



Um olhar para as atividades com o uso do software de geometria dinâmica nos livros didáticos: como elas se caracterizam?

Ayla Moulaz Carvalho^a 
Rúbia Barcelos Amaral^a 

^a Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, São Paulo, Brasil.

RESUMO

Contexto: O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2020 foi o primeiro a prever o desenvolvimento das competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular. Essa inclui orientações específicas sobre o uso de Tecnologias Digitais; dentre elas, o software de geometria dinâmica (SGD). **Objetivos:** Nesse contexto, a pesquisa que apresentamos buscou caracterizar e compreender o papel do software de geometria dinâmica nas atividades propostas nos livros didáticos (LD) dos Anos Finais do Ensino Fundamental aprovados no PNLD 2020. **Design:** Foi realizada uma análise documental em quatro coleções, tendo em vista um procedimento metodológico que considerou a construção e visualização associadas à experimentação-com-tecnologias e à investigação matemática. **Ambiente e participantes:** A partir dessa análise, foram identificadas 36 atividades com o uso do SGD e classificadas de acordo com o procedimento metodológico criado. **Produção e análise de dados:** A classificação foi a seguinte: corroboração da compreensão de conjecturas (16), descoberta matemática (13), domesticação da tecnologia (5) e simples constatação (2). No âmbito da discussão sobre a investigação matemática, observou-se que apenas uma atividade possuía tal abordagem, pois havia um convite aos estudantes para justificarem as conjecturas levantadas. **Resultados:** Os resultados mostram que, em três das quatro coleções estudadas, o SGD auxilia na compreensão de conjecturas, enquanto, em uma, ele desempenha um papel mais voltado para a descoberta matemática. **Conclusões:** Tendo ciência desses papéis nos LD, os professores podem realizar uma adaptação ou uma (re)estruturação das atividades, quando julgarem necessário, potencializando ganhos pedagógicos em suas aulas. Além disso, reforça-se a importância de que autores/editores de LD desenvolvam propostas que utilizem o SGD de forma a criar um ambiente mais propício à aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais; PNLD; Anos Finais do Ensino Fundamental; Educação Matemática.

Corresponding author: Ayla Moulaz Carvalho. Email: ayla.m.carvalho@unesp.br

A look at activities using dynamic geometry software in textbooks: how are they characterized?

ABSTRACT

Background: The 2020 National Textbook and Teaching Material Program (PNLD) was the first to include the development of the competencies and skills outlined in the Brazilian National Common Core Curriculum (BNCC), which includes specific guidelines on the use of Digital Technologies, among them dynamic geometry software (DGS). **Objectives:** In this context, the research we present aimed to characterize and understand the role of DGS in the activities proposed in middle school mathematics textbooks approved by the PNLD 2020. **Design:** A document analysis was conducted on four textbook series, based on a methodological procedure that considered construction and visualization associated with experimentation-with-technologies and mathematical investigation. **Setting and Participants:** From this analysis, 36 activities involving the use of DGS were identified and classified according to the proposed methodological framework. **Data production and analysis:** The classification was as follows: corroboration of conjecture understanding (16), mathematical discovery (13), domestication of the technology (5), and simple observation (2). Within the scope of mathematical investigation, only one activity was found to promote this approach, as it explicitly invited students to justify the conjectures they formulated. **Results:** The results show that, in three out of the four textbook series analyzed, DGS supports the understanding of conjectures, whereas in one series, it plays a role more focused on mathematical discovery. **Conclusions:** By being aware of these roles of DGS in textbooks, teachers may adapt or (re)structure the activities when deemed necessary, thereby enhancing pedagogical outcomes in their classes. Additionally, the findings highlight the importance of textbook authors/editors developing proposals that use DGS in ways that foster a more favorable environment for mathematical learning.

Keywords: Digital Technologies; PNLD; Elementary School; Mathematics Education.

O LIVRO DIDÁTICO E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS

O Brasil possui um dos maiores programas de avaliação e distribuição de Livros Didáticos (LD) do mundo: o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). O objetivo desse programa é fornecer, de forma gratuita e universal, obras didáticas – especialmente os livros didáticos – para todos os alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio nas Redes Públicas de Ensino brasileiras.

O PNLD também estabelece diretrizes para os autores e editoras sobre o conteúdo que deve ser incluído nesses livros. Desde 2014, essas diretrizes abordam especificamente a inclusão das Tecnologias Digitais (TD), incluindo o uso de softwares como o software de geometria dinâmica (SGD), como parte do processo de avaliação e aprovação dos materiais.

Além disso, o PNLD 2020 (o primeiro direcionado aos Anos Finais do Ensino Fundamental após a promulgação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC em 2018), orienta que o principal objetivo do Programa é contribuir para o desenvolvimento das competências e habilidades da BNCC (Brasil, 2018), sendo que o mesmo ocorreu para o PNLD 2024 novamente destinado aos Anos Finais.

Como exemplificação, a competência geral de número 4 trazida pela Base destaca: “compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação **de forma crítica, significativa, reflexiva e ética** nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) [...]” (Brasil, 2018, p. 9, grifo das autoras).

As habilidades descritas na BNCC apresentam ideias alinhadas à competência digital: entre as 121 habilidades de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental, 11 fazem referência às TD, sendo que oito mencionam especificamente o SGD. Isso indica que – para serem aprovados – LD atuais precisam incluir atividades que utilizem esse tipo de software.

No entanto, a simples menção às TD nos livros não garante que os autores estejam explorando plenamente suas potencialidades. Em alguns casos, as tecnologias podem ser incorporadas apenas como um requisito formal para atender às exigências do PNLD, sem necessariamente contribuir para uma aprendizagem que promova a compreensão aprofundada dos conteúdos.

Apesar das diretrizes regulamentares dos livros didáticos estabelecidas nos editais do PNLD desde 2014, pesquisas indicam que os materiais nem sempre seguem essas orientações. Gitirana, Bittar e Ignácio (2014), ao analisarem a inclusão dos Objetos Educacionais Digitais (OED) nos livros aprovados pelo PNLD 2014, identificaram discrepâncias nesse processo. Embora cinco coleções tenham sido aprovadas, foram submetidos 200 OED para avaliação, dos quais apenas 16 foram aceitos e incorporados aos livros, distribuídos em três coleções – enquanto duas não incluíram nenhum desses objetos.

O alto número de OED rejeitados (184) se deve – principalmente – à baixa qualidade conceitual, à falta de esforços na integração entre os OED e à abordagem pedagógica do livro, além de ser creditado a erros conceituais, indução a equívocos, reforço de estereótipos e à subutilização das potencialidades tecnológicas. Muitos dos recursos avaliados não apresentavam diferenciais significativos em relação ao livro impresso, comprometendo seu papel no ensino e na aprendizagem.

Amaral-Schio (2018), ao analisar atividades de cinco coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovadas no PNLD 2015, com foco no uso de tecnologias para o desenvolvimento de objetos do conhecimento em Geometria, evidencia a baixa presença dessas ferramentas nos materiais. Além disso, mesmo quando há essa presença, Ribeiro e Amaral (2016, p. 73), em pesquisa baseada em três coleções dos Anos Finais, destacam que os OED presentes nos livros não favorecem a interatividade e o conteúdo matemático nem sempre é tratado como prioridade (e, por vezes, não é apresentado de maneira matematicamente correta).

À luz de tais resultados de pesquisas e questionamentos apresentados, compartilham-se aqui resultados de uma pesquisa de mestrado (Carvalho, 2022) na qual a pergunta diretriz foi: qual o papel do software de geometria dinâmica em atividades propostas nos Livros Didáticos de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental? O seu objetivo foi caracterizar e compreender o papel do software de Geometria Dinâmica em atividades propostas nos LD dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovados no PNLD 2020, nos capítulos da unidade temática de Geometria.

Entende-se que essa pesquisa traz contribuições ao campo da Educação Matemática na medida em que analisa um conjunto de LD aprovado por um Programa nacional de política pública e presente em grande parte das escolas públicas brasileiras. O PNLD, em suas diferentes fases, avalia os livros propostos pelas editoras, e aqueles aprovados e escolhidos pelos professores são distribuídos nas escolas. Falta, no entanto, um processo de avaliação do Programa (Amaral et al., 2022).

