ACTA SCIENTIAE

ISSN: 2178-7727
DOI: 10.64856/acta.scientiae.8465

Interpretación del signo igual de estudiantes de cuarto año de educación primaria en tareas de igualdades abiertas

Rodolfo Morales [a]
Marioly Letelier [a]
José Parra-Fica [a]
Ramón Garrido [a]

[a] Universidad Católica del Maule, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Formación Inicial escolar, Carrera de Pedagogía General Básica con Mención, Talca, Chile.

RESUMEN

Contexto: La interpretación del signo igual constituye un aspecto central para el desarrollo del pensamiento algebraico en los primeros años de la Educación Primaria, especialmente en tareas que involucran igualdades abiertas. **Objetivo:** Indagar en la interpretación del signo igual en estudiantes de cuarto año de Educación Primaria (9–10 años) al resolver tareas de igualdades abiertas. **Diseño:** La investigación adoptó un enfoque cualitativo de carácter descriptivo-interpretativo. **Ambiente y participantes:** El estudio se desarrolló en un contexto escolar y contó con la participación de cuatro estudiantes de cuarto año de Educación Primaria (9-10 años), seleccionados intencionalmente. **Recolección y análisis de datos:** Los datos se recolectaron mediante entrevistas semiestructuradas aplicadas de forma individual, compuestas por cinco tareas, de las cuales cuatro involucraron igualdades abiertas y una se orientó a la exploración de la generalización de la interpretación del signo igual. El análisis se realizó mediante un análisis de contenido de las producciones escritas y verbales de los estudiantes. **Resultados:** Los resultados evidencian que los estudiantes interpretaron el signo igual a partir de tres significados: operador, equivalencia numérica operacional y equivalencia numérica relacional. **Conclusiones:** Se concluye que, a medida que los estudiantes avanzan en las tareas y reciben orientación del investigador, progresan hacia una interpretación relacional del signo igual, sustentada en la estrategia de compensación, lo que presenta implicancias directas para la enseñanza del pensamiento algebraico temprano y la formación docente.

Palabras clave: Algebra escolar; Educación Primaria, Pensamiento algebraico, Pensamiento relacional.

Autor de Correspondencia: Rodolfo Morales. Email: rmoralesm@ucm.cl

Interpretação do sinal de igualdade por alunos do quarto ano do ensino fundamental em tarefas de igualdades abertas

RESUMO

Contexto: A interpretação do sinal de igualdade é fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos do ensino fundamental, especialmente em tarefas que envolvem equações abertas. **Objetivo:** Investigar a interpretação do sinal de igualdade por alunos do quarto ano do ensino fundamental (9 a 10 anos de idade) ao resolver problemas com equações abertas. **Metodologia:** A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, descritiva-interpretativa. **Ambiente e participantes:** O estudo foi realizado em um ambiente escolar e incluiu quatro alunos do quarto ano do ensino fundamental (9 a 10 anos de idade), selecionados por amostragem de conveniência. **Coleta e análise de dados:** Os dados foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas individuais, compostas por cinco tarefas. Quatro dessas tarefas envolviam equações abertas e uma focava na exploração da generalização da interpretação do sinal de igualdade. A análise foi realizada por meio de análise de conteúdo dos trabalhos escritos e orais dos alunos. **Resultados:** Os resultados mostram que os alunos interpretaram o sinal de igualdade com base em três significados: operador, equivalência numérica operacional e equivalência numérica relacional. **Conclusões:** Conclui-se que, à medida que os alunos progridem nas tarefas e recebem orientação do pesquisador, desenvolvem uma interpretação relacional do sinal de igual, apoiada pela estratégia de compensação. Isso tem implicações diretas para o ensino do pensamento algébrico inicial e para a formação de profesores.

Palavras-chave: Álgebra escolar; Ensino fundamental; Pensamento algébrico; Pensamento relacional.

Fourth-grade students' interpretation of the equal sign in open equality tasks

ABSTRACT

Context: The interpretation of the equal sign is central to the development of algebraic thinking in the early years of primary education, especially in tasks involving open equations. **Objective:** To investigate the interpretation of the equal sign by fourth-grade primary school students (ages 9–10) when solving open equation problems. **Design:** The research adopted a qualitative, descriptive-interpretive approach. Setting and participants: The study was conducted in a school setting and included four fourth-grade primary school students (ages 9–10), selected by convenience sampling. **Data collection and analysis:** Data were collected through semi-structured interviews conducted individually, consisting of five tasks. Four of these tasks involved open equations, and one focused on exploring the generalization of the interpretation of the equal sign. The analysis was performed using content analysis of the students' written and verbal work. **Results:** The results show that students interpreted the equal sign based on three meanings: operator, operational numerical equivalence, and relational numerical equivalence. **Conclusions:** It is concluded that, as students progress through the tasks and receive guidance from the researcher, they develop a relational

interpretation of the equal sign, supported by the compensation strategy. This has direct implications for the teaching of early algebraic thinking and teacher training.

Keywords: School algebra; Primary Education; Algebraic thinking; Relational thinking.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la enseñanza y el aprendizaje del álgebra escolar han adquirido un creciente interés en la comunidad científica, especialmente en los primeros niveles educativos (Castro y Molina, 2007; Brizuela, 2023). Este interés surge, en gran medida, a partir de las dificultades y altos niveles de fracaso que presentan los estudiantes de Educación Secundaria al enfrentarse por primera vez a contenidos algebraicos. Diversos estudios atribuyen estas dificultades a una desconexión curricular entre la aritmética y el álgebra, así como a enfoques de enseñanza centrados en la manipulación mecánica del simbolismo algebraico, que favorecen aprendizajes memorísticos y una comprensión limitada de las estructuras matemáticas (Castro y Molina, 2007; Parodi y Lezama, 2017; Schliemann et al., 2011; Molina, 2009).

En respuesta a este escenario, se han propuesto enfoques que buscan introducir el pensamiento algebraico desde edades tempranas con el propósito de favorecer una comprensión progresiva del álgebra escolar. En este contexto, la propuesta curricular *early algebra* plantea la integración de modos de pensamiento algebraico desde los primeros niveles educativos, otorgando un carácter algebraico a la enseñanza de la aritmética y estableciendo bases conceptuales que faciliten la transición hacia contenidos más abstractos (Kaput, 2000; Molina, 2009; Escobar y Tirado, 2021; Pincheira y Alsina, 2021). Esta propuesta no implica adelantar contenidos propios de la Educación Secundaria, sino promover habilidades centradas en la identificación y generalización de estructuras y relaciones matemáticas presentes en tareas aritméticas (Blanton y Kaput, 2005; Escobar y Tirado, 2021).

