

# Tareas matemáticas escolares diseñadas por docentes de educación secundaria: un análisis desde la visión funcional de las matemáticas

Miguel Picado-Alfaro <sup>a</sup>  
José Romilio Loría-Fernández <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universidad Nacional, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Escuela de Matemática, Heredia, Costa Rica.

*Recibido para publicación 6 ene. 2023. Aceptado tras revisión 18 mar. 2023*  
*Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMEN

**Contexto:** Luego de la reforma curricular de matemáticas de 2012 en Costa Rica, que acentúa la visión funcional de las matemáticas, vale la pena indagar si las tareas diseñadas por los docentes en servicio responden a los lineamientos curriculares establecidos y qué características matemáticas y didácticas presentan estas tareas. **Objetivo:** El objetivo del estudio fue describir y analizar los elementos matemáticos y didácticos, vinculados con la propuesta curricular para la Educación Secundaria en Costa Rica, que utilizan docentes de matemática en servicio para el diseño o la selección de tareas escolares orientadas al desarrollo de habilidades matemáticas sobre el tema de funciones. **Diseño:** Corresponde a una investigación cualitativa descriptiva, basada en un estudio intrínseco de casos. **Escenario y participantes:** Los informantes fueron cinco docentes de matemáticas provenientes de distintas instituciones educativas en Costa Rica, que participaron en un programa de formación para fomentar la competencia reflexión docente desde el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares, durante el año 2022. **Recolección y análisis de datos:** La información fue recolectada a partir de tareas matemáticas escolares diseñadas por los participantes. El análisis de la información se realizó mediante la definición de categorías y unidades de análisis basadas en las disposiciones curriculares establecidas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Costa Rica, y los componentes del análisis didáctico, como metodología para el diseño de tareas matemáticas escolares. **Resultados:** Las tareas analizadas muestran fortalezas tanto en la componente curricular como en el componente didáctico. No obstante, carecen de elementos que permitan comprender el cómo y cuándo poner en práctica las tareas diseñadas, entre otros aspectos. **Conclusión:** significativo para fortalecer conocimientos y capacidades orientadas al diseño y análisis de tareas matemáticas escolares, asociadas a la visión funcional de las matemáticas que

---

Autor de correspondencia: José Romilio Loría Fernández. Email:  
[jose.loria.fernandez@una.cr](mailto:jose.loria.fernandez@una.cr)

articula el plan curricular sobre el aprendizaje en el estudiantado de la Educación Secundaria en Costa Rica.

**Palabras clave:** diseño y análisis de tareas; docentes en servicio; plan curricular; tareas matemáticas escolares; visión funcional de las matemáticas.

## **School Mathematical Tasks Designed by Secondary School Teachers: An Analysis from the Functional Vision of Mathematics**

### **ABSTRACT**

**Background:** After mathematics curricular reform in 2012 in Costa Rica, which accentuate the functional vision of mathematics, it is worth inquiring if teachers designed tasks respond to established curricular guidelines and what mathematical and didactic characteristics that these tasks exhibit. **Objectives:** The aim of the study was to describe and analyze the mathematical and didactic elements, linked to the curricular proposal for Secondary Education in Costa Rica, used by in-service mathematics teachers for designing or selecting school tasks oriented to the development of mathematics skills on the subject of functions. **Design:** It corresponds to a descriptive-qualitative research, based on an intrinsic study of cases. **Setting and Participants:** Participants were five mathematics teachers from different educational institutions in Costa Rica during the year 2022 were studied, all teachers participated in a training program to promote teacher reflection competence regarding the design and analysis of school mathematics. **Data collection and analysis:** Data was collected from school mathematical tasks designed by the participants. The analysis of the information was carried out by defining categories and units of analysis based on the curricular provisions established for the teaching and learning of mathematics in Costa Rica, and the components of didactic analysis, as a methodology for the design of school mathematics tasks. **Results:** The analyzed tasks exhibit strengths in the curricular component, as well as in the didactic component. However, they lack elements that allow understanding how and when to put the designed tasks into practice, among other aspects. **Conclusions:** The training of in-service teachers takes a significant enhancement to strengthen knowledge and capacities oriented to the design, selection, and analysis of school mathematics tasks, associated with the functional vision of mathematics that articulates the curricular plan regarding student learning in Secondary Education in Costa Rica.

**Keywords:** curricular plan; design and analysis of school mathematics; functional vision of mathematics; in-service teachers; school mathematics tasks.

### **INTRODUCCIÓN**

Desde el marco de las oportunidades para el aprendizaje, las tareas matemáticas escolares tienen la función de movilizar los conocimientos y fomentar el desarrollo de la competencia matemática escolar en el estudiantado

(Watson y Mason, 2007). Se caracterizan por tener una intención para el alcance de objetivos, y el desarrollo de capacidades o habilidades matemáticas mediante la implementación de “comportamientos inteligentes que ponen a prueba su capacidad intelectual [del estudiantado]” (Ruiz y Rico, 2016, p. 216). La naturaleza de las tareas y la forma en que se presentan incide en lo que aprende el estudiantado (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1991).

Dentro de este orden de ideas, las tareas matemáticas escolares son un mecanismo importante que promueve el aprendizaje de las personas estudiantes —basado en la aplicación de procedimientos y el razonamiento matemático— y el fortalecimiento de capacidades como la argumentación, la justificación y la explicación. En este sentido, toma realce la necesidad de que la persona docente de matemáticas procure un diseño adecuado y justificado de las tareas matemáticas que elabora o selecciona, como parte del proceso de planificación de la enseñanza, para asegurar el logro de objetivos de aprendizaje (Henningesen y Stein, 1997; Schwan y Stein, 1998; Sullivan, Clarke, Clarke y Oshea, 2010). Como afirman Chamoso y Cáceres (2018), la persona docente de matemáticas debe tener la capacidad para proponer tareas.

Para la Educación Matemática costarricense se ha promovido un cambio en la manera en que las personas docentes deben planificar la enseñanza, con el firme propósito de fortalecer el aprendizaje de las matemáticas en el estudiantado de educación primaria y secundaria. La reforma curricular en matemáticas (Ministerio de Educación Pública [MEP], 2012) ha propuesto un aprendizaje basado en la resolución de problemas y la contextualización activa de tareas matemáticas escolares; es decir, el estudiantado aprenderá las matemáticas a partir del análisis y la resolución de problemas sobre situaciones cotidianas (tareas auténticas), que le conduzcan a la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos y al desarrollo de habilidades matemáticas específicas, según el planteamiento curricular.

En relación a la idea anterior, las personas docentes han tenido que enfrentar el reto de adaptar la enseñanza a los propósitos establecidos, a pesar de que su formación inicial estuvo fundamentada por disposiciones curriculares para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas fundamentadas desde el contenido matemático, que son precedentes a la normativa política y educativa actual que impulsa una formación basada en el desarrollo y fortalecimiento de habilidades matemáticas en las personas estudiantes. Debe señalarse que la introducción de estos planteamientos curriculares estuvo acompañada de actividades de capacitación a docentes de matemáticas, a cargo de personal

especializado en matemáticas del MEP y de las personas encargadas de la reforma educativa.