Pesquisas como essa podem fomentar a reflexão de aspectos importantes de avaliação, como a presença das tecnologias nas atividades propostas. As questões aqui discutidas podem vislumbrar – ainda – que os professores ponderem aspectos relevantes da prática docente, bem como os autores e equipe de avaliadores do PNLD repensem o papel das TD nos LD de Matemática da Educação Básica.

CONSTRUÇÃO E VISUALIZAÇÃO ASSOCIADAS À EXPERIMENTAÇÃO-COM-TECNOLOGIAS E À INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Na perspectiva da Geometria Dinâmica, na qual o movimento é intrínseco aos processos que a envolvem, há uma distinção importante entre construção e desenho. De acordo com Laborde (1998), construção se refere à criação de figuras geométricas que mantêm suas propriedades fundamentais,

mesmo quando algum de seus elementos – como um ponto ou uma reta – é arrastado. Nesse sentido, diz-se que a figura geométrica resiste à prova do arrastar (Zulatto, 2002). Se a figura não resiste a esse movimento, ela é considerada um desenho (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2020), como uma fotografia de um objeto geométrico.

Essa ideia de movimento pode ser explorada em conjunto com a visualização, uma vez que, ao manipular figuras geométricas dinamicamente, abre-se a possibilidade de visualização e manipulação dos objetos. Ao planejar uma atividade baseada no SGD, é essencial explorar o aspecto visual, visto que o software oferece feedback quase imediato. Esse feedback exige uma interpretação dos estudantes, o que torna a visualização um aspecto fundamental na Geometria Dinâmica (Laborde, 1998).

Zimmermann e Cunningham (1991) definem visualização como o processo de formar imagens com um propósito. Não se trata apenas de criar ou observar imagens, mas de usá-las para gerar descobertas ou promover o entendimento matemático. Para os autores, essa formação de imagens pode ser feita mentalmente, com lápis e papel, ou por meio de TD. Nesse contexto, a visualização está diretamente ligada à compreensão de um problema e à descoberta matemática, exigindo uma participação ativa dos que estão visualizando.

Dessa forma, após a construção de um objeto geométrico, é crucial ter um objetivo para visualizá-lo, seja levantando hipóteses, seja fazendo descobertas e validando propriedades ou confirmando ideias previamente formuladas. A interação com o objeto criado é fundamental, e isso é viabilizado pela manipulação oferecida pelo SGD.

À medida que, por meio da manipulação, há essa exploração, a visualização ocorre, já que o primeiro oferece meios para que conexões possam acontecer, processo essencial pela definição de visualização que foi adotada. É uma perspectiva na qual a visualização possibilita novas compreensões matemáticas e, conseqüentemente, a aprendizagem matemática. Dessa forma, aponta a importância da exploração em atividades matemáticas.

De acordo com Borba e Villarreal (2005), um experimento é realizado para verificar a verdade de uma hipótese a fim de aceitá-la ou rejeitá-la, descobrir algo desconhecido, ou para fornecer exemplos de uma verdade conhecida. A ideia do experimento de descobrir algo desconhecido se associa com a ideia da descoberta matemática, sendo essa primordial na produção de sentidos matemáticos, como apontam Borba, Scucuglia e Gadanidis (2020), ao

expressar que a descoberta de padrões ou singularidades entre representações de objetos matemáticos estimula a produção de sentidos matemáticos. Dessa maneira, há uma dimensão empírica que envolve tanto o pensamento, quanto a aprendizagem matemática.

Na dimensão empírica da aprendizagem matemática, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2020), por meio da teoria da experimentação-com-tecnologias, argumentam que os recursos tecnológicos digitais assumiram um papel central devido ao seu caráter essencialmente experimental e visual. Dessa forma, torna-se evidente a relevância da dimensão experimental, além da visual (já discutida), no uso do SGD.

Apesar disso, é possível utilizar as TD; consequentemente o SGD, numa forma domesticada (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2020). Isso significa que se utiliza o software de forma que o usuário mantém intactas práticas que foram feitas anteriormente com tecnologias convencionais, como por exemplo, após construir o gráfico de uma função afim com lápis e papel, fazer o mesmo em um software. O SGD traz uma infinidade de possibilidades visuais; não explorar essa capacidade, principalmente dentro de um assunto já conhecido pelo estudante, é ter um papel que pode tender a tal domesticação, não criando possibilidades para os alunos.

Baldini e Cyrino (2012) destacam que, em ambientes de aprendizagem, é interessante integrar a investigação matemática a softwares como o GeoGebra, pois essa ferramenta possibilita a criação, manipulação e exploração de situações matemáticas. Além disso, favorece a análise, a formulação de conjecturas, a identificação de regularidades, a discussão de resultados e a generalização de conceitos.

Do ponto de vista conceitual, investigar pode ser entendido como a busca por relações entre objetos matemáticos, sejam eles conhecidos sejam desconhecidos, com o objetivo de identificar suas propriedades (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2019). Esses autores ressaltam que a investigação matemática não está necessariamente associada a problemas sofisticados, mas sim à formulação de questões abertas – ou seja, questões que não possuem uma única resposta e podem ser exploradas de diferentes maneiras. Esse processo possibilita o surgimento de novos problemas e exige respostas fundamentadas e rigorosas, sempre que possível (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2020).

A investigação matemática envolve quatro momentos principais: (1) reconhecimento da situação, exploração e formulação de questões ou inquietações iniciais; (2) formulação de conjecturas; (3) realização de testes e

possível refinamento das conjecturas; e (4) justificação das conjecturas por meio da demonstração e avaliação do trabalho realizado (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2019). Os autores enfatizam que esses momentos, especialmente os três primeiros, podem ocorrer de forma simultânea.

Dentre esses quatro momentos, destaca-se a justificação das conjecturas, cujo papel foi discutido anteriormente. Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) alertam que essa etapa – frequentemente – é deixada em segundo plano ou até mesmo esquecida, especialmente nos níveis iniciais de escolaridade. No entanto, ao estruturar a investigação matemática em etapas, os autores deixam explícita a importância da justificação das conjecturas para que o processo investigativo não seja empobrecido. Esse momento é essencial para consolidar o conhecimento matemático e garantir que as atividades propostas promovam uma investigação mais aprofundada e significativa. Como expressou Zulatto (2002, p. 29):

Caminhar nesta direção, levantando hipóteses, fazendo explorações, testando pelo arrastar, pode ser uma alternativa para o uso de softwares de Geometria Dinâmica. Porém, para que seu uso não seja um obstáculo à demonstração, é preciso não mais enfatizar o convencimento, que é adquirido, muitas vezes, com o manuseio do software, e sim, instigar os alunos a explicarem o porquê da veracidade de suas conjecturas, evitando, assim, deixar as demonstrações esquecidas, relegadas a segundo plano.

Com essa percepção, é possível notar uma aproximação entre experimentação-com-tecnologias e investigação matemática. Além da justificação, também se vê a descoberta matemática associada a ambas, assim como observam Borba, Scucuglia e Gadanidis (2020). Eles destacam que a utilização de um SGD pode ser significativa para a aprendizagem matemática quando o cenário didático-pedagógico que envolve as atividades com o uso desses softwares abrange a complexidade do pensamento matemático, assim como o fato de que a busca por desenvolver tal complexidade é fundamental na (re)elaboração de atividades investigativas.

A ideia da (re)elaboração parte de uma categorização simplificada que Borba, Scucuglia e Gadanidis (2020) sugerem para indicar uma distinção entre adaptação e (re)estruturação de uma atividade, que se descreve da seguinte maneira: adaptação da atividade é quando o objetivo da atividade, bem como a sua natureza, são preservados, enquanto aspectos relacionados à construção que podem ser modificados, sejam eles não sofrendo mudanças significativas;

sejam reforçando o caráter experimental da atividade. Já na (re)estruturação da atividade, o objetivo da atividade é mantido; entretanto a natureza da construção não é.

Tais ideias apoiam o que se considera importante nesta pesquisa, uma vez que, com o objetivo de utilizar o SGD de acordo com suas potencialidades para a aprendizagem matemática, é requerido que atividades apresentadas pelos LD sejam adaptadas, estruturadas ou (re)estruturadas tendo em vista a experimentação-com-tecnologias e a investigação matemática, de acordo com a necessidade.

Portanto, é de suma importância, na elaboração de atividades com o uso de um SGD, que os autores e editores levem em consideração integrar construção e visualização por meio da exploração em suas abordagens, não sugerindo o uso do software de uma forma domesticada, mas oferecendo propostas ao professor que podem potencializar a aprendizagem por meio do seu uso. Sendo assim, a caracterização de tais atividades é primordial para entender o papel que o SGD tem desempenhado nas atividades presentificadas nos LD.

