ACTA SCIENTIAE

ISSN: 2178-7727
DOI: 10.64856/acta.scientiae.8387

Análisis de Conocimiento Especializado Sobre Sentido Numérico de un Futuro Profesor de Matemáticas

Santiago Avilés Álvarez [a]
Paula Verdugo-Hernández[b]
Andrea Vergara Gómez [a]

[a] Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Universidad Católica del Maule, Facultad de Ciencias Básicas antes de Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.
[b] Escuela de Pedagogía en Ciencias Naturales y Exactas, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Talca. Linares, Chile.

ABSTRACT

Contexto: El aprendizaje de los estudiantes está influenciado por el conocimiento del profesor en el cual juega un rol importante la formación inicial y las prácticas formativas. En este contexto, la resolución de problemas es una meta de aprendizaje para la cual es importante el desarrollo del sentido numérico. Hay exigua investigación del sentido numérico en profesores en formación. **Objetivos:** En este artículo se presentan resultados que abordan el estudio del conocimiento matemático de un profesor en práctica profesional cuando implementa actividades de resolución de problemas que requieren sentido numérico. **Diseño:** Desde un enfoque de investigación cualitativo se buscó caracterizar el conocimiento relacionado con sentido numérico que despliega el profesor al resolver problemas, por medio de un estudio de caso único. **Escenario y participantes:** El caso corresponde a una clase de matemáticas de octavo básico de un profesor en práctica profesional. La clase fue de resolución de problemas asociados a la multiplicación y división de fracciones. **Recopilación y análisis de datos:** Los datos se recolectaron a partir de una grabación de vídeo de una clase y tratados con una hoja de cálculo. Se analizaron a través las categorías de conocimiento matemático y luego con las de sentido numérico. **Resultados:** Los resultados apuntan a una mayor presencia de sentido numérico que el uso de algoritmos. **Conclusión:** Se identifica que tanto la promoción del sentido numérico como el uso de algoritmos pueden comprenderse a partir del análisis por medio de las categorías del conocimiento matemático del profesor. Se recomienda replicar el estudio para descartar la influencia de la formación recibida por el profesor.

Palabras clave: formación de profesores; solución de problemas; aritmética; enseñanza de las matemáticas; sentido numérico.

*Corresponding author: Paula Verdugo-Hernández. Email: pauverdugo@utalca.cl

RESUMO

Contexto: A aprendizagem dos alunos é influenciada pelo conhecimento do professor, em que a formação inicial e a experiência prática desempenham um papel significativo. Nesse contexto, a resolução de problemas é um objetivo de aprendizagem para o qual o desenvolvimento do senso numérico é crucial. Há poucas pesquisas sobre o senso numérico em professores em formação. **Objetivos:** Este artigo apresenta os resultados de um estudo sobre o conhecimento matemático de um professor estagiário ao implementar atividades de resolução de problemas que exigem senso numérico. **Metodologia:** Utilizando uma abordagem de pesquisa qualitativa, este estudo buscou caracterizar o conhecimento de senso numérico demonstrado pelo professor estagiário ao resolver problemas, por meio de um estudo de caso único. **Local e Participantes:** O estudo de caso envolveu uma turma de matemática do oitavo ano ministrada por um professor estagiário. A aula focou na resolução de problemas relacionados à multiplicação e divisão de frações. **Coleta e Análise de Dados:** Os dados foram coletados a partir de uma gravação em vídeo da aula e processados em uma planilha. Os dados foram analisados utilizando categorias de conhecimento matemático e, em seguida, senso numérico. **Resultados:** Os resultados indicam uma maior presença de senso numérico do que o uso de algoritmos. **Conclusão:** Constatou-se que tanto a promoção do senso numérico quanto o uso de algoritmos podem ser compreendidos por meio da análise das categorias do conhecimento matemático do professor. Recomenda-se a replicação do estudo para descartar a influência da formação prévia do professor.

Palavras-chave: formação de professores; resolução de problemas; aritmética; ensino de matemática; senso numérico.

INTRODUCIÓN

Distintas investigaciones han demostrado que el conocimiento del profesor es crucial para su desempeño y el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes (e.g. Ball *et al*., 2008; Carrillo *et al*., 2013; Rowland *et al*., 2005; Zakaryan *et al*., 2018). En este sentido, las prácticas formativas tempranas en la formación inicial de docentes (FID) son fundamentales, ya que evitan que se adopten métodos de enseñanza prescritos por la presión escolar, fomentando la innovación educativa (Brouwer y Korthagen, 2005). Estas prácticas ofrecen oportunidades para desarrollar habilidades a través de experiencias pedagógicas variadas, como planificación, enseñanza y evaluación (Caires y Almeida, 2005).

En efecto, las universidades chilenas responsables de la formación de profesores tienen el desafío de garantizar la calidad y la efectividad de las prácticas formativas tempranas, centrándose en cómo los FP promueven el desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales (Verdugo et al., 2023). La enseñanza de la RP en el contexto de la Educación Matemática ha sido objeto

de investigación, destacando la importancia de los conocimientos específicos que los profesores necesitan para implementar eficazmente esta habilidad clave en el aula (Piñeiro *et al*., 2021; Rodríguez y Parraguez, 2014).

Entre los precursores de la Resolución de Problemas (RP), destaca Polya (May Cen, 2015), quien promovió que los estudiantes imitaran la metodología del matemático utilizando la heurística (Schoenfeld, 1992) para desarrollar estrategias generales. Schoenfeld resalta la importancia de reflexionar sobre el uso de heurísticas específicas en la resolución de problemas matemáticos. Asimismo, subraya la relevancia de la metacognición y las creencias en RP, enfatizando elementos esenciales del pensamiento matemático como conjeturas, patrones, generalizaciones y justificaciones.

Por su parte, Chapman (2015) destaca la necesidad de investigar el conocimiento de la resolución de problemas (RP) desde la perspectiva del aula, con el propósito de proporcionar orientación práctica para involucrar a los profesores de manera efectiva. Otras investigaciones han intentado caracterizar este conocimiento necesario para la enseñanza de la RP (e.g. Depaepe *et al*., 2010; Piñeiro *et al*., 2016; Piñeiro *et al*., 2021). Por ejemplo, Depaepe *et al*. (2010) exploraron las heurísticas y estrategias metacognitivas utilizadas por docentes en la enseñanza de RP. Mientras que Piñeiro *et al*. (2016) han propuesto un modelo para describir el conocimiento necesario para la enseñanza de la RP en profesores de primaria mediante el análisis de documentos curriculares de diferentes países.

