

# O discurso matemático nas aulas de investigação de um estudo de aula com duas futuras professoras

Raquel Vieira <sup>a,b</sup>  
João Pedro da Ponte <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, Lisboa, Portugal

<sup>b</sup> Instituto Politécnico de Leiria, Escola Superior de Educação e Ciências Sociais, Leiria, Portugal

Recebido para publicação 23 jul. 2023. Aceito após revisão 9 ago. 2023  
Editora designada: *Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMO

**Contexto:** O discurso matemático na sala de aula é fundamental à regulação da comunicação. A formação inicial deve apoiar o futuro professor a preparar e conduzir discussões que favoreçam o discurso matemático. O estudo de aula é um processo de desenvolvimento profissional com potenciais benefícios relativos ao desenvolvimento do conhecimento da prática letiva do futuro professor. **Objetivos:** Pretendemos caracterizar o discurso matemático em duas aulas de investigação, conduzidas por futuras professoras, e compreender que aspetos estas realçam da sua participação no processo. **Design:** Seguimos uma abordagem qualitativa e interpretativa, de observação participante. **Ambiente e participantes:** O estudo ocorreu numa instituição portuguesa de ensino superior e participaram, voluntariamente, duas futuras professoras e os respetivos professor supervisor e professora cooperante, e a investigadora. **Coleta e análise de dados:** A recolha de dados incluiu observação participante, com recurso a notas de campo, gravações em áudio e vídeo, recolha documental e entrevistas semiestruturadas. Os dados foram transcritos, codificados e analisados segundo categorias pré-definidas. **Resultados:** O discurso matemático da primeira aula de investigação foi mais favorável à comunicação do que na segunda aula. As perceções das futuras professoras sobre a participação no estudo de aula evidenciaram aspetos relacionados com o *papel do professor, questionamento, explicação do pensamento matemático e representações matemáticas*. **Conclusões:** Mostramos que a preparação prévia detalhada da aula de investigação pode beneficiar fortemente o desempenho do futuro professor. Contudo, esta não é uma garantia de que a aula não decorra de uma prática de ensino fortemente centrada no professor.

**Palavras-Chave:** Formação inicial de professores; Estudo de aula; Conhecimento da prática educativa; Discurso matemático na sala de aula; Perceções dos futuros professores.

Autor correspondente: Raquel Vieira. Email: [raquelsvieira@campus.ul.pt](mailto:raquelsvieira@campus.ul.pt)

## INTRODUÇÃO

O discurso matemático, que “inclui a troca intencional de ideias através de discussões na sala de aula, bem como através de outras formas de comunicação verbal, visual e escrita” (NCTM, 2014, p. 29), é um aspecto crucial ao desenvolvimento da aprendizagem matemática dos alunos (Hufferd-Ackles et al., 2014; Murata et al., 2017). Através do discurso matemático, os alunos têm oportunidade para partilhar o seu pensamento, questionar e ser questionados, e responder entre si, garantindo a sua participação numa comunidade de aprendizagem discursiva, situada na sala de aula, que apoia a aprendizagem matemática de todos os que nela participam (Hufferd-Ackles et al., 2014). Contudo, para que tal aconteça, o aluno tem de aprender a basear os seus argumentos em evidências que possam ser apresentadas explicitamente aos seus pares e ser capaz de as negociar e expandir, aquando do confronto com as ideias dos outros (Hufferd-Ackles et al., 2014; Moschkovich, 2015). Assim, o professor deve ser capaz de aprender a liderar discussões matemáticas em sala de aula promotoras de discurso de natureza dialógica (Ghousseini, 2015).

Várias investigações têm documentado que a preparação e condução de discussões matemáticas coletivas na sala de aula constitui um desafio para o professor (Gomes et al., 2023; Hufferd-Ackles et al., 2014), que tende a ser mais exigente para futuros professores, e para professores com reduzida experiência profissional (Ghousseini, 2015; Martins et al., 2023; Smith et al., 2019). A condução de discussões na sala de aula implica que o professor responda de imediato a todas as ideias matemáticas expressas pelos alunos, mais ou menos inesperadas, e seja capaz de relacioná-las entre si, mantendo o foco nos objetivos estabelecidos para a aula (Stein et al., 2008). A condução de uma discussão é beneficiada por um planeamento cuidado que inclua, entre outros aspetos, a definição de objetivos da aula e a escolha de tarefas matemáticas focadas nesses objetivos (Smith et al., 2019). Um aspeto particular da etapa da preparação, a antecipação de respostas dos alunos, apontada por vários autores como uma estratégia que apoia o professor na gestão dos momentos de discussão (Dunning, 2023; Gomes et al., 2023; Stein et al., 2008), coloca sérios desafios aos futuros professores (Martins et al., 2023; Stein et al., 2008; Vieira et al., 2022). Interessa, por isso, estudar formas de promover o desenvolvimento do conhecimento dos futuros professores na preparação e condução de discussões coletivas (Ghousseini, 2015; Saylor & Walton, 2018).

Neste artigo, analisamos a participação de duas futuras professoras nas etapas de preparação e condução da *aula de investigação*, focando o discurso matemático na sala de aula. Propomo-nos responder às seguintes questões: (1) quais as características do *discurso* matemático nas *aulas de investigação* conduzidas pelas futuras professoras? (2) que aspetos da sua participação no estudo de aula, relacionados com o discurso matemático, as duas futuras professoras salientam?

## **O DISCURSO NA AULA E O CONHECIMENTO DA PRÁTICA EDUCATIVA**

A integração de uma ampla variedade de ideias e de modos de representação suporta a compreensão matemática na sala de aula e impulsiona os alunos a realizarem aprendizagens (Fujii, 2018; Murata et al., 2017). A participação dos alunos no discurso na sala de aula é um modo destes partilharem e consolidarem ideias, enquanto aprofundam diferentes tipos de representação e de linguagem para comunicarem os seus argumentos matemáticos (Moschkovich, 2015). Para Hufferd-Ackles et al. (2014), assegurar que os alunos assumem um papel importante na construção do seu próprio conhecimento, e do conhecimento dos outros, implica ter em consideração cinco aspetos do discurso na sala de aula: *papel do professor*, o modo como o professor participa e apoia o envolvimento dos alunos; *questionamento*, quem enuncia as perguntas e que tipo questões são colocadas; *explicação do pensamento matemático*, quem dá as explicações na sala de aula e de que natureza são; *representações matemáticas*, como é que a linguagem e recursos visuais e concretos são usados; e *construção da responsabilidade dos alunos na comunidade*, em que medida os alunos partilham a responsabilidade das suas aprendizagens e dos seus pares.

A regulação da comunicação é um aspeto que o professor deve ter em consideração para manter uma cultura de sala de aula favorável à aprendizagem (Ponte, 2012). Ao fazê-lo, o professor mobiliza o seu *conhecimento da prática educativa*, para levar o aluno a trabalhar produtivamente na tarefa proposta, organizando as suas produções, por forma a apresentá-las aos seus colegas (Gomes et al., 2023). Compete ao professor regular as práticas discursivas geradas e a natureza das discussões realizadas na sala de aula, pois estas determinam fortemente as dinâmicas de comunicação (Moschkovich, 2015; Stein et al., 2008). Na perspetiva de “tornar a condução de discussões uma prática exequível para os professores iniciantes, e para todos os professores que são novos nesta forma de ensinar”

(p. 321), Stein et al. (2008) propõem um modelo constituído por cinco práticas: *das respostas dos alunos*, considerando as diferentes abordagens e desafios que o aluno poderá enfrentar na sua resolução e antecipando o questionamento do professor; *monitorização do trabalho dos alunos*, acompanhado proximamente o seu trabalho e colocando-lhes questões que permitam ao professor compreender o seu pensamento matemático; *seleção de respostas dos alunos* que ilustrem estratégias e ideias-chave da aula; *sequenciação das respostas dos alunos*, de modo a beneficiar os objetivos da aula e as *relações entre as respostas dos alunos*, tornando explícitas as ligações entre o pensamento matemático dos alunos e as metas estabelecidas para a aula. Posteriormente, Smith et al. (2019) acrescentam a prática *zero-estabelecer objetivos e selecionar tarefas* - como base para as restantes cinco práticas.