METODOLOGIA

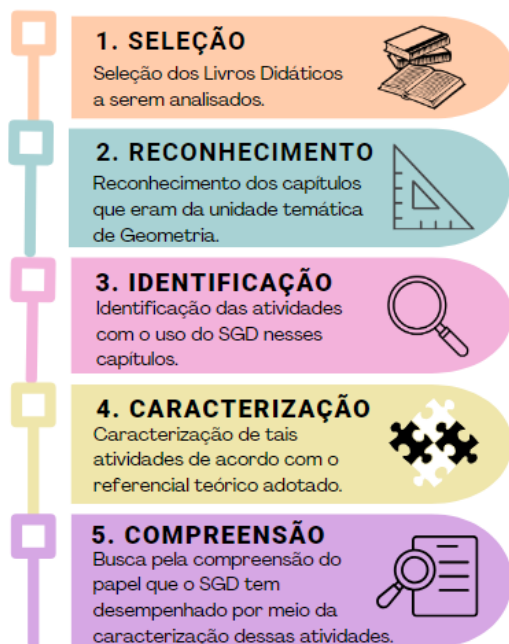
A pesquisa em questão adota uma abordagem qualitativa, na qual, conforme Alves-Mazzotti (2001), o pesquisador é considerado o principal agente da investigação, devendo manter um contato constante com a fonte de dados e oferecer descrições detalhadas sobre os elementos que está analisando.

Dessa forma, para alcançar os objetivos propostos nesta pesquisa qualitativa, considerando que o livro didático é o objeto de estudo, acredita-se ser apropriado realizar uma análise documental. Segundo Lüdke e André (2011, p. 38), essa abordagem pode ser uma técnica valiosa para o tratamento de dados qualitativos, revelando aspectos novos de um tema ou problema.

Conforme Cellard (2008), a pesquisa baseada na análise documental deve procurar extrair o maior número possível de informações dos materiais analisados, com o intuito de obter elementos relevantes que formem um *corpus* adequado para a análise subsequente. Nesse sentido, o exame detalhado faz parte da abordagem adotada pela pesquisadora, que estará voltada para o livro didático, o qual servirá como fonte documental (Cechinel et al., 2016). Tendo isso como base, o caminho metodológico dessa pesquisa se apresenta na Figura 1.

Figura 1

Percurso metodológico desta pesquisa.



Optou-se por analisar quatro coleções das 11 aprovadas para os anos finais do Ensino Fundamental no PNLD 2020, sendo estas as mais recentes em função do ano de início da pesquisa. Cada coleção inclui quatro livros, destinados ao 6º ao 9º ano, totalizando 16 livros analisados. Dos mais de dez milhões de livros didáticos distribuídos em 2020 para as escolas públicas brasileiras, aproximadamente 70% pertencem a essas quatro coleções, o que destaca a representatividade desses dados (Brasil, s.d.). Os livros utilizados na pesquisa foram obtidos por meio da doação de uma escola pública, sendo todos Manuais do Professor (MP). Embora a análise tenha sido realizada nos livros físicos, as imagens apresentadas ao longo deste artigo são das versões online, com o intuito de oferecer uma melhor qualidade de imagem das páginas.

Nos 16 LD analisados, foram identificados os capítulos correspondentes à unidade temática de Geometria, conforme a organização apresentada pelos elaboradores nas páginas iniciais, em alinhamento com a estrutura proposta pela BNCC. Nessas seções, foram buscadas atividades que utilizassem o SGD em sua realização, geralmente localizadas em seções específicas para esse propósito. Ao todo, foram encontradas 36 atividades

distintas. Cada uma delas foi nomeada com um código composto por duas letras seguidas de um número, variando de acordo com a coleção.

Uma das coleções é a *Apoema* (Longen, 2018), em que foram encontradas nove atividades no total, nomeadas como AP01, AP02, e assim por diante até AP09. Na coleção *A Conquista da Matemática* (Giovanni Júnior & Castrucci, 2018), havia CM01 até CM04; e na *Araribá Mais* (Gay & Silva, 2018), AR01 até AR15; e, finalmente, *Teláris* (Dante, 2018), com TE01 até TE08.

Para caracterizá-las e baseando-se no referencial teórico, foi criado um procedimento metodológico (Carvalho, 2022) que tinha como base dois questionamentos a cada uma das 36 atividades encontradas. São eles: 1. *Os conceitos trabalhados na atividade já foram abordados anteriormente, seja no próprio livro seja em livros anteriores da mesma coleção dentro dos Anos Finais?* 2. *Há um convite à exploração, por meio de testes de visualização e movimento, sendo promovido pela atividade?*

A exploração por meio da visualização e do movimento ocorre a partir do arraste dos elementos móveis de um objeto construído no SGD, demandando que sejam interpretados matematicamente. Esse processo será denominado teste de visualização e movimento, pois envolve a manipulação da construção com o intuito de que as imagens formadas auxiliem na compreensão ou descoberta de conceitos (Zimmermann & Cunningham, 1991).

Com base em Borba e Villarreal (2005), compreende-se que atividades que exploram tanto conceitos já conhecidos quanto novos – desde que apresentem características exploratórias – enquadram na abordagem da experimentação-com-tecnologias. Nessas atividades, a interação com o software possibilita testes e um feedback visual instantâneo, favorecendo a aprendizagem matemática.

Considerando a diferenciação feita pelos autores sobre os conhecimentos previamente abordados para o estudante, torna-se necessário distinguir entre dois diferentes tipos de atividades. Quando uma atividade convida à exploração por meio da visualização e do movimento e se baseia em conceitos desconhecidos pelo aluno, ela promove a *descoberta matemática*. Nesse caso, ocorre a obtenção de resultados matemáticos anteriormente desconhecidos, alinhando-se a um dos objetivos da exploração: a formulação de novas conjecturas (Borba & Villarreal, 2005).

Por sua vez, se a atividade incentiva a exploração, mas trabalha com conceitos e conjecturas já apresentados no LD, sua função passa a ser a de

corroborar a compreensão de conjecturas, auxiliando o estudante no processo de convencimento matemático.

Já em situações em que não há convite à exploração – onde a experimentação-com-tecnologias não está presente – também se observa uma distinção entre os tipos de atividades. Caso a atividade trate de conceitos que ainda não foram trabalhados, seu objetivo se limita à *simples constatação*, utilizando o SGD para apresentar algo até então desconhecido pelo estudante sem promover um envolvimento exploratório.

Quando a atividade aborda conceitos já conhecidos e não explora as figuras construídas, pode-se interpretá-la sob a ótica da *domesticação da tecnologia*. O SGD oferece inúmeras possibilidades visuais, e não explorar esse potencial dentro de um conteúdo familiar ao estudante pode levar a uma abordagem limitada, sem criar oportunidades para uma aprendizagem mais significativa.

Dessa forma, propõe-se um procedimento metodológico estruturado em uma matriz 2x2 – conforme apresentado na Figura 2 – categorizando as atividades analisadas. As categorias situadas na coluna da esquerda envolvem a experimentação-com-tecnologias, enquanto as da coluna da direita não apresentam essa abordagem.

Figura 2

Sistematização 2x2 das características gerais das atividades. (Carvalho & Amaral, 2024)

	COM CONVITE À EXPLORAÇÃO	SEM CONVITE À EXPLORAÇÃO
CONCEITO APRESENTADO ANTERIORMENTE	Corroboração a compreensão de conjecturas	Domesticação da tecnologia
CONCEITO NÃO APRESENTADO ANTERIORMENTE	Descoberta matemática	Simples constatação

A diferença classificatória entre atividades que corroboram a compreensão de conjecturas das que possuem abordagem da descoberta matemática é se o conceito trabalhado na tarefa já foi abordado – ou não – anteriormente no LD. Porém, é importante ressaltar que essa diferenciação não é representada somente por uma mudança de paginação no LD. A posição que

uma atividade assume em um livro revela as intenções ideológicas ou pedagógicas dos autores (Choppin, 2004). É mais do que disposição: é a compreensão de como os autores enxergam a finalidade de uma atividade nos LD para os estudantes, uma vez que estes estão impregnados com as concepções destes autores acerca do ensino e aprendizagem de Matemática, seja de modo explícito ou não (Borba & Villarreal, 2005).

