

# Contribuições de uma intervenção pedagógica para o estudo de representação em perspectiva no Ensino Fundamental com base na Pesquisa Baseada em Design

Debora de Sales Fontoura da Silva Frantz <sup>a</sup>

Vanilde Bisognin <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universidade Franciscana, Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Santa Maria, RS, Brasil

*Recebido para publicação 19 set. 2024. Aceito após revisão 19 set. 2024*

*Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMO

**Contexto:** diante das dificuldades apresentadas por professores de Matemática do Ensino Fundamental, no ensino de conceitos básicos de geometria plana envolvendo o tema de representação em perspectiva, recorremos a uma estratégia que nos permitiu obter informações essenciais para compreender o contexto e as necessidades dos participantes, em uma construção colaborativa, a fim de possibilitar contribuições ao ensino e aprendizagem, com base na Pesquisa Baseada em Design (PBD). **Objetivo:** investigar as contribuições que uma intervenção pedagógica, com base na PBD, utilizando um produto educacional constituído a partir de imagens fotográficas, pode propiciar ao ensino e aprendizagem de noções de perspectiva para professores de Matemática em formação continuada do Ensino Fundamental. **Design:** natureza qualitativa e quantitativa, que se apoiam na metodologia de pesquisa da PBD. **Ambientes e participantes:** contou-se com a contribuição de três professores de Matemática, voluntários da etapa empírica e a contribuição de especialistas, para o melhoramento do produto educacional. **Coleta e análise:** a coleta de dados ocorreu por meio de entrevista, caderno de atividades dos participantes e durante cada intervenção, gravações de áudio e vídeo, fotografias, observações e notas de campo da pesquisadora. A análise foi realizada durante todas as fases da PBD utilizando-se triangulação de dados. **Resultados da pesquisa:** os resultados evidenciam uma ênfase significativa, bem como relevantes contribuições para o ensino e aprendizagem de noções de perspectiva dos participantes, que puderam atuar como agentes da sua formação, reconstruindo, melhorando e contribuindo para a sua própria prática, com a colaboração de todos os envolvidos e condizente com sua realidade cotidiana.

**Palavras-chave:** fotografia; visualização; aprendizagem; colaboração, ensino de matemática.

Autor correspondente: Débora de Sales Fontoura da Silva Frantz. E-mail: [debora\\_frantz@hotmail.com](mailto:debora_frantz@hotmail.com)

## INTRODUÇÃO

Neste artigo descrevemos parte dos resultados de uma pesquisa realizada com um grupo de professores, que trabalha em uma escola da Educação Básica, que tratou do ensino de Geometria Plana do Ensino Fundamental envolvendo o tema de conceitos iniciais de representação em perspectiva e que teve como abordagem metodológica a Pesquisa Baseada em Design (PBD). Essa metodologia tem origem em diferentes trabalhos de pesquisas surgidos na década de 1990 e, segundo Rodrigues e Ponte (2020), os pesquisadores Brown (1992) e Collins (1992) foram os precursores nos trabalhos relacionados à Educação. O surgimento dessa metodologia teve como motivação desenvolver investigações com características distintas do paradigma existente e que levasse em consideração o ambiente de pesquisa, as atividades e os participantes em um trabalho colaborativo. Ou seja, a pesquisa em design tem como foco a aprendizagem dos alunos e o estabelecimento de conexões entre a teoria e a prática. Assim, a PBD é uma metodologia que tem um caráter fortemente experimental, mas sem desvincular da teoria.

A escolha dessa metodologia, para nossa pesquisa, deu-se a partir do fato de que a PBD é uma abordagem adequada para tratar de problemas complexos da prática educacional, como é o caso da Geometria no Ensino Fundamental. Segundo Kneubil e Pietrocola (2017), a PBD refere-se a uma metodologia nova, de caráter intervencionista, que objetiva aliar aspectos teóricos e práticos da pesquisa educacional.

De acordo com o Design Based Research Collective - DBRC (2003), a PBD tem como princípios básicos: (a) enfoque em problemas da prática educativa complexos e relevantes; (b) união entre teorias da educação, princípios de design, e sempre que possível, estratégias tecnológicas; (c) investigação em contextos reais com intuito de refinar a intervenção; (d) envolvimento de longo prazo com o objeto de estudo em ciclos de pesquisa e desenvolvimento; (e) caráter colaborativo entre participantes; e, (f) solução de problemas e construção teórica.

A pesquisa iniciou a partir de um encontro com professores da Educação Básica em que foram questionados acerca de uma problemática que os angustiava no seu trabalho de sala de aula. Os mesmos responderam, de forma unânime, o “*conteúdo de Geometria Plana*”, bem como o tema de conceitos iniciais de representação em perspectiva para representar relações espaciais tridimensionais numa superfície plana. Assim, nos sentimos provocadas a buscar alternativas e atender a demanda desses professores por novos caminhos para as suas práticas. O desafio foi construir algo que fosse

realmente interessante para esses professores e que os mesmos fossem protagonistas na proposição de atividades de forma colaborativa. Além do mais, que fosse proveniente do contexto real em que eles viviam.

Nesta direção, se pensou na elaboração de um produto educacional, com características de um material didático curricular educativo, ou seja, de uma sequência didática de atividades que potencializasse a aprendizagem desses professores de Matemática e, ao mesmo tempo, contribuísse para o trabalho de sala de aula com seus alunos.

Segundo Matta, Silva e Boaventura (2014), um produto educacional pode ser:

a) produtos educacionais tais como materiais didáticos de toda natureza e suporte; b) processos pedagógicos como, por exemplo, recomendações de atitude docente, novas propostas didáticas; c) programas educacionais como currículos, cursos, organização de temas e didáticas, também desenvolvimento profissional para professores; ou d) políticas educacionais como protocolos de avaliação docente ou discente, procedimentos e recomendações de investimento, aquisição, opções para relação entre a escola e a comunidade (Matta, Silva & Boaventura, 2014, p. 26).

Este artigo tem como objetivo investigar as contribuições que uma intervenção pedagógica, com base na PBD, utilizando-se um produto educacional constituído a partir de imagens fotográficas, pode propiciar ao ensino e aprendizagem de conceitos iniciais de representação em perspectiva para professores de Matemática em formação continuada do Ensino Fundamental. Apresentamos algumas reflexões acerca do estudo realizado em um ciclo de intervenção. Para isso, se pensou na utilização de imagens fotográficas obtidas a partir da realização de um Trilho Matemático, com um roteiro previamente definido pelas ruas e monumentos da cidade com o objetivo de trabalhar os conceitos de geometria em situações do cotidiano.