Desde esta perspectiva, el pensamiento relacional emerge como un enfoque clave para el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, al centrarse en el estudio de las estructuras de las expresiones y en las propiedades de las operaciones, promoviendo que los estudiantes establezcan relaciones entre expresiones de manera intencional (Molina, 2006; 2011; Fernández y Ivars, 2016). Entre sus principales aportes se encuentran el fortalecimiento de destrezas aritméticas y algebraicas, la reducción de la operatoria mecánica y la construcción de una base conceptual para el aprendizaje formal del álgebra (Carpenter et al., 2003; Molina, 2006; Escobar y Tirado, 2021). Estos beneficios han motivado su incorporación en diversos currículos. En el

currículo chileno, por ejemplo, se promueve que los estudiantes de Educación Primaria exploren relaciones entre números y estructuras utilizando el signo igual para representar situaciones de equilibrio (MINEDUC, 2012; 2018). De manera similar, el currículo español enfatiza la comprensión de la equivalencia en expresiones con cantidades desconocidas (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019), mientras que el currículo estadounidense propone que los estudiantes comprendan el significado del signo igual y evalúen la veracidad de ecuaciones simples desde tercer año de Educación Primaria (Common Core State Standards for Mathematics, 2010).

A pesar de estos avances, la investigación evidencia que la comprensión del signo igual continúa siendo abordada predominantemente desde un enfoque operacional, interpretándose como una señal para ejecutar cálculos más que como una relación de equivalencia entre expresiones (Parodi y Lezama, 2017; Kusuma et al., 2018; Napaphun, 2012; Wardat et al., 2021). En consecuencia, persisten interrogantes respecto de cómo los estudiantes de los primeros niveles educativos construyen significado sobre el signo igual en el contexto del desarrollo del pensamiento algebraico temprano. A partir de este escenario se plantearon las siguientes preguntas de investigación: ¿Cómo estudiantes de cuarto año de Educación Primaria interpretan el signo igual al resolver tareas de igualdades abiertas? ¿Cómo las intervenciones del investigador favorecen la interpretación del signo igual como equivalencia relacional en estos estudiantes?

Con base en estas preguntas, se establece como objetivo analizar la interpretación del signo igual que atribuyen estudiantes de cuarto año de Educación Primaria en tareas con igualdades abiertas.

MARCO CONCEPTUAL

Pensamiento algebraico

El pensamiento algebraico se define como el desarrollo de razonamientos fundamentales que pueden requerir del uso del álgebra simbólica (letras) como herramienta, sin embargo, no depende únicamente de ella. Asimismo, constituye un soporte cognitivo esencial para introducir a los estudiantes en la enseñanza formal del álgebra, pues permite analizar relaciones entre cantidades, atender a la estructura, estudiar el cambio, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, probar y predecir (Kieran, 1996; Kieran, 2004). Por su parte, el pensamiento algebraico puede definirse como un tipo de pensamiento matemático referido a cantidades indeterminadas (incógnitas, variables, parámetros o números generalizados), las cuales se tratan de forma

analítica, es decir, aunque sean desconocidas, se operan como si fueran conocidas (Radford, 2018; Pinto et al., 2023). El álgebra temprana tiene como finalidad integrar el pensamiento algebraico mediante la promoción de hábitos de pensamiento y representación que permitan identificar el ámbito estructural de las matemáticas (Blanton y Kaput, 2005; Escobar y Tirado, 2021). Entre las principales características del pensamiento algebraico desarrolladas por los niños se encuentran la modificación de expresiones matemáticas, el desarrollo del pensamiento relacional y la construcción de conocimientos basados en conjuntos, sus operaciones y propiedades asociadas (Mejias y Alsina, 2020). La propuesta *early algebra* plantea que docentes de todos los niveles deben promover el pensamiento algebraico, ayudando a los estudiantes a atender a propiedades, relaciones y patrones presentes en diversas actividades matemáticas, aunque no resulten algebraicas a simple vista. El objetivo es fomentar modos de pensamiento algebraico más que el dominio de procedimientos propios del álgebra. Desde una perspectiva práctica, se propone promover en el aula la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas para cultivar hábitos de pensamiento orientados a la estructura subyacente de las matemáticas (Molina, 2009).

Pensamiento relacional

El pensamiento relacional puede entenderse como un tipo de pensamiento algebraico orientado a la comprensión del signo igual, al razonamiento con expresiones y a la resolución de ecuaciones e inecuaciones (Pinto et al., 2023). Se refiere a la atención a las relaciones numéricas estructurales presentes en las expresiones matemáticas (Carpenter et al., 2005; Escobar y Tirado, 2021). Diversos autores (Molina y Castro, 2005; Castro y Molina, 2007; Molina, 2011) lo definen como una actividad cognitiva alternativa a los procedimientos estándar, estrechamente vinculada al trabajo algebraico, especialmente al estudio y generalización de patrones y relaciones. Este enfoque implica considerar las expresiones aritméticas y ecuaciones como totalidades y aplicar propiedades numéricas para relacionar o transformar expresiones (Carpenter et al., 2005; Fernández y Ivars, 2016). Asimismo, supone una visión relacional del signo igual, entendido como una relación de equilibrio entre ambos lados de la igualdad (Fernández y Ivars, 2016).

El pensamiento relacional promueve competencias aritméticas y algebraicas, al centrarse no solo en el dominio procedimental, sino también en la comprensión de propiedades numéricas y la identificación de relaciones (Escobar y Tirado, 2021). Su foco está en que el estudiante establezca relaciones entre datos relevantes y conocimientos previos, incluidos aquellos

no observables de manera inmediata (Hernández, 2017). Entre sus principales ventajas se encuentra la reducción del cálculo mecánico, favoreciendo el reconocimiento de propiedades, la manipulación de expresiones y el desarrollo de una aritmética con significado, lo que contribuye a una base sólida para el aprendizaje formal del álgebra (Carpenter et al., 2003; Molina, 2006; Castro y Molina, 2007).

Una persona evidencia pensamiento relacional cuando es capaz de examinar ideas matemáticas, identificar relaciones entre ellas y utilizarlas para resolver situaciones o tomar decisiones matemáticas (Molina et al., 2006). Un ejemplo de ello es la resolución de igualdades a partir de las relaciones entre expresiones en ambos lados del signo igual (Castro y Molina, 2007). En este sentido, resulta relevante ofrecer oportunidades que favorezcan su desarrollo, apoyadas en recursos concretos como regletas de Cuisenaire o balanzas numéricas, que facilitan la comprensión del signo igual como equivalencia (Fernández y Ivars, 2016). Dado que la comprensión del signo igual constituye un eje central del pensamiento relacional, a continuación, se analiza su implicación en este enfoque.

Signo igual

El signo igual (=) representa un concepto matemático que indica una relación de igualdad entre dos expresiones situadas a ambos lados del símbolo (Castro y Molina, 2007). En este sentido, Carpenter et al. (2003) señalan que debe entenderse como un balance entre cantidades. Por ejemplo, en la expresión $12 + 10 = 11 + 11$ se establece una igualdad numérica, ya que, aunque las expresiones son distintas, las sumas de ambos lados son equivalentes.

El signo igual admite diversos significados. Parodi y Lezama (2017), a partir de Molina (2006) y Molina et al. (2009), describen aquellos reconocidos por la comunidad matemática y los utilizados por estudiantes y textos escolares. Entre ellos, puede interpretarse como una propuesta de actividad, un operador de carácter unidireccional, una expresión de acción, un separador de procedimientos, una equivalencia condicional, una equivalencia matemática (numérica, simbólica, identidad o por definición), la definición de un objeto, una relación funcional, una correspondencia, una aproximación o una asignación de valor.

