

Significação do conceito de problema na matemática escolar: De exercício e aplicação até o problema desencadeador de aprendizagem

Wellington Pereira das Virgens ^a

Vanessa Dias Moretti ^b

^a Instituto Federal de São Paulo, Departamento de Ciências e Matemática, Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemática, São Paulo, SP, Brasil

^b Universidade Federal de São Paulo, Departamento de Educação (EFLCH), Programa de Pós-graduação em Educação, Guarulhos, SP, Brasil

Recebido para publicação 5 maio 2023. Aceito após revisão 21 jul. 2023

Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

ABSTRACT

Background: There are, in the school context, especially in mathematics education, different historical and cultural meanings that are being produced and impregnated in the term *Problem*, as well as different understandings regarding the roles of *Problems* in teaching practices, which justifies studies focused on to the analysis of the implications of such conceptual meanings in the training of teachers who teach mathematics. **Objectives:** The aim is to answer the question: What are the meanings of *Problem* present in research and publications that dialogue with training for teaching mathematics? What would be, specifically, the meaning of *Problem* from a cultural-historical perspective? **Design:** The research was carried out with students of the degree course in mathematics of a Brazilian public institution, in which they participated in a training movement that had *Problems* as mediators. In the context of that research, theoretical and bibliographical studies were developed to understand ideas impregnated in didactic-pedagogical proposals that exalt the importance of *Problems* in teaching practices. We recognise these ideas as meanings based on the analysis that considers the theoretical and methodological assumptions of the *cultural-historical theory*. **Setting and participants:** Publications that circulated in the context of the training course for mathematics teachers were analysed, which contextualised the research that gave rise to this clipping about the understandings of the authors of those texts regarding their understanding of the possible relationships between the *Problem* and the teaching of mathematics. **Data collection and analysis:** The texts were selected from the bibliographies present in the teaching plans of the subjects of that degree course or that were used as a textual reference during the formative experiment carried out to produce research data and were analysed according to the assumptions of the cultural-historical theory to the concept of meaning. **Results:** The

Autor correspondente: Wellington Pereira das Virgens. Email:

wellington.virgens@ifsp.edu.br

results point to the constitution of meanings according to which the *Problems* are usually adopted, in teaching practices, as lessons already presented or as opportunities to apply concepts in supposedly everyday situations. There is also a process of meaning from which the *Problems* are understood, from a cultural-historical perspective, as triggers of mathematics learning. **Conclusions:** The main conclusion points to the understanding that the *Problems* play, historically and culturally, some roles in mathematics teaching practices, among which, three stand out: they are opportunities to practice lessons already taught; they are opportunities to apply techniques, algorithms, or definitions in simulated situations (*problem solving*); or they are *learning triggering problems*.

Keywords: problems; problem solving; learning triggering problem; cultural-historical theory; mathematics teaching.

Significação do conceito de problema na matemática escolar: De exercício e aplicação até o problema desencadeador de aprendizagem

RESUMO

Contexto: Há, no contexto escolar, em especial na educação matemática, diferentes significados históricos e culturais que vão sendo produzidos e impregnados no termo *Problema*, bem como diversas compreensões a respeito de quais seriam os papéis dos *Problemas* nas práticas de ensino, o que justifica estudos voltados à análise das implicações de tais significados conceituais na formação do professor que ensina matemática. **Objetivos:** Busca-se responder à questão: quais são os significados de *Problema* presentes em pesquisas e publicações que dialogam com a formação para o *ensino de matemática* e qual seria, especificamente, o significado de *Problema* em uma perspectiva histórico-cultural. **Design:** A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do curso de licenciatura em matemática de uma instituição pública brasileira, na qual eles participaram de um movimento formativo que tinha os *Problemas* como mediadores. No contexto daquela pesquisa, foram desenvolvidos estudos teóricos e bibliográficos para compreender ideias impregnadas em propostas didático-pedagógicas que enaltecem a importância dos *Problemas* nas práticas de ensino. Essas ideias é que reconhecemos como significados a partir da análise que considera os pressupostos teóricos e metodológicos da *teoria histórico-cultural*. **Ambiente e participantes:** Foram analisadas publicações que circulavam no contexto do curso de formação de professores de matemática que contextualizou a pesquisa que deu origem a este recorte no que diz respeito a compreensões dos autores de tais textos a respeito das possíveis relações entre o *Problema* e o ensino de matemática. **Coleta e análise de dados:** Os textos foram selecionados a partir das bibliografias presentes nos Planos de Ensino das disciplinas daquele curso de licenciatura ou que foram utilizados como referência textual durante o experimento formativo realizado para produção de dados da pesquisa e foram analisados segundo os pressupostos da teoria histórico-cultural, em especial ao conceito de significado. **Resultados:** Os resultados apontam para a constituição de

significados segundo os quais os *Problemas* costumam ser adotados, nas práticas de ensino, como exercícios de lições já apresentadas ou como oportunidades de aplicação de conceitos em situações, supostamente, cotidianas. Verifica-se, ainda, um processo de significação a partir do qual os *Problemas* são compreendidos, em um perspectiva histórico-cultural, como desencadeadores de aprendizagens de matemática. **Conclusões:** A principal conclusão aponta para a compreensão de que os *Problemas* protagonizam, histórica e culturalmente, alguns papéis nas práticas de ensino de matemática, dentre os quais, três se destacam: são oportunidades para exercitar lições já ensinadas; são oportunidades para aplicar técnicas, algoritmos ou definições em situações simuladas (*resolução de problemas*); ou são *problemas desencadeadores de aprendizagem*.

Palavras-chave: problemas; resolução de problemas; problema desencadeador de aprendizagem; teoria histórico-cultural; ensino de matemática.

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta parte dos resultados alcançados a partir da pesquisa de doutorado que se dedicou a acompanhar *sentidos* (Vygotsky, 2001, Leontiev, 1978) de licenciandos em matemática a respeito do papel dos Problemas¹ nos processos de aprendizagem da organização do ensino. O recorte aqui apresentado destaca o processo de produção de *significados* (Vygotsky, 2001, Leontiev, 1978) do conceito de Problema em pesquisas que circulam no contexto educacional brasileiro, em especial, aqueles voltados à formação de professores de matemática. O objetivo deste recorte é analisar compreensões sobre qual tem sido o papel atribuído ao Problema por pesquisadores que se dedicaram a estudar relações entre tais Problemas e as práticas de ensino de matemática.

A pesquisa que originou este texto foi realizada com estudantes da licenciatura em matemática em uma instituição pública brasileira de ensino superior. Os dados produzidos e analisados remeteram aos movimentos dos *sentidos* de sete licenciandos. No contexto da pesquisa, emergiu a necessidade

¹ Considerando a variação semântica de possíveis significados impregnados no termo “problema” e para evitar perda de sentido em processos de tradução, adotamos o termo “Problema”, com letra inicial maiúscula, quando nos referimos ao problema de matemática adotado em sala de aula como recurso voltado às práticas de ensino e aprendizagem. Quando a grafia adota “problema” (com letra inicial minúscula), estamos nos referindo a uma noção mais geral, como sinônimo de “defeito” ou “dificuldade”. Importante ressaltar, no entanto, que nas citações diretas mantemos a grafia original, com a expectativa de que o contexto possa diferenciar os sentidos a serem atribuídos.

de conhecer e compreender *significados* impregnados no conceito de *Problema* bem como o processo de *significação* de tal conceito, em especial, as ideias que nos permitiram compreender os Problemas como desencadeadores da aprendizagem matemática, no contexto da *Atividade Orientadora de Ensino* (Moura et al., 2010).

Para alcançar nosso objetivo, na pesquisa original, recorreremos aos pressupostos da teoria histórico-cultural (Vygotsky, 2001), em especial ao conceito de *significado* (Vygotsky, 2001; Leontiev, 1978), a partir do qual apresentamos interpretações a respeito da compreensão de pesquisadores cujas obras circulavam no contexto do curso de formação inicial de professores que contextualizou a pesquisa de doutorado da qual este texto é um recorte. Tais textos foram selecionados a partir das bibliografias presentes nos Planos de Ensino das disciplinas daquele curso ou que foram utilizados como referência textual durante o experimento formativo realizado para produção de dados da pesquisa.