Dado que as abordagens de experimentação-com-tecnologias e investigação matemática se complementam, destaca-se a importância da primeira culminar na demonstração matemática (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2020). Essa etapa é essencial na investigação matemática dos estudantes (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2019). Como aponta Mazzi (2018), estimular os alunos a conjecturarem, testarem e se convencerem de um resultado antes da demonstração formal pode despertar o interesse por uma justificativa mais rigorosa.

Por esse motivo, a pesquisa propõe-se a discutir se as atividades oportunizam a investigação matemática. Para isso, leva-se em conta a questão: (1) *Há um convite para a justificação de conjecturas levantadas?* Se tal convite é feito aos estudantes, uma vez que já foi oportunizada a experimentação-com-tecnologias, então diz-se que a atividade possibilita, também, a investigação matemática.

Dessa forma, ao analisar as atividades que constam nos LD baseadas nas frentes de construção e visualização, em algumas propostas há de se apresentar adaptações a essas, de acordo com a definição anteriormente proposta. Tal proposição almeja o aprimoramento dessas atividades com o uso de um SGD para que o caráter visual de experimentação e investigação seja potencializado nas mesmas, tendo em vista que a realização de investigações matemáticas por parte dos estudantes pode contribuir de modo considerável para a aprendizagem da Matemática, assim como motivá-los.

CARACTERIZANDO AS ATIVIDADES

As 36 atividades encontradas nas quatro coleções foram caracterizadas de acordo com as quatro categorias de análise apresentadas: corroboração à compreensão de conjecturas, descoberta matemática, domesticação da tecnologia e simples constatação. Na sequência, haverá a discussão se tais atividades possuem a abordagem da investigação matemática, a partir da ótica do convite à justificação de conjecturas.

Experimentação-com-tecnologias

A Tabela 1 apresenta a caracterização das 36 atividades com o uso do SGD. Nota-se uma variação significativa entre as coleções: Araribá Mais possui 15 atividades; Apoema, nove; Teláris, oito e A Conquista da Matemática, quatro. Além disso, cada coleção destaca diferentes papéis do software. Para compreender melhor o papel do SGD nos LD analisados, será exemplificada uma atividade de cada coleção em cada uma das quatro categorias – respectivamente – mostrando como os papéis se diferem a depender da coleção.

Tabela 1

Caracterização das 36 atividades com o uso do SGD encontradas. (Adaptado de Carvalho, 2022, p. 103)

	COM CONVITE À EXPLORAÇÃO	SEM CONVITE À EXPLORAÇÃO
CONCEITO APRESENTADO ANTERIORMENTE	Corroboração a compreensão de conjecturas	Domesticação da tecnologia
	AP01, AP02, AP03, AP07, AP08, AR02, AR07, CM02, CM03, CM04, TE01, TE03, TE04, TE05, TE06, TE08. Total: 16 (44,4%)	AP04, AP05, AP06, AR05, TE02. Total: 5 (13,9%)
CONCEITO NÃO APRESENTADO ANTERIORMENTE	Descoberta matemática	Simples constatação
	AR01, AR03, AR04, AR06, AR08, AR09, AR10, AR11, AR12, AR13, AR14, AR15, CM01. Total: 13 (36,1%)	AP09, TE07. Total: 2 (5,6%)

A análise da Tabela 1 sugere – à primeira vista – que a maioria das atividades das quatro coleções adota a abordagem de experimentação-com-tecnologias, dada a concentração na coluna esquerda. No entanto, ao examinar cada coleção – individualmente –, percebe-se que apresentam características distintas. A seguir, esses aspectos são detalhados, iniciando pela coleção *A Conquista da Matemática*, ilustrada na Figura 3.

Figura 3

Classificação das atividades da coleção A Conquista da Matemática


	COM CONVITE À EXPLORAÇÃO	SEM CONVITE À EXPLORAÇÃO
CONCEITO APRESENTADO ANTERIORMENTE	CM02, CM03, CM04.	-
CONCEITO NÃO APRESENTADO ANTERIORMENTE	CM01.	-

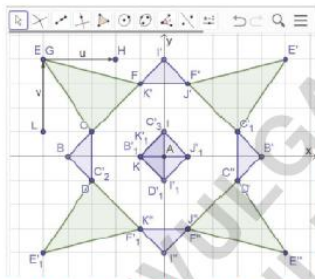
Conforme ilustrado na Figura 3, todas as atividades dessa coleção seguem a abordagem de experimentação-com-tecnologias, o que indica uma valorização desse tipo de interação no ensino de Geometria. No entanto, chama a atenção o fato de ser a coleção com o menor número de atividades envolvendo o SGD, o que pode limitar a exploração mais ampla desse recurso tecnológico pelos estudantes. Embora a literatura destaque a relevância dessa abordagem para a aprendizagem matemática dos estudantes, sua presença poderia ser ampliada ao longo da coleção, proporcionando mais oportunidades para que os alunos desenvolvam uma familiaridade contínua com o software.

Atualmente, os estudantes teriam contato com o GeoGebra apenas uma vez por ano, já que há apenas uma atividade em cada livro dos Anos Finais do Ensino Fundamental, o que pode ser insuficiente para que a experimentação seja realmente utilizada de forma coerente no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, um maior número de atividades poderia favorecer uma construção mais progressiva dos conceitos geométricos, promovendo um aprendizado mais dinâmico. Como exemplo do papel desempenhado pelas atividades dessa coleção, a Figura 4 apresenta a atividade CM03, que ajuda na compreensão de conjecturas, permitindo que os estudantes validem hipóteses a partir da manipulação e observação interativa dos objetos geométricos.

Figura 4

Parte final da CM03: 8º ano. (Giovanni Júnior & Castrucci, 2018, p. 195).

- 1 No Geogebra, construa o padrão geométrico apresentado anteriormente. Você pode seguir o passo a passo que Talita e Fernando usaram, ou realizar as transformações geométricas em outra ordem. **Resposta pessoal.**
- 2 Depois de construído o padrão geométrico, usando a ferramenta  clique sobre um vértice de um dos primeiros polígonos construídos e arraste. Veja a seguir um exemplo.



O que você verificou?

Resposta possível: As alterações realizadas nos primeiros polígonos construídos acontecem nos demais polígonos obtidos como transformação no plano dos primeiros.

Anteriormente ao que está exposto na Figura 4, é apresentada uma construção de um padrão geométrico feito pela Talita e Fernando. É exposto que eles receberam um desafio para compor um padrão geométrico usando simetrias de reflexão, translação e rotação no SGD, com a restrição de utilizar apenas determinadas ferramentas e cada uma no máximo duas vezes. Para isso, inicialmente construíram dois triângulos e aplicaram reflexões em relação aos eixos x e y. Em seguida, realizaram uma translação e uma rotação de um dos triângulos. Por fim, aplicaram uma nova translação e refletiram os triângulos obtidos para formar o padrão geométrico desejado.

Os autores expõem o passo a passo dessa construção e – como pode ser observado na Figura 4 – pedem para que os estudantes façam de forma similar, podendo alterar a ordem das transformações geométricas. Após isso, na questão 2, pedem para que arraste os vértices para ver o que acontece. Observa-se que isso não é possível com todos os vértices; portanto, o estudante só poderia arrastar alguns deles, a depender da construção realizada.

Inicialmente, há um pedido para que o estudante construa o padrão geométrico que foi apresentado anteriormente, porém para o foco da atividade nas transformações geométricas, não é necessário que o aluno construa esse padrão geométrico exposto. Ele poderia criar outros e – da mesma forma –

verificar que o arraste de um dos vértices implicaria no arraste do desenho geométrico refletido, rotacionado e transladado por meio das ferramentas de transformação do SGD, ainda que elas fossem aplicadas em ordens diferentes.

Na pergunta “o que você verificou?” após o arraste dos vértices, a atividade instiga a uma visualização ativa, de buscar perceber o que acontece quando há tal arraste. Ainda assim, pela resposta em vermelho do LD, percebe-se que é esperado do estudante uma resposta genérica e pouco aprofundada. Tal atividade poderia ser adaptada ao fazer questionamentos, por exemplo, da distância do vértice arrastado até o eixo X ou Y e da distância do vértice refletido até os mesmos eixos.