Entre los tipos de problemas, se distinguen dos: los rutinarios, de repetición mecánica y rápida solución para niños, y los no-rutinarios, genuinos (Baroody, 1994) y desafiantes, que exigen el uso de heurísticas para su análisis (Baroody, 1994; Mousoulides y Sriraman, 2020). Este último es clave para que los estudiantes puedan explorar distintas formas de representar y dar alcances a sus métodos de solución en otros problemas (Santos-Trigo, 2007)

Cabe destacar, según el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) el Sentido Numérico (SN) es crucial en el desarrollo de habilidades para resolver problemas, siendo una meta de aprendizaje en matemáticas. El SN agiliza la capacidad de razonamiento al reducir la carga en operaciones mentales menores (Sharma, 2015) y se ha vinculado con el éxito en matemáticas, especialmente en la RP (Levine *et al*., 1992; Krajewski y Schneider, 2009). Por ello, es esencial fomentar el desarrollo del SN en los estudiantes en lugar de enfocarse únicamente en la memorización de métodos, para impulsar su rendimiento matemático (Boaler, 2015).

Es importante mencionar, que para efectos de esta investigación se adopta la definición de Sentido Numérico de Sowder (1992), que destaca la relación entre SN y Resolución de Problemas, entendiendo el SN como una red bien organizada de conceptos que permite resolver problemas de forma creativa y flexible, junto con relacionar números con operaciones y sus propiedades. Así mismo se considera la visión de Mclntosh *et al*. (1992), que resalta la flexibilidad y creatividad en la resolución de problemas matemáticos.

En efecto, en la Educación Primaria y Secundaria, es común enfocarse en tareas con soluciones únicas, limitando la perspectiva de los estudiantes sobre la RP (Almeida y Bruno, 2014). Por lo anterior es que se recomienda introducir el uso del SN en las aulas, fomentando diferentes estrategias en lugar de un único procedimiento correcto (Veloo, 2010; Clement y Sarama, 2020). Incluso se señala que, al inicio del aprendizaje numérico, los niños emplean enfoques creativos y eficaces en cálculos, lo que puede verse obstaculizado por la aplicación exclusiva de algoritmos formales (Mclntosh *et al*., 1992).

Dada la importancia de SN en la RP, numerosas investigaciones se han dedicado a este ámbito, tanto en estudiantes de primaria (e.g. Ben-Yehuda y Sharoni, 2021; Jordan *et al*., 2010), como de secundaria (e.g. Almeida *et al*. 2014; Cheung y Yang, 2018; Santos *et al*., 2022; Şengül y Zora, 2023). Destacando que los profesores de Educación Secundaria tienden a utilizar más el SN que los de primaria, posiblemente debido a su mayor formación matemática (Almeida *et al*, 2014; Veloo, 2010). Aunque existe escasa información sobre investigaciones del SN en profesores en formación (Noviyanti y Suryadi, 2019) o en formación continua, los resultados de investigaciones previas señalan que los Futuros Profesores (FP) de matemáticas presentan deficiencias en el uso del SN (Almeida *et al*., 2014; Almeida *et al*., 2015; Mawaddah *et al*., 2021).

Dada la escasez de estudios que buscan caracterizar el conocimiento del profesor en cuanto al uso del SN en la RP, nos preguntamos ¿qué conocimientos despliega un profesor de matemáticas cuando realiza clases con foco en la resolución de problemas y el desarrollo del sentido numérico? Así, esta investigación analiza los subdominios del conocimiento matemático (Carrillo *et al*., 2014) que manifiesta un FP de Matemáticas de Educación Media mientras implementa una clase de RP en su práctica final, teniendo en cuenta muy especialmente cómo se promueve el uso de SN y sus componentes (Almeida y Bruno, 2016; Bruno y Almeida, 2017). Para ello, se asume un enfoque cualitativo, mediante un análisis de contenido de los aspectos discursivos de la clase, en el marco de un estudio de caso único.

MARCO CONCEPTRUAL

Matematics teacher´s specialised knowledge

El modelo "matematics techer's specialised knowlege" (MTSK), propone una división intrínseca para el conocimiento matemático, que refiere al conocimiento de los objetos matemáticos, poniendo el foco en cómo se estructuran las relaciones entre los objetos matemáticos y las formas de proceder que requiere cada ámbito, además reconoce un cuerpo de conocimiento que surge a partir de la didáctica de la matemática y el trabajo con profesores (Flores *et al*., 2016). El MTSK se refiere al "conocimientos especializados del profesor de matemática" (Carillo *et al*., 2013), por lo que se preocupa de los conocimientos propios de éste, que no son exclusivamente matemáticos ni puramente didácticos; su carácter especializado radica en la combinación de sus seis subdominios (Flores, *et al*., 2014). La Figura 1 ilustra estos seis subdominios del MTSK.

Figura 1

Dominios y Subdominios del MTSK (Escudero-Ávila et al., 2015)



Como se puede observar en la Figura 1, el MTSK está formado por dos grandes dominios: el conocimiento del contenido matemático (MK) y conocimiento didáctico del contenido (PCK) que abarcan las concepciones de la matemática que, a su vez, también los permean (Liñan *et al*., 2016). A

continuación, se define el dominio del MK y sus subdominios, ya que son los que sustentan esta investigación.

Dominio MK

El MK abarca todo el conjunto de conocimientos matemáticos que considera los conceptos, procedimientos, estructuración de ideas, conexiones entre los conceptos, etimología de los procedimientos, medios de prueba, etc. (Carillo *et al.*, 2013)

Conocimiento de los temas (KoT)

El subdominio KoT refiere a un tipo de conocimiento profundo y fundamentado, característico del conocimiento del profesor de matemáticas cuando organiza la enseñanza (Vasco *et al*., 2017), incorpora el conocimiento formal y riguroso de lo que se espera que los estudiantes aprendan. Además, contempla la complejidad de los objetos matemáticos que pueden aparecer en el aula (Carillo *et al*., 2018). En otras palabras, el KoT es usado para describir qué y cómo el profesor conoce los temas de matemáticas que va a enseñar, referidos a los bloques de conocimiento que se consideran tradicionalmente: números y operaciones, álgebra, medición y análisis de datos y probabilidad (Flores *et al*., 2014).