Especificamente, foram analisados textos em que pudemos inferir aspectos sobre as compreensões dos autores sobre qual seria o papel do Problema nas práticas de ensino de matemática. Os textos que subsidiaram tal compreensão, na pesquisa, e que fundamentam este recorte são os de Onuchic (1999, 2008); D'Ambrósio (2008); Stanic e Kilpatrick (1989); Pólya (1978/1995); Dante (1998, 2009); Moretti (2007, 2014); Moura et al (2011).

O movimento apresentado no texto discute os processos de disputa em que são produzidos, histórica e culturalmente, os *significados* que vão sendo impregnados no termo *Problema*. Podemos reconhecer, atualmente, ideias segundo as quais, em síntese, “o ensino-aprendizagem de Matemática tem como ponto de partida a resolução de problemas” (Brasil, 1998, p. 56). Mas o que *significa* dizer que o Problema e os processos de resolução destes são *o ponto de partida* das práticas que objetivam ensinar e/ou aprender matemática? É esse *significado* que está sempre em disputa e em construção e que buscamos discutir neste texto.

Pudemos verificar que os Problemas protagonizam, histórica e culturalmente, alguns papéis nas práticas de ensino de matemática, dentre os quais, destacamos três neste texto, a saber: são oportunidades para exercitar lições já ensinadas; são oportunidades para aplicar técnicas, algoritmos ou definições em situações simuladas; ou são elementos desencadeadores de aprendizagem.

O artigo está dividido em três partes, além desta introdução: na primeira tratamos de apresentar a fundamentação teórica e metodológica que adotamos em nossa pesquisa, em especial os pressupostos que orientam a análise que apresentamos neste recorte; em seguida, apresentamos a discussão e os resultados propriamente ditos da análise a respeito dos significados produzidos sobre o Problema, segundo as pesquisas que se dedicam a estudar o papel deles nas práticas de ensino de matemática; por fim, destacamos nossas conclusões a respeito do movimento discutido e sobre sua relevância no contexto da educação matemática, em especial, da formação do professor que ensina matemática.

CONTEXTO TEÓRICO E METODOLÓGICO

Como indicamos na introdução, a pesquisa que dá origem a este texto teve como objetivo acompanhar os movimentos dos *sentidos* dos sujeitos acerca do papel dos Problemas em suas futuras práticas de ensino, considerando suas condições de estudantes em formação inicial para a docência de matemática. Os preceitos metodológicos da pesquisa estiveram em consonância com o materialismo histórico-dialético – MHD, proposto por Karl Marx e consolidado como método que fundamenta a teoria histórico-cultural – THC, proposta por Vygotsky.

Ao assumir o objetivo de acompanhar os movimentos dos *sentidos* dos licenciandos, torna-se imprescindível conhecer também quais são os *significados*, históricos e culturais, acerca do conceito de Problema nas práticas de ensino de matemática. Isto envolve não apenas reconhecer as possíveis definições do que seria um Problema, mas também quais seriam as compreensões sobre seu papel nas práticas de ensino, segundo ideários que circulam no contexto formativo dos licenciandos. Entendemos, então, que os trabalhos de pesquisadores que se dedicaram a compreender o lugar do Problema nas práticas de ensino constitui-se como uma boa representação do movimento de *significação* do Problema e de seu papel no ensino de matemática.

Em outras palavras, do interesse de pesquisa relacionado aos movimentos dos *sentidos* dos licenciandos sobre o papel dos *Problemas* em suas futuras práticas de ensino surgiu também a necessidade de compreender os *significados* e os processos de *significação* do conceito de Problema. Isso porque estes três constructos – *sentidos*, *significados* e *significação* – formam, no contexto das pesquisas realizadas segundo os preceitos teóricos e

metodológicos da THC, uma unidade teórica indecomponível, ou seja, uma unidade dialética. Assim, torna-se relevante apresentar, ainda que em linhas gerais, a compreensão do que entendemos por *sentidos*, *significados* e *significação*, à luz da THC.

Aproximamos nossas compreensões sobre *sentidos* e *significados* daquelas propostas, inicialmente, por Vygotsky (2001) e consolidadas, posteriormente, por Leontiev (1978), ambas levando em consideração aspectos históricos e culturais do desenvolvimento humano. A exemplo de outros pesquisadores, como Asbahr et al. (2017), identificamos como *significação* o processo que remete à ideia de um movimento de constituição de um conceito histórica e socialmente.

Vygotsky (2001) defende que as relações entre o pensamento e a linguagem se materializam na palavra, já que as interações sociais estabelecem, histórica e culturalmente, um sistema semiótico formado por signos e representado pelas palavras que, por sua vez, estabelecem novas interações sociais, caracterizando uma relação dialética contínua entre o que se pensa e o que se fala. Em outras palavras, as interações sociais que relacionam palavra e signo, e que se dão em um processo histórico e cultural, é que conferem às palavras os seus respectivos *significados*. Para Vygotsky (2001, p. 398), “a palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio”.

Assim, a partir de Vygotsky (2001), a *significação* é uma produção social e coletiva, portanto, histórica e cultural. Já o *sentido* é fruto das experiências pessoais de cada sujeito no contexto da mesma cultura, durante o processo de *significação*. Dessa forma, de acordo com Vygotsky (2001), o *sentido* é “mais amplo” do que o *significado*, pois engloba todos os fatos psicológicos que a palavra nos remete, a partir de nossas experiências. Ainda de acordo com Vygotsky (2001, p. 465), o *sentido* é “uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O *significado* [ênfase adicionada] é apenas uma dessas zonas do *sentido* [ênfase adicionada] que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata”.

Assim, de acordo com as ideias de Vygotsky (2001), *sentidos* e *significados* relacionam-se dialeticamente de modo que *significados*, que são produzidos coletivamente, em contextos sociais, históricos e culturais, influenciam a constituição de *sentidos* que são pessoais e têm sua gênese em contextos individuais, ampliando-os. Ao mesmo tempo, os *sentidos* influenciam a produção de *significados*, consolidando-os ou modificando-os.

Essa relação entre *sentidos pessoais* e *significados sociais* se estabelecem em um processo chamado *significação*.

Complementarmente, Leontiev (1978) defende que os conceitos de *sentido* e *significado*, no processo de *significação*, ganham contexto na compreensão dos processos de tomada de consciência, superando a ideia burguesa de que a consciência possa existir de modo independente, devendo ser compreendida no contexto da atividade que humaniza o homem.

A consciência humana não é uma coisa imutável. Alguns dos seus traços característicos são, em dadas condições históricas concretas, progressivos, com perspectivas de desenvolvimento, outros são sobrevivências condenadas a desaparecer. Portanto, devemos considerar a consciência (o psiquismo) no seu devir e no seu desenvolvimento, na sua dependência essencial do modo de vida, que é determinado pelas relações sociais existentes e pelo lugar que o indivíduo considerado ocupa nestas relações. (Leontiev, 1978, p. 89)

Se as consciências fossem sempre e em toda parte idênticas, configurando uma tal *consciência humana*, então os estudos da consciência sempre teriam a mesma estrutura e remeteriam às mesmas coisas. Mas Leontiev (1978) defende que o modo de vida humano e as interações entre o sujeito e o meio, ou seja, a *atividade* do sujeito, é que determinam a consciência, ao mesmo tempo em que são determinados por ela. Segundo esta compreensão de Leontiev, podemos inferir que um Problema, por exemplo, não é um Problema por possuir certa estrutura sistemática ou por remeter a estas ou àquelas ações, mas sim por mediar uma relação entre o que o sujeito pensa (a consciência) e o meio (a realidade objetiva).

Leontiev (1978, p. 94) define ainda que “significação é aquilo que em um objeto ou fenômeno se descobre objetivamente em um sistema de ligações, de interações e de relações objetivas. A significação é refletida e fixada na linguagem, o que lhe confere a sua estabilidade”. Com isso o autor defende que a significação é o movimento histórico e social que nos permite relacionar a palavra e o objeto.