Essa atividade surge após a explicação das isometrias, no final do capítulo, logo antes das atividades de revisão que – tradicionalmente – ficam no encerramento de um capítulo. Dessa forma, observa-se que o uso do SGD aqui é menos destacado. Esse ponto é reforçado pelo trecho apresentado imediatamente antes dessa atividade no LD, onde os elaboradores afirmam o seguinte:

As atividades propostas pretendem que o aluno possa, utilizando seus instrumentos geométricos, trabalhar com as transformações geométricas no plano, percebendo as diferenças na construção de cada uma delas. **O uso de softwares de geometria dinâmica pode auxiliar na construção das isometrias.** Mas, é importante que essa etapa de construção, usando papel quadriculado, régua, compasso e esquadros, seja trabalhada em sala de aula (Giovanni Júnior & Castrucci, 2018, p. 193, grifo das autoras).

Essa atividade poderia se limitar a uma mera visualização, sem atribuir um propósito específico ao arrastar os vértices, mesmo que esse propósito fosse estimular a criatividade. No entanto, poderia ser adaptada para aprofundar seus objetivos, equilibrando o uso do SGD com ferramentas convencionais, como papel quadriculado, régua, compasso e esquadro, destacando que cada uma proporciona diferentes formas de exploração. Dessa forma, a atividade assumiu o papel de confirmadora da compreensão de conjecturas, pois a exploração já havia sido realizada no LD, mas o uso do SGD permitiu reforçar essa verificação e potencialmente facilitar o convencimento dos estudantes.

Focando na coleção *Apoema*, a Figura 5 mostra que ela não possui atividades que promovam descoberta matemática, com apenas uma que parte de conceito não apresentado anteriormente (AP09), e há um equilíbrio entre

atividades que possuem abordagem da experimentação-com-tecnologias (cinco em nove) e que não possuem (quatro em nove), sendo que dessas, três tem o papel da domesticação da tecnologia (AP04, AP05 e AP06) e uma de simples constatação (AP09).

Figura 5

Classificação das atividades da coleção Apoema.

	COM CONVITE À EXPLORAÇÃO	SEM CONVITE À EXPLORAÇÃO
CONCEITO APRESENTADO ANTERIORMENTE	AP01, AP02, AP03, AP07, AP08.	AP04, AP05, AP06.
CONCEITO NÃO APRESENTADO ANTERIORMENTE	-	AP09

A AP09 tem por base a pavimentação de um plano com polígonos em uma situação real, porém de um ponto de vista teórico, objetivando que os alunos construam mosaicos e vejam quais polígonos permitem pavimentar um plano, em grupos de três ou quatro alunos. Para isso, era necessário levar em conta de que só é possível a pavimentação de um plano com aqueles polígonos regulares que possuem ângulos internos divisíveis por 360.

Inicialmente, a atividade intitulada “Exercício – construindo polígonos regulares” pedia para que os alunos utilizassem a ferramenta ‘polígono regular’ do GeoGebra, selecionassem dois pontos em um dos eixos definidos com medida 2 e que digitassem ‘3’ na caixa de diálogo que aparecia, ou seja, criando um triângulo equilátero de lado 2. É pedido que esse processo seja repetido para a criação de um quadrado e um hexágono regular.

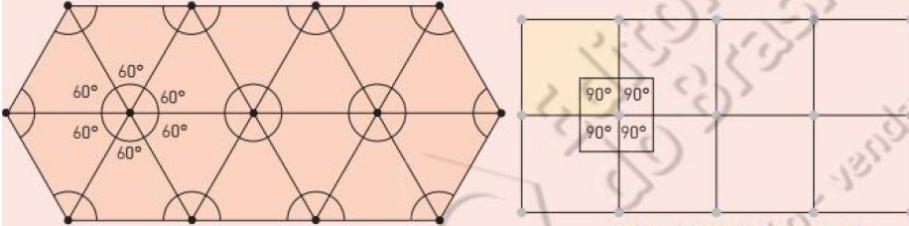
Destaca-se que esta é – de fato – a construção de polígonos regulares; mesmo ao mover um dos vértices dos polígonos apresentados, as figuras geométricas permanecem inalteradas (Laborde, 1998). No entanto, o exercício proposto tem como objetivo o aprendizado da utilização da ferramenta ‘polígono regular’ do GeoGebra, e não a construção desse polígono de forma independente. Em seguida, solicita-se a pavimentação do plano, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6

Parte da AP09: 9º ano. (Longen, 2018, p. 197)

Pavimentação do plano

A construção de uma pavimentação no plano toma por base o encaixe de polígonos sem que haja sobras ou sobreposição, ou seja, a soma dos ângulos que possuem um vértice em comum deve ser 360° . Veja as figuras a seguir.



Utilizem o GeoGebra para realizar as verificações que seguem:

- 1 Verifique quais dos polígonos a seguir não permitem a pavimentação de um plano.
 - I) Pentágono regular.
 - II) Hexágono regular.
 - III) Decágono regular.
 - IV) Dodecágono regular.
- 2 Quais são os únicos polígonos que permitem a pavimentação do plano? Por quê?

1. Os polígonos I, III e IV não permitem a pavimentação de um plano. Os alunos devem construir os polígonos no GeoGebra para concluir.

A AP09 é descrita como baseada na habilidade EF09MA15: “Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando [...] softwares. (Brasil, 2018, p. 319). Assim, é possível perceber que a atividade segue exatamente a habilidade da BNCC, descrevendo por escrito o algoritmo para a construção, no caso, de um triângulo equilátero de lado conhecido, 2. No entanto, é importante destacar que as habilidades da Base são voltadas para o aluno, ou seja, a atividade deveria apoiar o estudante na elaboração dessa descrição, e não realizar o trabalho em seu lugar, o que acaba não favorecendo o processo de aprendizagem.

É requerida a simples constatação de que, das opções apresentadas na questão de número 1, só é possível o mosaico com o hexágono regular, uma vez que já foi apresentado o mosaico com o triângulo equilátero e o quadrado nas figuras. Isto não foi abordado anteriormente no LD, porém não há convite à exploração, ou seja, não é esperado que o estudante chegue a essa conclusão por si mesmo ao arrastar os elementos móveis. Já é dito sobre a possibilidade de criação dos mosaicos apenas quando a soma dos ângulos internos com vértice em comum é 360° . Sabendo, por exemplo, do valor dos ângulos internos de um pentágono, decágono ou dodecágono regular, o estudante, por meio de cálculos, já poderia responder essa questão, e, dessa maneira, a AP09 tem papel de

simples constatação sobre a questão dos ângulos internos dos polígonos somando 360° em vértices em comum para o estudante por meio do uso do GeoGebra.

A atividade poderia ser reestruturada ao não falar da soma 360° antes das questões 1 e 2, mas questionar os estudantes sobre essa característica e esperar que eles chegassem a essa conclusão, a partir da construção e exploração realizada. Também poderia deixar em aberto a medida dos lados desses polígonos, uma vez que eles não têm influência nessa propriedade.

Apresenta-se – agora – a classificação das atividades da coleção *Araribá Mais* a partir da Figura 7. Diferentemente da *Apoema*, é possível perceber que essa coleção foi a que causou a maior influência na coluna esquerda da Tabela 1. Primeiro, por ser a coleção que mais apresentou atividades com o uso do SGD (15 em comparação com nove, oito e quatro), mas também porque, com exceção de uma, todas as demais atividades possuem abordagem da experimentação-com-tecnologias (14 em 15), com uma interessante concentração de 12 em 14 com o papel da descoberta matemática.

Figura 7

Classificação das atividades da coleção Araribá Mais

	COM CONVITE À EXPLORAÇÃO	SEM CONVITE À EXPLORAÇÃO
CONCEITO APRESENTADO ANTERIORMENTE	AR02, AR07.	AR05.
CONCEITO NÃO APRESENTADO ANTERIORMENTE	AR01, AR03, AR04, AR06, AR08, AR09, AR10, AR11, AR12, AR13, AR14, AR15.	-

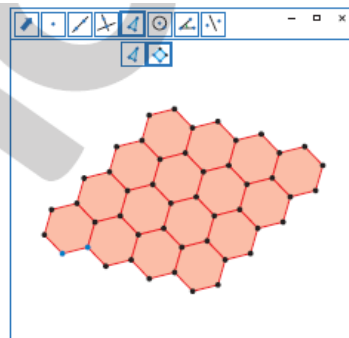
As Figuras 8 e 9 exemplificam parte de uma dentre essas 12 atividades classificadas como descoberta matemática, a AR06. Ela também propõe a construção de mosaicos compostos por diferentes polígonos usando a função pré-definida ‘Polígono regular’; a partir disso, o descobrimento dos ângulos internos de tais polígonos, sem o uso de fórmulas.