Después de una década de desarrollo de la reforma curricular en matemáticas —que se implementó en 2012 para estudiantes de nuevo ingreso y con un plan de transición para estudiantes avanzados en niveles educativos—, vale la pena indagar sobre las características matemáticas y didácticas que muestran las tareas escolares que diseñan algunos docentes, como oportunidades para movilizar el conocimiento y fomentar habilidades matemáticas, y si estas tareas responden a las directrices curriculares establecidas, que acentúan la visión funcional de las matemáticas. El objetivo de la investigación es estudiar cinco tareas escolares diseñadas por docentes de matemáticas en servicio para el aprendizaje de diversos conceptos y procedimientos, y el desarrollo de habilidades matemáticas en el estudiantado sobre el tema de funciones, mediante la identificación de elementos matemáticos y didácticos vinculados a la propuesta curricular para la educación secundaria en Costa Rica.

## MARCO TEÓRICO

Una tarea matemática escolar es toda demanda estructurada de actuación cognitiva que se propone al estudiantado, que requiere su reflexión sobre el uso de las matemáticas, y que la persona docente presenta intencionalmente como un medio para el aprendizaje o como una herramienta de evaluación (Caraballo, 2014). Las propuestas que no contemplan expectativas de aprendizaje, explícitas o implícitas, y cuyo resultado la persona docente no pueda utilizar para evaluar sus logros, quedan excluidas de esta consideración (Caraballo, Rico y Lupiáñez, 2011).

Las tareas escolares desempeñan un papel determinante en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Dentro de este marco, Sullivan, Clarke y Clarke (2009) destacan que la naturaleza del aprendizaje del alumnado está determinada por el tipo de tareas que se le plantean y por el modo de aplicarlas. Aquellas tareas que lleven a las personas estudiantes a involucrarse significativamente con las matemáticas proveen el contexto intelectual para el desarrollo de la competencia matemática de estos (Chapman, 2013; Sanni, 2012). En este sentido, Sullivan, Clarke y Clarke (2013) aseguran que “el conocimiento que tiene un profesor se refleja en la manera como selecciona, elabora y usa las tareas en la sala de clase” (p. 15).

## Componentes de una tarea matemática escolar

Moreno y Ramírez (2016) describen las tareas matemáticas escolares a partir de tres componentes principales, vinculados con la visión funcional de las matemáticas: el contenido matemático, las situaciones y la complejidad. A continuación, se describen estos componentes en sintonía con la propuesta curricular para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Costa Rica.

El *contenido matemático* se presenta desde la organización curricular de las matemáticas escolares. Para el MEP (2012) las matemáticas se organizan en cinco áreas temáticas: Números, Medidas, Geometría, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad. Para este estudio sobresale el área de Relaciones y Álgebra, que corresponde al área matemática en la que se enmarcan las tareas diseñadas por el profesorado participante.

Particularmente, se destaca la presencia y la relación entre conceptos y procedimientos matemáticos, es decir, que la tarea promueva un vínculo entre el concepto en estudio y otros conceptos matemáticos previamente abordados, así como, la implementación de algoritmos y propiedades que los hagan operativos. Además, se incluye el uso de sistemas de representación que involucran diversas notaciones, símbolos y gráficos, que acentúan aspectos y propiedades específicas de un concepto matemático que potencian su uso y comprensión con determinados propósitos (Lupiáñez, 2016). Para el concepto de función usualmente se reconocen cuatro representaciones: simbólica (analítico), gráfica, numérica (tablas de valores) y verbal. Las conversiones entre sistemas de representación “son traducciones de una determinada expresión hecha en un sistema, a la expresión de esa misma noción en otro sistema distinto” (Lupiáñez, 2016, p. 122). Estas son útiles en tareas que admiten diversas estrategias de resolución.

Las *situaciones* otorgan sentido al concepto matemático. La situación es la parte del mundo de la persona estudiante en la que se localizan las tareas que se le plantean y de esta manera las dota de significado, muestran modos de uso, son indicadores de sentido y ayudan a profundizar sobre el mismo (Caraballo, Rico y Lupiáñez, 2013). El papel de la situación presentada en el enunciado de la tarea es una parte integral en la resolución de problemas, puesto que permite al alumnado vincular las matemáticas con el mundo real. Siguiendo a Moreno y Ramírez (2016), “la importancia del estudio de esta variable [situaciones] reside en el hecho de que las representaciones y estrategias matemáticas elegidas para resolver una tarea dependen de su sentido, que se vincula con la situación de la que surge” (p. 248).

Desde el estudio PISA 2012, Ruíz-Hidalgo (2016) reconoce cuatro tipos de situaciones: (1) situaciones personales, sobre actividades diarias del estudiantado, (2) educativas, ocupacionales o laborales, identificadas en el centro escolar o puestos de trabajo, (3) públicas, visibles en la comunidad y en los medios de comunicación, y (4) científicas, asociadas a la interpretación de problemas científicos. En el marco del currículo costarricense, Ruiz (2017) resalta aquellas situaciones inmersas únicamente en las matemáticas, considerándolas ajenas a las de carácter científico.

Siguiendo la idea anterior, la diversidad en la presentación de situaciones que enmarcan las tareas conduce a un uso auténtico y relevante de las matemáticas en la resolución de problemas. La autenticidad de una tarea se refiere a la posibilidad de reproducir o simular de forma razonablemente realista la situación expuesta; es decir que durante la resolución de la tarea por parte de las personas estudiantes se presenten condiciones similares a las que enfrentaría en una situación real (Loría, 2021; Palm, 2008). Se considera que una tarea es auténtica a partir de la proximidad del evento planteado, la adecuación de la pregunta realizada, la concordancia de la información ofrecida, la clara presencia del propósito perseguido y la especificidad de los datos de la situación propuesta para el que dé respuesta (Chamoso y Cáceres, 2018). En cuanto a la relevancia, se concibe como el grado en que las cuestiones abordadas en la tarea adquieren significancia o importancia para el estudiantado que las resuelve.

Finalmente, Maaß (2010) clasifica las tareas matemáticas escolares de acuerdo con su autenticidad y su relevancia. Para efectos de este estudio se consideran las tareas en las que tiene lugar la contextualización activa, esto es, aquellas que se desarrollan sobre una manipulación de la información de la realidad circundante mediante el uso y la construcción de modelos matemáticos. Por ejemplo, las tareas de tipo problema en situación real y cuestión relevante o problema en situación y cuestión auténtica.

La componente *complejidad* se asocia con el ordenamiento y secuenciación de las tareas según los ritmos de aprendizaje que manifieste el estudiantado. Aquí se distinguen tres grados de complejidad de las tareas a partir de la dificultad del proceso de resolución y otros aspectos (Lupiáñez, 2009; Moreno y Ramírez, 2016).

- *Reproducción*. Corresponde a tareas básicas en contextos familiares que implican la reiteración de conocimientos o procesos practicados. Por ejemplo, aplicación de algoritmos

estándar, realización de operaciones sencillas y uso de fórmulas elementales.

- *Conexión.* Se asocia a tareas con mayor exigencia cognitiva, en contextos menos familiares, que implican el manejo y la relación de diferentes sistemas de representación o de distintos aspectos para su resolución. Por ejemplo, la explicación y la interpretación, y la selección y el uso de estrategias de resolución de problemas no rutinarios.
- *Reflexión.* Se refiere a tareas que vinculan una mayor cantidad de elementos, cuya resolución requiere el uso de competencias más complejas. Por ejemplo, creatividad, ejemplificación, generalización y justificación de resultados.