Conocimiento de la estructura de la matemática (KSM)

El KSM, referido a conocer las conexiones con los contenidos anteriores y posteriores (Carrillo *et al*., 2013). Este subdominio aborda las relaciones internas de las matemáticas (Montes *et al*., 2013), que permiten al profesor edificar un razonamiento para la práctica, perteneciente al conocimiento de su estructura (Vasco *et al*., 2017). Describe las conexiones entre los temas matemáticos (Flores-Medrano, 2022), considera la delimitación del objeto matemático, que permite tener una noción de la frontera del concepto y conocer las relaciones interconceptuales; y, la temporalidad, vista desde el punto de vista curricular, que permite establecer relaciones entre contenidos matemáticos, dependiendo del momento escolar (Flores-Medrano *et al*., 2014).

Conocimiento de la práctica matemática (KPM)

El foco del KPM son los medios para producir y echar a andar las matemáticas, permite al docente ser consciente del razonamiento matemático, permitiéndole manejar el razonamiento de los estudiantes, refutándolo o refinándolo adecuadamente (Carrillo *et al*., 2018). Para el KPM es relevante que el profesor conozca tanto los resultados matemáticos (elemento que contempla el KoT), así como los procedimientos para llegar a ellos y las

particularidades del trabajo matemático (Flores *et al*., 2014). Incluye el conocimiento sobre la estructura de la matemática, comunicación matemática, razonamiento, constatación, definiciones y su aplicación, establecer relaciones entre conceptos, propiedades, etc., comprender correspondencias, representaciones apropiadas, argumentar, generalizar y explorar (Carrillo *et al*., 2013). La diferencia entre el KSM y el KPM, es que el primero toma en cuenta el conocimiento matemático en la relación entre las distintas temporalidades de los elementos curriculares. El segundo, el orden está normado por las instituciones (Flores-Medrano, 2022).

Caracterización del sentido numérico

A pesar de que se ha tornado difícil definir el SN, hay investigadores que han descrito sus componentes (Almeida *et al*., 2015); estos elementos relacionados se presentan separadamente por razones analíticas. Podemos encontrar los propuestos por Almeida *et al*., (2014): (1) Comprender el significado de los números, (2) Reconocer el tamaño relativo y absoluto de las magnitudes de los números, (3) Usar puntos de referencia, (4) Usar la composición y la descomposición de los números, (5) Usar múltiples representaciones de los números y las operaciones, (6) Comprender el efecto relativo de las operaciones y, (7) Desarrollar estrategias apropiadas y evaluar la razonabilidad de una respuesta.

Los componentes del SN son dinámicos, con propuestas para su caracterización que agrupan o dividen elementos para facilitar la investigación (Bruno y Almeida, 2017). Por ejemplo, Almeida y Bruno (2016) eliminan el componente 4 y añaden el uso de representaciones de números y operaciones. También dividen el componente 7 en comprensión del contexto del problema y operación necesaria, conciencia de múltiples estrategias y reconocimiento de resultados razonables.

Otra propuesta interesante es la de Bruno y Almeida (2017), que separan los componentes en dos grandes bloques. El primero, llamado "Componentes del sentido numérico", relacionado el conocimiento y la facilidad numérica; y el segundo, llamado "Aplicar el conocimiento y la facilidad de uso de números y operaciones para resolver problemas numéricos", relacionado con la aplicación de los componentes del SN del primer bloque y la facilidad para RP numéricos. Los componentes que se incluyen dentro del segundo bloque son "Comprender la relación entre el contexto del problema y la operación requerida", "Darse cuenta de que existen múltiples estrategias" y "Reconocer la razonabilidad del problema".

Otros autores como Mawaddah *et al.* (2021) han usado componentes como: "Conteo y cálculo", "Efecto de las operaciones", "Expresión equivalente", "Representaciones múltiples" y "Conceptos numéricos". Todas estas propuestas dan cuenta de cómo los componentes del SN se han propuesto de forma flexible y diversa a través de la investigación.

METODOLOGIA

Esta investigación se sitúa en el paradigma interpretativo, cuya finalidad es profundizar en un objeto de estudio para facilitar comprensión (Ricoy, 2006). Se adopta un enfoque cualitativo para analizar los datos, ya que se busca caracterizar en profundidad el conocimiento de un profesor en RP que incluye el uso del SN. Para ello, se realiza un estudio de caso único (Yin, 2018), que aprovecha las condiciones del caso para generar conocimiento específico (Vasilachis, 2006). Su finalidad es la particularización, no la generalización, ya que se espera ofrecer un aporte para investigación similar futura (Stake, 1999).

El caso corresponde a la implementación de una clase de octavo básico (13 a 14 años) por parte de un FP en su proceso de práctica final, quien cuenta con formación de profesor de matemática de enseñanza media habilitado para realizar clases de 7° a 4° medio. La clase incluyo actividades de RP en relación con la multiplicación y división de fracciones, alineadas con su objetivo declarado. La planificación y ejecución de la clase por parte del practicante consistieron en una síntesis de contenidos previos, resultando en problemas de carácter rutinario.

Además, siguiendo la perspectiva de Carrillo *et al*. (2014), se asume que el conocimiento del profesor es único e inseparable y, en consecuencia, la división que propone el MTSK es solo un marco para organizar el análisis. Asimismo, se considera que los componentes del SN están relacionados, por lo que podría surgir más de uno al momento de afrontar una misma tarea (Almeida y Bruno, 2016).

Recolección y análisis de los datos

Los datos fueron recolectados por medio de la grabación de video de una clase, la cual tuvo una duración de dos horas pedagógicas (1 hora y 30 minutos). Los registros de vídeo fueron almacenados por el investigador principal, y tratados por medio de una hoja de cálculo. Todos los datos derivados de la investigación fueron y seguirán siendo resguardados, procurando la absoluta confidencialidad de estos, asimismo los consentimientos de los padres y asentimientos de los estudiantes.

Se analizaron usando análisis de contenido (Bernete, 2014), considerando categorías de referencia. Las unidades de análisis fueron todas las intervenciones discursivas del profesor en la transcripción escrita. Cuando fue necesario, se revisó el video para contextualizar, como el uso de la pizarra. El análisis abarcó tanto las intervenciones generales como episodios específicos.

> Cada intervención, extraída de la transcripción de la clase grabada, involucra solo al profesor (P) y a los estudiantes (E) para mantener el anonimato. No se individualizaron intervenciones estudiantiles, ya que no son parte del objetivo de esta investigación. Se utilizó la grilla de la Tabla 1, basada en el MTSK, específicamente en los subdimensiones del MK, adaptadas de categorías validadas por Delgado-Rebolledo y Espinoza-Vásquez (2021).