Figura 8

Parte da AR06: 7º ano. (Gay & Silva, 2018, p. 201)

Mosaico de hexágonos regulares

- 1ª) A partir de dois pontos quaisquer, construa um hexágono regular.
- 2ª) Selecione dois vértices consecutivos do hexágono construído e faça outro hexágono regular.
- 3ª) Construa outros hexágonos regulares a partir de dois vértices consecutivos de um hexágono já existente até formar o mosaico desejado.



Em contraste com a atividade anterior – a AP09 –, observa-se que, ao pedir ao aluno para construir o mosaico com o hexágono regular, não são especificadas a medida do lado do polígono nem a maneira de utilizar a função pré-definida para construir esse polígono. Além disso, não há uma orientação clara sobre a localização dos dois pontos iniciais necessários para a construção; aspectos esses que não influenciam na construção final desejada. Após o pedido de construção dos mosaicos com quadrados, triângulos equiláteros, hexágonos regulares e um composto de octógonos regulares e quadrados, a atividade segue para a seção ‘Investigue’, apresentada na Figura 9.

No item a), o aluno é incentivado a observar que, independentemente das modificações nos lados dos polígonos, os ângulos internos dos polígonos regulares permanecem invariáveis. Nos itens seguintes, o aluno é convidado a calcular os valores desses ângulos, que são determinados com base nos três primeiros mosaicos construídos. O item C propõe um desafio adicional, solicitando que o aluno combine o valor previamente calculado do ângulo interno de um quadrado com os ângulos de dois octógonos. Esse processo está diretamente relacionado à habilidade EF07MA27: “Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos” (Brasil, 2018, p. 309).

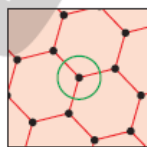
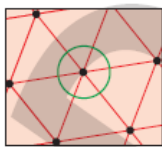
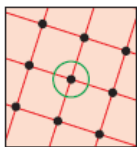
Figura 9

Parte final da AR06: 7º ano. (Gay & Silva, 2018, p. 202)

INVESTIGUE

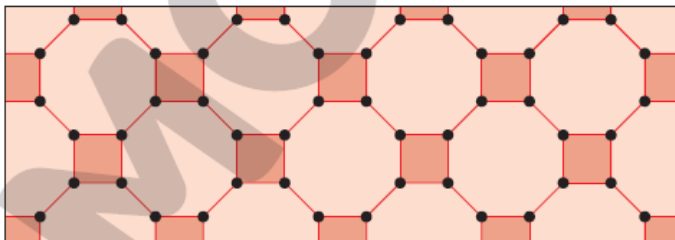
Faça o que se pede utilizando as ferramentas do software.

- Movimente os pontos móveis dos mosaicos construídos, mudando a medida de seus lados. O que aconteceu com as medidas dos ângulos internos dos polígonos quando modificamos as medidas dos lados dos polígonos?
- Se, em um dos três primeiros mosaicos construídos, escolhermos um vértice de um polígono cercado por polígonos em toda a sua volta, a soma dos ângulos internos dos polígonos ao redor desse vértice será 360° .



a) Os ângulos internos nos polígonos regulares não mudaram.

- Considerando essa informação, é possível determinar as medidas dos ângulos internos desses polígonos. Calcule a medida do ângulo interno do triângulo equilátero e do hexágono regular. triângulo equilátero: 60° ; hexágono regular: 120°
- Observe o mosaico construído com octôgonos regulares e quadrados.



- Como podemos descobrir a medida do ângulo interno do octógono regular? Qual é essa medida? Se escolhermos um vértice do mosaico, teremos ao seu redor dois octôgonos e um quadrado. Como o ângulo interno de um quadrado mede 90° , a medida de dois ângulos do octógono é

$360^\circ - 90^\circ$, que é igual a 270° . Então, para descobrir a medida de um ângulo interno do octógono, basta obter a metade de 270° , que é 135° .

É interessante notar que, não havendo a abordagem anterior dos valores dos ângulos internos de polígonos regulares, o aluno é convidado a descobrir tais valores a partir de uma construção que ele mesmo faz; mesmo movimentando os lados de tais polígonos, os ângulos não se alteram. Dessa forma, tal descoberta pode propulsionar a produção de sentidos matemáticos para o aluno. Apesar disso, há espaço para um aprimoramento da atividade, uma vez que é possível permitir maior criatividade por parte do estudante, buscando mosaicos à sua maneira e, inclusive, percebendo que nem todos os polígonos regulares permitem tal ladrilhamento.

Ao analisar a referida coleção, é perceptível essa diferença na abordagem pedagógica que os autores propõem em contraste com as outras coleções. Indo ao encontro do que Hohenwarter et al. (2008) defendem, ao invés de dar aos estudantes uma resposta a um problema cuja resposta desconheciam, em primeiro lugar, tais explorações permitem uma introdução mais significativa a um conceito abstrato. Por fim, a Figura 10 traz a classificação da última coleção analisada, a *Teláris*.

Figura 10

Classificação das atividades da coleção Teláris.

	COM CONVITE À EXPLORAÇÃO	SEM CONVITE À EXPLORAÇÃO
CONCEITO APRESENTADO ANTERIORMENTE	TE01, TE03, TE04, TE05, TE06, TE08.	TE02.
CONCEITO NÃO APRESENTADO ANTERIORMENTE	-	TE07.

Dá-se destaque ao fato de que, assim como *Apoema*, essa coleção não propõe atividades que promovam descoberta matemática, algo que poderia enriquecer o aprendizado do aluno. Focando na TE02, essa é uma atividade que parte de um conceito previamente apresentado, e ainda sem um convite à exploração, ou seja, tendo o papel da domesticação da tecnologia.

Nesta atividade, o aluno é convidado a utilizar o software GeoGebra para construir quadriláteros. O primeiro passo consiste em construir um par de retas paralelas, utilizando as funções pré-definidas, como a opção "Reta" e "Reta paralela". O segundo envolve a construção de duas retas perpendiculares a essas retas paralelas. Finalmente, no terceiro passo, o aluno deve usar a ferramenta "Polígono" para conectar os pontos de interseção das retas construídas, formando uma região poligonal. A tarefa culmina com a reflexão sobre o tipo de quadrilátero formado, com base nas interseções obtidas.


Essa atividade é baseada na habilidade EF06MA22: “Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros” (Brasil, 2018, p. 303), e a continuação dela, a partir do 4º passo, pode ser vista na Figura .

Figura 11

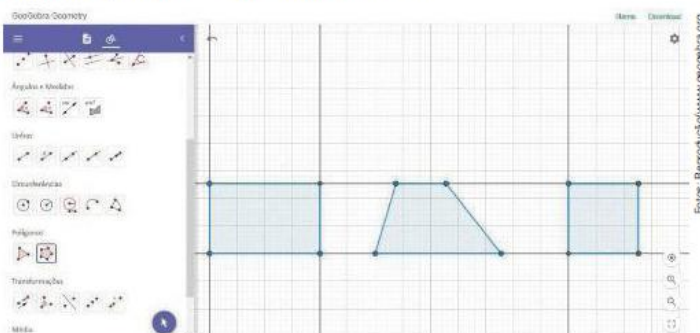
Parte final da TE02: 6º ano. (Dante, 2018, p. 155)

4º passo: Usando os pares de retas que você construiu inicialmente e a opção “Polígono”, construa um trapézio.

5º passo: Usando novamente o par de retas paralelas que você construiu inicialmente, você também pode construir um quadrado. Para isso, vamos usar outra opção de construção de polígonos do menu de ferramentas.

Inicialmente, trace outra reta perpendicular a essas retas paralelas. Em seguida, clique em “Polígono regular”  selecione os 2 pontos de intersecção dessa reta perpendicular com as retas paralelas e digite “4”.

Você obterá quadriláteros parecidos com estes.



Entretanto, não há uma interação com essas construções ou mesmo uma confirmação de que são, realmente, as construções citadas. Também não há pedido para movimentação de nenhum dos pontos móveis para que os próprios estudantes fizessem o teste do arrastar, ou seja, que percebessem que nas construções, mesmo ao movimentar os pontos que são móveis, continuaria sendo os polígonos citados.