A partir das imagens captadas pelos participantes da pesquisa, foram criadas situações-problema para o estudo da percepção e noções de perspectiva. A proposta teve como base as necessidades apresentadas pelos professores de Matemática participantes, de forma que a mesma pudesse contribuir para a formação continuada deles, e também, pudesse contribuir indiretamente com seus alunos, na compreensão e possíveis construções de conceitos matemáticos, levando-os a “aprender a ver” (Flores, 2007, p. 27). Procuramos, desse modo,

buscar perceber de que maneira os princípios de *design* estabelecidos para esta experiência de formação contribuem para o desenvolvimento do conhecimento didático dos professores para ensinar noções de perspectiva e representações espaciais tridimensionais no plano para o Ensino Fundamental. Nessa direção, a PBD nos pareceu adequada para essa finalidade, uma vez que nela é possível “convidar” as pessoas a “eventualmente participar deste grupo” (Mckenney & Reeves, 2019, p. 91).

Para atingir o objetivo proposto, inicialmente, tentamos entender a importância dessa problemática e investigamos alguns fatores que nos permitiram enxergar a mesma como um problema sistêmico<sup>1</sup>, que está muito além de ser apenas um problema isolado de um único professor ou pequeno grupo. Buscamos inicialmente informações nos documentos do Programa de Avaliação Internacional de Estudantes (Pisa), assim nomeado no Brasil, e também informações contidas nos relatórios fornecidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) sobre os níveis de proficiência dos alunos. Com base nesses elementos, pesquisamos os resultados do desempenho médio em Matemática e os níveis de proficiência dos alunos participantes do Brasil e da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), e também o desempenho dos alunos brasileiros na categoria de conteúdo, espaço e forma, da disciplina de Matemática.

Com essa pesquisa destacamos que dos 78 países participantes do Pisa em 2018, o Brasil aparece nas últimas posições, ocupando a 70ª posição. Nesta avaliação, os alunos são distribuídos em 6 (seis) níveis de proficiência. A porcentagem de alunos em cada país que alcançam bons níveis, como exemplo, os níveis 6, 5 ou 4 de proficiência, indica quão bem esses países conseguem favorecer a sublimidade em seus sistemas educativos. O Brasil, nesse caso, está classificado no nível 1 de proficiência na escala em Matemática, com 68,1% dos alunos avaliados nos níveis 1 e abaixo de 1, o que revela, segundo os parâmetros na OCDE, que esses alunos não possuem nível básico no conhecimento de Matemática.

Na edição do Pisa de 2012, o foco principal foi a Matemática. Entre as quatro categorias de conteúdos matemáticos que foram avaliados nessa edição, a área com desempenho mais crítico apresentada foi a de Espaço e Forma, que envolve a Geometria, na qual mostra que, 70,9% dos alunos brasileiros

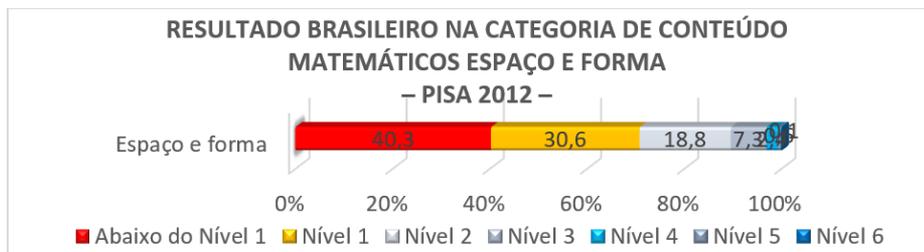
---

<sup>1</sup>*Sistêmico* são todas as interligações (CAPRA, 1997) necessárias que permitem enxergar o sistema como um todo, de uma forma mais ampla.

avaliados, estão no nível 1 e abaixo de 1 nessa categoria, conforme podemos observar no gráfico da figura 1, a seguir.

### Figura 1

*Resultado brasileiro na categoria de conteúdo, Espaço e Forma, na disciplina de Matemática por nível no Pisa 2012.* (Adaptado de Inep, 2012).



Esse resultado gera preocupação porque essa categoria compreende a noção de perspectiva, bem como a execução e a leitura de mapas. Além disso, envolve a transformação de formas com e sem uso de tecnologias, assim como “a interpretação de vistas de cenas tridimensionais a partir de diferentes perspectivas, e a construção de representações de formas e, neste caso, esse resultado mostra que os alunos brasileiros avaliados não conseguiram desenvolver tais competências”. Essa categoria Espaço e Forma, engloba uma variada gama de fenômenos, que podem ser encontrados em diversos ambientes tanto no espaço físico quanto visual, tais como,

[...] padrões; propriedade dos objetos; posição e orientação; representação dos objetos; codificação e decodificação de informação visual; interação dinâmica com formas reais, bem como com suas representações. A geometria pode ser considerada um fundamento para Espaço e Forma, mas essa categoria vai além do conteúdo tradicional da geometria, utilizando recursos de outras áreas da matemática, como visualização espacial, medida e álgebra (Brasil, 2012, p. 33).

A categoria Espaço e Forma é considerada, segundo o Ministério da Educação (MEC), a de menor valor no índice de desempenho no Pisa e o gráfico da Figura 1, descrito anteriormente, mostra o baixo desempenho dos estudantes brasileiros. Decorre que o Brasil apresentou aproximadamente 18,8% dos alunos participantes que conseguiram atingir o nível 2, sendo que

apenas 10,4% desses obtiveram pontuação no nível 3 ou acima desse nível na categoria de conteúdos matemáticos Espaço e Forma. Contudo, essa situação revela-se preocupante, principalmente pelo fato de mostrar que 40,3% dos alunos brasileiros avaliados ficaram no nível abaixo de 1, que são considerados pela OCDE, alunos que não possuem nível básico no conhecimento de Matemática.

Os dados estudados nos permitiram entender a importância do problema proposto, sendo esse um problema sistêmico, que merece atenção, pois não é somente um problema citado pelos docentes participantes deste estudo de forma isolada, e sim um problema que atinge a realidade do ensino de geometria no Brasil e em diversos outros países do mundo.