Desde una perspectiva didáctica, el signo igual puede abordarse desde dos visiones: operacional y relacional (Molina, 2009). La primera lo concibe como una señal para realizar un cálculo y registrar un resultado, mientras que la segunda lo entiende como un indicador de equivalencia entre expresiones, lo

que implica analizar las relaciones y propiedades numéricas involucradas (Molina, 2009; Burgell y Ochoviet, 2015; Parodi y Ochoviet, 2025).

El pensamiento relacional se desarrolla mediante el trabajo con igualdades y sentencias numéricas. Las igualdades corresponden a expresiones verdaderas que contienen el signo igual y pueden ser abiertas o cerradas, así como de acción o de no acción. Las sentencias, en cambio, son proposiciones que pueden ser verdaderas o falsas (Molina, 2006; Castro y Molina, 2007).

Dado que los distintos significados del signo igual no se adquieren de manera intuitiva, el trabajo con expresiones aritméticas desde un enfoque relacional favorece el descubrimiento de patrones, el establecimiento de relaciones y la comprensión de las expresiones como totalidades, alejándose de una interpretación meramente operacional (Molina y Castro, 2005; Castro y Molina, 2007).

En esta investigación, se aborda el signo igual como equivalencia numérica relacional, significado que cumple las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva (Molina et al., 2006; Parodi y Lezama, 2017). Este enfoque permite trabajar diversas relaciones de la estructura aditiva, tales como la compensación, entendida como la necesidad de equilibrar las cantidades en ambos lados de la igualdad al sumar o restar una misma cantidad, promoviendo así una interpretación relacional del signo igual en estudiantes de Educación Primaria (Molina y Castro, 2005; Molina, 2009).

Generalización

La generalización es una de las prácticas fundamentales para el desarrollo del pensamiento algebraico. Mason (1999) afirma que los estudiantes cuando ingresan a la Educación Primaria ya poseen capacidades innatas para realizar y expresar procesos de generalización.

La generalización, se define como aquella acción en donde se reconoce que algunos atributos de la tarea matemática pueden variar o permanecer invariables (Mason, 2017; Pinto et al. 2023). Zapatera (2022) explica que generalizar consiste en que los estudiantes puedan explorar algunas situaciones en las cuales identifiquen ciertos comportamientos, reglas y leyes que se puedan expresar de manera verbal o simbólica y se logren aplicar en cualquier situación. Potenciar estas capacidades desde los primeros niveles educativos, permite que los estudiantes se alejen del cálculo aritmético, centrando su atención en la estructura y las relaciones matemáticas presentes (Blanton et al., 2011; Pinto et al., 2023). En el contexto del pensamiento relacional, la generalización se encuentra estrechamente relacionada con este enfoque, pues

favorece y facilita el carácter algebraico de la aritmética, centrándose en el análisis de las estructuras que subyacen a las distintas expresiones y permitiendo identificar propiedades aritméticas (Trujillo et al., 2009).

Antecedentes

El pensamiento relacional en estudiantes de los primeros niveles educativos ha sido objeto de investigación desde hace algunos años; no obstante, el cuerpo de conocimiento disponible aún se encuentra en una etapa incipiente. Entre los estudios pioneros destacan los de Molina (2006), Molina y Castro (2005) y Molina et al. (2006), quienes evidenciaron el potencial de estudiantes de tercero de Educación Primaria (8–9 años) para resolver tareas asociadas al pensamiento relacional y generalizar propiedades aritméticas, a pesar de que estas no son promovidas explícitamente en la enseñanza formal. Estos autores observaron que los estudiantes inicialmente interpretaban el signo igual de manera operacional, pero, a medida que avanzaban las sesiones de intervención, progresaban hacia una interpretación relacional. Asimismo, atribuyeron las dificultades en esta comprensión a prácticas de enseñanza centradas en presentar las operaciones a la izquierda del signo igual y el resultado a la derecha.

Posteriormente, Molina et al. (2009) profundizaron en las dificultades de estudiantes de este nivel educativo, mostrando que algunos ignoraban uno de los términos de la igualdad, como al responder 17 ante la expresión 14 + _ = 13 + 4. En esta línea, Knuth et al. (2011) sostienen que un trabajo sistemático sobre el signo igual como equivalencia desde Educación Primaria favorece la resolución de ecuaciones y el reconocimiento de equivalencias, incluso sin recurrir al cálculo explícito. Napaphun (2012) encontró que estudiantes de 10 a 12 años comprendían el signo igual de forma relacional, aunque dependían del cálculo de ambos lados de la igualdad para verificar la equivalencia, por lo que destacó la importancia de promover estrategias como la compensación y el principio de equivalencia.

De manera similar, Kiziltoprak y Yavuzsoy (2017) evidenciaron que estudiantes de quinto de Educación Primaria lograron transitar desde una comprensión centrada en el resultado hacia una interpretación relacional del signo igual, analizando relaciones numéricas sin realizar cálculos directos. Estos autores concluyen que el pensamiento relacional puede desarrollarse tempranamente cuando los docentes promueven la exploración y discusión de relaciones entre números. En concordancia, Matthews et al. (2012) señalan que los estudiantes que conciben el signo igual como equivalencia presentan un

mejor desempeño en tareas con ecuaciones que aquellos que lo interpretan como un indicador de resultado.

En contraste, investigaciones en Educación Secundaria muestran que persisten dificultades significativas en la interpretación del signo igual. Kusuma et al. (2018) identificaron que, aunque los estudiantes reconocen el signo igual como equivalencia operacional, tienden a aplicar procedimientos mecánicos al resolver ecuaciones, lo que evidencia una comprensión superficial y centrada en el cálculo.

METODOLOGÍA

Tipo de investigación

Esta investigación fue de tipo cualitativa porque pretendió profundizar en los significados y definiciones que les atribuyen las personas a ciertas situaciones determinadas. En el caso de esta investigación, se centró en cómo estudiantes de Cuarto año de Educación Primaria respondieron a tareas matemáticas que involucró la interpretación del signo igual. Se caracterizó por su subjetividad, flexibilidad y la recolección de datos se realiza por métodos no estandarizados ni puramente predeterminados, otorgando riqueza interpretativa (Hernández et al., 2014). Además, esta investigación se enmarcó en un estudio de casos, dado que buscamos indagar en profundidad el trabajo de estudiantes del nivel educativo señalado anteriormente (Stake, 1999).

Sujetos de investigación

Los sujetos de investigación fueron cuatro estudiantes de cuarto de educación primaria (9-10 años) de un establecimiento particular subvencionado de la ciudad de Talca, Chile. Su selección fue de manera intencionada. Se consideraron a estudiantes que estuvieran en la media de rendimiento académico del curso, como forma de evitar sesgos en sus respuestas. Al momento de la investigación, estos estudiantes no contaban con experiencias previas en tareas sobre interpretación del signo igual. Sin embargo, contaban con experiencias en trabajos con tareas de cálculo de adición y sustracción con números de hasta cuatro dígitos tanto escrito como mental, ecuaciones e inecuaciones de un paso y manifestaban capacidad para verbalizar respuestas. Estos conocimientos fueron clave, porque se consideraron necesarios para que ellos abordan las tareas propuestas.