### **Análisis de tareas matemáticas escolares**

Dada la gran cantidad de fuentes a las que tienen acceso las personas docentes para seleccionar tareas, o bien fundamentar su diseño y elaboración, conviene que estas —las tareas— sean sometidas a un proceso de análisis y valoración con el propósito de establecer su pertinencia curricular. Esta valoración permitiría aportar elementos para seleccionar o incorporar la tarea en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en la forma o en el momento adecuado, o brindar insumos para avanzar en el diseño de la tarea (Ruiz, 2017).

Estudiar las tareas de forma metódica, a través del análisis de sus componentes —los elementos que las describen y caracterizan—, conduce a comprenderlas mejor y decidir sobre su ajuste a las expectativas de aprendizaje establecidas y a las características del estudiantado (Moreno y Ramírez, 2016). En este sentido, el estudio de las tareas requiere la definición de categorías de análisis, que pueden fundamentarse desde las disposiciones de los currículos educativos o de distintas propuestas teóricas.

Para Ruiz (2017) el diseño y el análisis de las tareas matemáticas escolares involucra distintos elementos curriculares tales como las habilidades pretendidas y los conocimientos matemáticos según la organización curricular, los procesos matemáticos y su grado de intervención en la tarea, y las situaciones y los contextos que enmarcan la tarea para dar sentido a las matemáticas.

Por su parte, Rico y Fernández-Cano (2013) y Rico y Moreno (2016) acentúan el análisis didáctico como una metodología para el diseño de unidades

didácticas —que se componen de tareas matemáticas escolares—. Son cinco los análisis parciales que dan fundamento a esta metodología: análisis conceptual, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de evaluación. Particularmente, para este estudio se presta atención a los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción, que se asocian mayormente a la planificación curricular para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Costa Rica. Del análisis de contenido se rescata el estudio de conceptos y procedimientos, representaciones y situaciones; el análisis cognitivo se vincula al para qué y hasta dónde aprender determinados temas, en detalle refiere a las expectativas, las limitaciones y las oportunidades de aprendizaje; y el análisis de instrucción responde al cómo y cuándo llevar a cabo la formación, es decir, las funciones, los tipos y la secuenciación de tareas, los materiales y recursos, la organización y gestión del trabajo en el aula.

Los elementos descritos deben conducir a la toma de decisiones sobre la idoneidad de las tareas para el fomento y el desarrollo de la competencia matemática escolar, en oposición al uso de tareas cuya ruta de solución es especificada u obvia, o que requieran la réplica de procedimientos aprendidos como algoritmos. Se sugiere un proceso de modelado que incluya la manipulación de múltiples representaciones, la matematización de aspectos de la situación y la desmatematización de la solución, es decir, la interpretación del resultado matemático según la situación presentada en la tarea. Además, a través de la tarea, la persona docente debe procurar en el aula la comunicación de ideas y conclusiones del estudiantado, cultivando de esta manera las capacidades de explicación y argumentación que fomentan el pensamiento y el razonamiento matemático.

## METODOLOGÍA

El estudio llevado a cabo es cualitativo de tipo descriptivo basado en los estudios de caso. El carácter cualitativo de un estudio conduce a explorar, describir y comprender un fenómeno particular (Ricoy-Lorenzo, 2006). El estudio de caso es intrínseco pues interesa “un mejor entendimiento de este caso [...] en toda su particularidad y en su carácter ordinario. El investigador subordina, al menos en forma temporaria, otras curiosidades, de modo que se destaquen las historias de aquellos que ‘viven el caso’” (Stake, 2013, p. 158).

En esta oportunidad, se procura analizar la estructura que muestran algunas tareas matemáticas escolares, diseñadas por un grupo de docentes de matemáticas en servicio, para el aprendizaje de distintos contenidos y el

desarrollo de habilidades matemáticas sobre el tema de funciones en educación secundaria, y cómo sus diseños responden a los planteamientos teórico-curriculares expuestos por el MEP.

### **Recolección de la información**

Las personas participantes fueron cinco docentes de matemáticas provenientes de distintas instituciones educativas en Costa Rica y que participaban en un programa de formación para fomentar la competencia reflexión docente desde el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares durante el 2022. Para su selección se consideraron criterios como: ser docente en servicio, haber recibido capacitación sobre la reforma curricular y tener una experiencia mínima de cinco años en educación secundaria.

El curso de formación pretendía el logro de cinco objetivos específicos orientados a la identificación y descripción de los elementos de una tarea matemática que son relevantes, a partir de los fundamentos curriculares para la enseñanza de las matemáticas en Costa Rica (MEP, 2012) y del análisis didáctico (Rico y Fernández-Cano, 2013), como referentes teóricos para el fomento de la competencia matemática escolar; a la justificación de los argumentos sobre el análisis de las tareas escolares consideradas en educación secundaria; al diseño de tareas que fomenten la competencia matemática escolar en educación secundaria; y, por último, a la valoración de las prácticas, propias y de otros colegas, sobre el análisis y el diseño de tareas para el fomento de la competencia matemática escolar, todos estos propósitos a partir del planteamiento teórico adoptado.

Las tareas analizadas para este estudio fueron solicitadas a las personas docentes como una de las actividades diagnósticas del curso de formación en que participaban. Específicamente, debían buscar en su planeamiento curricular una tarea (un problema) que haya sido elaborado y utilizado para enseñar funciones. Cabe destacar que, previo a la selección de estas tareas, las personas docentes no habían recibido ningún tipo de información sobre el curso de formación; el diseño de las tareas facilitadas estaba fundamentado en la capacitación recibida en los primeros años de la reforma curricular y en su experiencia como docentes.

## **Análisis de la información**

Las formas en que las tareas matemáticas pueden ser sometidas a análisis es diversa. Para el análisis de las tareas se tomaron en consideración diversas propuestas, particularizando a las disposiciones curriculares establecidas por el MEP (2012) para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Costa Rica, y los componentes del análisis didáctico, como metodología para el diseño de tareas matemáticas escolares (Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008).

Con un énfasis mayor, sobre el currículo de matemáticas se consideraron cuatro categorías:

- *Competencia matemática.* Se identifica el área específica en la que se ubica el tema de funciones (Relaciones y Álgebra) y el vínculo de la tarea con habilidades matemáticas propuestas.
- *Complejidad.* Se identifica el vínculo con los procesos matemáticos propuestos y el grado de intervención de estos procesos para determinar el nivel de complejidad de la tarea (Doyle, 1988; OCDE, 2006; Ruíz, 2017). Los procesos matemáticos son: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar.
- *Resolución de problemas.* Se reconoce que la tarea pretende un aprendizaje basado en la comprensión y la reflexión de una situación problema, y no tanto en la aplicación directa de conceptos o resultados matemáticos dados.
- *Contextualización activa.* La tarea se sitúa en alguna situación cotidiana cercana al estudiantado; es decir, que la tarea sea auténtica (Verschaffel, Greer y De Corte, 2000; Palm, 2008). Con especificidad, se reconoce una tarea relevante y auténtica como: problema con contexto real y cuestión relevante (didáctica), problema con contexto real y cuestión relevante y problema con contexto real y cuestión auténtica (Maab, 2010).

Del análisis didáctico, se destacan las siguientes categorías:

- *Contenido.* La tarea evidencia una relación entre contenidos (conceptos y procedimientos), la presentación de diversos sistemas de representación y la exposición de fenómenos sobre la utilidad de las funciones.