## **BASES TEÓRICAS**

O referencial teórico foi constituído por trabalhos sobre as contribuições da geometria para o ensino com foco na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), bem como ressaltamos estudos realizados por Santos e Nacarato (2014) e Flores (2007), que demonstram que imagens e desenhos de figuras geométricas são primordiais para a elaboração de conceitos geométricos. Para a conceituação de percepção visual e visualização para o ensino e aprendizagem matemática, investigamos trabalhos e pesquisas de Flores (2007, 2010, 2012), Buratto (2012), Cifuentes (2005), Cifuentes e Santos (2019) e Aumont (2002), que trazem uma discussão sobre a percepção visual no ensino da Matemática.

Pesquisamos trabalhos constituídos por autores que investigam e discutem questões sobre conexões com as imagens vinculadas ao ensino de Matemática, reforçadas nos estudos de Flores (2007), Feldman-Bianco e Leite (1998), Martins e Tourinho (2013), Santaella (2012) e Manguel (2006). Esses trabalhos são resultados de pesquisas que se referem ao estudo da imagem como objeto no campo acadêmico, que possibilita a percepção e o pensamento visual.

No caminho metodológico do presente estudo, foi revisada a literatura acerca do histórico da PBD, proposta por McKenney e Reeves (2019) e Amiel e Reeves (2008), que trata da Pesquisa Baseada em Design. Segundo esses autores, a PBD “é um gênero de pesquisa em que o desenvolvimento iterativo de soluções práticas para problemas educacionais complexos também fornece o contexto para investigações empíricas que geram compreensões teóricas que podem informar o trabalho de outros” (Mckenney & Reeves, 2019, p.6). Os autores esclarecem que na medida que o desenvolvimento iterativo de soluções

práticas de problemas educacionais complexos acontece, vão surgindo compreensões teóricas, e que esses dois resultados (desenvolvimento de soluções práticas e compreensões teóricas) são considerados um dos pilares desse gênero de pesquisa.

Considera-se que os estudos de *design* surgem de problemas que os professores ou alunos enfrentam em contextos educacionais reais. Nesse sentido, conforme Reeves (2006), tenta-se resolver esses problemas definindo princípios de *design* prévios e adequados, que, serão avaliados, revisados e validados durante o processo de construção e aplicação do produto educacional.

Os protocolos de pesquisa em *design* exigem colaboração de longo prazo envolvendo pesquisadores e profissionais. Ele integra o desenvolvimento de soluções para problemas práticos em ambientes de aprendizagem com a identificação de princípios de *design* reutilizáveis (Reeves, 2006, p. 52). Assim sendo, propicia uma melhoria da prática educacional e a criação de uma nova teoria baseada no produto, pois, ao contribuir para a teoria, a PBD apresenta um produto prático.

Nesse estudo o problema que os professores do Ensino Fundamental apresentaram está relacionado ao ensino de geometria, envolvendo o tema perspectiva. Dessa forma, para auxiliar na solução para o problema apresentado pelos participantes desta nossa pesquisa, atividades práticas diferenciadas foram elaboradas usando princípios de *design*, tratados a partir da teoria e da prática com a colaboração, a atuação em um trabalho colaborativo entre todos os atores.

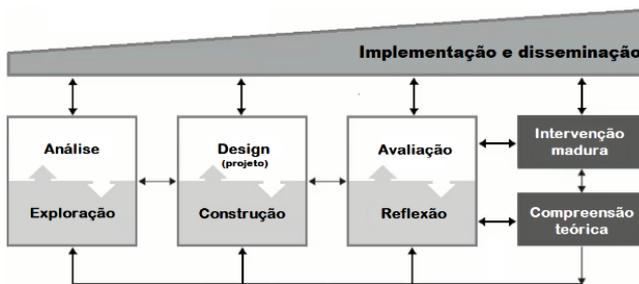
Entre os modelos existentes para a PBD, nós adotamos o modelo genérico criado por McKenney e Reeves (2019), Figura 2, que apresenta um processo flexível com três fases principais: (fase 1) análise e exploração; (fase 2) design e construção; e, (fase 3) avaliação e reflexão, que orientam a compreensão e o desenvolvimento da intervenção.

Cada uma dessas três fases “envolve interação com a prática e contribui, direta ou indiretamente, para a produção de conhecimento teórico e o desenvolvimento de uma intervenção, que amadurece ao longo do tempo” (McKenney & Reeves, 2019, p. 83-84). McKenney e Reeves (2019, p. 83) explicam que, na Figura 2, as flechas indicam que o processo é iterativo e flexível. Iterativo porque os resultados de alguns elementos alimentam outros, repetidamente e, é flexível, porque, embora algum fluxo geral seja indicado, muitos caminhos podem ser percorridos. As flechas bidirecionais indicam que o que ocorre na prática influencia tanto os processos centrais em andamento

quanto os resultados (contextualmente responsivo) e vice-versa. Os retângulos explicitam o foco duplo na teoria e na prática, que representam as saídas científicas e práticas, respectivamente. E, acima, na forma de trapézio, implementação e disseminação, mostra que a interação com a prática está presente desde o início, e vai aumentando com o tempo.

## Figura 2

*Modelo genérico para realização de pesquisa em design na educação sugerido por McKenney e Reeves (2020, p. 86)*



A seguir, descreve-se quem foram os participantes e colaboradores, e como foram desenvolvidas cada uma dessas fases.

## METODOLOGIA

A PBD usada no ensino combina ambientes direcionados à aprendizagem com a pesquisa teórica, segundo Wang e Hannafin (2005). Ela tem por base o planejamento, a implementação e avaliação de sequências didáticas que contribuem de forma efetiva para que conhecimentos sejam construídos unindo a teoria com a prática.

Neste trabalho apresentamos os resultados da pesquisa realizada em um ciclo da abordagem da PBD e que foi dividida em três fases que consistiram na identificação de um problema sistêmico com possíveis respostas para o mesmo, na definição dos princípios de design preliminares e no planejamento, criação e desenvolvimento de um produto educacional construído a partir dos princípios iniciais estabelecidos, bem como a aplicação e validação do produto educacional proposto e dos princípios definidos.

A pesquisa contou com a contribuição e auxílio de dois grupos colaborativos: um que representa o saber da prática, composto por 3 (três) professores de Matemática que trabalham com alunos do Ensino Fundamental, e lecionam em distintas escolas da rede municipal de ensino, do município de Santa Cruz do Sul – RS; e, outro que representa o saber acadêmico-científico, que chamamos de especialistas, composto por professores, acadêmicos, doutorandos e pesquisadores do Programa de Pós-Graduação na área de Ensino de Matemática e Ciências da Universidade Franciscana (UFN), do município de Santa Maria – RS, e que contribuíram para o melhoramento do produto educacional.