Entrevista semiestructurada y tareas de investigación

La recolección de información se realizó a partir de entrevistas semiestructuradas. Estas, actúan como facilitadoras de construcción de

conocimientos de las personas, en donde el entrevistador puede expresar la situación desde su propia perspectiva y con sus palabras, además, es versátil y permite diversas instancias de diálogo (Villarreal-Puga y Cid, 2022).

Para esta investigación se elaboraron cuatro tareas que involucraban encontrar la incógnita dada una relación de igualdad siguiendo las orientaciones de Carpenter et al. (2003) y Molina (2006). En la tabla N°1 se muestra cada tarea, junto a su enunciado y característica.

Tabla 1

Tareas propuestas a los estudiantes de cuarto de Educación Primaria

N° Tarea	Enunciado de la tarea	Característica de la tarea
Tarea 1	5 + 17 = ☆ + 20	Es una igualdad abierta de no acción[1] en donde la estrella (incógnita) se encuentra en el primer valor del lado derecho del signo igual. Su estructura atiende a la igualdad abierta del tipo a ± b = □ ± d
Tarea 2	☆ + 25 = 10 + 30	Es una igualdad abierta de no acción en donde la estrella (incógnita) se encuentra en el primer valor del lado izquierdo del signo igual. Su estructura atiende a la igualdad abierta del tipo □ ± b = c ± d
Tarea 3	11 + ☆ = 10 + 12	Es una igualdad abierta de no acción en donde la estrella (incógnita) se encuentra en el segundo valor del lado izquierdo del signo igual. Su estructura atiende a la igualdad abierta del tipo a ± □ = c ± d
Tarea 4	20 + 8 = 18 + ☆	La tarea propuesta es una igualdad abierta de no acción en donde la estrella (incógnita) se encuentra en el segundo valor del lado derecho del signo igual. Su

[1] Una igualdad abierta, quiere decir que la expresión se encuentra incompleta, es decir, que tiene un valor desconocido. Por su parte, de no acción se refiere a que la expresión puede tener operaciones a ambos lados del signo igual o en ninguno de estos.

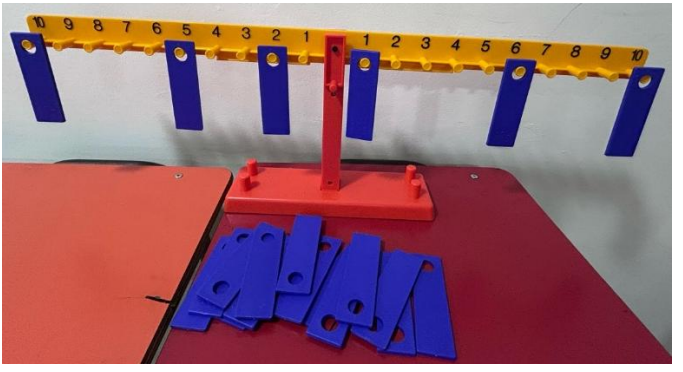
		estructura atiende a la igualdad abierta del tipo a ± b = c ± □
Tarea 5	¿Cómo se lo haces siempre para encontrar la incógnita en cada una de las tareas? ¿Puedes explicarlo?	Esta pregunta busca identificar si los estudiantes logran generalizar la estrategia trabajada durante las entrevistas.

Se planteó cada tarea de manera individual a cada uno de los cuatro estudiantes, en un contexto de una entrevista semiestructurada. Cada entrevista se llevó a cabo en una sala de clase de su establecimiento. La entrevista no tuvo límite de tiempo, pero su duración fue de entre 20 y 30 minutos. Durante la entrevista, a cada estudiante se le propuso cada una de las cuatro tareas y se les planteó preguntas que atendían a cómo hallar la incógnita asociada en cada una de ellas y que justificaran la forma en que lo habían encontrado. Una vez finalizadas las preguntas de igualdades se les planteó la pregunta que buscaba la generalización.

Además, cada estudiante con una guía de trabajo en papel para que realizar los cálculos escritos y una balanza en la que iban corroborando los cálculos realizados (ver Figura 1).

Figura 1

Imagen Balanza.



Técnica de análisis y categorización

Para el análisis de la información empleamos la técnica del análisis de contenido (Fernández, 2002). Se hizo la transcripción de cada una de las entrevistas. Posteriormente, cada integrante del grupo de investigación analizó las transcripciones y fotografías de las producciones de los estudiantes, para

consensuar el tipo de interpretación que otorgaba cada estudiante al signo igual cuando resolvió cada tarea. Las categorías se establecieron a partir de: el marco conceptual de esta investigación (Castro y Molina, 2007; Molina 2009); los antecedentes que sugieren indagar sobre pensamiento relacional (Parodi y Lezama, 2017; Kusuma et al., 2018; Napaphun, 2012; Wardat et al., 2021); y un análisis a priori de las respuestas de los estudiantes, permitiendo de esta manera consolidar las categorías de análisis sobre la interpretación del signo igual. Las categorías de análisis consolidadas se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Categorías de análisis sobre la comprensión del signo igual

Categoría	Subcategoría	Descripción
Signo igual como operador		Interpretar el signo igual como operador, es decir, como un símbolo en el cual al lado izquierdo se encuentra una serie de operaciones, y al lado derecho, su resultado. El estudiante tiene una visión unidireccional del signo igual.
Signo igual como equivalencia numérica	Operacional	Interpretar el signo igual como equivalencia entre dos representaciones de un mismo objeto matemático, es decir, que a ambos lados del signo igual las cantidades suman lo mismo. Utilizar operaciones aritméticas.
	Relacional (compensación)	Interpretar el signo igual como una equivalencia entre dos representaciones de un mismo objeto matemático, es decir, que a ambos lados del signo igual las cantidades suman lo mismo. Resolver la tarea desde un enfoque relacional, estableciendo relaciones entre los valores de ambos lados de la igualdad. Se hace uso de la estrategia aritmética de compensación.
Generalización	Particulariza	Responde una pregunta general a través de un caso particular sobre la interpretación del signo igual realizada.
	Generaliza	Generaliza la interpretación del signo igual a través de cantidades (valores) indeterminadas.

RESULTADOS

A continuación, se muestran resultados de lo que hizo cada uno de los cuatro estudiantes en cada una de las cinco tareas (Tabla 3). Se asignó a cada estudiante un número para respetar su anonimato y distinguirlo de otros (p. ej., E1 simboliza al estudiante 1 así análogamente para los otros tres estudiantes).

Tabla 3

Respuestas de los estudiantes a cada tarea de la investigación.

Estudiante	Número de tarea				
	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5
E1	C2.1	C2.1/C2.2*	C2.1 / C2.2	C2.1/C2.2*	P
E2	C2.1/C2.2*	C2.1/C2.2*	C2.2	C2.2	G
E3	C2.1	C2.1/ C2.2*	C2.2*	C2.2	P
E4	C1/C2.1*	C2.1/ C2.2*	C2.2	C2.2*	P

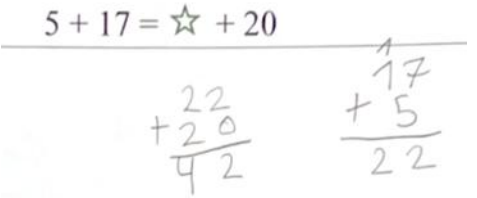
Nota: C1: Signo igual como Operador; C2: Signo igual como Equivalencia Numérica; C2.1: Operacional; C2.2: Relacional – Compensación. *Instrucción; C3; (P) Particulariza, (G) Generaliza.