Salientamos, assim, duas ideias essenciais: primeiro, as discussões matemáticas são importantes na regulação do discurso da aula e, segundo, geri-las exige do professor um forte investimento na sua preparação e condução. Na preparação, o professor deve ter em atenção o tempo disponível, a escolha das tarefas, as características do pensamento dos alunos, prevendo estruturas de participação. Já na condução, o professor deve assegurar a seleção de estratégias que contribuam para a realização de discussões produtivas. Sem essa seleção, certas ideias matemáticas podem não ser destacadas na discussão ou, até, serem preteridas, relativamente a outras menos úteis ao desenvolvimento do discurso matemático na aula (Dunning, 2023).

## **DESAFIOS DO FUTURO PROFESSOR E POTENCIALIDADES DO ESTUDO DE AULA**

Conduzir uma discussão matemática na sala de aula requer uma compreensão profunda do pensamento do aluno e, também, de estratégias para direcionar o discurso para os objetivos de aprendizagem imediatos (Saylor & Walton, 2018). Contudo, o *conhecimento da prática educativa* do futuro professor ainda se encontra em desenvolvimento, e este não dispõe, ainda, de um repertório de experiências de sala de aula significativo. Pelo que as etapas de *selecionar, sequenciar e relacionar* as estratégias dos alunos podem revelar-se muito exigentes ou, até, críticas para o futuro professor.

O estudo de aula, enquanto processo de desenvolvimento profissional, permite apoiar o futuro professor na aprendizagem da preparação e condução

da prática letiva. Isto porque o estudo de aula assenta num trabalho de cariz colaborativo e orientado para a prática, com foco na aprendizagem do aluno. Neste, os participantes planificam e concretizam uma aula (*aula de investigação*), que visa a resolução de um problema de aprendizagem previamente identificado (Fujii, 2018). A investigação tem produzido evidências de que a preparação de aulas em ambiente colaborativo, proporcionada pela participação de futuros professores em estudos de aula, mobiliza-os para a construção de planos de aula mais detalhados e fundamentados (Leavy & Hourigan, 2016; Martins et al., 2023), o que lhes permite atender de modo mais adequado à complexidade das salas de aula (Chen & Zhang, 2019; Norton et al., 2019).

Durante a fase de planeamento, é desenhada a tarefa sobre a qual é realizada a antecipação de respostas dos alunos (Fujii, 2018), assegurando que a tarefa vai ao encontro dos objetivos de aprendizagem da aula. Um dos benefícios de reunir um conjunto de professores experientes com futuros professores, na preparação de uma aula, é que este ambiente proporciona uma discussão em que todos os que nela participam podem partilhar e confrontar as suas ideias (Chen & Zhang, 2019). Por um lado, o futuro professor sai valorizado desta experiência, porque ao ouvir as partilhas desses professores amplia o seu repertório de situações de sala de aula e estilos de aprendizagem (Norton et al., 2019). Por outro lado, para o desenvolvimento do futuro professor, é importante que este tenha a liberdade de tomar decisões, correr riscos e ver as suas ideias valorizadas na discussão (Ponte, 2017).

Um dos focos do estudo de aula é a *aula de investigação*, que evidencia em que medida o planeamento da aula “é um fator crítico para determinar a qualidade do ensino da matemática” (Fujii, 2018, p. 6). Durante a aula, o professor precisa conhecer todas as soluções dos alunos e o modo como a turma, em geral, reage à tarefa proposta. Esse pressuposto é fundamental para que o professor assegure a qualidade da discussão coletiva, selecionando e ordenando as apresentações dos alunos na ordem mais conveniente para os objetivos da aula (Fujii, 2018). Algumas investigações sugerem que, quando o contexto permite que sejam os próprios futuros professores a conduzi-la, a preparação prévia apoia o questionamento que estes realizam aos seus alunos, acedendo, com maior facilidade às suas dificuldades (Leavy & Hourigan, 2016; Ni Shuilleabhain & Bjuland, 2019), e monitorizando a sua atividade sem diminuir, necessariamente, o grau de desafio da tarefa (Martins et al., 2023).

## METODOLOGIA

Seguimos uma abordagem qualitativa (Bogdan & Biklen, 2007), e interpretativa de observação participante baseada na compreensão e interpretação da realidade investigada (Erickson, 1986). Participaram, voluntariamente, duas futuras professoras, Beatriz e Diana (nomes fictícios), de uma instituição de ensino superior portuguesa. O estudo de aula envolveu, ainda, o professor supervisor da instituição de ensino superior, a professora cooperante da escola onde as futuras professoras estavam a estagiar, e a investigadora (primeira autora). A escolha incidiu sobre estas futuras professoras, por serem, à data, as únicas estudantes que o supervisor, que aceitou colaborar neste estudo, acompanhava nesse semestre.

O estudo de aula ocupou um total de nove sessões, preparadas e dirigidas pela investigadora e pelo supervisor. Estas foram integradas nas atividades da disciplina de Prática de Ensino Supervisionada (estágio numa turma de 2º ano, 7/8 anos de idade). O tópico matemático, *Sequências e Regularidades*, foi selecionado pelo supervisor. A estrutura das sessões contemplou quatro etapas, adaptadas do modelo proposto por Fujii (2018), à qual acresceu a divulgação de resultados: (i) Estudo de questões matemáticas e didáticas [S1-2]; (ii) Preparação das aulas de investigação [S3-6]; (iii) Condução das aulas de investigação e Reflexão pós-aula [S5-7]; (iv) Reflexão [S8]; (v) Disseminação [S9]. A primeira aula de investigação foi conduzida por Beatriz e a segunda por Diana. A professora cooperante, o professor supervisor e a investigadora participaram em todas as sessões, apoiando as futuras professoras na preparação, observação e reflexão sobre as aulas de investigação.

Os dados foram recolhidos através da observação participante, com recurso a notas de campo, gravações de áudio e vídeo, recolha documental e entrevistas semiestruturadas. Foram produzidos registos áudio e vídeo das sessões que, para além de complementarem os registos escritos, permitiram a transcrição detalhada dos acontecimentos. Procedeu-se à recolha documental dos planos das duas aulas de investigação, que incluem as tarefas propostas e as produções escritas dos alunos realizadas nessas aulas. Foram recolhidas as reflexões escritas sobre as aulas de investigação elaboradas pelas duas futuras professoras [Reflexão RLx] e os relatórios que estas produziram no final do seu curso de formação inicial [Relatório STP]. A investigadora conduziu uma entrevista final semiestruturada a cada uma das futuras professoras com o objetivo de conhecer a sua perspetiva face à participação no estudo de aula.

Os dados foram transcritos e inicialmente codificados pela primeira autora. Foram usadas cinco categorias, propostas pelo modelo de análise de discurso na sala de aula de Hufferd-Ackles et al. (2014): *Papel do professor* [TR]; *Questionamento* [Q]; *Explicação do pensamento matemático* [EMT]; *Representações Matemáticas* [MR]; e *Construção da responsabilidade dos alunos na comunidade* [BSRC]. Na apresentação dos resultados as sessões foram identificadas como [Sx] e as *aulas de investigação* como [RL1] e [RL2]. A qualidade da análise dos dados foi assegurada por várias discussões entre os dois autores, que discutiram de forma sistemática os resultados e a codificação dos dados. Neste estudo, foram garantidos o anonimato e a confidencialidade dos participantes e das instituições, e a participação foi voluntária e informada.

## RESULTADOS

### Preparação das aulas

A discussão de ideias relativas à comunicação em sala de aula ocupou uma parte significativa das sessões. Contudo, a S3, direcionada para a construção das tarefas para a RL1, foi especialmente produtiva relativamente a esse tópico:

Supervisor: *Quando eu estou a planificar e a preparar a tarefa, não tenho de pensar em mais nada?*

Beatriz: *No modo como eu apresento a tarefa... se a distribuo e digo leem; se eles leem em conjunto, se eu explico e eles fazem? Se eu circulo, se eu não circulo. Se eu sei quais as crianças que têm mais dificuldades na interpretação da tarefa, se faço um trabalho mais individualizado, ou não, o tipo de questionamento. O que é necessário eu lhes dar, sem lhes dar tudo* [TR] [Q]?