La categoría "La práctica de resolver problemas y modelar" surge de los datos, como resultado de una primera aplicación de la grilla de análisis. En un segundo y definitivo análisis, esta categoría emergente se incluyó en los códigos. Además, cada categoría de conocimiento clasificada, a su vez se identificó como "Evidencia" o "Indicio": Se clasificó como evidencia cuando la intervención correspondía claramente con alguno de los indicadores de las categorías del MK; y como indicio, cuando los elementos no manifestaban una correspondencia directa con los indicadores de las categorías de conocimiento, pero era posible inferir vínculos. Si alguna intervención docente, identificable bajo algún subdominio, no logra ser clasificada en una categoría específica se le asigna el código NI para abreviar "No identificado".

Tabla 1

Subdominios y categorías del MK

Subdominios	Categorías de conocimiento
Conocimiento de los temas (KoT)	Procedimientos (P) Definiciones, propiedades y su fundamento (DPF) Registros de representación (RP) Fenomenología y aplicaciones (FyA)
Conocimiento de la estructura matemática (KSM)	Conexiones de complejización (CC) Conexiones de simplificación (CS) Conexiones transversales (CT) Conexiones Auxiliares (CA)

Subdominios	Categorías de conocimiento
Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	La práctica de demostrar (PD) La práctica de definir (Pdef) *La práctica de resolver problemas y modelar (PRPyM) El papel del lenguaje matemático (PLM)

*Nota: *Categoría emergente de los datos*

Una vez categorizadas todas las unidades de análisis de acuerdo con los subdominios y categorías del MK, estas se volvieron a analizar considerando la presencia del SN. Para analizar los componentes del SN, se utiliza como protocolo de análisis (Tabla 2), categorías e indicadores estructurados y adaptados a partir de la propuesta de Bruno y Almeida (2017). Algunos indicadores de la grilla fueron extraídos a partir de las capacidades relacionadas con el SN descritas por Castro y Segovia (2015). Finalmente, para analizar cómo se manifiesta el uso de los componentes de SN, se utilizan los siguientes criterios adaptados de Almeida *et al*. (2014): (a) Sentido Numérico (SN), Utiliza uno o algunos componentes del SN; (b) Parcialmente Sentido Numérico (PSN), combina el uso de componentes de SN y reglas memorísticas o algorítmicas o hace uso de elementos del SN con la intención de aplicar algoritmos y reglas memorísticas; (c) Basado en Reglas (BR): No hace uso de componentes del SN, haciendo uso exclusivo de algoritmos y reglas memorizadas.

Tabla 2

Grilla de análisis SN

Categoría	Indicadores
Comprender el significado de los números	Percibir y manejar estructuras numéricas Reconocer o usar relaciones de equivalencia entre expresiones numéricas y magnitudes
Reconocer el tamaño relativo y absoluto de magnitudes de los números	Comprender el sistema de numeración decimal posicional Percibir la magnitud de los números, usando estimaciones o propiedades numéricas para hacer comparaciones
Usar puntos de referencia	Utilizar un sistema o magnitud de referencia para acercarse a una solución

Categoría	Indicadores
	Establecer relaciones y comparaciones entre números o magnitudes para hacer cálculos
Usar múltiples representaciones de los números y las operaciones	Conocer distintas representaciones (gráficas. Numéricas, pictóricas o manipulativas) de los números y usar las más adecuadas Combinar o articular representaciones distintas para trabajar números o magnitudes
Comprender el efecto relativo de las operaciones y sus propiedades	Percibir, comprender y usar patrones numéricos Estimar el resultado de operaciones de números según su magnitud relativa Conjeturar o justificar resultados basados en el efecto de las operaciones
Evaluar la razonabilidad de las estrategias en función del problema	Reconocer errores numéricos cometidos por otros o por uno mismo Discernir en qué ocasiones se ha de dar un valor exacto o cuándo es posible dar un valor aproximado Evaluar la pertinencia de los procedimientos, resultados y operaciones según el contexto del problema.
Desarrollar estrategias apropiadas	Darse cuenta de que existen distintas estrategias Reconocer y usar el procedimiento más sencillo entre varios posibles Simplificar o combinar procedimentos de cálculo Diseñar o usar procedimientos diferentes al estándar

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Los resultados se muestran en tres grupos principales: resultados del MK, separados en indicios y evidencias (Figura 2), resultados de SN (Figura 3) y los resultados del cruce entre la grilla de análisis del MK y la grilla de SN (Figura 4 y 5). Es importante señalar que, si bien el profesor practicante anuncia explícitamente una clase de resolución de problemas, estos son rutinarios. Aunque todas las situaciones incluyen elementos contextuales, lo que se busca es que el estudiante aplique conocimientos previos sobre operatoria de fracciones.

En la Tabla 3 se observa que, de los tres subdominios, el KoT, registró la mayor frecuencia, con un total de 64 (63,4%), de los cuales, 42 corresponden a la categoría Procedimientos (P) (42%), siendo la categoría de conocimiento con mayor registro en total del MK. Otra categoría dentro del KoT que se destaca es Fenomenología y Aplicaciones (FyA), la cual registra una frecuencia moderada de conocimientos (10,9%), que se explica dado que durante la clase se trabajaron distintos problemas asociados a contextos.

Tabla 3

Resultados del MK

Categorías de conocimientos	KPM		KSM		KoT	
	Indicio	Evidencia	Indicio	Evidencia	Indicio	Evidencia
NI	0	0	0	0	0	1
PLM	4	1	-	-	-	-
PRPyM	14	10	-	-	-	-
Pdef	0	0	-	-	-	-
PD	0	0	-	-	-	-
CA	-	-	1	0	-	-
CT	-	.-	0	0	-	-
CS	-	-	4	3	-	-
CC	-	-	0	0	-	-
FyA	-	-	-	-	8	3
RR	-	-	-	-	5	0
DPF	-	-	-	-	4	0
P	-	-	-	-	4	39

Nota. Procedimiento (P); Definiciones, propiedades y su fundamento (DPF); Registros de representación (RR); Fenomenologia y Aplicaciones (FyA); Conexiones de complejización (CC); Conexiones de simplificación (CS); Conexiones transversales (CT); La práctica de demostrar (PD); La práctica de

definir (Pdef); La práctica de resolver problemas y modelar (PRPyM); El papel del lenguaje matemático (PLM); No identificado (NI).