- *Cognición.* Se reconocen en la tarea las expectativas de aprendizaje correspondientes y se infieren limitaciones de aprendizaje que pueden obstaculizar su resolución, por parte del estudiantado. Esto es, la tarea posibilitaría la manifestación de errores o dificultades de aprendizaje en el estudiantado, que puedan ser previstos y considerados por la persona docente.
- *Instrucción.* La tarea posibilita resoluciones diversas (más de un camino de aprendizaje), permite el uso de recursos y materiales didácticos, e indica una organización específica del grupo de estudiantes.

En lo que sigue se destacan los resultados más relevantes de este análisis para cada una de las cinco tareas que fueron sometidas a estudio.

## ANÁLISIS Y RESULTADOS

La exposición de los resultados se organiza por tarea; estas han sido numeradas sin un criterio particular, como T1, T2, etc. Primero, se describe la tarea y luego se destacan los elementos matemáticos y didácticos más sobresalientes que la caracterizan, según las categorías de análisis establecidas.

### T1. La asignatura de Cívica

Para realizar una tarea de cívica sobre fenómenos sociales, un estudiante de quinto año del Liceo Santa Cruz (1500 estudiantes), esparce un rumor de modo que la cantidad de estudiantes que lo conocen está dada por  $p(t) = 3^t$ , donde “t” está dado en días.

- a) Determine la cantidad de personas que conocen el rumor después de 4 días.
- b) Determine la cantidad de días que deben transcurrir, después de iniciado el rumor, para que la población estudiantil que lo conoce sea 243.
- c) Determine la cantidad de días aproximadamente que deben transcurrir, después de iniciado el rumor, para que la toda población estudiantil lo conozca.

### *Componente curricular*

Desde la categoría de competencia matemática, esta tarea muestra el contenido de función exponencial y se asocia con la habilidad de “identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales” (MEP, 2012, p. 415), propuesta para undécimo año en el área de Relaciones y Álgebra. Aquí, el interés es que el estudiantado utilice un modelo expuesto en el enunciado en el tratamiento de una situación particular.

En cuanto a la complejidad, las cuestiones propuestas conducen a la aplicación de algoritmos o la realización de operaciones sencillas, asociadas al cálculo de valores numéricos y al planteamiento y resolución de ecuaciones exponenciales, a partir del uso de un modelo matemático explícitamente formulado. De esta forma, la tarea tiene un nivel de complejidad de reproducción, al movilizar el proceso matemático de plantear y resolver problemas mediante la consideración de datos sencillos y la búsqueda de una única solución a partir de la aplicación del modelo dado.

Por su parte, la tarea se enmarca en una situación que podría catalogarse dentro de la realidad. Sin embargo, no sobresale por su autenticidad y relevancia ya que: los datos presentados se alejan de la realidad, la funcionalidad del modelo matemático se asocia más con el cálculo aritmético que con la representación y el análisis de la situación planteada, y las cuestiones requeridas no resuelven una situación de interés para el estudiantado. A partir de esto toma fuerza la consideración de que la tarea se aleja de los fundamentos establecidos para la resolución de problemas, como estrategia metodológica de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo de habilidades matemáticas.

### *Componente didáctico*

A partir de la categoría de contenido, la tarea muestra relaciones entre conceptos como relación, preimagen, imagen, función exponencial y ecuación; y procedimientos asociados al cálculo de imágenes y preimágenes, y a la resolución de ecuaciones. Luego, el enunciado de la tarea destaca una representación simbólico-algebraica que modela la situación planteada; sin embargo, la resolución de la tarea propicia la identificación de datos explícitos que no requieren la interpretación del modelo algebraico ni el uso de otros tipos de representación, como por ejemplo la tabular o gráfica. La tarea expone un fenómeno particular de la vida cotidiana en la que se puede aplicar el concepto de función exponencial.

Respecto a la cognición, la tarea se asocia a la identificación y aplicación de modelos matemáticos sobre funciones exponenciales. Las dificultades o errores que se podrían manifestar se vinculan a procedimientos algebraicos, como sustituir  $t$  por los valores dados en las indicaciones b) y c), en vez de plantear una ecuación, producto de una interpretación equivocada del modelo.

En relación con la instrucción, la tarea precisa de un único y directo proceso de resolución (camino de aprendizaje), evidente desde las cuestiones planteadas. El enunciado no precisa sobre recursos o materiales que podrían implementarse, por ejemplo, un software que permita al estudiantado modelar la función que se aborda en la tarea. Por su parte, se interpreta que la tarea debe ser resuelta de manera individual, esto por el imperativo “determine”, establecido en las tres cuestiones. No obstante, dependiendo de la intencionalidad de la persona docente —a pesar de esta indicación— la tarea podría resolverse en grupos de estudiantes. Finalmente, el reconocimiento de aspectos sobre la forma en que se presenta la tarea al grupo y su organización, propios de la gestión de aula, no es clara.

## **T2. Lanzamiento de la pelota**

Una pelota se lanza hacia arriba, con una velocidad de 64 m/s desde la azotea de un edificio de 80 metros de altura. Estará a una altura de  $A(t) = -16t^2 + 64t + 80$  metros sobre el nivel del suelo  $t$  segundos después del lanzamiento.

- a) Realice un dibujo de la situación planteada.
- b) ¿Cuánto durará para tocar el suelo?
- c) ¿En cuánto tiempo la pelota alcanzará la altura máxima y de cuánto es dicha altura?

### *Componente curricular*

El contenido matemático de la tarea se asocia a la función cuadrática y pretende la promoción de tres habilidades, en el área de Relaciones y Álgebra en noveno año. Las habilidades son: “analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio  $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ ; plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas; y relacionar la representación gráfica con la algebraica” (MEP, 2012, pp. 411-

412). Para este nivel educativo interesa que el estudiantado haga uso de modelos sencillos, de fenómenos y situaciones, vinculados a las funciones cuadráticas, complementado con la manipulación de símbolos algebraicos y sus relaciones.

La complejidad de la tarea se caracteriza por la presencia de cuestiones para la representación icónica de un modelo y la aplicación de algoritmos matemáticos, asociados principalmente al planteamiento y resolución de ecuaciones cuadráticas, a partir del modelo expuesto. Así, el nivel de complejidad de la tarea es de reproducción, con cierta cercanía a un nivel de conexión, ya que la necesidad de una representación icónica posibilita la relación entre esta y la representación simbólica-algebraica dada en el enunciado. Sin embargo, la representación solicitada no es requerida para las dos siguientes indicaciones, puesto que estas se resuelven de manera independiente y solo con el uso del modelo algebraico.

La situación expuesta en la tarea se acerca a un fenómeno que podría considerarse cotidiano; sin embargo, esta situación “real” se incorpora en la tarea para otorgarle un carácter didáctico. De esta manera, la tarea carece de autenticidad, puesto que la situación no puede ser replicada en el salón de clase, y de relevancia, ya que los datos aportados no son significativos para su resolución, por ejemplo, la incidencia de la velocidad de la pelota y la altura del edificio. Además, el modelo matemático permite, mediante el cálculo aritmético, la obtención de los datos requeridos.