Dessa forma, com o encontro desses dois saberes (saber acadêmico-científico e saber da prática), o produto educacional, foi produzido, aplicado, refinado e melhorado. Cabe ressaltar, que para preservar as suas identidades, os três professores participantes, foram identificados pelas letras ‘PA’, ‘PB’ e ‘PC’.

Com os grupos colaborativos formados, descrevemos, a seguir, as atividades desenvolvidas em cada uma das três fases principais do processo realizado neste estudo.

**Fase 1: Análise e Exploração.** A fase 1 inicial, “inclui a análise e a exploração do problema em questão” (MCKENNEY; REEVES, 2019, p. 85). Nessa fase, a análise das necessidades e do contexto foi realizada para que o problema pudesse ser resolvido. A parte da exploração é mais informal e exploratória e foi realizada com a primeira visita aos participantes, na qual relataram sobre uma problemática que os angustiava. A ideia foi planejar, a partir dessa problemática, uma sequência didática de atividades, que fossem relacionadas com o contexto dos alunos e que pudessem contribuir e auxiliar esses professores a superarem essas dificuldades. Assim, inicialmente, foi proposta uma dinâmica chamada de Trilho Matemático pelas ruas da cidade de Santa Cruz do Sul, com um roteiro previamente definido e com o objetivo de observar, buscar informações e registrar por meio de fotografias tudo o que poderia ter uma conexão com a Matemática, além de conhecer um pouco mais sobre a cultura local. Isso tudo, possibilitou que os participantes se sentissem pertencentes ao que estava sendo construído e que as atividades pudessem ser elaboradas a partir do material captado por eles em um contexto real.

O Trilho Matemático conteve uma sequência de paragens destacadas ao longo do percurso, onde as questões foram propostas. Durante esse percurso os participantes visitaram a Catedral São João Batista, que é a maior Catedral em estilo Gótico da América Latina, situada bem no “coração” da cidade de

Santa Cruz do Sul – RS, possuindo uma arquitetura riquíssima que pode contribuir muito para as aulas de Matemática, na qual puderam coletar imagens fotográficas. Estas serviram como recurso didático para a elaboração, na fase 2, do produto educacional.

**Fase 2: Design e Construção.** Na segunda fase “design e construção”, foi realizado o *design*, que “assemelha-se à criação” (Mckenney & Reeves, 2019, p. 85), ou seja, se planejou. A etapa da construção do produto educacional corresponde ao design da sequência, que começa com a escolha dos princípios prévios do design. Esses são ideias sobre as quais estão assentadas as ações e atividades realizadas na sequência e se estende até o design. Os princípios do design podem ser entendidos como pressupostos teóricos que fundamentam a estrutura do processo de design e a subsequente implementação do produto gerado (Kneubil & Pietrocola, 2017). Uma vez definidos os princípios do *design*, se inicia o *design* propriamente dito.

A proposição do produto educacional teve por base os seguintes princípios prévios: realização de um Trilho Matemático; proposição de situações-problema de natureza exploratória a partir da dinâmica do Trilho Matemático; uso de imagens fotográficas captadas de um contexto da cidade; proposição de situações autênticas que possam ser usadas em sala de aula do ensino fundamental; e, uso da tecnologia.

Após a definição dos princípios, projetou-se a versão inicial que contou com a participação dos professores e da professora pesquisadora. Após a primeira versão do produto foi realizado um microciclo de avaliação do mesmo que contou com a colaboração dos especialistas, que analisaram e contribuíram para o melhoramento das atividades inicialmente propostas. As discussões estabelecidas com esse grupo foram fundamentais para que pudessemos realizar correções e melhorias. Somente após realizado esse primeiro microciclo, é que, então, partimos para o nosso segundo microciclo, no qual ocorreu a aplicação das atividades, colaborativamente, com os professores participantes da pesquisa.

A sequência didática de atividades foi composta por 3 blocos de conteúdos compostos por atividades subsidiadas a partir das imagens fotográficas registradas na dinâmica do Trilho Matemático. O conteúdo de representação em perspectiva apresentado neste artigo, apresenta-se no bloco 3. Neste trabalho apresentamos um recorte de algumas atividades que compõem esse bloco.

## Aplicação do produto educacional

Neste artigo apresentamos a atividade 10 desenvolvida no bloco 3, a qual centrou-se na investigação de conceitos iniciais de representação em perspectiva, no sentido de desenvolver noções de profundidade e distância no espaço ao analisar imagens, bem como conhecer técnicas para representar relações espaciais tridimensionais numa superfície plana e representar em perspectiva uma imagem tridimensional no plano. A partir da análise das imagens fotográficas e da observação foi possível fazer conjecturas e identificar propriedades.

Na atividade 10.1, era esperado que os participantes definissem o que são retas paralelas e identificassem, na imagem fotográfica, a ideia de perspectiva, que é a arte de representar em um plano os objetos tais como se apresentam aos olhos, conforme a sua posição e distância dando a ideia de profundidade.

**Atividade 10 - Objetivo:** Explorar os conceitos de perspectiva, retas paralelas, perpendiculares e concorrentes.

Ao entrar na Catedral pela porta principal, tem-se à vista um corredor central que dá acesso ao altar, juntamente com outros corredores laterais no mesmo sentido.

Seguindo a tradição da arquitetura gótica, podemos observar que, no teto, as naves são cobertas por abóbadas nervuradas do tipo estrelas, sustentadas internamente por esbeltas e altas colunas octogonais executadas em tijolo, com capitéis decorados com motivos florais.

**Atividade 10.1** Observe as fotografias abaixo e responda.



**Fotografia 1**



**Fotografia 2**

- Nas colunas da fotografia 1, trace retas sobre o comprimento das colunas e descreva quais são as suas posições. As distâncias entre elas são iguais? Elas têm a mesma altura? São paralelas?
- Na fotografia 2, trace retas sobre o comprimento das colunas e descreva quais as suas posições. O que você percebe em relação às distâncias e à altura dessas colunas? São paralelas? Descreva o que você percebeu.
- Se na fotografia 1 a altura das colunas é sempre a mesma, por que na fotografia 2, ao final do corredor, essas colunas nos parecem menores, quando a olhamos?
- Na fotografia 2, como ficou a medida da largura do corredor ao fundo? E na largura *real* do corredor? Explique.