Dessa maneira, esse é um exemplo de domesticação da tecnologia, na qual não se aproveitam as potencialidades do SGD, além de haver pouca ou nenhuma interação com as construções realizadas, impedindo, assim, uma exploração mais profunda. Além disso, aborda conceitos que já foram trabalhados nas páginas anteriores do LD. Reitera-se – portanto – a precariedade de atividades nesse formato, pois utilizam as TD apenas como pretexto para deixar de trabalhar com tecnologias convencionais, como lápis e papel. Não incorporar tais potencialidades pode ser considerado um uso ineficiente do SGD.

Investigação Matemática

Tendo em vista a discussão sobre a existência de um convite para a justificativa das conjecturas por parte do estudante nas atividades, constatou-se que apenas uma das atividades (AP08) faz tal convite para os estudantes. Em vários momentos nas coleções há a demonstração de tais conjecturas, antes ou logo após as atividades, com exceção dessa, sempre por parte do próprio LD; não por parte dos estudantes.

A referida atividade inicia pedindo para que se formem grupos de três ou quatro participantes, e que utilizem régua, compasso, folha e lápis para realizá-la. Assim, há as instruções para a 1ª parte da atividade que não é para ser feita por meio do GeoGebra inicialmente. Os estudantes são convidados a traçar uma circunferência, um quadrilátero inscrito nele e medir os quatro ângulos internos com o auxílio de um transferidor.

Com essa primeira atividade, é esperado que os alunos percebam que a soma dos ângulos opostos desse quadrilátero é 180° , mesmo com possíveis erros de imprecisões (Longen, 2018). Ao fim da 1ª parte, é pedido para que os alunos repitam tal procedimento traçando outras circunferências e quadriláteros para ver que a soma dos ângulos opostos continua sendo 180° . A 2ª parte é possível de ser vista na Figura 12.

Figura 12

2ª parte da atividade AP08: 9º ano. (Longen, 2018, pp. 102-103)

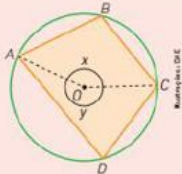
Instruções para a 2ª parte

1. Leia a propriedade a seguir.

Propriedade

Se um quadrilátero está inscrito em uma circunferência, seus ângulos opostos são suplementares. Reciprocamente, se os ângulos de um quadrilátero convexo são suplementares, então o quadrilátero é inscritível em uma circunferência.

2. Para demonstrar que os ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência são suplementares, faça um desenho como o do exemplo a seguir.



Para demonstrar essa propriedade, pode-se utilizar a relação entre ângulo inscrito e ângulo central de uma circunferência.

3. Procure demonstrar algebricamente que os ângulos B e D são suplementares. Troque ideias com os colegas sobre como isso pode ser feito e apresente as justificativas para a turma toda. [Ver resposta no Manual do Professor.](#)

Na 2ª parte é possível ver o pedido para que os estudantes, em grupos, demonstrem a propriedade apontada na 1ª parte, fornecendo uma orientação inicial para que estes utilizem a propriedade já vista e demonstrada no LD anteriormente sobre a relação do ângulo central ser o dobro do ângulo inscrito em uma circunferência.

Por fim, a atividade apresenta a 3ª e última parte dessa atividade a ser realizada no GeoGebra. Logo no início, percebe-se que a atividade coloca essa parte para que se verifique a propriedade citada anteriormente. A mesma construção que foi feita com lápis e papel é solicitada, agora com o uso do SGD por meio da ferramenta de ângulo. Não é pedido para que se arrastem pontos da construção até então. Após isso, algumas perguntas finais são feitas para os alunos se convencerem da relação dos ângulos opostos do quadrilátero inscrito à circunferência somarem 180° , pedindo para o arraste de alguns vértices do quadrilátero verificando que a propriedade sempre vale.

Quanto a essa atividade, percebe-se que o objetivo do autor é usar o GeoGebra como meio para verificar a propriedade, como está exposto no início da 3ª parte: “Utilizando o *software* GeoGebra você verificará a propriedade citada anteriormente” (Longen, 2018, p. 103). Entretanto, é possível questionar sobre por que repetir a mesma construção com os recursos convencionais e, depois, com o GeoGebra. Nesse sentido, essa ordenação diminui a relevância do uso do SGD, uma vez que o estudante estaria refazendo algo que já pode tê-lo propiciado um convencimento por meio da visualização ativa.

O trabalho manual por parte dos alunos (para ser feito com lápis, papel e transferidor e repetido algumas vezes) poderia ser reduzido caso fosse feito com o auxílio do GeoGebra, com ganho de tempo, uma vez que esse é um dos benefícios que tal ferramenta traz (Borba; Scucuglia; Gadanidis, 2020). Além disso, haveria a possibilidade de ter *feedback* visual instantâneo para os estudantes, com diminuição dos erros de imprecisões, naturalmente, encontrados pelo uso de materiais convencionais.

Uma vez que o usual é demonstrar aquilo de que já se está convencido de ser verdade (Hanna, 2000), sugerimos uma adaptação aprimorada da atividade, como abordado por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2020), sendo os objetivos matemático e pedagógico e a natureza preservados, mas com necessidade de mudança na construção de tal atividade para que essa reforce o caráter experimental necessário em atividades com o uso do SGD. Dessa maneira, de acordo com a literatura, a 3ª parte poderia ser ponto de partida e não ponto de verificação, sendo que, após ter testado a propriedade diversas vezes de que a soma dos ângulos opostos é 180° no quadrilátero inscrito à

circunferência, a partir da visualização ativa, os alunos poderiam estar convencidos de que é uma verdade, buscando, então, justificar tal propriedade algebricamente, como foi pedido na 2ª parte. Dessa maneira, discutiu-se sobre a abordagem da investigação matemática presentificada nas atividades com o uso do SGD nos LD analisados, com foco na ótica do convite à justificação de conjecturas.

COMPREENDENDO O PAPEL DO SGD

A partir do procedimento metodológico, foi possível compreender que o papel do SGD em três das quatro coleções é – principalmente – o de contribuir para a compreensão de conjecturas; em apenas uma, é o de promover a descoberta matemática – caso da *Araribá Mais*. Uma vez que a BNCC e – consequentemente – o PNLD não especificam as atividades com o uso do SGD, é possível perceber diferentes quantidades e diferentes abordagens das atividades se comparando as obras entre si.

A coleção *A Conquista da Matemática* foi a que apresentou a menor quantidade de atividades com o uso do SGD – quatro no total, uma em cada ano. Por ser a coleção mais escolhida/distribuída no ano de 2020, com quase metade do total, era de se esperar que a coleção oferecesse mais atividades para oportunizar que os estudantes utilizassem o SGD com maior frequência. Também chama a atenção o fato de que três delas partem de conceito conhecido, com corroboração a compreensão de conjecturas. É possível – inclusive – perceber que essas sempre se encontram no final dos capítulos nas quais estão presentes, antes dos exercícios de revisão do capítulo, abordando conceitos já amplamente explorados no LD anteriormente. A CM01 excetua-se desse ponto, abordando conceito, até então, não apresentado (com papel de descoberta matemática). Entretanto, como aparente curiosidade, uma vez que o assunto novo não tem a obrigatoriedade de ser abordado no 6º ano e o livro não cita mais sobre isso em outro momento. Dessa forma, é possível se questionar sobre a decisão dos autores/editores na abordagem de atividades com o uso do SGD, o que não aparenta ser uma prioridade em comparação aos recursos convencionais.

Na coleção *Apoema* – por exemplo – não houve abordagem de descoberta matemática em nenhuma das suas nove atividades e percebemos a falta de exploração das potencialidades do software (três com domesticação da tecnologia e uma com papel de simples constatação), apresentando diversas questões utilizando apenas as funções pré-definidas do SGD, bem como não fazendo um convite de arraste para os alunos explorarem os objetos geométricos que eram construídos. Além disso, apenas uma atividade partiu de

um conceito ainda não abordado no LD: a coleção não se utiliza do SGD como ponto de partida para a experimentação por parte dos alunos, trazendo atividades já realizadas anteriormente com o uso de recursos convencionais (cinco com papel de corroboração à compreensão de conjecturas).

Na *Araribá Mais*, as 15 atividades com o uso do SGD – com exceção de uma – apresentam um convite à exploração, além de que 12 partem de um conceito ainda não abordado no LD, favorecendo a descoberta matemática. A coleção demonstra o uso do software de forma mais potencializada, ao propor sua utilização como ponto de partida e criando um ambiente mais favorável à experimentação pelos estudantes, tendo vários convites para elaboração de conjecturas, não fornecendo respostas previamente definidas.