### ***Componente didáctico***

Conceptualmente, la tarea involucra relaciones entre conceptos básicos de la función cuadrática, tales como: parámetros que determinan el criterio de una función cuadrática ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), vértice (máximo), concavidad, intersección con el eje de las abscisas, preimagen e imagen, ecuación cuadrática; y con procedimientos matemáticos como el trazado de una representación icónica o gráfica, el cálculo de preimágenes de una función, la resolución de una ecuación cuadrática y la sustitución numérica. Cabe destacar que el enunciado no explicita el significado de las variables  $A$  y  $t$ , esenciales para la interpretación del modelo. Por otra parte, el enunciado de la tarea expone una representación simbólica-algebraica que modela la situación y la primera de las indicaciones promueve el uso de una representación icónica que ilustre la situación, como parte del proceso de resolución. Si bien la tarea expone una situación que

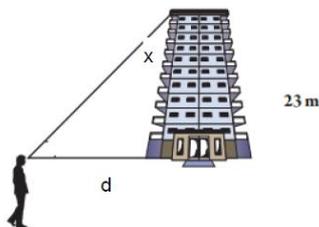
muestra la aplicación de una función cuadrática, se aleja mucho de ser una situación cotidiana.

El componente cognitivo se caracteriza por la presencia de expectativas de aprendizaje vinculadas con la representación icónica y la aplicación de modelos matemáticos. Las dificultades o errores que se podrían manifestar se perciben desde los procedimientos algebraicos necesarios para determinar los valores solicitados, como el planteo de una ecuación cuadrática y la interpretación equivocada de las soluciones, en las que se puede asumir un valor negativo como un posible valor del tiempo transcurrido, o de los valores de las coordenadas del punto máximo.

Las indicaciones puntuales mostradas en la tarea dirigen a un camino de aprendizaje específico, es decir, a una resolución guiada. También, el enunciado de la tarea carece de información sobre los recursos o materiales que podría utilizar el estudiantado. Al igual que con T1, no se echa mano, por ejemplo, de recursos tecnológicos que favorezcan la visualización y la modelación gráfica de la situación planteada o la verificación de resultados. Con respecto a la organización del grupo, el imperativo de la primera cuestión “Realice un dibujo” da a entender que la tarea debe resolverse de manera individual, pero la información en el enunciado es escasa para afirmarlo.

### T3. El cálculo del ingeniero

Un ingeniero determina que la distancia a la que se encuentra una persona de un edificio de 23m de altura está modelada por la función  $d(x) = \tan x$ .



Analice las siguientes proposiciones y determine si son falsas o verdaderas.

- I. Conforme la persona se acerca al edificio la distancia disminuye y el ángulo “x” aumenta.

- II. Si la persona se aleja el ángulo “ $x$ ” aumenta.
- III. Si en un determinado momento la persona se encuentra a 40m, entonces el ángulo “ $x$ ” es aproximadamente  $48^\circ$ .

### *Componente curricular*

Aun cuando el enunciado de la tarea se enmarca en el área temática sobre Relaciones y Álgebra, la habilidad que se pretende se asocia a los contenidos propuestos para 9º año, sobre razones trigonométricas, en el área de Geometría, y requiere de conocimientos previos sobre la medida de ángulos y la estimación de estas —que se desarrollan en el tercer y cuarto año de educación primaria—. Se espera que se fomente en el estudiantado la habilidad de “aplicar las razones trigonométricas básicas (seno, coseno, tangente) en diversos contextos” (MEP, 2012, p. 317), como un medio para reconocer la utilidad de las razones trigonométricas básicas y sus relaciones en situaciones cotidianas. Cabe destacar que en currículo costarricense de matemáticas no se aborda el estudio de las funciones trigonométricas para la educación secundaria. A pesar de esto, se procedió con el análisis de la tarea considerando la intencionalidad de la persona docente de que fuese un medio para el aprendizaje del tema de funciones.

Para la resolución de la tarea se han identificado tres procesos matemáticos vinculados a la resolución de problemas, el razonamiento y la comunicación. Respectivamente destaca la resolución de un problema a partir de datos sencillos y explícitos y la aplicación de algoritmos o modelos conocidos, que solo admite una única solución; la interpretación de resultados extraídos de un procedimiento aplicado; y la comunicación de resultados obtenidos mediante procedimientos rutinarios. De esta manera, desde el grado de intervención de estos procesos matemáticos, la tarea es de reproducción.

Asimismo, la tarea refleja una situación que es razonablemente realista, en el campo de la ingeniería civil. Sin embargo, se considera que carece de una cuestión relevante que le permita una simulación en el salón de clase, y que resulte altamente significativa y motivadora al estudiantado. La tarea se limita a respuestas cerradas, sin posibilitar espacios para la explicación y argumentación por parte del grupo de estudiantes.

### *Componente didáctico*

Desde la categoría del contenido matemático, destaca la definición de la función tangente y la relación entre conceptos como ángulo, triángulo, lado de triángulo, razón trigonométrica tangente, estimación y medida. En cuanto a procedimientos destaca el cálculo de un valor numérico (el del ángulo  $x$ ). Las representaciones que sobresalen son la simbólica-algebraica (el modelo) y la icónica. De esta última, cabe considerar que se omite la indicación del triángulo rectángulo como un aspecto trascendental para la aplicación del modelo trigonométrico. Al observar la figura, el triángulo que incluye el ángulo " $x$ " no es rectángulo, ya que el borde del edificio es inclinado. Por otra parte, al considerar la altura del edificio, se puede inducir a un error de interpretación puesto que no se aclara el dato de la altura de la persona y, con esto, el ángulo de elevación. También, las indicaciones omiten especificidades sobre que el aumento o la disminución que podría suceder refieren a la medida del ángulo y no literalmente a este como figura.

Tomando en cuenta los elementos de la categoría cognitiva, se concibe que la tarea promueve el análisis de situaciones, mostradas en los tres supuestos, mediante el uso de la representación icónica. No obstante, se deja de lado la argumentación matemática para resolver o describir la situación planteada. Las limitaciones que se pueden manifestar se asocian al enunciado de la tarea y a la capacidad de visualización del estudiantado; particularmente, la redacción, la falta de precisión en la representación icónica y el cálculo de la medida del ángulo solicitada (error al definir la razón tangente o al determinar la medida del ángulo).

Dentro de este marco, a partir del enunciado, se señala que la tarea refiere a una única forma de resolución, en la que la acción principal es analizar; esto es, la determinación del valor de verdad de tres proposiciones mediante la interpretación de la representación icónica mostrada en el enunciado y el criterio de la función dada. Sobre la indicación "analice", podría interpretarse como una sugerencia para un abordaje individual de la tarea, sin embargo, no hay precisión sobre esto. En cuanto a recursos o materiales el enunciado de la tarea carece de detalles.

#### **T4. El laboratorio farmacéutico**

En un laboratorio farmacéutico, se determinó que, si se inyecta 5mg de cierto medicamento en un paciente, la cantidad restante de tal medicina, en el torrente sanguíneo, luego de  $t$  horas, está determinada por la expresión:

$$f(t) = 5 \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{3}}$$

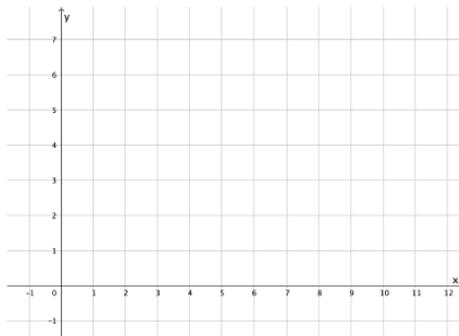
Entonces, ¿después de cuánto tiempo quedará solo 1 miligramo del medicamento del torrente sanguíneo del paciente?

Para resolver el problema anterior, usted puede guiarse respondiendo las siguientes interrogantes:

- a. Si  $t$  representa el tiempo en horas, y  $f(t)$  los miligramos del medicamento, ¿cuántos miligramos habrá luego de 0h, 1h, 3h, ...? Complete la siguiente tabla.

$t$	0	1	3	4	4.5	5	6	10
$f(t)$								

- b. Según la información obtenida anteriormente, ¿cuál es la representación gráfica de  $f(t)$ ? Ubique los puntos de la tabla, en el siguiente plano cartesiano.



- c. A partir de las dos representaciones anteriores de  $f(t)$ , ¿para qué valor de  $t$ , cree usted que  $f(t)$  se acerca a 1?
- d. Si  $f(t)$  permite aproximar la cantidad de miligramos del medicamento en el torrente sanguíneo a partir de las horas transcurridas, entonces,  $f^{-1}(t)$  ¿qué permite determinar?

Represente en el plano cartesiano anterior, la gráfica de la función inversa de  $f(t)$ .

- e. Luego del análisis realizado, ¿cuál es la mejor aproximación para  $t$ , según lo solicitado en el problema? Compruebe su respuesta evaluando la función en el tiempo respectivo.

### *Componente curricular*

La tarea pertenece al área de Relaciones y Álgebra sobre el estudio de las funciones exponencial y logarítmica. Las habilidades promovidas con la tarea, según lo estipulado en el programa de estudio (MEP, 2012) son tres: “analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales” (p. 414), “identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales” (p. 415) e “identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial” (p. 415).

En cuanto a la complejidad de la tarea, se reconoce la activación de los cinco procesos matemáticos. Especialmente, se identifica el establecimiento de una estrategia de resolución en donde se ejecuten acciones secuenciales; el uso de la argumentación y de diversas representaciones para responder a cuestiones específicas; la utilización de vínculos entre conceptos y procedimientos matemáticos en la resolución de una situación real; la interpretación de una secuencia de razonamientos a partir de la aplicación de conceptos y procedimientos matemáticos, la descripción de las acciones realizadas, la comunicación de conclusiones a través de lenguaje natural y matemático; y el uso de dos representaciones para la resolución del problemas y la movilización entre estas. De esta manera, desde el grado de intervención de los procesos matemáticos se reconoce que la tarea, según su complejidad, es de conexión. La tarea y su plan de ejecución inducen a la comprensión de un fenómeno mediante el modelo que lo representa, más que a la aplicación directa de conceptos o procedimientos matemáticos.

Por otra parte, la situación considerada en la tarea se aproxima a una realidad científica, que le otorga un grado de autenticidad. Asimismo, la cuestión puede ser relevante para el estudiantado, ya que los datos proporcionados y la relación entre los conceptos involucrados favorecen su resolución en la situación real planteada; es una tarea en *situación real* y *cuestión relevante*.

### *Componente didáctico*

La tarea destaca conceptos como función inversa, exponencial y logarítmica, al igual que otros conceptos implícitos necesarios para su resolución (preimagen, imagen, valor numérico, estimación). Las relaciones entre estos conceptos son evidentes a partir de los procedimientos matemáticos que se deben aplicar. Por ejemplo, para completar la tabla y trazar la gráfica de la función dada, se requiere la sustitución de valores correspondientes a preimágenes en el criterio para encontrar sus respectivas imágenes y determinar los pares ordenados. Los sistemas de representación son diversos; se presentan y se establecen relaciones entre las representaciones simbólico-algebraica, tabular y gráfica. La tarea destaca una situación cotidiana asociada a la medicina.

Sobre las expectativas de aprendizaje, el diseño de la tarea favorece el alcance o desarrollo de las habilidades propuestas. La dinámica de resolución promueve el análisis de distintas representaciones de la función exponencial y su inversa, así como la aplicación de un modelo exponencial para el cálculo de valores numéricos que fundamenten sus respuestas y robustezcan la argumentación matemática. Las dificultades que podrían manifestarse están relacionadas con errores durante el cálculo de imágenes —considerando que la potencia incluye base y exponente fraccionario—, la ubicación de puntos en el plano cartesiano, el paso entre representaciones y la interpretación incorrecta de la información, particularmente la obtenida en la gráfica.

El enunciado de la tarea favorece un camino de aprendizaje; el esquema de trabajo propuesto sugiere un único método de resolución. Ahora, el uso del pronombre personal “Usted” sugiere el abordaje individual de la tarea por parte del estudiantado. Del enunciado de la tarea sobresale la inclusión de una cuadrícula para el trazo de las gráficas de las funciones que modelan la situación; esto da a entender la sugerencia de recursos específicos para la resolución de la tarea.

### **T5. Vacaciones en Playa Zancudo**

Álvaro desea hospedarse en un hotel ubicado en Playa Zancudo, una vez que pase todo esto del COVID 19, y las autoridades del Ministerio de Salud den el visto bueno de vacacionar. Él consulta en la recepción del hotel y le indican que el costo es  $\$50.000$  por día, lo cual incluye la habitación en las instalaciones, así como el desayuno. El derecho a usar la caja fuerte de la

habitación tiene un costo de  $\text{€}6.000$ , el cual sólo se paga, por toda la estadía, suponga que Álvaro elige el uso de la caja fuerte.

Conteste las siguientes preguntas:

- a) Si Álvaro se hospeda por 12 días, ¿cuál es el monto a pagar por la estadía?
- b) Finalmente, Álvaro pagó  $\text{€}406.000$ , ¿cuántos días se hospedó?
- c) Escriba una fórmula (expresión algebraica) que permita calcular el monto “M”, a pagar por Álvaro según los días “x” que decida hospedarse.

### *Componente curricular*

La tarea pertenece al área de Relaciones y Álgebra, según la programación para 8° año. La habilidad que se promueve es “identificar situaciones dadas que pueden ser expresadas algebraicamente en la forma  $y = ax + b$ ” (MEP, 2012, p. 331). El propósito es que se presenten al estudiantado problemas contextualizados que impliquen una relación de tipo lineal, mediante la relación entre variables.

El diseño de la tarea, en especial su resolución, moviliza cinco procesos matemáticos: resolver problemas, razonar, conectar, comunicar y representar. El estudiantado se enfrenta a una tarea con datos sencillos —presentados explícitamente— y una única solución, a la necesidad de implementar algoritmos conocidos y estrategias de resolución que se ejecuten mediante acciones secuenciales, y a establecer un modelo matemático que represente la situación expuesta. Además, se debe responder a preguntas directas que implican la identificación de información y la implementación de procedimientos matemáticos; relacionar conceptos para dar respuesta a la situación en contexto; comunicar mediante una representación algebraica un resultado obtenido mediante procedimientos rutinarios o la interpretación de una secuencia de razonamientos. El nivel de intervención de estos procesos conduce a la clasificación de la tarea como una tarea de conexión.

En cuanto a la categoría de resolución de problemas, es destacable que la tarea requiere más que una aplicación directa de algoritmos matemáticos; esto es, una combinación de elementos matemáticos enlazados por la comprensión de una situación real que es tratada desde una relación lineal entre variables específicas. La situación mostrada en la tarea es cercana a la realidad,

se caracteriza como un problema con contexto real y cuestión relevante. Otorga la posibilidad de que se replique en clase, manteniendo las condiciones en las que se enmarca la situación. Por otra parte, la cuestión es relevante pues potencia habilidades que el estudiantado pondría en práctica ante situaciones similares.