Na análise das respostas, constatou-se que os participantes, no item 'a', traçaram retas sobre as colunas na fotografia 1 e descreveram que as colunas estavam posicionadas de forma vertical e paralelas entre si, com distâncias e alturas iguais.

A pesquisadora solicitou que os participantes explicassem por que as colunas são paralelas. Um dos comentários foi o seguinte:

**PA:** *“As colunas são paralelas pois, basicamente, para ser paralelas, às linhas retas que não se encontram não apresentam pontos em comum, nunca se cruzam, mas tem o mesmo sentido”.*

Foi possível analisar no comentário do participante que o mesmo conseguiu explicar o que são retas paralelas.

No item 'b', os participantes traçaram retas na fotografia 2 sobre o comprimento das colunas e descreveram que a posição estava em ângulos diferentes. Também relataram que os seus tamanhos diminuía conforme iam se afastando na direção do altar.

No item 'c', os participantes tentaram explicar a diferença de altura das colunas nas fotografias e observou-se que a maioria percebeu que se tratava da noção de perspectiva, com exceção de um participante.

No item 'd', os participantes conseguiram identificar que a largura do corredor na imagem ia diminuindo. O participante 'PC' citou o exemplo de contar os azulejos para comprovar a largura real do corredor, como podemos observar nos comentários, descritos na sequência.

**PA:** *“É diferente a medida da largura do corredor no início e no final”.*

**PC:** *“Que legal essa imagem! Posso trabalhar proporção, as razões. Essa imagem é simétrica. Tudo que observo nela é simétrico. Impressionante, dá para ver os azulejos. Dá para contar quantos azulejos têm aqui e quantos têm no final. Os alunos podem imaginar o ladrilhamento ou até a área para provar que, lá no final, tem a mesma quantidade de azulejos e a mesma medida no real”.*

Percebe-se na fala de um dos participantes que a atividade possibilitou que ele fizesse possíveis conexões com outros conceitos matemáticos como razão e proporção.

A seguir, na atividade 10.2, esperava-se que os participantes identificassem a simetria na imagem, soubessem identificar retas perpendiculares e verificassem que a imagem muda conforme sua posição é alterada.

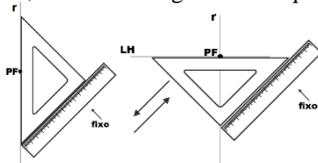
### Atividade 10.2

Na fotografia abaixo, inicialmente, foi marcado sobre as colunas os pontos E, G e I, inferiores, e os pontos F, H e J, superiores, destacando a altura. A seguir, a fotografia foi dobrada sobre a reta  $r$ , que divide a imagem no seu centro, depois foi desdobrada, abrindo-se novamente.



Fonte: Elaborado a partir da fotografia do participante PB

- Quando a fotografia foi dobrada, os pontos nas colunas coincidiram exatamente?
- Os pontos  $E'$ ,  $F'$ ,  $G'$ ,  $H'$ ,  $I'$  e  $J'$ , que destacam a altura das colunas na fotografia, são simétricos aos pontos  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $I$  e  $J$ ? Justifique.
- Na fotografia, o corredor está convergindo em direção ao altar? Os pontos destacados nas colunas também estão convergindo em direção ao altar? Trace a partir dos pontos e no corredor segmentos de retas que convergem em direção ao altar para comprovar tal fato.
- Observe os segmentos de reta traçados, chamados de linhas de fuga (LF), eles se cruzam em um único ponto, chamado Ponto de Fuga (PF). Destaque esse ponto (PF). Que efeitos esse ponto e os segmentos de reta dão à imagem?
- Trace uma linha horizontal (LH), perpendicular a esse Ponto de Fuga (PF) e a reta  $r$ . Descubra como. Se preferir, utilize uma régua e um esquadro, conforme modelo abaixo.



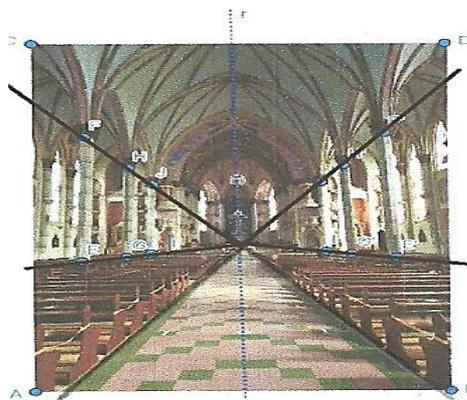
- O que é uma reta perpendicular?
- Onde estava posicionada a pessoa que registrou essa fotografia? A imagem foi registrada:

pela vista de cima, frontal, lateral direita ou lateral esquerda? Ocorre alguma alteração na imagem se modificarmos a posição da pessoa que registrou essa fotografia?

Nos itens ‘a’ e ‘b’, os participantes confirmaram que os pontos nas colunas coincidiram exatamente e que eram simétricos. Os participantes afirmaram que o corredor e os pontos destacados nas colunas estavam convergindo em direção ao altar. Traçaram segmentos de retas sobre a imagem para mostrar que estavam realmente convergindo, conforme podemos observar na Figura 3, a seguir.

### Figura 3

*Segmentos de reta traçados pelos participantes na imagem*



No item ‘d’, os participantes responderam sobre o efeito que esse ponto de fuga e os segmentos de reta davam à imagem, com os seguintes comentários:

**PC:** “Dá o efeito de que está convergindo para o altar”.

**PA:** “Dá o efeito que parece que está diminuindo”.

**PC:** “É a noção de perspectiva”.

**PB:** “Seria a noção de profundidade, de distância”.

Nos itens ‘e’ e ‘f’, os participantes tentaram traçar retas perpendiculares e explicaram corretamente o que é uma reta perpendicular, conforme podemos observar na fala do participante PC.

**PC:** “As retas perpendiculares são aquelas que se cruzam entre si num ponto comum e formam um ângulo de  $90^\circ$ , um ângulo reto”.