A significação é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e da prática sociais da humanidade. A sua esfera das representações de uma sociedade, a sua ciência, a sua

língua, existem enquanto sistemas de significações correspondentes. A significação pertence, portanto, antes de mais nada, ao mundo dos fenômenos objetivamente históricos (Leontiev, 1978, p. 94).

Dialeticamente, contudo, a *significação* existe também como fato da consciência individual. Leontiev (1978) entende que o homem percebe e pensa o mundo enquanto ser sócio-histórico e, por isso, possui, como critério de análise da realidade, as representações e conhecimentos da sua época e da sua sociedade. Todavia, a sua consciência não se reduz à sua experiência individual, já que o modo de vida do homem não parte *do nada* para ir fazendo as suas próprias descobertas. Segundo o autor, no decurso da sua vida, “o homem assimila a experiência das gerações precedentes [e] este processo realiza-se precisamente sob a forma da aquisição das significações e na medida desta aquisição” (Leontiev, 1978, p. 94). A *significação* influencia, portanto, a forma sob a qual uma pessoa assimila a experiência humana generalizada e refletida.

Para a compreensão da ideia a respeito do processo de *significação*, que se dá num contexto materialista histórico e social, Leontiev (1978, p. 95) faz uma analogia do campo dos conhecimentos geométricos:

[...] o que eu penso, compreendo e sei do triângulo, pode não coincidir perfeitamente com a significação [de] “triângulo” admitida na geometria moderna. Mas não é uma oposição fundamental. As significações não têm existência fora dos cérebros humanos concretos; não existe qualquer reino de significações independente e comparável ao mundo platônico das ideias. Por consequência, não podemos opor uma significação “geométrica”, lógica e, em geral, objetiva, a esta mesma significação na consciência de um indivíduo enquanto significação psicológica particular. A diferença não é entre o lógico e o psicológico, mas entre o geral e o particular, o individual. Um conceito não deixa de ser conceito quando se torna o conceito de um indivíduo. [...] A realidade aparece ao homem na sua significação, mas de maneira particular. A significação mediatiza o reflexo do mundo pelo homem na medida em que ele tem consciência deste, isto é, na medida em que o seu reflexo do mundo se apoia na experiência da prática social e a integra (Leontiev, 1978, p. 95).

Para Leontiev (1978) a significação está, geralmente, ausente da consciência, mas isso não é o mesmo que dizer que o sujeito “nunca tem

consciência” sobre a significação. Da significação retratamos o percebido ou o pensado, mas ela própria não é conscientizada, não é pensada. Este fato psicológico, para Leontiev (1978), é fundamental, pois é o que possibilita a compreensão de que a significação “é o reflexo da realidade independentemente da relação individual ou pessoal do homem a esta. O homem encontra um sistema de significações pronto, elaborado historicamente, e apropria-se dele tal como se apropria de um instrumento” (Leontiev, 1978, p. 96).

No caso do recorte que sintetizamos neste texto, a premissa é que o conceito de *significado* e a compreensão do processo de *significação* nos permitem realizar uma análise de pesquisas que tratam de Problemas, em busca de reconhecer *significados* sobre o papel dos Problemas nas práticas de ensino de matemática que possam ser **determinantes** de *sentidos* de licenciandos sobre o conceito e o papel do Problema nas práticas de ensino, ao mesmo tempo em que possam ser **determinados**, também, pelas formas como estes mesmos licenciandos compreendem o papel do Problema e seu lugar nas práticas docentes.

Por isso, considerando a perspectiva metodológica de nossa pesquisa, buscamos materializar movimentos formativos voltados à preparação para a docência, de modo que os estudantes pudessem estar em *atividade* (Leontiev, 1978) enquanto aprendem modos gerais de organização da *atividade de ensino*. Para essa formação, os *sentidos iniciais* dos licenciandos acerca do papel dos Problemas nas práticas pedagógicas voltadas ao ensino de matemática encontraram movimentos contraditórios, nos quais os Problemas teriam diferentes funções no contexto das práticas de ensino de matemática.

Cumpre-nos salientar que a apresentação realizada até aqui, neste item, se submete ao propósito de apresentar o contexto teórico e aspectos da metodologia em que este recorte se insere, mas não é nosso objetivo, neste texto, descortinar aspectos da relação entre os *sentidos* e os *significados* dos estudantes da licenciatura a respeito do papel do Problema nas práticas de ensino². Limitamo-nos, aqui, a destrinchar *significados* impregnados em pesquisas e publicações que tiveram os Problemas – ou a Resolução de Problemas – como objeto de estudo e que se dedicaram a discutir aspectos que relacionam esses Problemas com seus papéis nas práticas de ensino de matemática.

² Para esta apresentação, recomendamos a leitura da tese: Virgens (2019) em <<https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-03102019-120541/pt-br.php>>.

Especificamente, realizamos uma pesquisa teórica e bibliográfica que abrangeu publicações que tiveram os Problemas e as práticas de ensino de matemática como objeto central das análises, bem como, eventualmente, textos que adotaram a THC como perspectiva teórica e metodológica e que puderam contribuir para a compreensão de *significados* a respeito do Problema nessa perspectiva. De posse de tais textos, realizamos a análise, segundo os pressupostos apresentados até aqui, de modo que pudéssemos compreender o movimento de *significação* do conceito de Problema nas práticas de ensino de matemática, conforme discutimos a seguir.

RESULTADOS E ANÁLISES

Inicialmente, verificamos que os Problemas fazem parte da história da matemática desde tempos imemoriais. A presença deles em documentos históricos antigos aponta para um entendimento a respeito de sua importância também nas práticas de ensino de matemática. Onuchic (2008), por exemplo, indica que “problemas de matemática têm ocupado um lugar central no currículo da matemática Escolar desde a Antiguidade” (p. 1). Com isto, a autora propõe que os Problemas tiveram importância fundamental no desenvolvimento da matemática e que este fato teria sido apropriado pela matemática escolar de modo que os Problemas teriam passado a ocupar lugar de destaque nas práticas pedagógicas ao mesmo tempo em que a própria matemática se desenvolvia. De acordo com Onuchic (2008, p. 1) “registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa, babilônica e grega”. Entendemos que as considerações da autora parecem aproximar a presença dos Problemas na história da matemática da relevância de tais Problemas no ensino de matemática.

Similarmente, D’Ambrósio (2008, p. 1, grifos nossos) defende que “a resolução de problemas *sempre foi considerada uma parte importante do ensino de matemática*” e que a preocupação sobre a forma como a resolução de Problemas é ensinada nas escolas sempre esteve presente na matemática escolar. A autora também faz referência à teoria, difundida no século XIX, segundo a qual os Problemas seriam exercícios para o desenvolvimento do cérebro, em um movimento de disciplina mental, fazendo analogia ao benefício muscular do exercício físico. Segundo D’Ambrósio (2008) o pressuposto dessa teoria seria o de que, sob a justificativa da necessidade de exercitar o cérebro para seu desenvolvimento, um Problema seria qualquer situação que colocasse o aluno diante da oportunidade de exercitar lições ensinadas previamente. Para a autora, é possível perceber essas ideias nas práticas de professores até os dias atuais.

Por outro lado, Stanic e Kilpatrick (1989) apontam que a importância dos Problemas na Matemática contrasta com a pouca relevância dos Problemas nos currículos escolares. Esses autores destacam a obra de Pólya, sobretudo o livro *How to Solve It*, de 1945, como ponto de inflexão no processo de atribuição de importância dos Problemas nas práticas de ensino de matemática. De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989, p. 1), “só recentemente apareceram educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção”. Ainda de acordo com esses autores, encontram-se Problemas em livros didáticos de matemática dos séculos XIX e XX, o que indicaria a presença dos Problemas nas aulas de matemática, contudo, segundo suas interpretações, era assumida uma visão *muito estreita* da aprendizagem da resolução de Problemas. Para eles, ensinar a resolução de Problemas remetia à ideia de apresentar Problemas e, talvez, incluir um exemplo de uma solução técnica específica.