Por último, na coleção *Teláris*, foram apresentadas duas atividades que não possuíam um convite à exploração (uma de domesticação da tecnologia e outra de simples constatação). Todas as oito eram claras em seus objetivos, porém, o que mais chamou a atenção na coleção foi a presença de muitas questões que não possuíam um caráter aberto, limitando onde os estudantes deveriam colocar um ponto, ou a medida específica que deveriam traçar um segmento, ou como deveriam chamar um objeto construído, elementos esses não essenciais para os objetivos matemáticos da atividade; além disso, havia apenas uma atividade que partia de um conceito desconhecido.

Na discussão sobre o incentivo à investigação matemática, também foi possível identificar que nenhuma das 36 atividades nas quatro coleções possuía essa abordagem, principalmente por não haver um convite à justificação das conjecturas que eram levantadas (quarto ponto da investigação). A única atividade que continha esse convite carecia de um aprimoramento, uma vez que o GeoGebra estava sendo usado apenas como forma de verificação que a propriedade era válida, após o convite de demonstração, diminuindo a relevância do SGD.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados da pesquisa que se compartilha aqui mostram que é fundamental que os autores/editores das coleções de LD proponham atividades que utilizem o SGD de maneira a criar um ambiente propício ao aprendizado matemático, evitando que ele seja utilizado de forma limitada e domesticada, apenas como uma ferramenta de simples constatação. A utilização do SGD de forma não potencializada – como um recurso que parece estar presente nas obras apenas para garantir sua aprovação pelo PNLD – reduz seu potencial

educativo. Assim, entendemos a responsabilidade por essa abordagem também recai sobre o Programa.

Voltando ao primeiro critério de avaliação do Programa, fica claro que o objetivo é assegurar que os materiais contribuam para o desenvolvimento das habilidades e competências previstas pela BNCC, a qual – por sua vez – oferece diretrizes limitadas quanto ao uso do SGD. No contexto do PNLD, é possível verificar a presença ou ausência de determinadas tecnologias; no entanto, para garantir um LD de qualidade em sala de aula, não apenas a presença das TD é necessária, mas também a qualidade delas. A obrigatoriedade das TD nos LD foi um avanço importante, mas estacionar aqui seria um retrocesso, pois as TD estão em constante evolução, e a simples presença dessas ferramentas não assegura que as atividades promovam um ambiente que favoreça a aprendizagem matemática.

No campo da Educação Matemática, a utilização do SGD – em uma sua abordagem interativa e visual – apresenta potencial para ampliar a forma como os conceitos geométricos são ensinados e aprendidos. Ao oferecer ferramentas que permitem aos alunos explorar esses conceitos de forma dinâmica, o foco desta pesquisa em entender o papel do SGD nas atividades dos LD é essencial para identificar como essas ferramentas têm sido utilizadas e em que medida necessitam de aprimoramentos. Esse processo fornece informações valiosas sobre práticas que os professores podem adotar para potencializar o aprendizado dos estudantes.

Além disso, surgem questões importantes para pesquisas futuras, como a análise de LD de outros segmentos da Educação Básica ou a investigação de como o papel do SGD pode variar em outras coleções dos Anos Finais do Ensino Fundamental no edital do PNLD 2020. E no Ensino Médio, como são as atividades com esses recursos? Como os novos papéis do SGD podem surgir nos livros publicados pelo PNLD 2024? Houve modificações nas atividades com o uso do SGD? E como se dão as adaptações em relação às outras TD? Seriam os papéis discutidos aqui aplicáveis a outras tecnologias presentes nos livros? Tais questões são pertinentes e abrem caminho para novas pesquisas, com a expectativa de que o campo dos LD continue a se expandir e evoluir dentro da Educação Matemática nos próximos anos.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

AMC concebeu o estudo no âmbito de sua pesquisa de mestrado, realizou a produção e análise inicial dos dados. RBA orientou a pesquisa, participou das discussões sobre os dados, bem como contribuiu ativamente na

redação e na revisão desse manuscrito. Ambas as autoras aprovaram a versão final do trabalho.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

O compartilhamento de dados não é aplicável a este artigo, pois se trata de pesquisa de bibliografia disponível publicamente.

REFERÊNCIAS

- Alves-Mazzotti, A. J. (2001). O método nas Ciências Sociais. In: A. J. Alves-Mazzotti; F. Gewandszajder. *O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*. (pp. 107-188). São Paulo, SP: Editora Pioneira.
- Amaral, R. B., Mazzi, L. C., Andrade, L. V., & Perovano, A. P. (2022). *Livro didático de matemática: Compreensões e reflexões no âmbito da educação matemática*. Mercado de Letras.
- Amaral-Schio, R. B. (2018). Livro Didático de Ensino Médio, Geometria e a Presença das Tecnologias. *RENOTE*, 16(2). <https://doi.org/10.22456/1679-1916.89217>.
- Baldini, L. A. F., & Cyrino, M. C. D. C. T. (2012). Função seno-uma experiência com o software GeoGebra na formação de professores de Matemática. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 1(1), 7.
- Borba, M. C., & Scucuglia, R. S. R., & Gadanidis, G. (2020). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Autêntica Editora.
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation* (Vol. 39). Springer Science & Business Media.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação.
- Carvalho, A. M. (2022). *O papel do software de geometria dinâmica em atividades propostas nos livros didáticos de matemática* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Campinas].

- Carvalho, A., & Amaral, R. B. (2024). O papel do software de Geometria Dinâmica em atividades nos Livros Didáticos de Matemática. *Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*, 1-13.
- Cechinel, A., Fontana, S. A. P., Della, K. G. P., Pereira, A. S., & do Prado, S. S. (2016). Estudo/análise documental: uma revisão teórica e metodológica. *Criar Educação*, 5(1).
- Cellard, A. (2012). A análise documental. In: Poupart, J. ; Deslauriers, J.; Groulx, L. H.; Laperrière, A.; Mayer, R. & Pires, A. *A pesquisa qualitativa: enfoques* (pp. 295-316). Vozes.
- Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e pesquisa*, 30, 549-566.
- Dante, L. R. (2018). *Teláris Matemática, 6º ano: ensino fundamental, anos finais*. (3. ed.). São Paulo, SP: Editora Ática.
- Gay, M. R. G., & Silva, W. R. (2018). *Araribá Mais Matemática: 7º ano*. São Paulo, SP: Editora Moderna.
- Giovanni Júnior, J. R., & Castrucci, B. *A Conquista da Matemática: 8o ano: ensino fundamental: anos finais*. (4. Ed). São Paulo, SP: FTD.
- Gitirana, V., Bittar, M., & Ignácio, R. (2014). Objetos Educacionais Digitais: políticas e perspectivas. *FÓRUM GT*, 6(81).
- Hanna, G. (2000). *Educational Studies in Mathematics*, 44(1/2), 5–23. <https://doi.org/10.1023/a:1012737223465>.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. In *11th International Congress on Mathematical Education (ICME 11)*.
- Laborde, C. (1998). Relationships between the spatial and theoretical in geometry: the role of computer dynamic representations in problem solving. In: J. D. Tinsley, & D.C. Johnson (Org.). *Information and Communications Technologies in School Mathematics*. (pp. 183-194). Grenoble: Chapman & Hall.
- Longen, A. (2018). *Apoema: matemática 9*. São Paulo, SP: Editora do Brasil.
- Lüdke, M. & André, M. E. D. A. (2011). *Pesquisa em educação abordagens qualitativas*. Em Aberto.

- Mazzi, L. C. (2018). *As demonstrações matemáticas presentificadas nos livros didáticos do ensino médio: um foco nos capítulos de Geometria* [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Campinas]. <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/333348>.
- Ponte, J. P. d.; Brocardo, J. & Oliveira, H. (2019). *Investigações matemáticas na sala de aula: Nova Edição*. Autêntica Editora.
- Ribeiro, M., & Amaral, R. B. (2016). Guia de tecnologia dos/nos livros didáticos de matemática: uma primeira discussão. *Educação Matemática em Revista*, 21(51).
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editor's introduction: What is mathematical visualization. *Visualization in teaching and learning mathematics*, 1(8).
- Zulatto, R. B. A. (2002). *Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista].