para calcular la cantidad necesaria de material para construir un domo se precisa concebir tal domo como una semiesfera. Ello, porque en esta lección se está trabajando con dicho cuerpo geométrico: la semiesfera. Lo que permite realizar preguntas como “si el domo fuese una semiesfera, ¿cuál sería su área?”, que tienen sentido y relevancia solo en un contexto escolar. Sin embargo, el resolver este problema implica que estudiantes en este nivel escolar deben pensar lógica y deductivamente, deben realizar hipótesis, formulaciones y validar sus suposiciones y cálculos. Es aquí donde la geometría escolar se convierte en una tecnología de gobierno que permite conducir los modos de pensar y actuar de estudiantes que aceptan participar en estas prácticas al pensar en obtener un mejor futuro.

Figura 15

Cálculo de la superficie de una semiesfera. (Díaz et al., 2020, p. 104)

Es decir, la formación científica de tales estudiantes ocurre para fabricar a la ciudadanía deseada para la sociedad, pero movida por su propio interés y determinación, no por una imposición curricular de dominación (es en este sentido en el que ocurren los efectos de poder para Foucault). Tales estudiantes aprenden a entrenar su ojo para ver el entorno enmarcado en un plano cartesiano (Andrade-Molina & Valero, 2017), en el que calculan trayectorias a través de vectores y navegando el espacio mediante los ojos de la razón y la lógica, características fundamentales en el proceso de *cientifización* de estudiantes en etapa escolar (Andrade-Molina, 2017).

La discusión no está en si se debe incluir o no la visualización espacial como parte del abanico de herramientas que deben poseer estudiantes en carreras STEM. La discusión se centra en cómo la geometría escolar se convierte en una tecnología de gobierno para insertar a estudiantes en etapa escolar en las prácticas del método científico. Estas prácticas se despliegan a través de la geometría escolar para activar el pensamiento lógico y deductivo, en detrimento de la visualización espacial y su conexión con la percepción. Si la intencionalidad de la escuela es potenciar las posibilidades de que estudiantes en etapa escolar opten por carreras STEM, es necesario replantear y repensar los efectos de poder de la geometría escolar.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio estarán disponibles por el autor correspondiente, MAM, previa solicitud razonable.

REFERENCIAS

Andrade–Molina, M. (2017). *(D)effecting the child: The scientifization of the self through school mathematics*. Published doctoral dissertation. Aalborg University Press.

Andrade–Molina, M. & Valero, P. (2017). The effects of school geometry in the shaping of a desired child. In H. Straehler–Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.). *The disorder of mathematics education–Challenging the socio-political dimensions of research* (pp. 251- 270). Springer.

Andrade–Molina, M. & Valero, P. (2015). The sightless eyes of reason: Scientific objectivism and school geometry. In K. Krainer, & N. Vondrová (Eds.). *Proceedings of the ninth Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 1551–1557). Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Andrade–Molina, M., Valero, P., & Ravn, O. (2018). The amalgam of faith and reason: Euclid's Elements and the scientific thinker. In P. Ernest & L. Kvasz (Eds.). *The philosophy of Mathematics Education Today*. Springer.

Agencia de la Calidad de la Educación [ACE]. (2020). *TIMSS 2019. Estudio Internacional de tendencias en Matemática y Ciencias. Presentación nacional de resultados.* Gobierno de Chile.

Clements, M. A. (2008). Spatial abilities, mathematics, culture, and the Papua New Guinea experience. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.). *Critical issues in mathematics education: Major contributions of Alan Bishop* (pp. 97–106). Springer.

Clements, D. & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(2), 133–148.

Daston, L. & Galison, P. (2007). *Objectivity*. Zone Books.

Díaz, E., Ortíz, N., Morales, K., Rebolledo, M., Barrera, R., & Norambuena, P. (2020). *Texto del estudiante. Matemática 2° medio.* (Edición especial para el Ministerio de Educación). SM.

Foucault, M. (1997). Technologies of the self. En M. Foucault & P. Rabinow (Eds.), *Ethics: Subjectivity and truth* (pp. 223–251). The New Press.

Foucault, M. (1993). About the beginning of the hermeneutics of the self: Two lectures at Dartmouth. *Political Theory, 21*(2), 198–227.

Foucault, M. (1988). Technologies of the self. En L. H. Martin, H. Gutman, & P. H. Hutton (Eds.), *Technologies of the self* (pp. 16–49). University of Massachusetts Press.

Foucault, M. (1984). The ethics of the concern of the self as a practice of freedom. In P. Rabinow (Ed.). *Ethics, subjectivity and truth, essential works of Michel Foucault, 1954-1984* (pp. 281–302). Penguin.

Foucault, M. (1982). The subject and power. *Critical inquiry, 8*(4), 777-795.