Diana: *Se podemos fazer perguntas para eles chegarem às respostas ou se não podemos dizer nada. E deixá-los interpretar e fazer* [TR] [Q]. [S3]

Partindo de enunciados propostos pelas futuras professoras, e tendo em consideração os diferentes contributos dos restantes participantes, construiu-se um primeiro esboço de duas tarefas. Os participantes resolveram e partilharam as suas estratégias de resolução, dando lugar a um momento de comparação de respostas. O refinamento do enunciado realizou-se em

simultâneo com a antecipação de respostas e de um possível questionamento entre professor e aluno [Q], ponderando a adequação das representações matemáticas para cada contexto [MR]:

Investigadora: *Que tipos de respostas esperaríamos dos alunos, aqui?*

Beatriz: *“O que é que isto quer dizer?” e nós teríamos de dizer “qual o número do tracinho em que surge” [Q].*

Supervisor: *No nível de produção deles, seria “estão nas posições que eu tenho se contar de 3 em 3, a partir do 3”. Mas eles muito provavelmente não colocariam “a partir do 3”. [S3]*

No contexto da preparação da Tarefa 1 da RL1, discutiu-se a adequação de recursos materiais manipuláveis, por forma a dar um número limitado de figuras. Deste modo, os materiais apoiavam o aluno na construção, mas não permitiam que este representasse a totalidade dos 15 termos solicitados na questão [MR]:

Diana: *Primeiro, um trabalho em grande grupo com os materiais manipuláveis, seria melhor [TR].*

Supervisor: *Tendo o cuidado de não ter 100. Se calhar, nem sequer para o 15º.*

Diana: *Sim ter 10.*

Beatriz: *5 triângulos e 5 quadrados. [S3]*

As futuras professoras revelaram conhecer teorias relativas à comunicação na sala de aula, como podemos ver na intervenção de Diana. Contudo, ao longo da sessão, evidenciou-se a necessidade de ambas em vê-las ilustradas com exemplos práticos. O supervisor usou essa ideia para a estender à preparação da discussão coletiva e Diana complementou a ideia, evidenciando a importância da monitorização do trabalho autónomo dos alunos:

Diana: *Na aula passada, em Didática, falámos que... se quisermos que alguém comunique o resultado, por exemplo, perguntamos a uma criança que não tenha uma resolução idêntica àquela que eu pedi inicialmente, até para haver um contraste e debate de ideias... [EMT] Esta parte da comunicação é muito importante [BSRC].*

Supervisor: *Quando a Beatriz fez aquelas questões: como é que eu apresento a tarefa? Qual o meu papel no acompanhamento do trabalho dos alunos? Que produções é que eu vou selecionar para discutir? Vou envolver os alunos todos, vou envolver só alguns alunos? Qual é que eu escolho em primeiro lugar, qual é que eu escolho depois? São tudo aspetos a pensar quando estou a preparar a discussão.*

Diana: *Isso também depende da postura do professor [TR]. Se não passar pela sala a perceber qual a dinâmica de resolução de cada criança [EMT], não vai conseguir fazer esse papel de mediador, de questionar e saber o que questionar [TR]. [S3]*

Posteriormente, Diana procurou discutir boas práticas relativas ao acompanhamento do trabalho autónomo dos alunos e ao modo mais produtivo de organizar esse momento da aula:

Diana: *Estou a imaginar a colocar em prática, se uma criança nos dissesse que não estava a perceber a pergunta, como é que nós podemos ajudar [TR], quais as perguntas que podemos fazer para que ela consiga chegar?... Estou a referir-me a esta aqui do [termo de ordem] 100 [Q].*

Supervisor: *Eu aqui posso fazer questões: “os triângulos estão em que posição, em que ordem?”, “E os quadrados?”; “Será que isto nos ajuda a descobrir alguns que estejam em ordens mais à frente?” [S3]*

Após a S3, as futuras professoras ficaram responsáveis por mobilizar as ideias discutidas nas sessões para a construção do plano da RL1, privilegiando a estrutura da aula exploratória: apresentação da tarefa, trabalho autónomo dos alunos e discussão coletiva e síntese final. E, também, procurar sistematizar as ideias mobilizadas nas três primeiras sessões: antecipação de respostas dos alunos (estratégias e representações matemáticas e possíveis dificuldades); ações estratégicas do professor (incluindo o questionamento); ações relacionadas com a condução da discussão coletiva e da síntese final; dinâmicas de participação e de gestão do tempo.

## Discurso matemático na RL1

Beatriz apresentou a tarefa (Figura 1), dando aos alunos um conjunto de figuras em cartão e reproduziu a sequência no quadro [MR]. Ela dominou a conversa à frente da sala [TR], não dando espaço para que os alunos colocassem questões [Q].

### Figura 1

Tarefa 1. [RL1]

#### Tarefa 1



- Qual será a próxima figura?
- Qual o grupo de elementos que se repete?
- Qual será o 12.º elemento?
- O 15.º elemento é um triângulo ou um quadrado? Porquê?
- Qual será o 100.º elemento? Porquê?

Durante o trabalho autónomo, Beatriz colocou uma questão exploratória “Miguel, como é que continuávamos a repetir, se tivéssemos uma folha muito grande?” [Q]. O seu par respondeu e procurou trocar ideias com os colegas próximos, originando uma conversação entre os alunos. A futura professora orientou esta troca de ideias apenas na periferia [TR]. A motivação de Diogo, em explicar a sua conjectura aos colegas, e a dos colegas em discutí-la com ele, evidenciou elevada responsabilidade dos alunos na comunidade discursiva [BSRC].

Durante a resolução da alínea d), tal como tinha sido antecipado, um grupo de alunos sentiu dificuldade em encontrar o termo de ordem 15, por não possuírem as figuras necessárias para construírem os 15 primeiros termos. Beatriz incentivou o grupo a recorrer a outras estratégias de representação [MR]:

Gaspar: *Baralhámo-nos todos. Temos um quadrado a menos.*

Leonor: *Não nos deu bem. Não temos 15 peças.*

Beatriz: *Só tens aqui 13 figuras e pedem-te a 15ª. Tens de arranjar uma estratégia.*

Gaspar: *Temos um quadrado e um triângulo, depois um quadrado e um triângulo.*

[Gaspar fez a contagem usando os dedos e conclui.]

Beatriz [dirigindo-se a Leonor que aparentava continuar a não compreender]: *Não tens de usar as peças, tu podes desenhar.*  
[RL1]

Os alunos construíram diversas representações matemáticas e usaram-nas para justificar as suas estratégias de generalização, contudo, revelaram um baixo empenho no registo escrito das suas conclusões. Tal como previsto no plano, a futura professora tomou notas relativas às resoluções dos alunos, tendo em vista organizarem a discussão coletiva.

Beatriz iniciou a discussão coletiva a solicitar a colaboração de alguns alunos tendo como ponto de partida as resoluções que selecionou e ordenou [EMT]. Para a discussão da Tarefa 2 (Figura 2), pediu a colaboração de Gustavo.

## Figura 2

Tarefa 2. [RL1]

### Tarefa 2



- Completa, na sequência, os termos em falta
- Qual o grupo de elementos que se repete?
- Qual será o 13.º elemento?
- Em que posições surgem os círculos?
- Em 19 figuras, quantos quadrados há?
- Qual o 30.º elemento?

Beatriz: *Surgiram ali umas dúvidas e eu prefiro discutir convosco... para percebermos todos, através da estratégia dos outros. Gustavo, que é que fizeste?*

Gustavo: *Desenhei.*

[Gustavo dirige-se ao quadro e completa a sequência, previamente construída por Beatriz.]

Beatriz: *Então, o que percebeste das figuras, para desenhares o que fizeste?*

Gustavo: *Eu vi que está quadrado, quadrado, círculo.*

Beatriz: *Perceberam o que o Gustavo disse? Ele percebeu que a sequência é...*

Vários alunos: *Quadrado, quadrado, círculo.* [RL1]

Nas alíneas seguintes, Beatriz solicitou a colaboração de vários alunos, organizando a discussão, num sentido crescente de formalismo das estratégias utilizadas. Começou por chamar um aluno que recorreu à representação ativa para apoiar a contagem. Colocou várias questões exploratórias, favorecendo a comunicação entre os alunos [Q] e discutindo com eles a desvantagem da representação matemática usada [MR]:

Beatriz: *Ismael, qual será o 13.º elemento?*

Ismael: *É um quadrado.*

Beatriz: *Por quê? Como é que tu fizeste?*

Ismael: *Contei.*

Beatriz: *Anda cá explicar.*

[Ismael usa os dedos para proceder à contagem, fazendo corresponder a cada dedo uma figura, até chegar ao 13.º termo.]