A *significação* do conceito de Problema inferido a partir de tais compreensões parece apontar, por um lado, para a constituição de um *significado* de Problema que aproxima situações da história da matemática dos Problemas escolares, tratando ambos os conceitos – Problema na Matemática e Problema escolar – como sinônimos. Em contrapartida, a defesa de Stanic e Kilpatrick (1989) pressupõe uma distinção entre os Problemas estudados na matemática e aqueles que têm em perspectiva as práticas de ensino e de aprendizagem. Esses últimos, no entanto, estariam associados a uma compreensão que os autores classificam como *muito estreita* e que remetem à ideia de modelos a serem reproduzidos, ou seja, se aproxima da ideia de Problemas que serviriam, nas práticas de ensino, para exercitar aquilo que já tenha sido ensinado previamente.

De fato, como indicam Stanic e Kilpatrick, as contribuições do matemático húngaro George Pólya recebem grande destaque nos discursos acerca na caracterização de Problemas e, sobretudo, de aspectos de sua resolução, no campo da Educação Matemática. No livro *How to solve it* Pólya coloca em pauta a necessidade de um processo de ensino voltado específica e especialmente para os processos de resolução de Problemas. A importância atribuída à obra de Pólya foi tamanha que, de acordo com D’Ambrósio (2008), houve uma injusta redução da sua obra ao processo heurístico que ele apresenta como sugestão para organização dos processos resolução de Problemas.

O processo heurístico de Pólya (1995, p. 86) “procura compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo, que tenham utilidade”, contudo tal processo chegou aos

nossos dias *resumido* nos passos que ele propôs para a resolução de um Problema: compreender o problema, localizar o que se pede (a incógnita), traçar um plano de resolução, executar o plano de resolução e examinar a solução (conferir a resposta).

Destacamos que a obra de Pólya é, geralmente, interpretada a partir de uma perspectiva segundo a qual haveria a necessidade de se ensinar, na matemática escolar, a resolver qualquer Problema. Uma interpretação das propostas de Pólya, inclusive, leva a certas práticas que pressupõem a resolução de Problemas como um conteúdo do currículo, assim como funções, equações etc. Não há dúvidas de que tal não era o objetivo de Pólya (Stanic & Kilpatrick, 1989), mas entendemos que tal ideia se constitui, também, como um *significado* que foi sendo construído e que aparece em algumas propostas voltadas à discussão do papel dos Problemas no ensino de matemática (e.g. Dante, 1998, 2009).

Pólya não tinha como público-alvo específico os professores de matemática. Sua proposta era a de tratar de aspectos da resolução de qualquer Problema por qualquer pessoa. Acreditamos ser este um fator primordial para as interpretações distorcidas de sua obra, que se seguiram às suas publicações. Afinal, de fato, é tentador que, ao identificarmos esse objetivo (qualquer pessoa aprender a resolver qualquer Problema), busquemos em seus textos *receitas* que contribuam para resolvermos qualquer Problema.

O entendimento de que tais proposições se constituiriam como regras de resolução levou estudiosos dos Problemas e dos aspectos de sua resolução nos processos de ensino e aprendizagem, posteriormente, a apresentarem suas críticas às propostas de Pólya, atribuindo um caráter excessivamente generalista às heurísticas. Em entrevista a Guimarães (2011), Jeremy Kilpatrick, que foi aluno e assistente de Pólya, entende que a razão para a grande aceitação das heurísticas de Pólya se deveu ao seguinte:

[...] Porque são boas sugestões. Elas são úteis se você, se você... Acho que são difíceis de aprender. Quero dizer, uma das questões que surgem mais tarde é [que] ... Alan Schoenfeld argumenta que essas [sugestões] são muito gerais, muito difíceis de ensinar e que não são específicas o suficiente para ... programar uma máquina para resolver problemas. Mas eu diria que, se você vir exemplos suficientes de como essas heurísticas funcionam, gradualmente passará a adotá-las em sua própria solução de problemas. E você pode ver... você pode ver como elas funcionariam, e Pólya dá muitos exemplos disso.

Na verdade, *Mathematical Discovery* inclui ainda mais exemplos – o livro [de Pólya] *Mathematical Discovery* – e eu aprendi tudo sobre isso mais tarde. Mas mesmo com *How to Solve It*, que tem ... menos exemplos do tipo de problemas [de] matemática secundária, mesmo *How to Solve It* dá muitos bons conselhos sobre como pensar sobre problemas. (Guimarães, 2011, p. 72, tradução nossa)³.

De qualquer forma, a grande ênfase atribuída aos trabalhos de Pólya em relação à importância da aprendizagem da resolução de Problemas, culminaram na disseminação de ideias e, portanto, na conformação potencial de *significados*, sobre o próprio Problema no contexto escolar. Ainda que este não fosse, como indicamos, o intento de Pólya, os Problemas escolares foram adquirindo características que tinham como premissa o planejamento de um processo de resolução que pudesse ser desenvolvido segundo as heurísticas de Pólya. Nesse contexto publicações, como o livro *Didática da Resolução de Problemas de matemática* (Dante, 1998, p. 9, grifos nossos), se apresentam como indicativo “da forma *adequada* de propor problemas e do modo de envolver os alunos em sua resolução”.

A *significação* passa, então, a incorporar elementos que compreendem os Problemas como situações que possam ser resolvidas por sequências lógicas e estratégicas de passos (*algoritmos de resolução*), deslocando do sujeito a ação de resolver o Problema e depositando-a no algoritmo. Com isso, podemos reconhecer a constituição de um outro *significado*, segundo o qual os Problemas precisam ser compostos de modo que possam ser resolvidos pela aplicação de técnicas gerais, ou seja, por *algoritmos* de resolução *eficientes*.

³ [...] Because they are good suggestions. They are useful if you, if you.. I think they are difficult to learn. I mean, one of the issues that comes up later is [that] ... Alan Schoenfeld argues that these [suggestions] are too general, that they are too difficult to teach, and that they are not specific enough for ... programming a machine to solve problems. But I would argue that if you see enough examples of how these heuristics work, you gradually come to adopt them in your own problem solving. And you can see ... you can see how they would operate, and Pólya gives a lot of examples of that. Actually, *Mathematical Discovery* includes even more examples — [Pólya’s] book *Mathematical Discovery* — and I learned all about that later. But even with *How to Solve It*, which has ... fewer examples of the kind of problems [from] secondary mathematics, even *How to Solve It* gives a lot of good advice on ways of how to think about problems.

Problemas impregnados de tal *significado* são aqueles que podemos sintetizar na expressão *Problemas Padrão*.

Por *Problemas Padrão* podemos entender aqueles que apresentam todas as informações para a resolução já no enunciado, bem como palavras-chave que conduzem à identificação da estratégia, algoritmo, propriedade ou definição a ser *aplicada* para a resolução. Este *significado* de Problema se situa na intersecção dos *significados* que apontam para o Problema compreendido como uma oportunidade de exercitar lições já ensinadas, como também oportunidade de aplicar conhecimentos nas chamadas *situações reais, uteis ou interessantes*.

Problemas que compreendem movimentos que visam oportunizar a simulação de situações nas quais os conceitos em estudo podem ser aplicados em contextos supostamente cotidianos, atrelados à ideia de realidade, utilidade ou de potencialização do interesse ou da curiosidade dos estudantes, podem ser compreendidos, no processo de *significação*, como estando em diálogo com premissas do campo educacional relacionadas ao *pragmatismo no ensino*, o qual teria encontrado seu grande defensor na figura do filósofo estadunidense John Dewey. Segundo a defesa de Dewey (2010) só devem ter lugar no currículo escolar aqueles conceitos que tenham aplicação direta na vida cotidiana dos alunos, seja por meio da utilidade ou de seu potencial para despertar o interesse dos alunos.

As ideias de Dewey ecoam nas proposições de pesquisadores de seu tempo, como o psicólogo estadunidense Thorndike (1936, p. 154), que defendia que os Problemas deveriam:

- (1) versar sobre situações que apresentam toda a probabilidade de ocorrer muitas vezes na vida real; (2) tratá-las do modo por que o seriam na vida prática; (3) apresentá-las sob uma feição nem muito mais difícil, nem muito mais fácil de entender do que seriam se a própria realidade as apresentasse aos sentidos do aluno; (4) despertar, de certo modo, o mesmo grau de interesse que acompanha a resolução de problemas que se lhe deparam no curso real de suas ocupações.