### *Componente didáctico*

La tarea se orienta a la identificación de situaciones que pueden representarse mediante expresiones algebraicas lineales; con el propósito de introducir el estudio de la función lineal. En este caso, se pretende integrar el cálculo numérico y la resolución de ecuaciones de primer grado, así como la representación simbólica-algebraica de una situación real al estudio de la función lineal. Por ejemplo, para establecer el criterio que representa el monto a pagar por el hospedaje en el hotel, el estudiantado debe explorar primero el cálculo del monto a pagar para una cantidad específica de días y luego determinar la cantidad de días según un monto pagado, para ello debe resolver una ecuación de primer grado con una incógnita. Aquí, sobresalen los conceptos de variable dependiente e independiente, constante, valor numérico y ecuación. En este sentido, la tarea destaca una situación cotidiana asociada a una actividad personal del estudiantado. A partir de un análisis cognitivo de la tarea, es posible establecer que esta fomenta la habilidad matemática a la que se asocia. En cuanto a las limitaciones de aprendizaje, pueden manifestarse errores ligados al cálculo numérico, a la identificación y el despeje equivocado de variables.

Tomando en consideración que el enunciado no incluye el modelo algebraico de la situación expuesta, para la resolución de la tarea el estudiantado podría recurrir a distintos caminos de aprendizaje, a pesar de que la respuesta sea única en cada una de las cuestiones. Esto es, para las cuestiones (a) y (b) el estudiantado podría utilizar estrategias aditivas o multiplicativas. Se descarta que en la tarea se propongan materiales o recursos didácticos para su resolución. Similarmente, no se aprecia una propuesta para la organización del estudiantado al momento de presentar la tarea, a pesar de las indicaciones “conteste y escriba” que podrían referir a un tratamiento individual de esta.

Finalmente, en la tabla 1 se muestra una síntesis de los elementos curriculares y didácticos identificados en los enunciados de las tareas estudiadas.

Como se aprecia en la tabla 1, desde la perspectiva curricular destacan las categorías sobre la competencia matemática y la complejidad. De las tareas analizadas sobresale la inclusión de elementos que fomentan el desarrollo de habilidades matemáticas y la consideración de los contenidos establecidos en el currículo. Esto se refuerza con la identificación de estructuras conceptuales trazadas a partir de la relación entre distintos conceptos matemáticos.

Las tareas muestran una clara referencia al uso de niveles de complejidad —especialmente reproducción y conexión— a partir de la activación de algunos de los procesos matemáticos sugeridos en las directrices educativas, con mayor presencia: plantear y resolver problemas (con una preponderancia del segundo componente), razonar y argumentar (con una preponderancia del primer componente), representar y comunicar.

La resolución de problemas, como estrategia de enseñanza para fomentar el aprendizaje, muestra características distintas entre las tareas; algunas dirigen a la aplicación directa de procedimientos, mientras que otras se inclinan por acercar al estudiantado a procesos de comprensión.

Otra de las fortalezas identificadas en las tareas es la utilización de una situación particular como el marco de referencia sobre el uso de los conceptos y procedimientos matemáticos implicados. En este sentido, se reconoce una intención por mostrar al estudiantado tareas auténticas, a pesar de que el factor relevancia carezca de representatividad en algunas de estas.

Como parte del marco didáctico para el análisis, se reconoce una tendencia en la forma en que los enunciados de las tareas incluyen propósitos específicos (mayormente implícitos) para el aprendizaje de las matemáticas en el estudiantado. Similarmente, al resolver las tareas es posible reconocer posibles errores y dificultades, que pueden manifestarse o presentarse al momento en que el estudiantado las resuelve, y que la persona docente podría tomar en consideración como una estrategia de enseñanza que fomente un aprendizaje adecuado, a partir de la comprensión del contenido y del desarrollo de las habilidades propuestas.

**Table 1**

*Caracterización de las tareas*

Competencia matemática	Complejidad	Resolución problema	Contextualización activa	Contenido	Cognición	Instrucción
------------------------	-------------	---------------------	--------------------------	-----------	-----------	-------------

Am	Hb	P r	I	Cj	Ap	Cp	Rel	Au	Ec	Sr	Fe	Ex	Li	Ca	R m	O
Tarea 1																
✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-	✓	✓	✓	-	-	-
Tarea 2																
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	-	-	-
Tarea 3																
✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-	-
Tarea 4																
✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	✓
Tarea 5																
✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-

*Nota:* Am=Área matemática; Hb=Habilidad; Pr=Proceso matemático; I=Intervención; Cj=Complejidad; Ap=Aplicación; Cp=Comprensión; Rel=Relevancia; Au=Autenticidad; Ec=Estructura conceptual; Sr=Sistema de representación; Fe=Fenómenos; Ex=Expectativas; Li=Limitaciones; Ca=Capacidades; Rm=Recursos y materiales; O=Organización de la clase.

La mayor debilidad de las tareas tiene que ver con la categoría instrucción. Desde este marco, las tareas carecen —casi en su plenitud— de elementos que conduzcan a la organización de las personas estudiantes para la resolución de la tarea, el uso de materiales o recursos didácticos dentro del proceso de resolución y la posibilidad de que el estudiantado cuente con distintas opciones o caminos de resolución que les permitan obtener la respuesta solicitada.

## CONCLUSIONES

Las tareas analizadas dejan ver un seguimiento, por parte de las personas docentes que las diseñaron o seleccionaron, de los planteamientos curriculares sobre el contenido matemático de relaciones y álgebra, las habilidades vinculadas a este contenido, la estrategia metodológica de resolución de problemas, la inclusión de situaciones cotidianas y la activación de procesos matemáticos.

El diseño de las tareas responde a al menos una de las habilidades matemáticas propuestas en el plan de estudios, como uno de los medios para el fomento de la competencia matemática escolar en el estudiantado de Educación Secundaria.

Con respecto a la estrategia de resolución de problemas, queda evidenciado que las tareas constituyen situaciones-problema. Sus enunciados las aproximan al marco conceptual de la visión funcional del aprendizaje de las matemáticas, que procura el desarrollo de habilidades mediante la activación de procesos matemáticos para la atención de situaciones de la vida cotidiana (Doyle, 1988; Loría y Lupiáñez, 2019). No obstante, en su mayoría, las tareas se convierten en ejercicios rutinarios, al dirigir o esperar del estudiantado la identificación directa de las acciones necesarias para su resolución (MEP, 2012). Además, la relevancia y la autenticidad identificadas en las tareas hace que exista una divergencia en cuanto a la manera en que estas contextualizan de forma activa las matemáticas; esto es, que den sentido a los conceptos y procedimientos matemáticos de acuerdo con la situación en la que se enmarca cada tarea. Se reconoce cierto grado de autenticidad en las tareas, sin que esto permita generar un interés del estudiantado por su resolución, debido a la poca significancia que estas pueden tener para su realidad.

Notoriamente, las tareas movilizan alguno de los cinco procesos matemáticos sugeridos en las directrices curriculares; esto se acompaña de acciones precisas que establecen el grado de intervención de estos procesos, derivando en el nivel de complejidad que las caracteriza. La mayoría de las tareas promueven acciones o procesos de reproducción que las alejan del fomento de la competencia matemática escolar, que principalmente es promovida por tareas con una complejidad de conexión o reflexión (Ruíz, 2017).

Desde el marco del Análisis Didáctico se reconocieron aspectos propios del contenido matemático y del aprendizaje. Las tareas promueven la relación del concepto en estudio (funciones) con otros conceptos matemáticos, pero la implementación de procedimientos matemáticos refiere a operaciones sencillas o a la aplicación de propiedades básicas; en su mayoría, la dinámica de resolución de las tareas dirige al estudiantado por una ruta de solución específica que lo aleja de acciones que favorezcan la comprensión, el análisis y la interpretación de la información, la argumentación y explicación del resultado.