A continuación, se muestra un ejemplo, en el cual se puede observar un conocimiento que puede formar parte de una evidencia clasificada en la categoría P. En este episodio, el profesor en formación recuerda el algoritmo clásico de la multiplicación cruzada para enseñar la división de fracciones.

> P-Ok, para resolver una división de fracciones, ¿recuerdan lo que deben hacer?
>
> E-Cruzado.
>
> P-Multiplicar cruzado, o también una forma más simple para que recuerden para que no se confundan es invertir la segunda fracción y se convierte en una multiplicación les voy a mostrar.

En el siguiente extracto se presenta un ejemplo de evidencia de la categoría FyA, en la que el docente intenta dar un contexto al problema. Varias veces fue posible observar la intención del profesor por dar un carácter realista a los problemas.

> P-Tenemos que nuestro perro Firulais, se come al día ⅔ de una taza, ok. Una taza de comida de perro, y nosotros tenemos un contenedor, o un saco, que dice que tiene para 30 tazas de comida de perro. Entonces nos preguntó: ¿cuántos días alcanzan para alimentar a firulais?

Otra categoría que posee resultados relevantes (Tabla 3), es la categoría "Práctica de Resolver Problemas y Modelar" (PRPyM), perteneciente al subdominio KPM, no solo por la gran frecuencia registrada (correspondientes al 23,8% del total), sino porque esta categoría se definió de forma inductiva a partir de las características del caso. En el siguiente extracto se muestra un ejemplo de indicio de la categoría PRPyM, donde el docente organiza la información disponible para ayudar a sus estudiantes a resolver el problema:

> P-Entonces, una taza, o sea para hacer un pastel necesito 3/5 de una taza de harina, ok (ordena la información en la pizarra). Yo sí quiero hacer 15/4 de pastel, ¿Cuántas tazas de harina necesito? ¿Cuántas tazas de harina necesitaría?

En la Tabla 4, se muestran los resultados obtenidos usando la grilla de análisis de SN, donde las componentes son identificadas según los criterios "Sentido Numérico" (SN) y "Parcialmente Sentido Numérico" (PSN). Además,

se registran los resultados del criterio “Basado en Reglas” (BR), el cual no está asociado a una componente específica, pues indica el uso de procedimientos y algoritmos tradicionales en ausencia de SN

Tabla 4

Recuento de intervenciones clasificados bajo las componentes del SN

Categoría	PSN	SN	BR
NO uso de SN	-	-	23
(7) Desarrollar estrategias apropiadas	8	2	-
(6) Evaluar la razonabilidad de las respuestas	1	16	-
(5) Comprender el efecto relativo de las operaciones y sus propiedades	1	3	-
(4) Usar múltiples representaciones de los números y las operaciones	1	9	-
(3) Usar puntos de referencia	0	1	-
(2) Reconocer el tamaño relativo y absoluto de las magnitudes de los números	2	2	-
(1) Comprender el significado de los números	9	4	-

Se observa una mayor frecuencia del criterio BR. Sin embargo, si se contabiliza la totalidad de conocimientos registrados en la categoría SN (37), se puede notar que predominan respecto del criterio BR. Por otro lado, si tomamos en cuenta que el criterio PSN es un criterio híbrido entre SN y BR, se puede decir que toma elementos de ambos criterios, por lo que esta última categoría no se puede descartar como expresión del uso de SN. En este sentido, la agrupación de los criterios SN y PSN (59) reportan aún mayor diferencia respecto de las intervenciones clasificadas bajo el criterio BR.

El componente que más resalta en los resultados de la clasificación en la grilla de SN, es “Evaluar la razonabilidad de las estrategias en función del problema” (componente 6) ya que es el de mayor presencia y además se asocia casi en la totalidad de los casos a la categoría Sentido Numérico (SN) (94,1% de los casos). A continuación, se muestra un ejemplo de cómo se manifiesta el componente 6 en la práctica del docente. En este episodio el profesor verifica

que el resultado es el correcto replicando el procedimiento. Esto se puede observar en varias oportunidades durante los episodios de la clase.

> P-¿Cuánto me van a cobrar?
>
> E-7.850.
>
> P-7850 ¿Está bien? Ustedes sacan su fiel calculadora y dicen: 1000 pesos de tomate, 5600 de palta más 1250 papas; 7850 pesos les debo, ok. (haciendo referencia a la adición de las cantidades).

Otro componente que resalta es "Usar múltiples representaciones de los números y las operaciones" (componente 4), ya que al igual que el componente anterior, su uso se asocia principalmente al criterio SN (90%). Este componente se activó, en la mayoría de los casos, cuando el docente presentaba los datos en la pizarra con apoyo de dibujos y símbolos para representar las variables. En el siguiente extracto se muestra un ejemplo del componente 4, en el que se puede observar cómo el docente plantea una ecuación en dos variables para modelar el problema:

> *P-ok, ahora, yo no sé cuánto cuesta ninguno de los dos, yo sé el total, pero sí sé, que el traje cuesta 2/5 del sombrero, entonces, lo que yo puedo hacer es: borrar el traje y cambiarlo por el sombrero, por el mismo sombrero de ahí, ¿ok? Multiplicado por 2/5.*

Otro elemento a considerar es que el segundo componente con mayor presencia fue "Comprender el significado de los números" (componente 1), el cual se encuentra concentrado, en su mayoría, bajo el criterio PSN (69,2%). Este componente, en general, se usó con la intención de facilitar la aplicación de procedimientos y algoritmos tradicionales. En el extracto que se muestra a continuación se puede observar cómo el docente indica que un número entero se puede expresar como uno fraccionario explicitando un 1 en el denominador, con la intención de poder aplicar el algoritmo para multiplicar fracciones:

> P-¿Y este truco de magia entonces? Este truco de magia lo utilizamos para la multiplicación de fracciones y la división: Cuando multiplicamos un número que no tiene denominador por una fracción, nosotros podemos hacer este truco, ¿ok? (Coloca un denominador 1).

Llama la atención el poco uso del componente "usar puntos de referencia", aunque la clase giró en torno a la RP que incorpora el uso de fracciones, contenido para el cual se recomienda el uso de este componente (Almeida y Bruno, 2016). En la tabla 3 se muestran los resultados del cruce de la grilla de análisis de MK y SN. Las posibles diferencias con los recuentos de las Figuras 2 y 3 se explica porque no todos los conocimientos del MK pueden ser clasificados bajo las componentes de SN y, además, más de un conocimiento del MK sirvió para la clasificación a través de los componentes de SN.