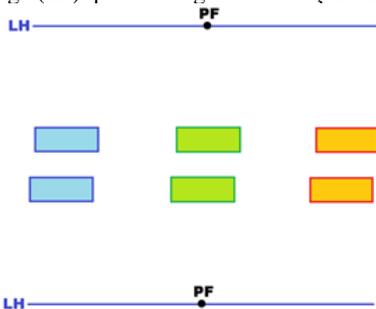
No item ‘g’, os participantes observaram a imagem e responderam que a pessoa que registrou a fotografia estava posicionada no início do corredor, em frente à porta de entrada, ao centro. Relataram que, se a posição da pessoa que registra a fotografia mudar, a imagem também mudará de posição.

Ao analisarmos as respostas dos participantes, foi possível perceber que conseguiram responder corretamente ao esperado.

Na atividade 10.3, esperava-se que os participantes identificassem as diferentes posições das linhas de fuga e percebessem que as imagens apresentavam a ideia de perspectiva.

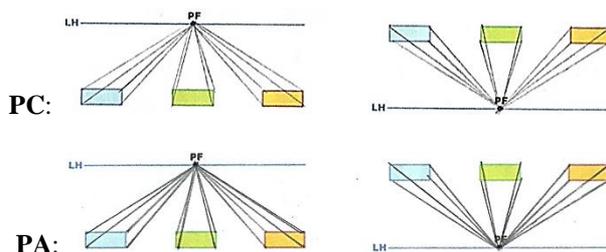
### Atividade 10.3

Nas figuras abaixo, temos um ponto de Fuga (PF) sobre uma Linha do Horizonte (LH) e retângulos em diferentes posições. Marque os vértices de cada retângulo e trace, a partir desses vértices, linhas de fuga (LF) que convergem em direção ao ponto de fuga (PF).



- Observe as imagens que se formaram. Que efeitos as Linhas de Fugas (LF) dão à imagem?
- Qual a diferença da imagem vista, dos retângulos que estão abaixo da linha do horizonte (LH) com imagem vista dos retângulos que estão acima da linha do horizonte (LH)?
- Considerando a forma que as linhas de fugas (LF) estão apresentadas nas imagens, é possível afirmar que todas elas estão em perspectiva?

Os participantes, inicialmente, marcaram os vértices e traçaram linhas de fuga em direção ao ponto de fuga. Isso pode ser visto na imagem e também afirmaram que o efeito dado às imagens era de profundidade em diferentes posições.



Na atividade 10.4, esperava-se que os participantes visualizassem nas imagens que a perspectiva está relacionada à ideia de profundidade. Também que conseguissem identificar as diferentes posições das linhas de fuga que convergiam para um ponto de fuga em cada imagem.

Os participantes analisaram as imagens e conseguiram identificar as linhas de fugas, conforme podemos observar em seus diálogos, na sequência.

**PC:** “*Sim, no corredor da Catedral, em direção à porta, no caminho que dá acesso ao chafariz da praça e na rua. Todos têm linhas convergindo para um mesmo ponto*”.

**PA:** “*Tem duas imagens que não estão centralizadas, mas, no fundo, consigo ver o ponto de fuga, onde as linhas convergem*”.

**PC:** “*A praça toda, ela converge para o chafariz. Que legal!*”

**PA:** “*Gostei disso! Aqui deu certo! Consegui traçar as linhas e elas convergem todas para um ponto. Que efeito legal! Dá a noção de profundidade mesmo. Também dá para trabalhar ângulos com os alunos*”.

Ao analisar o diálogo dos participantes, foi possível perceber que eles conseguiram atender ao esperado da atividade e confirmaram que é possível construir imagens em perspectiva, posicionando o ponto de fuga em diferentes posições.

#### Atividade 10.4

Nas três fotografias abaixo, há linhas convergindo para um mesmo ponto?



Trace Linhas de Fuga (LF). Localize e destaque o Ponto de Fuga (PF) e a linha do horizonte (LH) a partir desse (PF) em cada imagem. Que efeitos a (LH), o (PF) e as (LF) dão à imagem?

- a) É possível construir imagens em perspectiva, posicionando o (PF) em diferentes posições sobre a (LH)?

Na atividade 10.5, esperava-se que os participantes utilizassem as técnicas aprendidas e desenhassem em perspectiva.

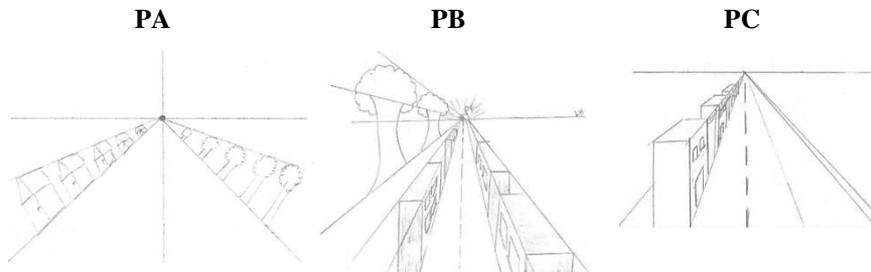
#### Atividade 10.5

Agora trace, em uma folha, uma linha do horizonte (LH), destaque um ponto de fuga (PF) sobre essa linha do horizonte (LH). Trace linhas de fugas (LF) a partir deste (PF). Seja criativo e desenhe em perspectiva. Sugestão: desenhe uma rodovia, estrada, corredor como referência e ornamente desenhos, como casas, árvores, prédios etc.

Nesse sentido, os participantes acabaram desenhando, conforme podemos observar nos seus traçados e na Figura 4, na sequência.

## Figura 4

*Perspectiva no plano traçada pelos participantes*



**PC:** *“Tanto faz se o ponto ficar em qualquer lugar, né?”*

**PA:** *“Sim, vou traçar linhas de fuga para cima, para baixo. Eu não sou muito boa em desenhos (risos)”*.

**PB:** *“Quanto mais se afasta, menor ela vai ficando. Dá a ideia de profundidade”*.

**PC:** *“No ensino médio, temos que trabalhar os sólidos em perspectiva, de frente, de lado. Eu vou te dizer que fiz isso aqui no 9º ano, eles quase choravam. Nos primeiros dias eu trabalhei duas semanas ou três as noções de perspectiva, no final. Depois que você aprende e entende, daí fica claro”*.

**PA:** *“Ultimamente, não trabalhei mais com 9º ano, daí não cheguei a trabalhar isso ainda. Eu nunca fui boa em desenho”*.

Foi possível analisar que os participantes conseguiram desenhar em perspectiva, utilizando o ponto de fuga, a linha do horizonte e as linhas de fuga, dentro das suas possibilidades. O participante ‘PA’, em vários momentos, citou que não era muito bom com desenho, mas foi possível observar, em seus comentários, que conseguiu compreender, ao final das atividades, a ideia de perspectiva.