Las propuestas teóricas y las disposiciones curriculares recomiendan la multiplicidad de representaciones y su manipulación durante el desarrollo de

tareas que se propongan. Contrariamente, la exposición del concepto estudiado se caracteriza por el uso de representaciones particularmente algebraicas; en muy pocas tareas este uso de representaciones es diverso y promueve la relación entre estas.

Aunado a lo anterior, si bien las tareas refieren a la aplicación del concepto en la atención de fenómenos de la vida cotidiana y promueven la matematización de la situación expuesta, la estrategia de resolución de estas obstaculiza la desmatematización del resultado para su interpretación dentro de la situación, ya que su establecimiento —del resultado— proviene de la aplicación repetida y directa de algoritmos conocidos sin dar cabida a la reflexión y argumentación de lo que se obtiene.

A pesar de que las tareas no detallaban explícitamente las expectativas y las limitaciones de aprendizaje consideradas en su diseño, fue posible determinar —en su totalidad— que están orientadas al desarrollo de habilidades matemáticas, según la propuesta curricular para el nivel educativo en que se ubican, y son una oportunidad para la manifestación de errores y el reconocimiento de dificultades de aprendizaje en el estudiantado que las resuelve.

Desde la instrucción, los enunciados de las tareas imposibilitaron la determinación de los recursos y materiales sugeridos para su resolución, y la gestión de aula para su presentación al estudiantado. Sin embargo, en su mayoría las tareas se caracterizan por favorecer caminos de aprendizaje únicos, especialmente establecidos desde el mismo enunciado y por la aplicación directa de algoritmos rutinarios.

A partir de lo anterior, las tareas constituyen buenas iniciativas para que el estudiantado repase los contenidos matemáticos y aplique procedimientos asociados a las habilidades que se espera promover en el tema de funciones, esto desde el marco de complejidad de reproducción que las caracteriza. Al igual que concluyen Chamoso y Cáceres (2018) cuando analizaron tareas diseñadas por docentes en formación inicial, en ocasiones los enunciados mostrados en las tareas parecen forzados, en el sentido de que la situación es un “decorado” para el modelo matemático en el que se centra cada una.

Por otra parte, para que las tareas favorezcan el desarrollo de la competencia matemática, en el marco de la visión funcional de la disciplina, se requieren modificaciones importantes en su diseño que las hagan un medio con el que el estudiantado construya el aprendizaje matemático (Hiebert y Grouws, 2007). A saber, una vinculación estrecha entre el concepto matemático, las

habilidades que se esperan desarrollar, los procesos matemáticos que se activan en la tarea y la situación que la enmarca. Además, un uso de diversos sistemas de representación, una clara definición de los recursos o materiales que apoyan la resolución de la tarea y una elección justificada de aspectos sobre la organización grupal que contribuyan al aprendizaje en el estudiantado.

Finalmente, la capacitación de las personas docentes en servicio toma un realce significativo para el diseño, selección y análisis de tareas matemáticas escolares, que correspondan con la visión funcional de las matemáticas y respondan, de esta manera, a las disposiciones curriculares sobre el aprendizaje de las matemáticas en Educación Secundaria en Costa Rica.

## **FINANCIAMIENTO**

Este estudio fue financiado por la Universidad Nacional, Costa Rica. Proyecto SIA 0118-20 “La competencia de la reflexión docente. Una experiencia de desarrollo profesional con profesores de matemática de Educación Secundaria en Costa Rica”.

## **CONFLICTO DE INTERESES**

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

## **CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Los autores declaran que las personas participantes fueron informadas sobre la investigación quienes estuvieron de acuerdo en participar y firmaron de manera voluntaria un consentimiento.

## **DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES**

Todos los autores afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo. El porcentaje total de contribución para la conceptualización, preparación y corrección de este artículo fue el siguiente: M.P.A. 50 % y J.R.L.F. 50 %.

## DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor correspondiente [J.R.L.F.], previa solicitud razonable.

## REFERENCIAS

- Caraballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas: Una experiencia con profesores* (Doctoral dissertation). Universidad de Granada, España.
- Caraballo, R. M., Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2011). Análisis de los ítems de las evaluaciones autonómicas de diagnóstico en España 2008-2009. *Unión*, 26(1), 27-40.
- Caraballo, R. M., Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: El caso de las matemáticas. *Profesorado*, 17(2), 225-241.
- Chamoso, J. & Cáceres, M. J. (2018). Propuesta de tareas matemáticas en contextos reales de estudiantes para maestro. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 13(17), 83-94.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 1-6.  
<https://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7>.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of student's thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23(2), 167-180.
- Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 524-549. <https://doi.org/10.2307/749690>
- Hiebert, J. & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. Lester (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 371-404). NCTM/Information Age.
- Loría, J. R. (2021). *Diseño de tareas para la evaluación de la competencia matemática escolar. Una experiencia con profesores de Costa Rica* (Doctoral dissertation). Universidad de Granada, España.

- Loría, J. R. & Lupiáñez, J. L. (2019). Estudio del conocimiento de profesores de secundaria sobre procesos matemáticos. *PNA*, 13(4), 247-269. <https://doi.org/10.30827/pna.v13i4.8892>
- Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. (Doctoral dissertation). University of Granada, Spain.
- Lupiáñez, J. L. (2016). Sistemas de representación. In L. Rico and A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 119-137). Pirámide.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285-311. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>
- Ministerio de Educación Pública [MEP] (2012). *Programas de estudio de matemáticas*. MEP
- Moreno, A. & Ramírez, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. In L. Rico and A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 243-258). Pirámide.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. NCTM.
- OCDE (2006). *Evaluación de la competencia científica, lectora y matemática: Un marco teórico para PISA 2006*. INECSE/MEC.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 37-58. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9083-3>
- Rico, L. & Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. In L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 1-22). Comares.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., & Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *SUMA*, 58, 7-23.
- Rico, L. & Moreno, A. (2016) (Coords.). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria*. Pirámide.

- Ricoy-Lorenzo, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação*, 31(1), 11-22.
- Ruiz, A. (2017). Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática (número especial)*, 57-138.
- Ruiz-Hidalgo, J. F. (2016). Sentido y modos de uso de un concepto. In L. Rico and A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 139-151). Pirámide.
- Ruiz, J. F. & Rico, L. (2016). Oportunidades para el aprendizaje. In L. Rico and A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 209-224). Pirámide.
- Sanni, R. (2012). Selection and implementation of tasks: an account of teacher's tasks practices. *Research Journal in Organizational Psychology & Educational Studies*, 1(2), 129-136.
- Schwan, M. & Stein, M. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344>
- Stake, R. (2013). Estudios de casos cualitativos. In N. Denzin e Y. Lincoln (Coords.), *Las estrategias de investigación cualitativa. Volumen III*. (pp. 154-197). Gedisa
- Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2009). Converting mathematics tasks to learning opportunities: An important aspect of knowledge for mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 85-105. <https://doi.org/10.1007/BF03217539>.
- Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2013). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4681-1>.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B., & Oshea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4(4), 133-142. <https://doi.org/10.30827/pna.v4i4.6163>
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.

Watson, A. & Mason, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 10(4), 205–215.e  
<https://doi.org/10.1007/s10857-007-9059-3>