En la Tablas 5 se puede observar el panorama general de los resultados del cruce del MK con SN, separando los indicios de las evidencias respectivamente. La categoría de conocimiento que registra más indicios de co-ocurrencias con las componentes de SN es PRPyM (subdominio KPM), especialmente en el criterio SN. A su vez, la categoría de conocimiento que registra más evidencias de co-ocurrencias con las componentes de SN es P (subdominio KoT), en la que destacan los criterios PSN y BR. Esto se debe a que la mayoría de los procedimientos se orientaron al uso, o a facilitar el uso, de procedimientos y algoritmos tradicionales. El hecho de que FyA presente un solo conocimiento registrado, a diferencia de lo que se observa en la Tabla 3, se debe a que este conocimiento se asocia escasamente a elementos del SN, PSN o BR.

Tabla 5

Cruce resultados de indicios y evidencias entre las categorías MK y criterios del SN

Categorías de conocimiento	PSN		SN		BR	
	Indicios	Evidencias	Indicios	Evidencias	Indicios	Evidencias
PLM	0	0	1	0	1	0
PRPyM	1	0	8	5	0	1
Pdef	0	0	0	0	0	0
PD	0	0	0	0	0	0
CA	0	0	0	0	0	0
CT	0	0	0	0	0	0
CS	0	0	2	2	1	0
CC	0	0	0	0	0	0
FyA	0	0	0	1	0	0
RR	1	0	1	0	0	1
DPF	2	0	1	0	0	0
P	1	12	1	9	2	13

Llama la atención los pocos conocimientos registrados en la categoría "Registros de Representación" (RR), pues se esperaría mayor cantidad en una clase que aborda la resolución de problemas, más aún en fracciones. Por otro lado, en principio podría considerarse que la categoría RR se asocia directamente con el componente de SN "Usar múltiples representaciones de los números y las operaciones", sin embargo, sólo en dos de las intervenciones categorizadas bajo este conocimiento fue posible registrar presencia de las componentes de SN.

CONCLUSIONES

En esta investigación abordamos el estudio del conocimiento matemático de un futuro profesor de matemáticas, mientras implementa una clase en el marco de su práctica profesional. La clase de octavo básico involucró actividades de RP que requerían del uso de SN en el ámbito de los números racionales. Para realizar el análisis se asume un enfoque cualitativo, considerando el cruce entre las categorías del MK y las componentes del SN. La dimensión MK del MTSK permitió realizar una primera clasificación de las intervenciones del profesor en formación, para luego relacionar cada categoría clasificada con las componentes del SN.

Inicialmente, cuando el profesor propone una clase centrada en la resolución de problemas, todos los problemas presentados son del tipo rutinario y realista. Esto último se debe al hecho de que el contexto en el que se desarrollan los problemas es una simulación de la realidad o una representación de la misma (Díaz, 2022). Por esta razón, en una observación preliminar de la clase, sin un marco de referencia claro, podría considerarse que la presencia del uso de SN era débil. Sin embargo, un análisis detallado de cada intervención reveló que el profesor demostraba un dominio tanto explícito como implícito del sentido numérico como parte de su conocimiento especializado.

En este sentido, la categoría PSN resultó crucial en el análisis, pues permitió revelar elementos de SN incluso cuando pretendía ayudar a los estudiantes a aplicar o recordar algún algoritmo tradicional de cálculo para resolver algún problema. En el caso observado, incluso el uso del algoritmo tradicional requirió del uso de SN para poder apoyar la comprensión de los estudiantes. Así, si bien la práctica del profesor no destacó por la promoción explícita del uso del SN en sus estudiantes, sí utilizó el SN permanentemente con la intención de facilitar el uso de procedimientos basados en reglas y avanzar así en la RP.

Por esta razón, consideramos que los resultados no concuerdan de forma concluyente con los obtenidos por Almeida *et al*. (2014). Este hallazgo, plantea la posibilidad de que la formación recibida por el profesor pueda haber ejercido cierta influencia en dichos resultados. Por lo tanto, se hace necesario replicar este estudio con una muestra más amplia de docentes con el fin de contrastar y verificar la consistencia de los resultados. Esta ampliación también sería propicia, considerando futuros profesores de educación primaria, para verificar los resultados de Yang y Hsu (2009), quienes también evidencian que los profesores de este nivel educativo sí manifiestan capacidad para ayudar a los niños a desarrollar el sentido numérico con fracciones, prescindiendo de la dependencia de método basado en reglas. Además, consideramos que nuestros resultados son coincidentes con los de Mawaddah *et al*., (2021), ya que el uso de SN por parte del docente es, a lo menos, moderado.

En relación a la RP, consideramos que, a pesar de que se recomienda que los estudiantes aborden problemas no-rutinarios (Santos-Trigo, 2007), el uso de RP rutinarios en el aula de matemáticas también puede ser un aporte, especialmente si se conectan con SN. Por tanto, concordamos con lo declarado por Camacho y Santos (2006), quienes plantean que, indistinto el tipo de problemas, rutinario o no rutinario, lo que importa es la disposición a explorar las soluciones y sustentar las relaciones matemáticas.

Desde un punto de vista teórico metodológico, si bien no todas las manifestaciones de conocimientos matemáticos son clasificables bajo las categorías de SN, los subdominios del MK resultaron una herramienta analítica pertinente para abordar la clasificación de conocimientos bajo los componentes y criterios del SN. De esta forma fue posible identificar relaciones conceptuales entre las categorías MK y SN. Entre ellas, resalta la relación entre la categoría P y el criterio SN, sin embargo, no puede inferirse que el SN es un elemento de carácter exclusivamente procedimental, pues la categoría PRPyM también manifestó co-ocurrencias con SN. Asimismo, la categoría P también presentó relaciones con los criterios PSN y BR, debido a que ambas categorías incluyen el uso de procedimientos y algoritmos tradicionales.

Algunas proyecciones de este estudio apuntan a estudiar los alcances del uso de SN en la RP, que involucren nociones algebraicas o modelación. Del mismo modo sería interesante estudiar el rol de uso del PSN en la facilitación de cálculos y procedimientos en un estudio más amplio, considerando profesores en servicio. Una de las limitaciones del estudio refiere a la dificultad para percibir e interpretar el conocimiento usando sólo la observación de vídeo.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Este artículo se deriva de una tesis de magister para obtener el grado de Didáctica de la Matemática. En particular para este artículo el primer borrador ha sido redactado por SAA y todos los autores - SAA, AVG y PVH- han contribuido a la conceptualización, metodología, análisis de datos, redacción, revisión y edición del presente escrito. Además, todos los autores están de acuerdo con los resultados y conclusiones obtenidas.