**Fase 3: Avaliação e Reflexão.** Após a aplicação das atividades, passamos para a fase 3 de avaliação e reflexão. No nosso estudo a avaliação e reflexão foram realizadas durante todo o período da pesquisa. Ao final das atividades, foi estabelecida uma discussão geral em que os participantes puderam argumentar sobre as atividades desenvolvidas e sua adequação ao

nível de seus alunos e quais as dificuldades de sua implementação na sala de aula. Percebemos que estes compreenderam os conceitos envolvidos além de estabelecerem conexões com outros conteúdos. De acordo com Krasilchik (2004), esse fato pode ter ocorrido porque os conceitos foram apresentados de modo contextualizado e, também, os participantes foram coautores das atividades construídas. Essas atividades mostraram-se compreensíveis e motivadoras para a aprendizagem, bem como desafiaram a imaginação e a compreensão das professoras.

O presente estudo permitiu que a aprendizagem sobre os conteúdos propostos, inicialmente, de fato, ocorresse, mobilizou as professoras em relação à motivação, ao interesse e à participação nas atividades didáticas.

Os princípios de *design*, definidos previamente, foram avaliados e validados ao longo do processo de aplicação das atividades. Além dos princípios definidos inicialmente, foi possível definir novos princípios que surgiram ao longo do percurso formativo. Destacam-se:

- a) a construção de um processo coletivo e cooperativo de aprendizagem, privilegiando atividades de interação e discussão com os participantes;
- b) o uso de fotografias forneceu um material didático que facilitou a compreensão dos conteúdos abordados;
- c) a contextualização dos assuntos abordados possibilitou o estabelecimento de conexões com outros conteúdos, dando sentido à Matemática;
- d) a coparticipação no planejamento e construção do produto educacional despertou a motivação para o trabalho realizado;
- e) a conexão com a realidade local possibilitou a criação de um material original e que pode ser usado em sala de aula no nível fundamental;
- f) o entusiasmo dos participantes ao se depararem com o estudo dos conceitos de geometria de uma forma lúdica com base em imagens do local em que vivem;
- g) o desenvolvimento da capacidade de percepção de objetos da matemática no ambiente em que vivemos;
- h) o desenvolvimento da capacidade de criação e resolução de problemas.

Foi possível perceber, de modo geral, que as professoras tinham, ao final da intervenção, conhecimento dos conceitos da geometria, mas não

conseguiram relacioná-los de modo didático com o cotidiano que vivem, dando voz a dificuldades para com o trabalho com seus alunos.

Observamos que o produto educacional proposto, a partir de imagens, mobilizou o interesse, a motivação e o entusiasmo das professoras para com o ensino da geometria porque durante todo o processo mostraram a preocupação com a aplicação com seus alunos tentando sempre adaptar o trabalho ao nível fundamental. As contribuições e *feedback* dos especialistas, que foram tomadas durante o primeiro microciclo de avaliação, também ajudaram na validação dos princípios pré-estabelecidos.

A atividade 10, aqui descrita, não exigiu a utilização de recurso tecnológico para a sua realização. Sendo assim, esse princípio, inicialmente definido, não pôde ser validado, pois os participantes preferiram usar apenas lápis e papel.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo expor os resultados parciais de um ciclo da PBD, que compreendeu a definição de um problema sistêmico relacionado com a geometria plana no ensino fundamental, especificamente relacionada com o conteúdo de perspectiva, a definição de princípios de design preliminares, o design de um produto educacional, aplicação e validação, além do estabelecimento de novos princípios, a partir das observações durante o desenvolvimento do processo formativo.

O presente estudo permitiu mostrar o sucesso em termos da validação de parte de uma sequência de atividades sobre os conceitos de perspectiva a partir de material coletado em um Trilho Matemático realizado pelas ruas da cidade de Santa Cruz do Sul. O sucesso observado deve-se ao fato de que as atividades, aqui descritas, mobilizaram os participantes no que tange à motivação, ao interesse e à participação nas atividades didáticas. A coparticipação na construção das atividades, as discussões estabelecidas entre os participantes, com a professora pesquisadora e o grupo de pesquisadores da universidade, transformou a atuação dos professores e possibilitou a criação de um ambiente rico em interações.

Contudo, algumas considerações devem ser feitas no sentido de aprimorar o produto educacional. Percebemos que mesmo após o desenvolvimento das atividades, algumas concepções errôneas persistiram nas respostas dos participantes relacionadas com os conceitos geométricos e que

necessitam ser retomadas em um outro ciclo da PBD. Aqui é preciso retomar o levantamento das dificuldades que persistem, a discussão e sistematização e propor um *redesign* das atividades para que a aprendizagem, de fato, ocorra. Esse fato se configura como um novo princípio de *design* que emergiu dos resultados obtidos da aplicação.

As contribuições e *feedbacks* do grupo de especialistas ajudaram a melhorar o produto educacional e a validar os resultados obtidos. Os encontros contínuos com esse grupo, mesmo on-line, possibilitaram um acompanhamento da aplicação das atividades e possíveis correções que foram realizadas durante todo o percurso formativo.

A utilização de imagens fotográficas, captadas pelos participantes da pesquisa, foi determinante para a obtenção dos resultados descritos, pois permitiu a inserção das mesmas na construção das atividades e, ao mesmo tempo, puderam exercer o protagonismo como professoras.

A ideia do conceito de perspectiva foi compreendida pelos participantes e as fotografias auxiliaram na sua compreensão. Elas perceberam e registraram em seus relatos que a questão de profundidade, na qual um objeto pode parecer estar mais longe, mais perto, maior ou menor do tamanho real, foi central e o material capturado, internamente na catedral, contribuiu para sua percepção de modo claro.

Acreditamos que a abordagem, com a utilização de imagens fotográficas, as atividades colaborativas de construção de conhecimento e contextualização em relação ao cotidiano dos participantes, possibilitou uma aprendizagem mais significativa. O ambiente criado proporcionou espaços de criação, de exploração, de descoberta e de construção do conhecimento. Isso está em conformidade com as ideias de Vergnaud (2009, p. 156), quando afirma que são as situações que dão significado ao conceito e que, no processo de ensino e aprendizagem, o mesmo “[...] não pode ser reduzido à sua definição [...]. É através das situações a resolver que um conceito adquire sentido”, devendo ser construído através da contextualização, por meio de diferentes atividades. Dessa forma, os professores participantes conseguiram dar significado ao que foi estudando e poderão, posteriormente, trabalhar com seus alunos.