Fresno, C., Torres, C., & Ávila, J. (2020). *Matemática. Texto del estudiante. Primero medio.* (Edición especial para el Ministerio de Educación). Santillana.

Gobierno de Chile. (2018). *Aprueba bases administrativas, bases técnicas, anexos y contrato tipo de licitación pública ID N°592-12-LS18, sobre servicio personal especializado de elaboración de contenido de textos escolares destinados a estudiantes y docentes de educación parvularia, básica y media de establecimientos subvencionados del país y derecho de uso no exclusivo, año 2020.* Gobierno de Chile.

González, J. & Parra, D. (2016). Mercantilización de la Educación. Comentarios sobre la Reforma Educativa en Chile 2015. *Revista Enfoques Educacionales, 13*(1), 71–89.

Hauptman, H. (2010). Enhancement of spatial thinking with Virtual Spaces 1.0. *Computers and Education, 54*(1), 123–135.

Iturra, F., Manosalva, C., Romero, D., & Ramírez, M. (2019). *Texto del Estudiante. Matemática 7° básico.* (Edición especial para el Ministerio de Educación). SM

Kollosche, D. (2014). Mathematics and power: An alliance in the foundations of mathematics and its teaching. *ZDM, 46*(7), 1061–1072.

Mevarech, Z. & Kramarski, B. (2014). *Critical maths for innovative societies. The role of metacognitive pedagogies*. OECD.

Miller, A. I. (1986). *Imagery in Scientific Thought.* MIT Press.

MINEDUC. (2019). *Bases Curriculares, 3° y 4° medio*. Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2016a). *Matemática. Programa de Estudio Séptimo Básico*. Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2016b). *Matemática. Programa de Estudio Octavo Básico*. Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2016c). *Matemática. Programa de Estudio Primero Medio*. Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2016d). *Matemática. Programa de Estudio Segundo Medio*. Ministerio de Educación.

Naciones Unidas. (2015). *Transformar a nuestro mundo: la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible.A/RES/70/1*. Naciones Unidas.

National Research Council. (2006*). Learning to think spatially: GIS as a support system in the K-12 curriculum*. The National Academies Press.

Newcombe, N. S. (2010). Picture this: Increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator, 34*, 2–29.

Osorio, G., Norambuena, O., Romante, M., Gaete, D., Díaz, J., Celedón, J., Morales, K., Ortíz, N., Ramírez, P., Barrera, R., & Hurtado, Y. (2019). *Texto del estudiante. Matemática 3° y 4° medio* (Edición especial para el Ministerio de Educación). SM.

Organisation for Economic Co-operation and Development [OCDE]. (2014). *PISA 2012 results: What students know and can do—student performance in mathematics, reading and science* (revised ed., Vol. I, February 2014). OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en .

Organisation for Economic Co-operation and Development [OCDE]. (2012). *Connected minds: Technology and today's learners, educational research and innovation*. OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264111011-en .

Presmeg, N. (2014). Contemplating visualization as an epistemological learning tool in mathematics. *ZDM, 46*(1), 151–157.

Prieto, G. & Velasco, A. D. (2010). Does spatial visualization ability improve after studying technical drawing? *Quality and Quantity, 44*(5), 1015–1024.

Sinclair, N., Bartolini Bussi, M., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., et al. (2016). Recent research on geometry education: An ICME–13 survey team report. *ZDM*, *48*, 691–719.

Sinclair, N. & Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. ZDM, *51*(3), 319–329.

Scott, D. (1995). Colonial governmentality. *Social Text*, *43*, 191–220.

Skordoulis, C., Vitsas, T., Dafermos, V., & Koleza, E. (2009). The system of coordinates as an obstacle in understanding the concept of dimension. *International Journal of Science and Mathematics Education, 7*(2), 253–272.

Swoboda, E. & Vighi, P. (2016). *Early geometrical thinking in the environment of patterns, mosaics and isometries*. Springer.

Torres, C. & Caroca, M. (2019). *Texto del estudiante. Matemática 8° básico*. Edición especial para el Ministerio de Educación. Santillana.

Tversky, B. (2005). Visuospatial reasoning. In K.Holyoak & R.Morrison (Eds.). *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 209-240. Cambridge University Press.

Valero, P. & Garcia, G. (2014). Matemáticas escolares y el gobierno del sujeto moderno. *Bolema, 28*(49), 491–515.

Verdine, B. N., Golinkoff, R. M., Hirsh-Pasek, K., & Newcombe, N. S. (2014). Finding the missing piece: Blocks, puzzles, and shapes fuel school readiness. *Trends in Neuroscience and Education, 3*(1), 7–13.

Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology, 101*(4), 817–835.

Whiteley, W., Sinclair, N., & Davis, B. (2015). What is spatial reasoning? In B. Davis & Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years. Principles, assertions and speculations* (pp. 3–14). Routledge.