DISPONIBILIDAD DE LOS DATOS

Los datos asociados a este documento estarán disponibles a través del autor correspondiente. Además, los autores declaran que el estudio fue aprobado por el Comité de Ética Científica Reacreditado del Ministerio de Salud Regional del Maule con el número de aprobación 1976/28.09.22, consecuentemente, han obtenido el consentimiento informado por escrito de los participantes.

FINANCIACIÓN

El autor de correspondencia, PVH, recibió financiación de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile a través del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico para la Iniciación 2023, Folio del Proyecto 11230240. AVG, agradece a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile a través del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico para la Iniciación 2024, Folio del Proyecto 11240150.

REFERENCES

Almeida, R., Bruno, A., & Perdomo-Díaz, J. (2014). Estrategias de sentido numérico en estudiantes del Grado en Matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias, 32*(2), 9-34. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.997

Almeida, Rut, Bruno, A, & Perdomo-Díaz, J. (2015). Strategies of Number Sense in Pre-service Secondary Mathematics Teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(5), 959-978. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9601-6

Almeida, R., Bruno, A., & Perdomo-Diaz, J. (2014). Respuestas de estudiantes de secundaria a tareas de sentido numérico, en M. T. González, M. Codes, D. Arnau & T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII,* (pp. 127-136). SEIEM.

Almeida, R., & Bruno, A. (2016). Uso de puntos de referencia y de representaciones gráficas para resolver tareas numéricas en secundaria. *PNA, 10*(3), 191-217. https://doi.org/10.30827/pna.v10i3.6088

Baroody, A. (1994). *El Pensamiento Matemático de los Niños*. Aprendizaje Visor.

Ben-Yehuda, M., & Sharoni, V. (2021). Number Sense Makes All the Difference: Calculation Using Number Sense by Pupils With and Without Learning Difficulties in Math. *Journal of Cognitive Education and Psychology, 20*(1), 47–67. https://doi.org/10.1891/jcep-d-20-00029

Bernete, F. (2014). Análisis de contenido. En A. Lucas & A. Noboa (eds.), *Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de datos* (pp. 221-261). Fragua.

Boaler, J., Williams, C., & Confer, A. (2015). Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn math facts". *Reflections, 40*(2), 7-12.

Brouwer, N., & Korthagen, F. (2005). Can Teacher Education Make a Difference? *American Educational Research Journal, 42*(1), 153–224. https://doi.org/10.3102/00028312042001153

Bruno, A. & Almeida, R. (2017). Establishing profiles on the use of number sense". *Journal of Research in Mathematics Education, 6*(1), 56. https://doi.org/10.17583/redimat.2017.1910

Caires, S., & Almeida, LS., (2005). Teaching practice in Initial Teacher Education: its impact on student teachers' professional skills and development. *Journal of Education for Teaching, 31*(2), 111–120. https://doi.org/10.1080/02607470500127236

Camacho, M., & Santos, L. (2006). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas, *Números. Revista de didáctica de las matemáticas, 58*, 45-60.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. & Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2985-2994). CERME.

Carrillo, J., Escudero-Ávila, D., & Flores, E. (2014). El uso del MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria. *Revista de Análisis Matemático-Didáctico para profesores, 1*, 16-26.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M. & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.147998

Castro, E. & Segovia, I. (2015). Sentido numérico. En P. Flores, & L. Rico (eds), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria,* Salamanca (pp. 109-126). Edición Pirámide.

Chapman, O. (2015). Mathematics teacher´s knowledge for teaching problem l solving. *LUMAT: International Journal of Math, Science and Technology Education, 3*(1), pp. 19–36. https://doi.org/10.31129/lumat.v3i1.1049

Clements, D., & Sarama, J. (2020). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach* (3rd ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003083528

Delgado-Rebolledo, R. & Espinoza-Vásquez, G., (2021). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? En J. G. Moriel-Junior (Ed.), *Anais do V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemátic*as (pp. 288-295). V CIMTSK.

Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2010). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students' beliefs and performance. *ZDM-Mathematics*

Education, 42(2), 205-218. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0221-5

Díaz, V. (2022). Design and Validation of a Test for the Types of Mathematical Problems Associated with Reading Comprehension. *Education Sciences, 12*(11), 795. https://doi.org/10.3390/educsci12110795

Escudero-Ávila, D., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L., & Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA, 10*(1), 53-77. https://doi.org/10.30827/pna.v10i1.6095

Flores-Medrano, E., Escudero-Avila, D., Montes, M., Aguilar, Á. & Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En A. Aguilar, E. Carmona, J. Carrillo, L. Contreras, N. Climent, D. Escudero, E. Flores, J. Huitrado, M. Montes, M. Muñoz, N. Rojas, L. Sosa, D. Vasco & D. Zakaryan (Eds.) *Un Marco Teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 57-72). Universidad de Huelva Publicaciones.

Flores-Medrano, E., Sosa, L. & Ribeiro, M. (2016). Tránsito del MKT al MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras & M. Montes. En J. Carrillo, L. C. Contreras & M. A. Montes (coord.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, (7-11). SGSE.

Flores-Medrano, E. (2022). Conocimiento de la estructura de las matemáticas, en J. Carrillo, M. Montes & N. Climent (eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK),* (pp.47-56) Dykinson.