Resultados tarea 1

En la tabla 3 se observa que, en la tarea 1, predomina la interpretación del signo igual como equivalencia numérica operacional por parte de los cuatro estudiantes, dado que para hallar la incógnita usaron operaciones aritméticas. Un ejemplo representativo fue la respuesta de E4. Sin embargo, este estudiante inicialmente interpretó el signo igual como operador (ver Figura 2) y a continuación, con orientación del investigador, interpretó el signo igual como equivalencia numérica operacional como se muestra más adelante.

Figura 2

Respuesta de E4 a Tarea 1

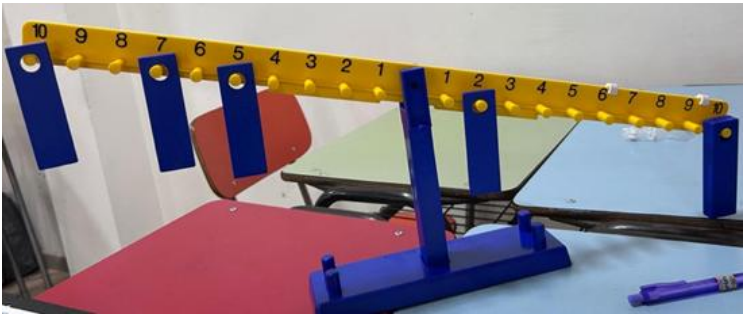


En la figura 2 se observa que E4 sumó los valores del primer miembro (17+5) para hallar la incógnita, obteniendo 22. Posteriormente, dicha suma, la volvió a sumar con el valor conocido del segundo término del lado izquierdo del signo igual (20), obteniendo así 42 como respuesta a la tarea. Por su parte, E4 consideró que el primero de los dos términos de la derecha del signo igual, corresponde a la suma de los términos que se hallan al dado izquierdo de dicho signo. De esta manera, E4 interpretó el signo igual como el resultado de una operación.

A continuación, y con el propósito de guiar a E4 hacia la comprensión de su propia respuesta y favorecer una interpretación correcta del signo igual, el I le solicitó que, a través de una balanza, representara su procedimiento. La representación obtenida por E4 se muestra en la Figura 3, la cual dio cuenta de una relación de desigualdad.

Figura 3

Representación de E4 de la respuesta en Tarea 1.



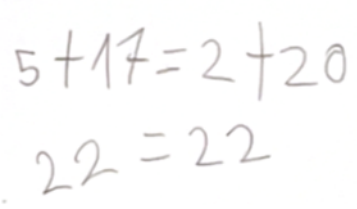
Una vez que E4 advirtió que la balanza representaba una relación de desigualdad en lugar de igualdad, el entrevistador lo orientó con preguntas

centradas en la noción de equilibrio de la balanza y su vínculo con el signo igual. Esta mediación tuvo como propósito favorecer la reinterpretación del signo igual por parte de E4 y la identificación de su error, tal como se evidencia en el siguiente fragmento de entrevista.

> I: ¿Qué paso ahí en la balanza?
> E4: No queda igual.
> I: ¿Qué quiere decir lo que tenemos en la tarea? Es decir, ¿5 + 17 es igual a?
> E4: 22
> I: ¿La estrella más 20? […] ¿se ve desequilibrada o equilibrada? Porque dice que esto (lado izquierdo del signo igual) debe ser igual a esto (lado derecho del signo igual).
> E4: Tiene que estar en equilibrio.
> I: ¿Cómo podríamos hacer que quede en equilibrio? ¿quitando 20 (del lado derecho del signo igual)? (E4 anteriormente, había mencionado "sacando el 20 del lado derecho del signo igual)
> E4: No.
> I: ¿Por qué no? Si (luego de quitar 20) la balanza está en equilibrio, ¿Cuánto tendría que ser la estrella para que dé lo mismo? Si a este lado (derecho) ya tenemos el 20.
> E4: 2
> I: Entonces, ¿5 más 17 es igual a 2 más 20? ¿está en equilibrio?
> E4: Sí
> I: ¿Cómo lo harías entonces?
> A continuación, E4 realiza la operación tal cual se muestra en la Figura 4.

Figura 4

Respuesta de E4 en Tarea 1.



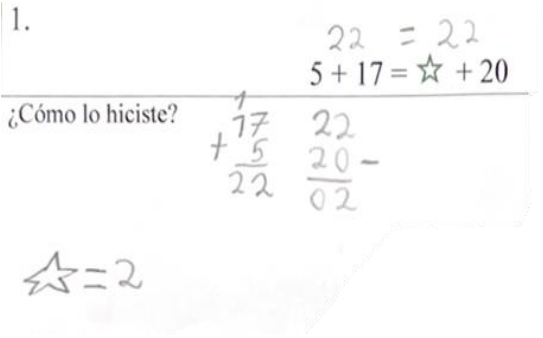
Tal como se observa en el fragmento de entrevista, E4 reconoció que su respuesta inicial era incorrecta, ya que el valor asignado a la incógnita generaba un desequilibrio en la balanza (ver Figura 3). Sin embargo, a partir de

las preguntas orientadoras del I, E4 logró comprender que la suma de la incógnita y 20 debía ser equivalente a la adición de 5 y 17, dado el equilibrio representado en la balanza. Esta comprensión se confirma cuando E4 responde "2" como el valor de la estrella para obtener 22 (ver Figura 4). De este modo, E4 interpretó el signo igual como una equivalencia numérica operacional.

Por su parte, en esta misma tarea, hubo solo un estudiante (E2) que manifestó una respuesta con base en la interpretación del signo igual como equivalencia numérica relacional con orientación del I, dado que su respuesta inicial fue con base en la interpretación del signo igual como equivalencia numérica operacional (ver Figura 5).

Figura 5

Respuesta inicial a la tarea 1 de E2.



Como se observa en la Figura 5, E2 determinó la cantidad del primer lado de la igualdad mediante la adición de 5 + 17, obteniendo 22. Posteriormente, restó a este resultado la cantidad conocida del lado izquierdo de la igualdad (20), lo que le permitió obtener el valor de la incógnita (2).

A continuación, el I formuló a E2 preguntas orientadoras centradas en las transformaciones de las cantidades para mantener la igualdad, tales como: ¿qué pasa con el 17 para que quede en 20? ¿Qué pasa con los números? ¿Qué deberá suceder con el 5 para que quede un número que represente la estrella y se mantenga la igualdad? Además, añadió algunas representaciones pictóricas (p. ej., flechas, ver imagen izquierda Figura 6) para que E2 visualizara las transformaciones necesarias que mantienen la igualdad y promover una interpretación basada en la estrategia de compensación. Frente a estas orientaciones, E2 señaló que al 17 debía sumársele tres para alcanzar 20 y aplicó el mismo razonamiento al 5, obteniendo de manera inadecuada el valor 8 para la incógnita (imagen izquierda, Figura 6).

Figura 6

Respuesta de E2 a la Tarea 1 y comprobación de la respuesta.