A significação que foi, histórica e culturalmente, produzindo ideias de que o papel do Problema nas práticas de ensino de matemática remeteria a este pragmatismo deweyano reverberou em meios com potencial para influenciar as práticas de professores. Este é o caso, por exemplo, do documento *An Agenda for Action – recommendations for School Mathematics of the 1980s*, produzido

e publicado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980, p. 2) o qual defendeu que “Problem solving involves applying mathematics to the real world, serving the theory and practice of current and emerging sciences, and resolving issues that extend the frontiers of the mathematical sciences themselves”.

No bojo das influências sobre a necessidade de aplicabilidade daquilo que se aprendia na escola em situações pragmáticas do cotidiano, os *significados* segundo os quais os Problemas deveriam potencializar tal aplicação, ainda que em situações simuladas, foram ganhando espaço e aparecem em publicações muito mais recentes, como ocorre, por exemplo, em Dante (1998). Dante parte de uma definição segundo a qual um Problema seria “qualquer situação que exija o pensar do aluno para solucioná-la” (p. 9) e, a partir daí, defende que os Problemas deveriam fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver o raciocínio do aluno, ensinar o aluno a enfrentar situações novas, dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática, tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras, equipar o aluno com estratégias para resolver Problemas e dar boa base matemática às pessoas.

Tais objetivos apresentados para a utilização de Problemas em sala de aula apontam para a consolidação de um *significado* no qual o Problema é compreendido como instrumento de aplicação do conteúdo matemático ensinado e de que a capacidade de resolver tais Problemas seja condição necessária e suficiente para resolver quaisquer espécies de problemas na vida do aluno.

Dante (1998, 2009) classifica os Problemas conforme os processos a serem aplicados em sua resolução. A classificação é o recurso do qual lançam mão, de modo geral, os estudantes quando submetidos ao desafio de se resolver um Problema. O aluno, nessa situação, recorre a um conjunto prévio de conhecimentos já adquiridos e verifica quais procedimentos inerentes a tais conhecimentos (muitas vezes decorados a partir de definições, fórmulas, algoritmos ou propriedades) aplicam-se para apresentar a resposta esperada. Dessa forma, em tese, os Problemas poderiam servir, ao mesmo tempo, como recursos para exercitar lições prévias e para aplicar os conhecimentos ensinados pelo professor em situações pragmáticas do cotidiano.

Mas, sendo assim, como poderíamos diferenciar os *significados* a respeito do Problema nas práticas de ensino de matemática? A resposta a tal questionamento, coloca em tela a discussão sobre a necessidade, defendida por Dante (1998, p. 43), de “fazer uma clara distinção entre o que é um exercício e

o que é um problema”. Para o autor, “ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos” (Dante, 1998, p. 42).

A publicação de Dante (1998), no entanto, vai mudando o lugar da aplicação no movimento de constituição dos significados a respeito do papel do Problema, nas práticas de ensino. O que se percebe é que a ideia de *aplicar* vai deixando de referir-se à aplicação do conceito em alguma situação do cotidiano e vai se aproximando da perspectiva de aplicação de técnicas de resolução de Problemas para encontrar respostas a qualquer questão matemática, sem necessariamente haver compromisso de verossimilhança entre o enunciado e a realidade objetiva. Nesse contexto, ao final da obra, Dante (1998) apresenta uma coleção com cento e quatorze Problemas sugeridos e as respectivas soluções e comentários que tendem a reforçar as ideias que envolvem a proposta de aplicar as técnicas para realizar a resolução. O conceito matemático envolvido em tais soluções é secundário, sendo razoável supor que a proposta apresentada pelo autor admite que tais conceitos são conhecidos previamente, e, como isso, que o Problema é aplicação de algum conceito já conhecido e que a solução do Problema é alcançada pela aplicação das técnicas de resolução, também apresentadas previamente.

Em resumo, até aqui podemos verificar que, dentre as publicações de pesquisadores que têm circulado no contexto escolar brasileiro, relacionado à formação de professores de matemática, e que tratam de alguma forma do papel dos Problemas nas aulas de matemática, os movimentos de *significação* a respeito do papel do Problema nas práticas de ensino apontam para *significados* segundo os quais os Problemas são oportunidades para exercitar lições matemáticas já ensinadas, oportunidades para aplicar lições ensinadas em situações pragmáticas ou oportunidades para desenvolver uma suposta habilidade de resolver qualquer Problema.

Assim, a ideia de *bom* Problema para as práticas relacionadas ao ensino de matemática, nesse contexto, passa pela constituição cultural e social dos objetivos da educação como um todo. As defesas de diferentes grupos a respeito de tais objetivos conduzem a diferentes percepções sobre como deveriam ser os Problemas *ideais* para alcançá-los. Verifica-se, no entanto, que alguns *significados* de Problema e de seu papel nas práticas de ensino se *misturam* e permanecem impregnados em proposições sobre as práticas de ensino de matemática, segundo o que se verifica a partir dos textos publicados por pesquisadores que se detiveram nos estudos sobre o papel do Problema no ensino.

Há, como podemos perceber, significados sociais distintos sobre o papel do Problema nas práticas de ensino. Outro desses significados decorre dos movimentos de ensino que têm como contexto os pressupostos da Teoria Histórico-cultural - THC. Assim passamos, a seguir, a discutir os Problemas compreendidos como desencadeadores da atividade de ensino e, portanto, como elementos de destaque na aprendizagem de organização da atividade pedagógica.

O Problema desencadeador de aprendizagem - PDA

Algumas pesquisas tratam da resolução de Problemas em um contexto de aplicabilidade de teorias de aprendizagem, como a Teoria das Aprendizagens Significativas (Ausubel, 1963) ou a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 2008) em que o Problema assume um papel de finalidade do processo educativo, com um fim em si mesmo, de modo que, “para todo conceito matemático lhe corresponde uma situação, um problema matemático, que de certa forma vai forçar o aluno a utilizá-lo [o conceito]” (Moretti & Radford, 2015, p. 9). Concordando com Moretti e Radford, (2015), entendemos necessária a superação dessa perspectiva em que o Problema possui, por si só, a capacidade de fazer emergir um conceito matemático nele imbuído.

Entendemos que, durante o processo de formação, o licenciando deve receber uma formação adequada para aprender a organizar o ensino e, neste contexto, de acordo com os pressupostos da THC, os Problemas devem exercer protagonismo como desencadeadores dos processos de ensino e de aprendizagem.

Como temos indicado, nas salas de aula de matemática, os *significados* acerca do papel do Problema, muitas vezes, pressupõem que os conceitos matemáticos em estudo são objetos acabados e bem definidos que, por existirem no exterior da escola (na ciência Matemática) devem ser apropriados, *ipsis literis*, no interior da escola. Assim, no contexto escolar, os Problemas tendem a servir como estratégia didática que visa oportunizar o exercício de cálculos e algoritmos que envolvam estes conceitos ou como oportunidades para aplicar tais conceitos matemáticos em contextos *extraescolares*.

A partir desses *significados*, reconhecemos uma estrutura burguesa do Problema, na qual o pressuposto é o de que escola estaria *a serviço* de uma preparação dos indivíduos para vivências que se iniciariam apenas *depois* da vida escolar, sobretudo em um tal *mercado de trabalho*. Dessa forma, os Problemas a serem apresentados aos estudantes, e cujos processos de resolução

deveriam ser dominados por eles, seriam aqueles que pudessem emular situações que permitiriam uma preparação para entrar e permanecer no *mercado de trabalho*.

Assim, não é incomum reconhecer práticas docentes que remetem a um esquema de organização do ensino que parte da apresentação da definição, descolada de seu processo histórico de produção, passam pelas propriedades e teoremas envolvidos e chegam à apresentação de *exercícios e Problemas resolvidos* que servirão de modelos para a etapa seguinte: a resolução de *exercícios e Problemas propostos*. Nesse contexto, a diferença entre *exercício* e *Problema* reside na existência ou não de algum contexto que relacione o conceito em estudo a algum contexto pragmático, supostamente real, útil ou interessante. A Tabela 1 ilustra um exemplo comparativo do que seria, nessa perspectiva, um Problema e um exercício.