O relato apresentado é um fragmento de uma pesquisa mais ampla e os próximos passos estão relacionados com os novos ciclos da PBD, ou seja, sua implementação com os alunos do ensino fundamental, coleta de dados, análise, validação e *redesign*.

## DECLARAÇÕES DE CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

DSFSF e VB conceberam a ideia apresentada e mobilizaram a estrutura teórica metodológica. A DSFSF adaptou a metodologia para esse contexto, criou modelos, realizou as atividades práticas, coletou dados e analisou os dados documentais. VB orientou a pesquisa e revisou a estrutura teórica, supervisionou e orientou a pesquisa. Todos os autores participaram ativamente da discussão dos resultados, revisaram e aprovaram a versão final do trabalho.

## BIBLIOGRAFIA

- Amiel, T., & Reeves, T. C. (2008). Design-Based Research and Educational Technology: Rethinking Technology and the Research Agenda. *Educational Technology & Society*, 11(4): 29-40.
- Aumont, Jacques (2002). *A Imagem*. (7. ed.) Papirus.
- Brown, Ann. Lesley (1992). Design Experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *Revista das ciências da Aprendizagem*, 2: 141-178. [https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202\\_2](https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2)
- Buratto, Ivone Catarina Freitas (2012). *Historicidade e Visualidade: Proposta para uma nova narrativa na Educação Matemática*. Tese. (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina.
- Cifuentes, José Carlos (2005). Uma Via Estética de acesso ao conhecimento Matemático. *Boletim GEPEM USU*, Rio de Janeiro, 4: 55-72.
- Cifuentes, J. C., & Santos, A. H. Dos (2019). Da percepção à imaginação: aspectos epistemológicos e ontológicos da visualização em Matemática. *Educere et Educare*, 14(33): 1-21.
- Collins, Allan (1992). Towards a design science of education. In: Scanlon, E., & O'shea, T. (Ed.), *New directions in educational technology* (pp. 15-22). Springer.
- DBR-Collective (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1): 5-8.
- Brasil. Ministério da Educação e do Desporto (2016). *Avaliação Internacional: Média em Matemática está entre as menores do Pisa*. MEC Brasília. <http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/222->

537011943/42771-media-em-matematica-esta-entre-as-menores-do-pisa.

- Brasil. Ministério da Educação (2017). *Base Nacional Comum Curricular BNCC. Educação é a Base*. MEC/CONSED/UNDIME. 600 p.
- Feldman-bianco, B., & Leite, M. L. M. (1998). *Desafios da Imagem: Fotografia, icografia e vídeo nas ciências sociais*. Papyrus.
- Flores, Claudia Regina (2012). Iconografia militar e práticas do olhar: ressonâncias na visualização matemática. *Bolema*, Rio Claro, 26(42A): 87-104.
- Flores, Claudia Regina (2012). Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, 14(1): 31-45.
- Flores, Claudia Regina (2010). Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares. *Revista ZETETIKÉ*, Campinas, 18.
- Flores, Claudia Regina (2007). *Olhar, saber, representar: Sobre a representação em perspectiva*. Musa.
- Inep (2019). *Relatório Brasil no PISA 2018 versão preliminar*. Inep/MEC. [https://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio\\_PISA\\_2018\\_preliminar.pdf](https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf).
- Inep (2012). *Relatório Nacional PISA 2012: resultados brasileiros*. Fundação Santillana/Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico OCDE. [https://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio\\_nacional\\_pisa\\_2012\\_resultados\\_brasileiros.pdf](https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf).
- Kneubil, F. B., & Pietrocola, M. A (2017). A pesquisa baseada em Design: visão geral e contribuições para o ensino de ciências. *Revista Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, 22(2): 1-16.
- Krasilchik, Myriam (2004). *Prática de Ensino de Biologia*. (4 ed. rev.) Editora da Universidade de São Paulo. 102 p.
- Manguel, Alberto (2006). *Lendo Imagens: uma história de amor e ódio*. Companhia das Letras.
- Martins, R., & Tourinho, I. (2013). *Processos & Práticas de Pesquisa em Cultura Visual & Educação*. Editora da UFSM.

- Matta, A. E. R., Silva, F. P. S., & Boaventura, E. M. (2014). Design-based research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação no século XXI. *Revista da FAEBA – Educação e Contemporaneidade*, 23(42): 23-36.
- Mckenney, S. & Reeves, T. C. (2020). Educational Design Research: Portraying, conducting, and enhancing productive Scholarship. *Medical Educacion*, 55: 82-92.
- Mckenney, S., & Reeves, T. C. (2019). *Conducting Educational Design Research*. (2. ed.) Routledge.
- Projavi, Ferreira, A. S., & Lourenço, V. (2013). *PISA 2012, Portugal - Primeiros resultados* [PISA 2012, Portugal - First results]. ProjAVI Grupo de Projeto para Avaliação Internacional de Alunos. [https://www.dgeec.mec.pt/np4/246/7BclientServletPath7D/?newsId371&fileNamePISA\\_Primeiros\\_Resultados\\_PORTUGAL.pdf](https://www.dgeec.mec.pt/np4/246/7BclientServletPath7D/?newsId371&fileNamePISA_Primeiros_Resultados_PORTUGAL.pdf) .
- Reeves, Thomas Charles (2006). Design research from the technology perspective. In: Akker, J. Van Den (Ed.), *Educational Design Research* (pp. 52-67). Routledge.
- Rodrigues, B. M. B., & Ponte, J. P. M. D. (2020). Investigação Baseada em Design: Uma experiência de formação de professores em Estatística. *Revista Educação Matemática e Pesquisa*, 22(3): 138-167.
- Santaella, Lucia (2012). *Leitura de Imagens*. Melhoramentos.
- Santos, C. A., & Nacarato, A. M. (2014). *Aprendizagem em Geometria na educação básica: a fotografia e a escrita em sala de aula*. (1 ed.) Autêntica.
- Vergnaud, Gerard (2009). *A criança, a Matemática e a Realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Editora da UFPR.
- Wang, F. & Hannafin, M. Design-Based Research and Technology-Enhanced Learning Environments. *Educational Technology Research and Development*, 53(4), 5-23, 2005.