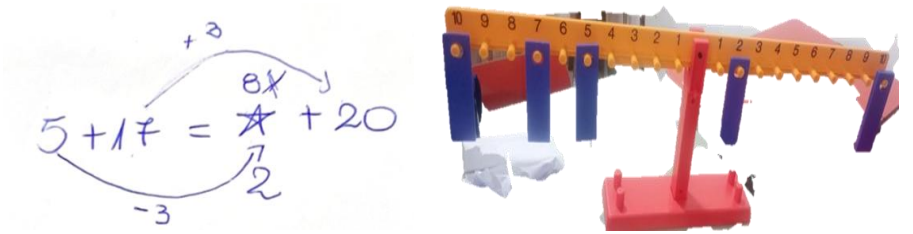
Ante la respuesta incorrecta de E2, el entrevistador le propuso corroborarla mediante la balanza, lo que evidenció una situación de desigualdad (ver imagen derecha, Figura 6). La entrevista entre E2 e I continuó tal como se muestra a continuación.

> I: Ya, en el segundo lado te dio 20 más 8, o sea tenemos que ubicar 28 en ese lado de la balanza. Al otro lado, 5 y 17.
> I: ¿Qué paso ahí? ¿es lo mismo?
> E2: No está en equilibro.
> I: Entonces, 5 más 17, ¿es lo mismo que 8 más 20?
> E2: No, no es lo mismo.
> I: [...] ¿Qué podríamos hacer entonces para que del 5 y la estrella nos dé el equilibrio? Si dijimos que acá (del 17 al 20) se le suman 3 [...] ¿Hay que sumarle 3 como dijiste tú?
> E2: No, lo restaría. Le restamos 3 al 5.
> I: ¿Y cuánto da?
> E2: Da 2 (I fue representando simbólicamente lo que fue mencionando E2, ver imagen izquierda Figura 7)
> I: Entonces, ¿el 8 ya no sirve?
> E2: No.

En ese momento E2 representó en la balanza los números 10 + 7 + 5 a un lado de la balanza y al otro lado 10 + 10 +2, para determinar que 17 + 5 es igual a 20 + 2, ver imagen derecha de la Figura 7.

Figura 7

Representación de E2



Posteriormente, con el propósito de indagar si E2 había comprendido la relación de compensación entre las cantidades, el I formuló preguntas orientadas a la relación entre los términos de la igualdad, específicamente sobre cómo un aumento en un término de un lado de la igualdad se corresponde con el término del lado opuesto. La respuesta de E2 se presenta a continuación.

> I: Entonces, si tú le sumas 3 a un valor de la suma, ¿qué tendrías que hacer con el otro valor? ¿sumarle 3 también? ¿o restarle 3?
> E2: Restarle 3.
> I: Para que se mantenga el equilibrio, ¿cierto?
> E2: Sí.
> I: Y si ahora le restas 5 al 17 ¿qué tendrías que hacer con el 5?
> E2: ¿Diecisiete menos 5?
> I: Sí. ¿Qué haces con ese 5 para que se mantenga la igualdad? ¿le sumas 5 o le restas 5?
> E2: Lo sumamos.

Tal como se observa en el fragmento anterior, con base en la orientación del I, E2 comprendió que si hay un aumento de un término de un lado de la igualdad se corresponde con el término del lado opuesto, el otro término de ese lado de la igualdad debe disminuir para obtener el término opuesto y así mantener la equivalencia. Dada esta respuesta, E2 evidenció una compresión del signo igual como equivalencia numérica relacional.

Resultados tarea 2

En la tabla 3 se observa que, en la tarea 2, los cuatro estudiantes transitaron desde una interpretación del signo igual como equivalencia operacional hacia una relacional. Por ejemplo, inicialmente, estos estudiantes hallaron la incógnita a través de la resta entre la suma de los dos valores ubicados al lado derecho del signo con el valor conocido del lado izquierdo de dicho signo ([30+10] - 25). Posteriormente, con orientación del I resolvieron la

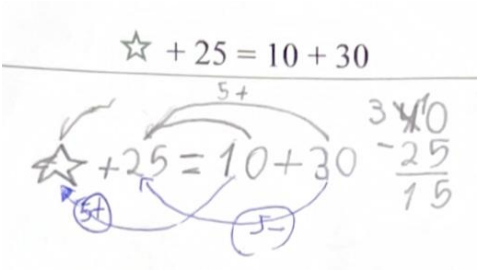
tarea usando la estrategia de compensación. Un ejemplo representativo es la respuesta de E2, tal como se muestra en el siguiente fragmento de entrevista.

> I: […] A ver, mejor lo vamos a mirar al revés, ¿qué pasa con el 30 para que quede en 25?
> E2: Le resto 5.
> I: ¿Ahora qué pasa con el 10? ¿Qué tendrías que hacer para que te dé la estrella?
> E2: Sumar 5.
> I: ¿Y cuánto te da la estrella ahí?
> E2: 15.
> I: ¿Por qué te da 15?
> E2: Porque cuando al 10 le sumo 5 me da 15.
> I: ¿La estrella cuánto es entonces?
> E2: 15.

Como se evidencia en el fragmento anterior, E2 resolvió la tarea interpretando el signo igual como una equivalencia numérica relacional, apoyándose en la estrategia de compensación. En este proceso, relacionó 25 y 30 mediante una resta, obteniendo 25 al sustraer 5 a 30, y posteriormente sumó esa misma cantidad a 10 para determinar el valor de la incógnita, que resultó ser 15. Este procedimiento se corroboró mediante la representación simbólica realizada por el entrevistador, la cual facilitó la comprensión de la estrategia por parte de E2 (ver Figura 8).

Figura 8

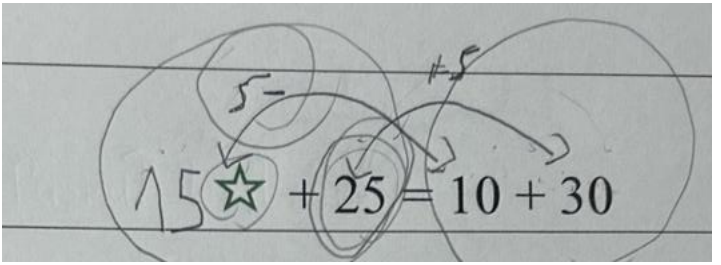
Respuesta de E2 a Tarea 2



Otra respuesta basada en la interpretación del signo igual como equivalencia relacional fue la que brindó E1, aunque en lugar de restar 5 al 30 para llegar a 25 (respuesta de E2) lo hizo sumando 5 al 25 para llegar a 30 (ver Figura 9).

Figura 9

Respuesta de E1 a Tarea 2.



En la Figura 9 se observa que E1 evidenció una relación entre los términos de opuestos de la igualdad. Sin embargo, lo hizo con orientación del I el cual usó representaciones pictóricas (líneas curvas) para que E1 visualizara los términos que se relacionaban. A continuación, se muestra la justificación de la respuesta de E1.