Tabela 1

*Distinção entre Problema e exercício*⁴.

Problema	Exercício
<i>Joãozinho possui 50 reais e quer comprar doces que custam R\$ 2,50. Quantos doces ele pode comprar?</i>	<i>Resolva (arme e efetue):</i> a) $50 \div 2,5 =$

Percebemos que, em ambos os casos, trata-se da possibilidade de exercitar o algoritmo da divisão de um número inteiro por um decimal, com a distinção de que o Problema apresenta um contexto, supostamente real, em que o conceito em estudo (a divisão) poderia ser aplicado.

Na perspectiva histórico-cultural, a compreensão de Problema amplia-se, uma vez que se compreende que o sujeito se torna humano a partir da apropriação da produção cultural da humanidade, mediadas pelo ambiente cultural, no contexto histórico, ou seja, no processo de humanização. Ao mesmo tempo em que o movimento é social, é também marcado pela atividade do sujeito em sua interação com o meio, a cultura e os conhecimentos historicamente produzidos (Moretti, 2014). Nesse sentido, no contexto das

⁴ Esta distinção é uma inferência nossa a partir dos autores/pesquisas analisados neste texto.

práticas de ensino de matemática, o Problema implica tanto na atividade do sujeito, quanto na necessidade que a desencadeia.

Moretti (2007), por exemplo, no contexto de uma formação de professores para a organização do ensino do conceito de função, propõe um Problema contextualizado a partir de um jogo: a Torre de Hanói⁵. O Problema remetia à solicitação de prever as condições de vitória para a cada etapa do jogo. Para dar conta desse desafio, os professores viram-se diante da necessidade de representar o movimento de variação entre as grandezas envolvidas no problema (Moretti, 2007, p. 106). Considerando que Moretti (2007) adota aspectos metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), entendida como aquela atividade que “se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (Moura, 2001, p. 155 como citado em Moretti, 2007, p. 96), a proposta não é apresentada após discutirem a definição, o conceito ou as ideias relacionadas às funções.

Na AOE, fundamentada nos preceitos da Teoria da Atividade (Leontiev, 1978) e da já referida Teoria Histórico-cultural - THC, o professor desenvolve diversas ações, que são aquelas necessárias para que ele alcance seu objetivo. Por exemplo, uma possível ação da atividade orientadora de ensino, se dá quando o professor realiza um estudo de História da Matemática – HM para compreender a aspectos fundamentais do conceito que ele quer ensinar. Isso porque, nessa perspectiva teórica e metodológica a premissa é a de que para se apropriar dos objetos ou dos fenômenos que são o produto do desenvolvimento histórico (ou seja, são historicamente *significados*), é necessário desenvolver em relação a eles uma *atividade* em que se reproduza, pela sua forma, os traços principais da *atividade* encarnada, acumulada no objeto (Leontiev, 1978, p. 268).

Para isso, ganham importância os movimentos de estudo da História da Matemática - HM. Com isso, contudo, não se espera que professores, necessariamente, reproduzam a história da matemática em sua sala de aula. Mas que reconheçam o conceito que necessitam ensinar como produto de um processo histórico e não como *algo pronto*, que seria apresentado a priori, na forma de uma definição ou propriedade. Sinteticamente, no processo de estudo da HM, na organização da AOE, o professor reconhece as necessidades

⁵ Para mais sobre o jogo recomendamos:

https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/labmat/torre_de_hanoi.pdf

humanas envolvidas no processo histórico de produção do conhecimento e propõe situações das quais as mesmas necessidades surgem para os estudantes.

Essas situações são as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem – SDA (Moura, 2002, Moura et al., 2010, Moura & Lanner Moura, 1998). O núcleo de uma SDA é um Problema que desencadeia os movimentos das atividades de ensino e de aprendizagem. É esse núcleo que chamamos de Problema Desencadeador de Aprendizagem - PDA (Virgens, 2019).

Quando estudamos a história da produção do conhecimento, percebemos que estes são produzidos na relação dos homens entre si e com a natureza, como um meio de potencializar as ações humanas de intervenção, modificação e controle dos fenômenos circundantes. Nesse processo, os conceitos criados se objetivam como instrumentos simbólicos, ou seja, neles está fixado o processo de trabalho humano (Moura et al., 2011, p. 41).

Em síntese, nessa forma de compreender, o papel do Problema, nas práticas de ensino de matemática, não se limita a servir como fonte para exercitar a aplicação de alguma lição ensinada previamente ou a simulação de alguma técnica de resolução supostamente útil para a vida. No exemplo presente no trabalho de Moretti (2007), os professores, em suas práticas de ensino, não deveriam partir da definição de função, passando à apresentação de diversos *tipos* e propriedades de funções que seriam aplicadas na resolução de exercícios e Problemas supostamente relacionados com situações da vida cotidiana.

Ao contrário, o *significado* de Problema, a partir da compreensão presente em Moretti (2007) e fundamentada na THC, pressupõe a identificação da necessidade humana envolvida no processo histórico de produção humana de conhecimento que culminou no conceito que, atualmente, reconhecemos como *função*. Assim, a *atividade orientadora de ensino* prevê que o professor, em atividade, deve reconhecer quais são as necessidades humanas que levaram ao desenvolvimento do conceito e considerar essas necessidades para a elaboração e proposição dos Problemas nas suas práticas de ensino. No caso específico do conceito de função podemos encontrar registros na HM, segundo os quais:

Nicolau de Oresme (1323–1382), matemático francês, apresenta sua teoria de amplitude das formas (Youschkevitch,

1976, p. 46)⁶. A teoria de amplitude das formas consistia na representação de todas as quantidades e relações entre elas mediante formas geométricas; todavia, a relação entre variáveis, em uma função, ainda não tinha surgido. Para entendermos como, na época, eles relacionavam domínio com imagem, sem considerar a forma atual de representação desses conjuntos, a literatura nos aponta Oresme. Ele representou geometricamente a velocidade variando com o tempo, ao estudar o movimento com aceleração constante. (Barros et al., 2021, p. 57)

Ou seja, a HM aponta que, em sua origem, o conceito de função surge da necessidade de as pessoas controlarem quantidades de grandezas que variassem, de modo que a variação de uma grandeza influenciasse a variação da outra.

De posse desse conhecimento, o professor pode, então, sugerir uma situação na qual, em algum momento, essa necessidade de controlar variações de quantidades também surja. É o caso de Moretti (2007) ao propor que os professores jogassem a Torre de Hanói. O jogo não é proposto como um fim em si mesmo, mas como um contexto, uma *situação*, na qual, em algum momento, os professores se deparam com o comando para *prever* as condições de vitória nas próximas etapas do jogo.

Esse comando muda a característica do ato de jogar. Isso porque os professores em formação no contexto da pesquisa de Moretti (2007), passam a ter que *controlar as quantidades* de discos e isso influencia o *controle da quantidade* de movimentos necessários até a vitória. Ou seja, a mesma necessidade de controlar quantidades de grandezas que variam e que se relacionam, presentes na gênese histórica do conceito de função, surge também no ato de jogar. É esse comando que determina, no contexto da situação, que a atenção seja direcionada para o controle de quantidades que constitui o Problema Desencadeador de Aprendizagem -PDA. E é a existência do PDA que torna o jogo – o contexto – uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem -SDA.

De acordo com Moura e Lanner Moura (1998) as SDA podem se materializar como uma história virtual, assim compreendida a situação fictícia

⁶ Youschkevitch, A. P. (1976) The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century. *Archive for History of Exact Sciences*, 16(1), 37-85.

que se propõe a simular o movimento histórico factual, como um jogo ou como situações que emergem do cotidiano.

[...] o jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema. [...] O que devemos considerar é a possibilidade do jogo colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos. [...] A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar solução de problemas significativos para ela. [...] a história virtual do conceito coloca a criança diante de uma situação problema semelhante àquela vivida pelo o homem (no sentido genérico) (Moura & Lanner Moura, 1998, p. 12-14).