Galleguillos, J., Ribeiro, M., & Montes, M. (2022). El conocimiento matemático que despliega & desarrolla un grupo de profesores en la resolución del problema del corral. *Educación Matemática, 34*(3), 194–217. https://doi.org/10.24844/em3403.07

Hallman-Thrasher, A. (2015). Prospective elementary teachers' responses to unanticipated incorrect solutions to problem-solving tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(6), 519–555. https://doi.org/10.1007/s10857-015-9330-y

Henríquez-Rivas, C., Guerrero-Ortiz, C., & Ávila-Barrera, A. (2021). Trabajo matemático de profesores universitarios: Heurísticas de solución de una tarea. *Educación Matemática, 33*(3), 233–262. https://doi.org/10.24844/em3303.09

Jordan, N., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences 20*(2), 82–88. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study, *Learning and Instruction, 19*(6), 513–526. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002

Lera, C., & Deulofeu, J. (2014). Conocimientos y creencias entorno a la resolución de problemas de profesores y estudiantes de profesor de matemáticas. *Bolema, 28*(48), 191–208. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a10

Lester, F. (2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem-Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast, 10*(1-2), 245–278. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1267

Levine, S., Jordan, N., & Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology, 53*(1), 72–103. https://doi.org/10.1016/s0022-0965(05)80005-0

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). Problem solving Problem Solving in Mathematics Education (pp. 1-39). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2

Mallart S., Font M., & Malaspina, U. (2016). Reflexión sobre el significado de qué es un buen problema en la formación inicial de maestros. *Perfiles educativos, 38*(152), 14-30. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2016.152.5758

Liñan, M., Contreras, L. & Barrera, V. (2016). Conocimiento de los Temas (KoT). En J. Carrillo, L. C. Contreras & M. Montes (Eds.). *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor, Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 12 -20) SGSE.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

May Cen, Iván. de J. (2015). George Polya (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* [título original: *How To Solve It*?] México: Trillas. 215 pp. *Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento*, *3*(8), 419-420. https://doi.org/10.21933/J.EDSC.2015.08.005

Mawaddah, S., Noorbaiti, R., & Ulfah, A. (2021). Analysis of number sense capabilities of prospective mathematics teachers. *Journal of Physics: Conference Series, 1760*(1), 012042. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1760/1/012042

McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics, 12*(3), 2-8.

Mesa, V., & Leckrone, L. (2020) Assessment of mathematics teacher knowledge. En Lerman.S (Ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., pp. 66-68). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_13

Montes, M., Aguilar-González, Á., Carrillo, J. & Muñoz-Catalán, M. (2013). MTSK: From common and horizon knowledge to knowledge of topics and structures. En B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for*

Research in Mathematics Education (CERME 8) (pp. 2055–3064). ERME.

Mousoulides, N. & Sriraman, B. (2020). Heuristics in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., ‘p. 649), Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

National Research Council (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: Final Report.* The National Academies Press. https://doi.org/10.17226/9870

Noviyanti, M., Suryadi, D., Fatimah, S. & Adriany, V. (2019). Mathematics and children’s construction in early childhood education. En W. Harun, S. Jaafar & N. Abdullah (Eds.), *Early Childhood Education in the 21st Century* (pp. 73-78) Routledge. https://doi.org/10.1201/9780429434914-13

Piñeiro, J., Castro-Rodíguez, E. & Castro-Rodríguez, E. (2016). Conocimiento profesional para la enseñanza de la resolución de problemas en primaria: una perspectiva curricular. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández & A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 346-427). SEIEM.

Piñeiro, J., Castro-Rodríguez, E., & Castro, E. (2021). Conocimiento sobre la resolución de problemas de matemáticas manifestado por estudiantes para profesor. *Bolema, 35*(71), 1416–1437. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a09

Pino-Fan, L., Castro, W., & Moll, V. (2022). A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher’ Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education, 2*(5), 1407–1432. https://doi.org/10.1007/s10763-022-10301-6

Ricoy, M. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação. Revista do Centro de Educação, 31*(1), 11-22.

Rodríguez, M., & Parraguez, M. (2014). Interpretando estrategias en Resolución de Problemas desde dos constructos teóricos: Un estudio de caso. *Revista Electrónica de Investigación En Educación en Ciencias, 9*(2),1–12. https://doi.org/10.54343/reiec.v9i2.175

Rowland, T. (2005). The knowledge quartet: A tool for developing mathematics teaching. En A. Gagatsis (Ed.), *Proceedings of the 4th Mediterranean Conference on Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 69-81). Cyprus Mathematical Society.

Santos, M. (2020). Problem-Solving in Mathematics Education. En Lerman. S. (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 567-587). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_129

Santos, R., Collantes, L., Ibañez, E., Ibarra, F., & Pentang, J. (2022). Innate Mathematical Characteristics and Number Sense Competencies of Junior High School Students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research 21*(10), 325–340. https://doi.org/10.26803/ijlter.21.10.18

Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *ZDM Int J Math Educ, 39*(5-6), 523–536. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0044-1

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). Macmillan.

Şengül, S. & Zora, L. (2023). Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusuyla İlgili Şekil, İşlem ve Senaryo Formundaki Sorularda Kullandıkları Sayı Hissi Stratejilerinin Belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim, 48*(214) https://doi.org/10.15390/eb.2023.11339

Sepúlveda, A., Medina, C., & Sepúlveda, D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, *21*(2), 79-115.

Sharma, M. (2015). Number sense: a window into dyscalculia and other mathematics difficulties. En S. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 277-291). Routledge.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–389). MacMillan.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos* (2° ed.). Ediciones Morata.

Ukobizaba, F., Nizeyimana, G., & Mukuka, A. (2021). Assessment Strategies for Enhancing Student´s Mathematical Problem-solving Skills: A Review of Literatur. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*(3), 1945. https://doi.org/10.29333/ejmste/9728

Vasco, D., Gómez, J. & Contreras, L. (2017). Subominios del Mathematic´s Theacher`s Specialised knowledge (MTSK). En J. Carrillo & L.C. Contreras (Eds), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 29-37). SGSE.

Vasilachis, I. (2019*). Estrategias de investigación cualitativa*. Buenos Aires: Gedisa.

Verdugo-Hernández, Paula y Espinoza-Vásquez, Gonzalo (2023). "El desarrollo de habilidades en el trabajo matemático: el caso de Lucas, un futuro profesor de matemática, en su práctica profesional", *Uniciencia,* vol. 37, núm. 1, pp. 1-23. http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.10

Veloo, P. (2010). *The development of number sense and mental computation proficiencies: An intervention study with secondary one students in Brunei Darussalam* (Doctoral dissertation). University of Otago.

Cheung, K. L., & Yang, D.-C. (2018). Examining the differences of Hong Kong and Taiwan students' performance on the number sense three-

tier test. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *14*(7). https://doi.org/10.29333/ejmste/91682

Yang, D-C., & Hsu, C.-J. (2009). Teaching Number Sense for 6th Graders in Taiwan. *International Electronic Journal of Mathematics Education 4*(2), 92–109. https://doi.org/10.29333/iejme/232

Yin, Robert E. (2018). *Case study research and applications. Design and methods* (6th ed.). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E. & Carrillo, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias, 36*(2), 105–123. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260