Beatriz: *Essa estratégia funciona, mas podem enganar-se. Só temos 10 dedos [sorri]. O Ismael e o Gonçalo usaram os dedos. Contaram quadrado... e descobriram que o 13.º.*

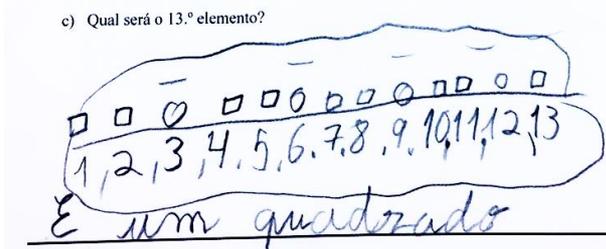
Ismael: *É um quadrado.*

[Beatriz imita os gestos usados por Ismael, evidenciando a sua estratégia.] [RL1]

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Beatriz tomou conhecimento das estratégias de representação usadas por Diogo, que criou e legendou um desenho para descrever o seu pensamento matemático [MR] (Figura 3).

### Figura 3

Resolução de Diogo. [RL1]



Essa apropriação permitiu-lhe solicitar a participação do aluno na discussão coletiva. Este completou a representação exposta no quadro, permitindo que os colegas acompanhassem o seu pensamento. Deste modo, o aluno favoreceu o discurso na sala de aula, relativamente às representações matemáticas [MR]. Apercebendo-se que alguns alunos não estavam a acompanhar a discussão, Beatriz reforçou o raciocínio usado por Diogo [EMT], convocando os restantes elementos da turma a participarem ativamente [BSRC]. A discussão coletiva seguiu com a partilha das estratégias usadas por outros alunos, induzidos pelo questionamento da futura professora [Q]:

Beatriz: Alínea d), *esta também levantou algumas dúvidas, não foi, Gaspar e Leonor? Depois de construírem a sequência, como é que descobriram as posições em que os círculos surgiam?*

Gaspar: *Na 3.*

Beatriz: *Na terceira. E o segundo círculo?*

Gaspar e Leonor: *sexta.*

Beatriz: *E o terceiro círculo, aparece em que posição, Maria?*

Maria: *Nona.*

Beatriz: *E o quarto círculo?*

Vários alunos em coro: *Décima segunda.*

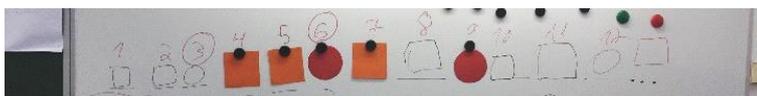
Beatriz: *Muito bem. E o que é que isso significa?*

Leonor: *Dá para fazer de 3 em 3. Saltar de 3 em 3.*

Beatriz: *Sim, a Leonor descobriu que os círculos apareciam em posições de 3 em 3. Então, o primeiro aparece na posição 3 e o segundo na posição 6.* [Beatriz assinala, no quadro (Figura 4), as ordens 3 e 6.] [RL1]

#### Figura 4:

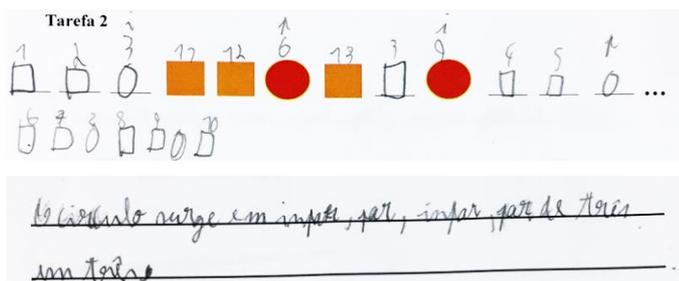
*Quadro durante discussão coletiva.* [RL1]



Lucas ouviu ativamente as respostas e procurou contribuir com a sua estratégia, semelhante à usada na Tarefa 1, que recorria ao conceito de paridade [BSRC]. Beatriz deixou o aluno partilhar com a turma a sua solução (Figura 5), e discutiu-a, propondo algumas correções.

#### Figura 5

*Resolução de Lucas.* [RL1]



Beatriz: *Mas antes de tu dizeres que os círculos aparecem nas posições ímpar, par tens de dizer onde começa.*

Diogo: *Do 3.*

Lucas: *Ah, de 3 em 3, ímpar, par, ímpar, par a começar do 3.*

Beatriz: *Os vossos raciocínios estão a complementar-se.*

[Leonor interrompe Beatriz]

Leonor: *Eu escrevi de outra maneira.*

Beatriz: *De que maneira?*

Leonor: *“Os círculos aparecem de 3 em 3”.*

Beatriz: *Mas assim não está totalmente correto, como na resolução do Diogo. Aparecem de 3 em 3 mas a começar onde?*

Leonor: *Do 3.*

Beatriz: *Percebeste Leonor? Percebeste que é importante dizer de 3 em 3 e a começar do 3?... Perceberam todos?*  
[RL1]

Beatriz colocou em evidência o pensamento dos alunos, e estes se ofereceram para mostrar o seu pensamento [EMT]. Ao ouvirem ativamente outros alunos deram contributos para dar sentido à resolução que estava a ser discutida, criando-lhes responsabilidade relativamente à cultura da aula [BSRC]. A insistência de Beatriz para que os alunos identificassem a ordem do primeiro círculo na sequência era um dos aspetos considerados no plano de aula (Figura 6).

## Figura 6

*Excerto de plano.* [RL1]

Na alínea d) duas estratégias de resolução:  
Resolução 1: refere posições 3, 6, 9  
Resolução 2: São as posições de 3 em 3  
Poderão revelar dificuldades na identificação das posições dos círculos, pelo que a mostranda poderá auxiliar os alunos, questionando-os acerca da estratégia que estão a utilizar, levando-os a refletir para o momento da discussão. Caso exista a identificação de que os círculos aparecem de 3 em 3 a interveniente pode colocar as seguintes questões:  
- É de 3 em 3 a começar onde?  
- Em que posições? Podemos dizer que o 1.º círculo está em que posição? E o 3.º? e o 6.º?  
Este questionamento é importante para auxiliar os alunos na resolução da alínea D;

Na discussão da alínea e), vários alunos manifestaram interesse em responder. Contudo, Beatriz solicitou ao aluno Gonçalo, uma vez que, durante o trabalho autónomo, usou a estratégia de representação e contagem. Ao reproduzir a sequência no quadro, Gonçalo, por lapsos, desenhou um número errado de figuras, situação que viria a corrigir. Por forma a apoiar a contagem, Beatriz colocou questões exploratórias para conduzir a uma representação matemática (Figura 7) em que constasse a legenda do desenho [MR]:

Beatriz: *Desenhaste as figuras até chegar à 19.ª?*

Gonçalo: *Sim.*

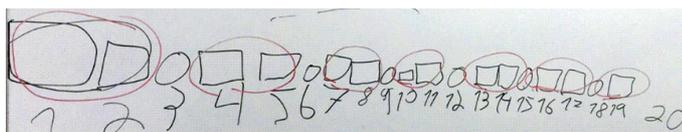
Beatriz: *O que é que podes fazer aí para te ajudar?*

Gonçalo: *Os números.*

Beatriz: *Faz um círculo à volta dos quadrados para não te perderes.* [RL1]

### Figura 7

*Participação de Gonçalo na discussão coletiva.* [RL1]



Para responder à alínea f), Beatriz usou a resposta à alínea anterior para justificar que, para ordens distantes, a representação e contagem podia não ser eficiente [MR]. Assim, questionou outros métodos de resolução, crescentemente mais formais, que conduzissem à ideia de generalização, com recurso aos múltiplos de 3, solicitando a participação de Francisco:

Beatriz: *Alguém fez de outro modo?*

Francisco: *Eu consigo fazer sem nada.*

Beatriz: *Anda cá, Francisco.*

[Francisco levanta-se e enuncia a sequência dos múltiplos de 3 até 30, enquanto Beatriz, vai escrevendo a sequência no quadro.] [RL1]

A aula terminou com Beatriz a validar a solução de Francisco [TR]:

Beatriz: [O Francisco] *contou de 3 em 3 mentalmente e descobriu que a trigésima figura era um círculo porque sabia, da outra alínea, que os círculos surgiam nas posições de 3 em 3. Muito bem. Bom trabalho. Fiquei muito contente. Agora vamos arrumar.* [RL1]

## Perceções de Beatriz sobre a condução da aula

Na reflexão escrita sobre a RL1, Beatriz refletiu sobre as *representações matemáticas*, focando a oportunidade de aprendizagem proporcionada aos alunos, pelo uso apropriado dos recursos: “A quantidade [de recursos que distribuí]... foi com uma intencionalidade... não lhes permitia descobrir outro termo seguinte, o que exigia aos alunos que recorressem a diferentes estratégias como a representação pictórica” [Beatriz, Reflexão RL1].

Beatriz referiu dois propósitos essenciais relativamente ao seu acompanhamento do trabalho autónomo dos alunos: (1) *monitorizar* o trabalho dos alunos “cabia-me auxiliá-los nas suas questões sem lhes dar a resposta” e (2) *selecionar e sequenciar as soluções dos alunos*, “tive oportunidade de circular pela sala, observar e absorver tudo o que os pares estavam a fazer e selecionar as produções que revelavam estratégias de resolução diferentes, a fim de tornar a discussão e síntese da tarefa mais rica” [Beatriz, Reflexão RL1].

No seu relatório STP, Beatriz recorreu a um episódio da sua participação no estudo de aula, para evidenciar a importância do *questionamento*, na aprendizagem dos alunos:

*O questionamento do professor... quando refletido e ponderado, pode resultar em momentos de diálogo pedagógico entre aluno(s) e professor ou até entre aluno(s), onde se exploram ideias, concepções e raciocínios, dando oportunidade aos alunos de se apropriarem das intervenções uns dos outros. A grande maioria dos alunos identificaram que os círculos apareciam de 3 em 3, contudo era fundamental que os alunos compreendessem que, de facto, os círculos surgiam em posições de 3 em 3, mas, a começar onde? Na terceira posição.* [Beatriz, Relatório STP]

Sobre a discussão coletiva, Beatriz salientou os benefícios da partilha de ideias, e o modo como esta promoveu a *explicação do pensamento matemático do aluno*, expondo, também a sua perspectiva sobre o *papel do professor*:

*Beatriz: O momento de discussão foi tão rico, [os alunos] perceberam e apropriaram-se dos raciocínios uns dos outros e eles próprios transformaram a discussão numa coisa que eu gosto muito: um diálogo. Um vai-e-vem pedagógico tanto*

*entre mim e eles como entre aluno-aluno. Gosto muito quando estou numa aula e eles tentam explicar ao outro, porque se apropriam dos raciocínios uns dos outros. Eu limitei-me a guiá-los. [S8]*

Relativamente à oportunidade que a discussão coletiva gera no que respeita às *representações matemáticas*, Beatriz afirmou: “Em alguns casos, só no momento de discussão foi possível aceder a representações e a enunciados orais, que ilustraram e documentaram os raciocínios realizados [Beatriz, Relatório STP]. Esta constatação fê-la refletir sobre o *papel do professor* na motivação do aluno em justificar o seu pensamento dos alunos: “Alguns alunos não foram capazes de justificar o seu raciocínio nas folhas de resposta... leva-me a refletir acerca da minha ação... em estimular os alunos na concretização, em papel, das suas ideias, dos seus raciocínios e demonstrar aquilo que fizeram. [Beatriz, Reflexão RL1]

Sobre as sessões de preparação, Beatriz referiu a importância que teve a *antecipação de estratégias* diversificadas na preparação da condução da aula:

*Beatriz: Prever estratégias, prever formas de resolução diferentes e, perante essas formas de resolução e estratégias prever a minha atuação não só me deu segurança, como me deu outra apropriação dos conteúdos... um aluno dá uma resposta que eu não estou à espera, enquanto professora inexperiente tendo a não bloquear, na minha cabeça começo a raciocinar mais depressa porque já foi uma coisa que previ. [S8]*

A construção do plano de aula é também outro aspeto que Beatriz foca: “As planificações ajudaram muito... é uma boa base para termos um foco naquilo que queremos ou não queremos e nas aprendizagens que pretendemos que os alunos desenvolvam” [S8]. Contudo, Beatriz refere a dificuldade em realizar planos de aula tão detalhados: “o nível de descrição que nós fizemos não é algo que nós façamos frequentemente, devido às limitações do tempo... num futuro próximo não é exequível, no entanto, se o fizer é bom”. [S8]

## Discurso matemático na RL2

Diana construiu a sequência no quadro (Figura 8), com recurso a figuras de cartão e colocando questões exploratórias para favorecer a comunicação entre os alunos [Q]. Organizou os alunos por forma a que estes se envolvessem na resolução da tarefa, encorajando-os a partilhar as suas ideias matemáticas [TR].

Diana: *O que é que observam nestas três figuras?*

Gonçalo: *Quadrados de várias cores.*

Lucas: *Num tem um quadrado laranja e dois quadrados azuis, e [noutro], quatro quadrados azuis e um laranja. É...*  
[Diana interrompe para que o aluno não apresentasse uma conjectura.]

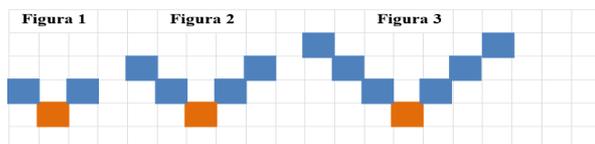
Diogo: *Ah, já sei...*

Lucas: *Também já.*

Gaspar: *Está a crescer.* [RL2]

### Figura 8

Tarefa. [RL2]



- Representa a 4.<sup>a</sup> figura da sequência, no quadriculado em cima.
- A 6.<sup>a</sup> figura vai ter quantos quadrados azuis? E quantos quadrados laranjas? Quantos quadrados a 6.<sup>a</sup> figura vai ter no total?
- Consegues descobrir quantos quadrados azuis e quantos quadrados laranjas terá a 15.<sup>a</sup> figura? Explica como pensaste.
- Explica como podemos saber o número de quadrados azuis e o número de quadrados laranjas necessários para construir qualquer figura da sequência.

Poucos minutos após o início do trabalho autónomo, vários grupos solicitaram o apoio de Diana, o que se lhe revelou desafiante. Foi percorrendo os diferentes grupos, orientando os alunos através de questões, ou sugerindo o uso de outras representações que os apoiasse. Na sua abordagem, tendencialmente, recorreu a um questionamento que propunha uma alternativa à estratégia usada pelos alunos, não lhes garantindo continuidade ao seu pensamento matemático. Por exemplo, Gaspar e Leonor optaram por proceder

à representação do termo de ordem 15 (Figuras 9 e 10) e Diana aconselhou-os a não representarem termos de ordens tão distantes. Esta sugestão não parece ter sido acolhida pelos alunos, que não exploraram outras estratégias [EMT]. Quando Diana se afastou, Gaspar insistiu na sua estratégia chegando a uma solução, que partilhou com Leonor, fazendo uso da representação da colega para apoiar a sua explicação:

Diana: *Eu acho que isso é uma imagem muito grande. Vamos pensar noutra forma, como é que podíamos fazer?*

Gaspar: *10 + 5.*

Diana: *10 + 5? Pensem lá.*

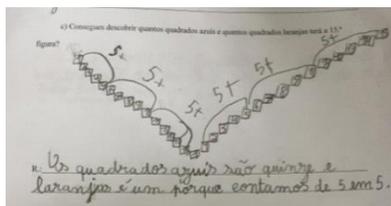
Gaspar: *2 em 2.*

Diana: *Então pensem de 2 em 2...*

Gaspar: *5 em 5.* [Gaspar usa os dedos para proceder à contagem.] *5, 10, 15.* [RL2]

### Figuras 9 (esquerda) e 10 (direita)

*Gaspar e Leonor durante o trabalho autónomo.* [RL2]

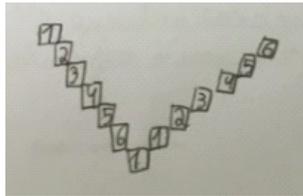


Durante o trabalho autónomo, os alunos construíram representações matemáticas muito diversificadas e usaram-nas para justificar as suas estratégias de generalização. Contudo, foi notório algum desfasamento no desempenho dos alunos, na resolução da tarefa. Diana teve dificuldade em apoiar todas as solicitações e o trabalho autónomo dos alunos prolongou-se relativamente ao plano da aula. Como consequência, Diana teve dificuldade em *seleccionar* e *sequenciar* as respostas dos alunos.

Diana solicitou a participação dos alunos para conduzir a discussão coletiva, iniciando-a com a participação de Leonor. ASTPar de ter acompanhado o grupo da aluna, aparentou não estar familiarizada com o seu pensamento matemático ou com as representações matemáticas usadas. Leonor recorreu à sequência construída inicialmente no quadro, contudo, revelou alguma dificuldade em explicar o seu pensamento, não tendo tido oportunidade de partilhar com os colegas a representação matemática (Figura 11) que tinha realizado durante o trabalho autónomo [MR].

### Figura 11

*Produção escrita de Leonor. [RL2]*



O diálogo seguinte evidencia que Leonor só considerou um “braço”. Os restantes elementos da turma acompanharam ativamente a discussão, mostrando desacordo com algumas respostas da colega [BSRC] e participando ativamente, completando o raciocínio uns dos outros [EMT]:

Diana: *Desenhaste e descobriste que tinha quantos quadrados azuis?*

[Leonor usa a sequência do quadro para responder à questão]

Leonor: *Quatro.*

[Vários alunos discordam e Leonor tenta corrigir.]

Leonor: *Tinha 6.*

Vários alunos: *6?*

Diana: *No total, quantos quadrados tens?*

Leonor: *No total, 13.*

Diana: *E dos azuis?*

Leonor: *Dos azuis, 6.*

Diana: *Conta lá.*

[Leonor conta, apontando para cada um dos quadrados, respondendo 6.]

Diana: *E do outro lado?*

[Leonor conta novamente]

Leonor: *12.*

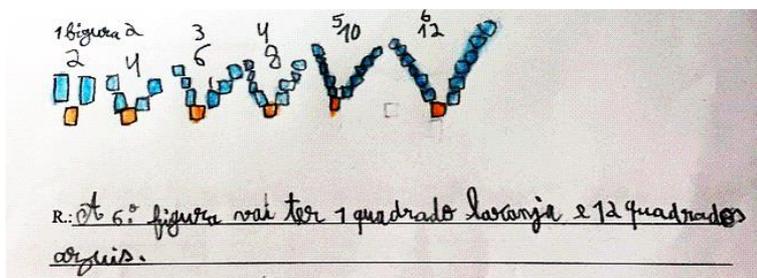
Afonso: *E com o laranja, são 13.*

Diana: *São 13 quadrados, não são?* [RL2]

Francisco procurou participar, apresentando um processo de resolução que recorria ao dobro (Figura 12) que, na sua perspectiva, facilitava a resolução [BSRC]. Ainda que a intervenção de Francisco tivesse sido espontânea, Diana acedeu:

### Figura 12

*Produção escrita de Francisco.* [RL2]



Francisco: *Há uma forma mais fácil.*

Diana: *Há uma forma mais fácil? Anda cá mostrar.*

Francisco: *Então, se juntarmos o 6 mais 6 dá 12.*

Diana: *Como fizeste?*

Francisco: *Juntei 6 mais 6.*

Diana: *E depois, juntaste mais um? Deu 13? Ok, obrigada. Mais alguém fez de modo diferente? Lucas? Anda cá explicar como fizeste.* [RL2]

A intervenção de Francisco foi muito breve e Diana completou o raciocínio do aluno, sem pedir a sua colaboração ou pedindo que este partilhasse a sua representação [MR]. Também não usou o seu pensamento matemático para ampliar a discussão a outros alunos da turma [EMT], optando por solicitar a colaboração de outro aluno. A estratégia de generalização apresentada por Lucas, de natureza recursiva, ainda que correta, mostrou ser menos eficaz, do que a apresentada anteriormente por Francisco:

Lucas: *Nós fizemos a partir da 4.<sup>a</sup> figura, nós contamos e deu 9. Do um para o dois eram dois que mudavam, do 2 para o 3, eram dois quadrados que mudavam... Deu 13. 9 mais 2, 11 e 11 mais 2, 13.*

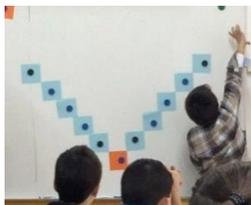
Diana: *Ok.* [RL2]

Uma vez mais, Diana não explorou o pensamento matemático do aluno [EMT], pedindo a colaboração de Gaspar, que apresentou também uma estratégia recursiva, de objeto inteiro, para termos cuja ordem fosse múltipla de 5. Gaspar apoiou-se na representação previamente construída por Diana no quadro para justificar o seu raciocínio (Figura 13):

Gaspar: *Mais 5, mais 5, 3 vezes 5, numa reta assim...* [Gesticula a sugerir o prolongamento.] [RL2]

### Figura 13

*Gaspar, durante discussão coletiva.* [RL2]



Diana procurou questionar Gaspar, no entanto, Diogo interveio para apresentar a sua resolução, que recorria a uma estratégia global. O raciocínio

de Gaspar acabou por não ser analisado e a discussão coletiva terminou com as intervenções de Diogo e Francisco:

Diana: *Mas ainda há outra forma de pensar, diz lá, Diogo.*

Diogo: *Eu pensei,  $15 + 15 = 30$ .*

Diana: *Então diz lá como pensaste.*

[Diogo hesita dizendo que resolveu em conjunto com Francisco.]

Diana: *Francisco, ajuda o colega.*

Francisco: *Fizemos  $15 + 15$ .*

Diana: *Mas por que é são 15 e não 20?*

Francisco: *Porque é a figura, e tem de ser igual de cada lado.  $15 + 15 = 30$*

Diana: *E isso é dos quadrados quê?*

Francisco: *Azuis. Depois, juntámos mais um do laranja e deu 31. [RL2]*

Diana procurou sistematizar a estratégia de resolução que considerava o dobro de quadrados azuis em relação à ordem da figura, recorrendo à adição. Para tal, organizou os dados completando uma tabela previamente construída, por si, em cartão. Este momento de síntese aconteceu a 2 minutos de a aula terminar. Diana pediu a colaboração oral de dois alunos que já tinham apresentado as suas resoluções anteriormente.

Apesar dos alunos terem construído representações matemáticas diversificadas durante o trabalho autónomo, estas não foram evidenciadas pela futura professora durante a discussão coletiva [MR]. No quadro, do início ao final da discussão, constou apenas a representação inicialmente construída por Diana, que serviu de apoio para os alunos justificarem as suas estratégias de generalização.

### **Perceções de Diana sobre a condução da aula**

As perceções de Diana evidenciam os seus desafios relativamente ao seu *papel de professora* no momento da condução da aula. Esta destaca, a

*monitorização* do trabalho dos alunos, que lhe viria a condicionar a gestão da discussão coletiva:

*Diana: Na minha aula eu senti-me um bocadinho desmotivada... havia crianças que percebiam muito bem, mas havia crianças que não. Por mais que eu desse feedback não consegui dar a todos o tempo que eles precisam... Gosto que as crianças venham comigo, que caminhemos todos para o mesmo objetivo e me sigam. Preciso sentir que toda a turma compreenda ou temos de recuar em algum ponto... um grupo de alunos não conseguia avançar. Não sei se foi um problema de interpretação, se eu não fiz as questões certas... na realidade havia outros e isso se mostrou na discussão coletiva... muitos deles não estavam a perceber e eu questiono qual o meu papel? [S8]*

Diana acrescentou que o *questionamento* foi um aspeto crítico, salientando a sua falta de experiência profissional em conduzi-lo: “[Tive] dificuldade em saber que questões podia colocar para os fazer avançar... acho que isto acontece porque temos pouca experiência. Um professor mais experiente, iria saber e não era preciso estar no plano de aula” [S8]. A gestão do tempo disponível da aula, foi outro aspeto salientado, mostrando valorizar o recurso que tinha preparado para sistematizar a estratégia de resolução que tinha em vista apresentar nesse momento [*representação matemática*]: “Acho que devia ter dado mais tempo na discussão, quando usei a tabela. A tabela foi fundamental, mas devia ter tido mais tempo para a discutir” [S8]. Sobre o que mudaria na fase da preparação da aula, a futura professora aponta a sequência de crescimento usada na tarefa:

*Diana: O plano estava bem feito. Senti que era uma base muito confortável de colocá-lo em prática. Era muito claro... acho que mudaria totalmente a sequência que usámos, porque me apercebi logo que eles tiveram dificuldades. Senti-me muito perdida... mas quando ia para a aula ia muito confiante. Achei que ia ser interessante a tarefa para o grupo. [S8]*

Diana salientou, como aspetos positivos da sua participação no estudo de aula, o trabalho de preparação das aulas em ambiente colaborativo: “realço a forma como planificámos, bem como o diálogo e a participação de todos os professores na discussão e na realização das tarefas” [Diana, Relatório STP]. E, também, o trabalho relativo à *antecipação das respostas dos alunos*: “As

reuniões que tivemos, contribuíram muito para eu ter uma percepção...de quais as dificuldades que as crianças podem ter, das resoluções, das próprias crianças” [Diana, Entrevista Final]. Apesar das vantagens, aponta a limitação de tempo para dar continuidade à construção de planos de aula detalhados: “O grau detalhe das tarefas planejadas para o estudo não se torna viável no dia-a-dia de um professor, pois este é um exercício que ele faz sozinho e que lhe consome bastante tempo” [Diana, Entrevista Final].

## DISCUSSÃO

### Preparação e realização das aulas de investigação

As *duas aulas de investigação* aqui analisadas são o culminar de um processo de preparação, onde foram considerados vários aspetos relacionados com a regulação da comunicação na sala de aula (Ponte, 2012). Beatriz e Diana tiveram oportunidades semelhantes e envolvimento e participação idênticos. Ambas revelaram conhecimento teórico e predisposição para atender a questões comunicacionais. Das sessões de preparação, resultaram dois planos com instruções detalhadas para a condução das aulas de investigação, produto de uma discussão que aliou conhecimento teórico a exemplos práticos, direcionados para os alunos da turma, e onde supervisor e cooperante intervieram ativamente. Nos planos de aula, foi privilegiada a perspetiva do professor que favorece a conversação entre os alunos, encorajando-os a *questionarem-se* entre si. Foram *antecipadas respostas dos alunos*, dirigidas a várias perspetivas do pensamento matemático, por forma a apoiar as futuras professoras na *monitorização* e na *seleção e sequenciação* das respostas. A discussão sobre *representações matemáticas* incluiu o recurso a materiais manipuláveis. Contudo, a análise das duas aulas evidencia duas práticas discursivas na sala de aula com diferenças assinaláveis.

Durante a RL1, Beatriz chamou os alunos a apresentar o seu pensamento e encorajou-os a partilharem as suas ideias matemáticas. Usou um *questionamento* de natureza exploratória que favoreceu a comunicação entre eles. Promoveu o uso de materiais manipuláveis e discutiu com os alunos possibilidades de usarem *representações matemáticas* mais eficazes, incentivando o uso do desenho matemático. O modo como *selecionou* e *sequenciou* a participação dos alunos, permitiu-lhe *relacionar o pensamento matemático dos alunos* e conduzi-lo para o foco previsto para a aula. Os alunos partilharam as *representações matemáticas* que construíram para apoiar a explicação *do seu pensamento matemático*. Em várias situações, foi

evidenciada a *responsabilidade* individual dos alunos na construção do discurso da aula, pois se mantiveram participativos, ouvindo-se ativamente uns aos outros para darem contributos com sentido. Em suma, a RL1 desenvolveu-se, tendencialmente, num ambiente em que a futura professora deu espaço aos alunos para partilharem o seu pensamento matemático e estes assumiram um papel importante na *comunidade discursiva*, revelando-se um modo de partilharem e consolidarem ideias, e de contactarem com diferentes representações matemáticas (Moschkovich, 2015).

Na RL2, durante o trabalho autónomo, os alunos fizeram diversas solicitações, às quais Diana teve dificuldade em responder. Apesar de ter acompanhado de perto todos os grupos, a futura professora usou um *questionamento* direcionado à correção, usando a sua perspetiva de resolução e ignorando o pensamento matemático dos alunos. Esta ação poderá resultar de uma dificuldade em acompanhar algumas *explicações do pensamento matemático dos alunos*, ainda que os tenha acompanhado durante o trabalho autónomo. A sequência de respostas apresentadas na discussão coletiva, que não obedeceu a uma ordem progressiva de sofisticação, não favoreceu uma *relação* entre ideias matemáticas dos alunos e os objetivos da aula. Apesar de os alunos terem construído desenhos, durante o seu trabalho autónomo, todos os intervenientes usaram a representação matemática previamente construída no quadro por Diana, para justificar as suas soluções. Deste modo, os alunos não tiveram oportunidade de partilhar com os colegas as suas próprias representações. A síntese da aula também foi realizada com a tabela construída pela futura professora, que pediu o contributo dos alunos no seu preenchimento. Ou seja, na RL2, o discurso matemático foi centrado no professor, na medida em que, ainda que os alunos tenham partilhado as suas ideias, tiveram poucas oportunidades de as argumentar ou de se fundamentarem nas *representações matemáticas* que construíram.

Na RL1, Beatriz concretizou com facilidade as cinco etapas sugeridas por Stein et al. (2008), enquanto na RL2 Diana teve dificuldade em *selecionar, sequenciar e relacionar* as ideias dos alunos. Esta limitação viria a condicionar o desempenho de Diana na condução da discussão coletiva e na sua capacidade de evidenciar as ideias matemáticas dos alunos no discurso na sala de aula. Estes resultados apoiam o argumento de que a natureza das discussões facilitadas em sala de aula determinam fortemente as dinâmicas de comunicação (Dunning, 2023, Moschkovich, 2015; Stein et al., 2008).

## **Aspetos salientados pelas futuras professoras sobre o discurso na aula**

Beatriz evidenciou as *representações matemáticas* como um aspeto relevante na aprendizagem dos alunos e a ter em consideração na sua prática letiva. Salientou a comunicação oral, quando referiu que apenas na discussão coletiva lhe foi possível aceder ao raciocínio dos alunos, indo ao encontro da perspetiva que a discussão coletiva é um momento privilegiado para o professor aceder ao pensamento matemático dos alunos (Fujii, 2018). Salientou também, a relevância do *questionamento* mútuo, fundamental à partilha de ideias e à apropriação dos raciocínios entre os alunos. A futura professora evidenciou, ainda, a importância do *papel do professor na explicação do pensamento matemático dos alunos*: “eles próprios transformaram a discussão numa coisa que eu gosto muito, um diálogo... Eu limitei-me a guiá-los” [S8].

Um fator que Beatriz achou determinante na condução da discussão coletiva foi a *monitorização, seleção e sequenciação das soluções dos alunos*, que colocou em prática durante o trabalho autónomo, o que, na sua perspetiva, lhe permitiu tornar a discussão coletiva mais rica. Esta observação ilustra o argumento de Stein et al. (2008) de que *antecipar, monitorizar, selecionar e sequenciar* são práticas que apoiam a condução da discussão coletiva.

A perspetiva evidenciada por Diana apresenta o *papel do professor* centrado em si próprio “gosto que as crianças venham comigo, que caminhemos todos para o mesmo objetivo e que me sigam” [S8]. A sua perceção sobre as *representações matemáticas* é consistente com esse modo de entender o discurso na sala de aula pois referiu-se à tabela que usou na síntese final como um recurso importante, lamentando não ter tido tempo para a explorar com maior profundidade com os alunos. Porém, nunca referiu a importância de explorar as representações criadas pelos alunos. Relativamente à *explicação do pensamento matemático* do aluno, destacou a monitorização como uma oportunidade de conhecer as suas estratégias, apesar de admitir ter tido dificuldade em *monitorizar* o trabalho autónomo dos alunos. Acrescentou, ainda, quão difícil foi para si conduzir um *questionamento* que os apoiasse a encontrar uma solução. Este facto, na sua perspetiva, viria a desmotivá-la e a dificultar o seu papel na condução da discussão coletiva, ou seja, como aconteceu em outros estudos (Ghousseini, 2015; Martins et al., 2023), a condução da discussão coletiva foi muito desafiante para Diana. A futura professora apontou duas razões para justificar os constrangimentos que encontrou na condução da RL2: a sequência de crescimento, que serviu de

base à tarefa e a falta de experiência em gerir o *questionamento*. Acrescentou a esta ideia que “um professor mais experiente, iria saber e não era preciso estar no plano de aula” [S8]. Note-se que esta afirmação diverge de outras em que Diana salienta a importância que o plano de aula construído para RL2 teve, para si, como suporte para a condução da aula.

As futuras professoras salientaram como principais benefícios da sua participação no estudo de aula aspetos alinhados com outras investigações: a antecipação de respostas dos alunos, que lhes permitiu um aprofundamento de conteúdos e a identificação prévia de dificuldades destes, dotando-as de uma capacidade de resposta mais imediata (Martins et al., 2023; Vieira et al., 2022); a construção apoiada de um plano de aula com instruções que direcionam a ação do professor para os objetivos da aula e para as dificuldades dos alunos (Leavy & Hourigan, 2016; Ni Shuilleabhain & Bjuland, 2019) e a natureza colaborativa do trabalho realizado no estudo de aula, onde puderam confrontar as suas ideias com as ideias de professores mais experientes (Chen & Zhang, 2019; Norton et al., 2019; Ponte, 2017). A única limitação apontada foi a baixa expectativa relativamente a virem a usar este nível de detalhe em planos de aula que futuramente construam.

## CONCLUSÃO

Os resultados levam-nos a concluir que o discurso matemático gerado na primeira *aula de investigação* beneficiou comparativamente à segunda aula, a comunicação estabelecida entre aluno-professor e alunos entre si. Beatriz teve oportunidade de selecionar e sequenciar o trabalho dos alunos, enquanto Diana não conseguiu concretizar essa etapa prevista no plano de aula. Relativamente às perceções das futuras professoras, foi possível verificar dois posicionamentos distintos sobre o discurso na sala de aula, com Beatriz a perspetivar-se no perfil do professor que coloca em evidência o pensamento matemático dos alunos, procurando desse modo que os alunos aprendam com a partilha e questionamento uns dos outros. A perspetiva de Diana alinha-se com a do professor centrado em si próprio, apesar de se ter mostrado recetiva à importância de questionar os alunos, como forma de apoiá-los. As perceções das futuras professoras sobre o discurso matemático evidenciaram aspetos relacionados com o *papel do professor*, *questionamento*, *explicação do pensamento matemático* e *representações matemáticas*. As futuras professoras indicaram, ainda, como principais benefícios da sua participação no estudo de aula a antecipação de respostas dos alunos e a construção apoiada de um plano de aula.

Estes resultados fazem-nos questionar o argumento apresentado por vários autores de que o discurso na sala de aula é beneficiado com o planeamento meticuloso das discussões matemáticas. De facto, na primeira *aula de investigação*, tal como os estudos de Leavy e Hourigan (2016) e de Ni Shuilleabhain e Bjuland (2019), a preparação prévia claramente apoiou Beatriz na condução da aula. Mas em Diana isso não se evidenciou; mais ainda se tivermos em consideração que o investimento realizado na preparação da segunda *aula de investigação* foi idêntico ao da primeira aula. Assim, os resultados sugerem que, ainda que o planeamento detalhado possa beneficiar a condução das discussões coletivas pelos futuros professores, há aspetos a considerar, relacionados com o perfil e a preparação prévia das futuras professoras.

Com esta investigação, mostramos os benefícios da integração de estudos de aula na formação inicial de professores (Ponte, 2017) e acrescentamos novos dados relativos à sua utilidade no estudo do discurso matemático na aula. Este processo permitiu apoiar as futuras professoras na preparação da sua prática letiva, da qual salientamos a antecipação do pensamento matemático dos alunos e a construção de planos de aula. Relativamente à condução da aula, destacamos o modo como as práticas do estudo de aula são próximas às práticas que apoiam o discurso matemático na sala de aula, fazendo deste processo formativo um meio adequado para estudar os desafios que os futuros professores enfrentam na condução da comunicação em sala de aula.

## **AGRADECIMENTOS**

Trabalho financiado pela FCT-Fundação para a Ciência e Tecnologia através de uma bolsa concedida a Raquel Vieira (SFRH/BD/146837/2019) e pela UIDEF-Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Educação e Formação-UIDB/0410.

## **DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES**

RV escreveu a primeira versão do enquadramento teórico e da metodologia e recolheu os dados. RV e JPP analisaram os dados e participaram ativamente na discussão dos resultados, revendo e aprovando a versão final do trabalho.

## DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados serão disponibilizados pelo autor correspondente, RV, mediante solicitação adequadamente justificada.

## REFERÊNCIAS

- Bogdan, R. & Biklen, S. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. Pearson.
- Chen, S. & Zhang, B. (2019). *Improving prospective teachers' lesson planning knowledge and skills through lesson study* (pp. 549–575). [https://doi.org/10.1007/978-3-030-04031-4\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-030-04031-4_27)
- Dunning, A. (2023). A framework for selecting strategies for whole-class discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26(4), 433–454. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09536-5>
- Erickson, F. (1986). Qualitative Methods in Research on Teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 119–161). MacMillan.
- Fujii, T. (2018). Lesson study and teaching mathematics through problem solving: The two wheels of a cart. In M. Quaresma, C. Winslow, S. Clivaz, J.P. Ponte, & A. Ni. Shuilleabháin (Eds.), *Mathematics lesson study around the world* (pp. 1–21). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_1)
- Ghousseini, H. (2015). Core practices and problems of practice in learning to lead classroom discussions. *The Elementary School Journal*, 115(3), 334–357. <https://doi.org/10.1086/680053>
- Gomes, P., Quaresma, M., & Ponte, J.P. (2023). Leading whole-class discussions: From participating in a lesson study to teaching practice. *International Journal for Lesson & Learning Studies*, 12(2), 139–151. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-02-2022-0022>
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K.C., & Sherin, M. G. (2014). Describing levels and components of a math-talk learning community. In E.A. Silver & P.A. Kenney (Eds.), *More lessons learned from research, Volume 1: Useful and usable research related to core mathematical practices* (Vol. 1, pp. 125–134). NCTM.

- Leavy, A.M. & Hourigan, M. (2016). Using lesson study to support knowledge development in initial teacher education: Insights from early number classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 57, 161–175. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.04.002>
- Martins, M., Ponte, J.P., & Mata-Pereira, J. (2023). Preparing, leading, and reflecting on whole-class discussions: How prospective mathematics teachers develop their knowledge during lesson study. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 11(1), 33–48. <https://doi.org/10.30935/scimath/12432>
- Moschkovich, J.N. (2015). Scaffolding student participation in mathematical practices. *ZDM*, 47(7), 1067–1078. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0730-3>
- Murata, A., Siker, J., Kang, B., Baldinger, E.M., Kim, H.-J., Scott, M., & Lanouette, K. (2017). Math talk and student strategy trajectories: The case of two first grade classrooms. *Cognition and Instruction*, 35(4), 290–316. <https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1362408>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- Ni Shuilleabhain, A. & Bjuland, R. (2019). Incorporating lesson study in ITE: Organisational structures to support student teacher learning. *Journal of Education for Teaching*, 45(4), 434–445. <https://doi.org/10.1080/02607476.2019.1639262>
- Norton, J., Helgevoid, N., & Bjuland, R. (2019). The role of collaborative planning: How to use joint planning as a learning process in lesson study. In P. Wood, D.L.S. Larssen, N. Helgevoid, & W. Cajkler (Eds.), *Lesson Study in initial teacher education: Principles and practices* (pp. 61–73). Emerald. <https://doi.org/10.1108/978-1-78756-797-920191005>
- Ponte, J.P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83–98). Graó.
- Ponte, J.P. (2017). Lesson studies in initial mathematics teacher education. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 6(2), 169–181. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-08-2016-0021>

- Saylor, L.L. & Walton, J.B. (2018). Creating a math-talk learning community with preservice teachers. *School Science and Mathematics*, 118(8), 348–357. <https://doi.org/10.1111/ssm.12302>
- Smith, M., Bill, V., & Sherin, M.G. (2019). *The five practices in practice [elementary]: successfully orchestrating mathematics discussions in your elementary classroom*. Sage. <https://books.google.pt/books?id=Pf-pDwAAQBAJ>
- Stein, M.K., Engle, R.A., Smith, M.S., & Hughes, E.K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Vieira, R., Ponte, J.P., & Mata-Pereira, J. (2022). Conhecimento matemático de futuros professores: Aprendizados realizados num estudo de aula. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36(73), 822–843. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n73a10>