> E1: Se traslado el 25.
> I: ¿Se trasladó? ¿A cuánto? ¿qué se trasladó? (El I une con una línea el 25 y el 30).
> E1: Se le suma 5 para que pueda ser 30.
> I: ¿Y qué tendría que pasar con la estrella? y este (lado izquierdo) ¿podemos hacer lo mismo o no?
> E1: No, porque no sabíamos cuántos hay.
> I: […] veamos, ¿qué pasó del 15 al 10? ¿se le sumó o se le restó? (El I une con una línea el 15 y el 10).
> E1: Se le restó 5.
> I: Entonces, del 15 al 10 le restaste 5. Y del 25 al 30 le sumaste 5. ¿Sí? ¿Y da o no?
> E1: Ahí daría 5 porque si se le resta luego se le suma.

Como se observa en el fragmento anterior, E1 determinó el valor de la incógnita restando 5 a 15, obteniendo 10, con la orientación del I. Asimismo, corroboró su respuesta al reconocer que, al relacionar un valor de cada lado de la igualdad mediante la suma, los dos valores restantes se vinculan a través de la resta.

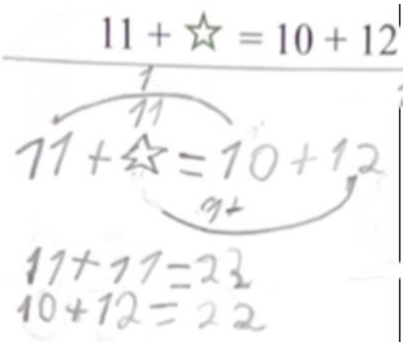
Resultados tarea 3

En la tabla 3 se observa que los cuatro estudiantes resolvieron la tarea 3 interpretando el signo igual como equivalencia numérica relacional. Un ejemplo representativo de esta interpretación es el caso de E2, quien resolvió la

tarea 3 aplicando la estrategia de compensación, tal como se observa en la representación simbólica de la Figura 10.

Figura 10

Respuesta de E2 a la Tarea 3.



Como se observa en la Figura 10, E2 evidenció que al 11, correspondiente al primer término del lado izquierdo de la igualdad, debía restársele una unidad para obtener el primer término del lado derecho (10). Asimismo, reconoció que al valor de la incógnita debía sumársele una unidad para alcanzar 12, lo que permitió establecer su valor en 11. Posteriormente, verificó su procedimiento comprobando que las sumas de ambos miembros de la igualdad coincidieran. A continuación, se presenta un fragmento de entrevista que ilustra la explicación de E2 durante la resolución de la tarea, la cual fue realizada sin intervención del entrevistador, consolidando la estrategia de compensación para la resolución de esta tarea.

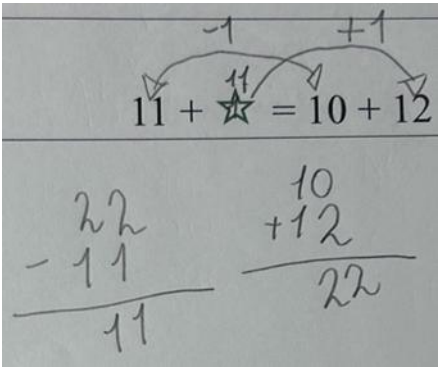
> I: […] Trabaja con los términos (valores) que sabes.
> E2: [...] Al 11 le resto 1 y a la estrella le sumo 1 y me da 12.
> I: Entonces ¿cuánto seria la estrella?
> E2: 11. Y el 11 más 11 es igual a 10 más 12.
> I: A ver, corrobora. Suma ahora.
> E2: 11 más 11 es igual a 22, y 10 más 12 es igual a 22.

Por su parte, una respuesta con base en la interpretación del signo igual como equivalencia numérica relacional, pero con orientación del I, fue la de E1. Por ejemplo, E1 determinó que el 10 se obtiene a partir de la resta de 11 menos 1 y que al valor de la estrella se le debía añadir 1 para obtener el 12 y así mantener el equilibrio. Tal como se observa en la Figura 11. Nótese que las

representaciones pictóricas (flechas) fueron hechas por el I para orientar al estudiante sobre qué términos debía relacionar.

Figura 11

Respuesta de E1 a la Tarea 3.



A continuación, se muestra un fragmento de entrevista se evidencia la justificación de la respuesta de E1, quien comprendió que la relación entre los primeros términos de ambos lados de la igualdad se establece mediante una resta de una unidad (11 − 1), mientras que los segundos términos se vinculan a través de una suma de una unidad (11 + 1). Dado lo anterior, E1 consolidó la estrategia de compensación.

> I: ¿Cómo lo hiciste?
> E1: [...] que al 11 hasta el 10 se le resta 1, y este como queda que también era 11 se le suma uno (a la incógnita), para que quede 12.
> I: ¿Y tú crees que eso es lo mismo?
> E1: Sí.

Resultados tarea 4

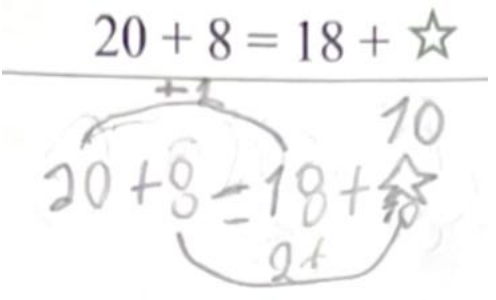
De acuerdo a la tabla 3 se observa que todos los estudiantes hallaron el valor de la incógnita interpretando el signo igual como una equivalencia numérica relacional con base en la estrategia de compensación. Sin embargo, E1 inicialmente había interpretado el signo igual como una equivalencia operacional, pero a continuación y, con ayuda del I logró resolver la tarea interpretando el signo igual como equivalencia relacional.

A continuación, se destaca la respuesta E2 (ver Figura 12), dado que al igual que en la tarea anterior, logró mantener, sin intervención del I, la

interpretación del signo igual como equivalencia numérica relacional y la consolidación de la estrategia de compensación.

Figura 12

Respuesta de E2 a la Tarea 4.



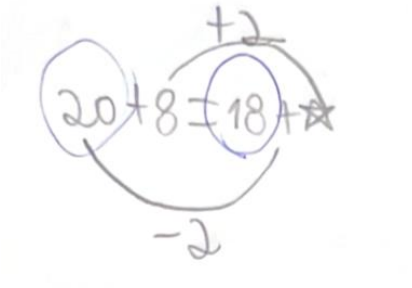
En la Figura 12 se observa que E2 relacionó el 20 con el 18 mediante una línea curva, identificando una diferencia de 2. Posteriormente, vinculó la incógnita con el 8 y determinó que era necesario sumar 2 a este valor para hallar la incógnita, obteniendo así 10 como resultado. A continuación, se presenta un fragmento de entrevista en el que E2 explica este procedimiento.

> I: Explica cómo lo hiciste.
> E2: Al 20 le restaría 2, y al 8 le sumo 2 da 10. Aquí la estrella vale 10 porque cuando le sume 2 al 8 me daba 10.
> I: ¿y porque le sumaste 2 al 8?
> E2: Porque 20 – 18 es igual a 2, y 2 más 8 es igual a 10. Porque si le sumaba 20 más 2 no daría 18, daría 22. Y si le restaba 2 daba la misma cantidad de aquí (18). Y 8 más 2 es igual a 10. Si le restaba 8 menos 2 es 6.