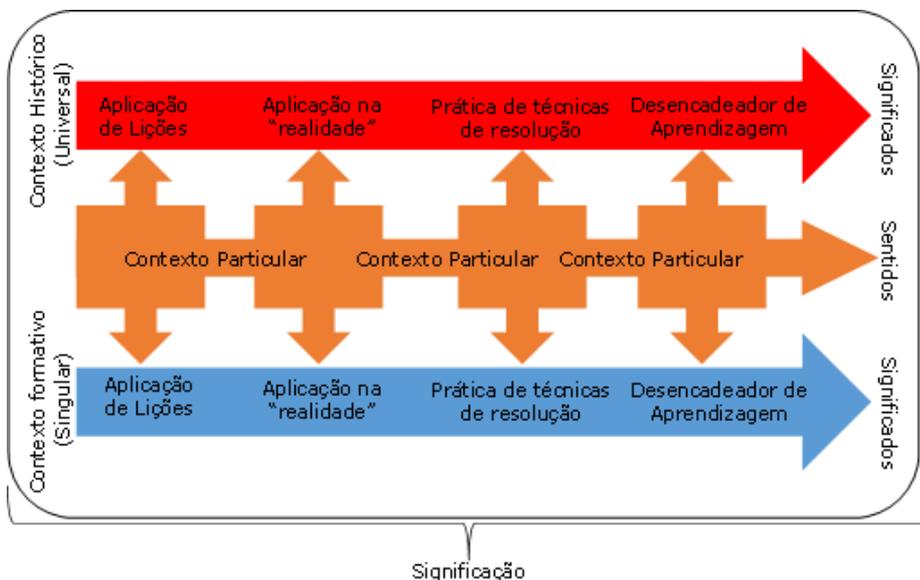
Frise-se, a ideia não é a de apresentar oportunidades para o exercício ou a aplicação dos conceitos. O papel do Problema no contexto das práticas de ensino, em perspectiva histórico-cultural, é o de suscitar necessidades relacionadas às necessidades históricas que levaram à produção do conceito.

Como resultado dessa discussão, a Figura 1 sintetiza esse movimento de significação sobre o papel do Problema nas práticas de ensino.

Na Figura 1, podemos, então, verificar a relação dialética singular-particular-universal (Oliveira, 2001) e como os *significados* sobre o papel do Problema nas práticas de ensino vão se constituindo historicamente, ao mesmo tempo em que se relacionam com os sentidos pessoais dos estudantes em formação para a docência. Lembramos que não é nosso objetivo, neste texto, abordar essa relação entre *sentidos* e *significados* – não tratamos dos sentidos dos estudantes – mas, a imagem é ilustrativa das formas como os significados produzidos historicamente se relacionam com os processos formativos dos sujeitos. Em resumo, se os significados sobre o papel do Problema nas práticas de ensino são os que verificamos na figura – e que discutimos neste texto – os *sentidos* constituídos pelos licenciandos vão se relacionar com tais *significados*, ratificando que conhecer o processo de *significação* é fundamental para a formação dos professores. Seus *sentidos* se movimentarão sempre no contexto particular que há entre os *significados* presentes nos contextos de *significação* universal (histórico e cultural) e singular (que se desenvolve coletivamente, nos contextos formativos).

Figura 1

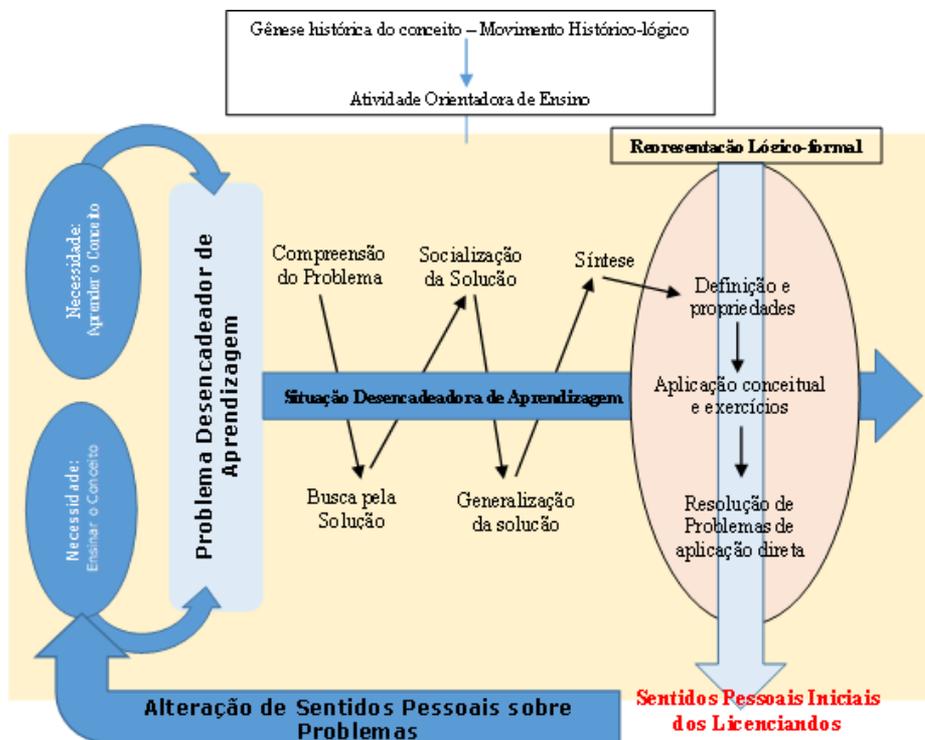
Síntese dos significados de Problema. (Adaptado de Virgens, 2019).



Com isso, se reconhecermos que o Problema deve ser o ponto de partida da atividade matemática, como determina explicitamente Brasil (1998), então deve emergir do Problema algum movimento a ser realizado pelo sujeito que possa culminar na aprendizagem (e na consolidação do ensino). Os Problemas com tal característica, portanto, devem compor contextos formativos singulares, de modo que se estabeleçam também nos contextos universais. Dessa forma, os movimentos particulares poderão aproximar os *sentidos* dos sujeitos do *significado* segundo o qual o Problema pode ser reconhecido como desencadeador de aprendizagem. A Figura 2 tem o potencial para sintetizar o movimento de significação a partir do qual o PDA se constitui como essência da Situação Desencadeadora de Aprendizagem.

Figura 2

Síntese do movimento da AOE. (Adaptado de Virgens, 2019)



Em resumo, o PDA é o elemento essencial, que suscitará na SDA a necessidade que desencadeará o movimento de ensino – por parte do professor – e de aprendizagem – por parte do aluno – que caracterizarão que ambos os sujeitos (professor e aluno) estejam em atividade (Leontiev, 1978). Sendo esse elemento essencial, o PDA pode aparecer no contexto do jogo, nas situações emergentes do cotidiano ou nas histórias virtuais, mas será sempre a “provocação” que, no contexto da organização consciente da atividade, subsidiará a constituição da SDA como tal, ou seja, que permite, como vemos nas palavras de Moura (2000, p. 35) “um avanço do conhecimento desse sujeito por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos”.

Como intenção pedagógica, espera-se que essa necessidade embutida no PDA mobilize os sujeitos na busca da sua solução, ou seja, essa necessidade desencadeia a atividade coletiva em sala de aula para a resolução do Problema. E é nessa busca coletiva - no levantamento e testagem de hipóteses, nas mediações que se estabelecem nesse contexto, no desenvolvimento de ações e, por fim, nas apropriações conceituais resultantes desse processo - que se dá a aprendizagem. Dessa forma, verificamos a presença de um novo *significado* de Problema, que envolve o papel de desencadear o movimento de aprendizagem a partir de necessidades humanas, históricas e culturais. Neste contexto, o Problema assume o papel de núcleo, de elemento central, essencial da Situação Desencadeadora de Aprendizagem – SDA, tornando-se assim um Problema Desencadeador de Aprendizagem - PDA. Sem o PDA, o jogo é só jogo. Com o PDA o jogo se torna uma SDA.

CONCLUSÕES

Neste texto buscamos discutir quais são os *significados* historicamente produzidos a respeito do papel do Problema nas práticas de ensino de matemática, em um contexto educacional brasileiro e a partir de textos de referência no campo da Resolução de Problemas.

Pudemos destacar a constituição histórica de *significados* que remetem aos Problemas compreendidos como oportunidades para que os estudantes de matemática exercitem lições previamente ensinadas pelos professores, como oportunidades para aplicar conceitos estudados em situações pragmáticas do cotidiano, classificadas como situações com boa probabilidade de acontecer na vida dos estudantes *fora da escola*, que sejam úteis às suas vivências diárias ou que tenham potencial para despertar o interesse pelo estudo do conceito.

Também destacamos um *significado particular*, compreendido pelas práticas de ensino de matemática que tenham a THC como pressuposto teórico e metodológico, no qual o papel do Problema nas práticas de ensino de matemática é o de suscitar necessidades que desencadeiam movimentos de aprendizagem. Por isso denominamos o Problema que assume este papel como Problema Desencadeador de Aprendizagem – PDA.

Em síntese, ao reconhecer a necessidade de ensinar tendo como ponto de partida o Problema, e não a definição, como indicam documentos curriculares oficiais (por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática; Brasil, 1998) torna-se essencial compreender o que *significa* ensinar *a partir* do Problema e não *para* resolver Problemas. Enquanto em um

contexto o processo de resolução do Problema é ponto de partida, em outro é ponto de chegada.

A partir da análise que realizamos na pesquisa (Virgens, 2019) e que destacamos neste recorte, podemos concluir que reconhecer o processo de *significação* do conceito de Problema nas práticas pedagógicas, bem como os *significados* que vão, histórica e culturalmente, sendo impregnados no termo, é fundamental para a formação de professores de matemática. Isto porque tais *significados*, sobre o papel dos Problemas nas práticas de ensino, influenciam as práticas de ensino dos próprios professores contribuindo para a materialização de propostas nas quais os Problemas emergem ora como elemento mediador (como meio) ora como finalidade do processo. Ora como recurso de aplicação, ora como elemento desencadeador.

Entendemos que os processos de *significação* que produzem ideias segundo as quais os Problemas devem oportunizar o exercício de técnicas, algoritmos e cálculos já apresentados aos estudantes, bem como ideias de que os Problemas serviriam como possibilidade de emular a aplicação dos conceitos em situações supostamente reais, tendem a aproximar as práticas de ensino de métodos nos quais os Problemas são finalidade do processo educacional, ou seja, ensina-se o que se ensina para que os estudantes possam ser capazes de resolver os Problemas que lhes forem apresentados.

Entendemos que o *significado* envolvido na determinação de ensinar tendo o Problema como ponto de partida pode colocar o PDA na condição de protagonista das práticas de ensino, juntamente com os constructos teóricos que com ele se relacionam – como a SDA, a AOE e a própria THC que o sustenta. Isso em razão de seu caráter nuclear da SDA e de sua potencialidade para estruturar um modo geral de organização do ensino. Ao desenvolver movimentos formativos intencionalmente organizados para que os *sentidos* pessoais de licenciandos sobre o papel do Problema se movimentem e se aproximem de um *significado* de Problema entendido como desencadeador de aprendizagem, são materializadas práticas que efetivam a ideia de que o Problema é o ponto de partida das práticas de ensino e da aprendizagem de matemática, subsidiando que professores, ainda que em formação inicial para a docência, sejam produtores de uma nova prática onde o Problema seja compreendido como desencadeador de aprendizagem.

DECLARAÇÃO DA CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

W.P.V. é o responsável pela pesquisa original de cujos resultados este recorte foi realizado. Responsável pela escrita da primeira versão do texto, bem como ajustes posteriores, reescrita e finalização. V.D.M. foi orientadora da pesquisa original de cujos resultados este recorte foi realizado. Contribuiu com a leitura da primeira versão, correções e ajustes na escrita e estrutura do texto e escrita da versão final.

DECLARAÇÃO DA DISPONIBILIDADE DE DADOS

O compartilhamento de dados não é aplicável a este artigo, pois se trata de pesquisa de bibliografia, disponível publicamente.

REFERÊNCIAS

- Asbahr, F. S. F., Piotto, D. C., & Furlanetto, F. R. (2017). Significação e Sentido na psicologia histórico-cultural: implicações para a educação escolar. In M. O. Moura (Org.). *Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural* (pp. 42-52). Loyola.
- Ausubel, D. P. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning: an introduction to school learning*. Grune & Stratton.
- Barros, J., Silva, A. O., & Silva, G. L. (2021) Uma releitura histórico-epistemológica para o ensino do conceito de função. *Boletim GEPEN*, (79), 50-69. <http://doi.org/10.4322/gepem.2022.018>
- Brasil (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Ministério da Educação.
- Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Ática.
- D'Ambrósio, B. S. A. (2008). Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático [Apresentação de trabalho]. *Anais do I Seminário em Resolução de Problemas*, Rio Claro, SP, Brasil.
- Dante, L. R. (1998) *Didática da Resolução de Problemas em matemática*. Ática.
- Dante, L. R. (2009) *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. Ática.

- Dewey, J. (2010). *Experiência e educação*. Vozes.
- Guimarães, H. M. (2011) Jeremy Kilpatrick on Pólya – an interview. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 1(1), 68-84.
- Leontiev, A. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo*. Horizonte.
- Moretti, V. D. (2007). *Professores de matemática em Atividade de Ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação* [Tese de doutorado, Universidade de São Paulo].
<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-05102007-153534/publico/TeseVanessaMoretti.pdf>
- Moretti, V. D. & Radford, L. (2015). História do Conceito culturalmente significanda e a Organização da Atividade de Ensino de matemática. *Anais do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Pirenópolis, GO, Brasil.
- Moretti, V. D. (2014). O Problema Lógico-Histórico, Aprendizagem Conceitual e Formação de Professores de matemática. *Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação*, 8(Esp.), 29-44.
<https://doi.org/10.19177/prppge.v8e0201429-44>
- Moura, M. O. (2000). *O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública* [Tese de Livre Docência. Universidade de São Paulo].
- Moura, M. O. (2001). A atividade de ensino como ação formadora. In A. D. Castro & A. M. P. Carvalho (Orgs.). *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média* (pp. 143-162). Pioneira/Thomson Learning.
- Moura, M. O. (2002). Metodologia de pesquisa em educação matemática: tendência ou opção? *Anais do EBRAPEM*.
- Moura, M. O. & Lanner Moura, A. R. (1998). A atividade de ensino de matemática como desencadeadora da formação do professor. *Anais do III Congresso Iberoamericano de Educação Matemática*, Caracas, Venezuela.
- Moura, M. O., Araújo, E. S., Moretti, V. D., Panossian, M. L., & Ribeiro, F. D. (2010). Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. *Diálogo Educacional*, 10(29), 205-229.

- Moura, M. O., Sforzi, M. S. F., & Araujo, E. S. (2011). Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. *Teoria e Prática da Educação*, 14(1), 39-50. <https://doi.org/10.4025/tpe.v14i1.15674>
- National Council of Teacher of Mathematics (1980). *An Agenda for Action: recommendations for School Mathematics of the 1980s*. <https://www.nctm.org/flipbooks/standards/agendaforaction/html5/index.html>
- Oliveira, B. (2001). A dialética do singular-particular-universal. In *Anais do V Encontro de Psicologia Social Comunitária: o método materialista histórico-dialético*. Bauru, SP, Brasil.
- Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de Problemas. *Perspectivas em Educação matemática*, 199-218.
- Onuchic, L. R. (2008). Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. *Anais do I Seminário em Resolução de Problemas*. Rio Claro, SP, Brasil.
- Polya, G. (1978/1995). *A arte de resolver problemas* (2a ed). Interciência.
- Stanic, G. M. A. & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessment of mathematical problem solving*. NCTM/Lawrence Erlbaum.
- Thorndike, E. L. (1936). *A Nova metodologia da Aritmética*. Globo.
- Virgens, W. P. (2019). *Problemas Desencadeadores de Aprendizagem na organização do ensino: sentidos em movimento na formação de professores de matemática* [Tese de doutoramento. Universidade de São Paulo]. <https://doi.org/10.11606/T.48.2019.tde-03102019-120541>
- Vygotsky, L. S. (2001). *A construção do pensamento e da linguagem*. Martins Fontes.