En esta tarea también se destaca la respuesta de E3 dado que en la tarea anterior había interpretado el signo igual como equivalencia numérica relacional con orientación del I, pero en esta lo hizo de manera autónoma, tal como se muestra en la Figura 13.

Figura 13

Respuesta de E3 a la tarea 4.



Por ejemplo, en la Figura 13 se observa que E3 unió con una línea curva el 20 con el 18 y estableció que había que restar 2 (20 -18). A continuación, unió la incógnita con el 8 y determinó que había que sumar 2 (8+2) para encontrar esa incógnita.

A continuación, se muestra un fragmento de entrevista donde se observa la explicación de su respuesta y cómo obtiene la incógnita (10). Posteriormente, corrobora con el valor de la suma de los valores de ambos lados de la igualdad, obteniendo 28 a ambos lados.

> I: ¿Cómo lo hiciste?
> E3: 20 menos 2 nos da 18, y 8 más 2 da 10 y este es la incógnita […] da 28 a ambos lados.

Resultados tarea 5: Generalización.

En la tabla 3 se observa que en la pregunta general 3 estudiantes particularizaron (E1-E3-E4) mientras que solo uno de los estudiantes generalizó la interpretación del signo igual como relación. A continuación, en el fragmento de entrevista, se muestra la respuesta de E3 que ejemplifica la particularización frente a la pregunta general.

> I: Ya, ¿y ahí cómo lo hacemos siempre? ¿Cómo lo hacemos para hallar la incógnita?
> E3: Teníamos que descubrir la incógnita. Sumando y restando.
> I: ¿Qué restabas y qué sumabas?
> E3: Sumaba 17 más 3 y luego restábamos 3 para descubrir la incógnita.
> I: ¿Para qué había que hacer eso? ¿Cómo funcionaba la estrategia?

> E3: Primero teníamos que ver el 17 (segundo valor del lado izquierdo de la igualdad), y el segundo número (segundo valor del lado derecho de la igualdad) […] teníamos 17 y cuánto le faltaba para llegar a 20, son 3. Entonces con los primeros números (primer valor de ambos lados de la igualdad 5 y la incógnita, respectivamente) se restaba 3 (al valor 5) y da el 2.

Como se observa en el fragmento anterior el estudiante fue capaz de responder a la pregunta general a través de la relación entre el primer valor del lado izquierdo de la igual con el primer valor del lado derecho de la igualdad. De manera análoga con los segundos valores, tanto derecho como izquierdo de la igualdad. En la explicación de E3 se observa que requirió usar valores particulares (conocidos) para responder a la pregunta general.

A continuación, en el siguiente fragmento de entrevista, se muestra la respuesta de E2 que atiende a la generalización de la relación entre las cantidades de la igualdad.

> I: ¿Cómo lo haces siempre para resolver la tarea?
> E2: Yo lo hice que con el sumando primero yo puedo sumar o restar con el otro sumando primero. Por ejemplo, al 5 yo le restaba 3 porque cuando sume 3 al 17 (son los segundos términos de cada lado de la igualdad de la tarea 1) me dio 20 y cuando resto 5 menos 3 (segundos términos de la igualdad de la tarea 1) es 2. Y dos es el valor de la estrella. Así se obtiene.
> I: ¿Y eso es siempre así? Por ejemplo, si yo le sumo a una cantidad y al otro ¿siempre tengo que restarle?
> E2: Sí.
> I: Entonces, ¿resto y sumo el mismo número? ¿o iban a ser distintos?
> E2: Iguales.

Tal como se evidencia en el fragmento anterior, aunque E3 explicó su razonamiento a partir de un caso particular —al señalar que "sumé 3 al 17 y me dio 20, y cuando resté 5 menos 3 es 2"— fue capaz de abstraer una regla general. En particular, explicó que si a un término de la igualdad se suma una cantidad (por ejemplo, 17 + 3), al término que lo acompaña se le debe restarse esa misma cantidad. De este modo, E3 comprendió que la igualdad se mantiene mediante la compensación entre ambos miembros del signo igual. En consecuencia, si bien requirió una particularización se observa que a través de ella logró extraer una regla general para resolver la tarea la cual podría extrapolar a otras instancias similares.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La presente investigación permitió caracterizar la comprensión del significado del signo igual en estudiantes de cuarto año de Educación Primaria (9–10 años) al resolver tareas de igualdades abiertas de no acción. Los resultados evidencian que, en las tareas iniciales (1 y 2), los estudiantes tendieron a interpretar el signo igual desde un significado operacional o de equivalencia numérica operacional, hallando las incógnitas mediante procedimientos aritméticos y evitando establecer relaciones entre las cantidades involucradas. Estos hallazgos concuerdan con investigaciones previas que señalan que, a estas edades, el signo igual suele concebirse como el resultado de una operación más que como una relación de equivalencia (Burgell y Ochoviet, 2015; Kiziltoprak y Yavuzsoy, 2017; Molina y Castro, 2005).

Asimismo, se observó que la comprensión del signo igual como equivalencia relacional no emerge de manera intuitiva en los estudiantes, sino que requiere de orientación explícita por parte del investigador o del docente. En particular, se identificó que las intervenciones basadas en preguntas, tales como: ¿qué sucede con el primer valor de la derecha y el primer valor de la izquierda de la igualdad (de manera análoga con los segundos valores) ?, ligadas a representaciones pictóricas como líneas (curvas) que unían estos valores, promovían la comparación y la relación entre las cantidades por parte de los estudiantes y, por ende, la comprensión relacional del signo igual. Estos resultados respaldan los hallazgos de Molina (2009), quien señala la necesidad de involucrar a los estudiantes en experiencias de aprendizaje que faciliten el reconocimiento de relaciones y propiedades fundamentales, promoviendo el pensamiento relacional como base para el aprendizaje del álgebra escolar (Castro y Molina, 2007; Molina, 2009; Burgell y Ochoviet, 2015; Parodi y Lezama, 2017).

Un hallazgo relevante fue el desempeño de uno de los estudiantes (E2), quien logró mantener una comprensión relacional del signo igual a lo largo de las tareas y generalizar dicha relación mediante una representación verbal. Este resultado pone de manifiesto que estudiantes de edades tempranas poseen capacidades para establecer y generalizar relaciones entre cantidades, lo que coincide con estudios previos sobre el desarrollo temprano de la generalización matemática (Morales et al., 2025).

En cuanto a los niveles de comprensión del signo igual, los estudiantes transitaron desde un nivel inicial, centrado en una equivalencia operacional, hacia niveles más sofisticados (medio y avanzado), aunque mayoritariamente

con apoyo del investigador. Este avance progresivo refuerza la idea de que el desarrollo de una comprensión relacional del signo igual requiere de una instrucción sistemática y orientada a favorecer dicha comprensión.

En términos de enseñanza, los resultados sugieren que el uso de tareas de igualdades abiertas constituye una estrategia eficaz para promover el pensamiento relacional y sentar bases sólidas para el abordaje de ecuaciones de primer grado siempre y cuando sean orientadas por el profesor. Asimismo, el uso de recursos como la balanza resultó ser un apoyo significativo para que los estudiantes identificaran errores, validaran sus procedimientos y llegaran a la solución de la tarea propuesta.

Finalmente, los hallazgos de este estudio refuerzan la necesidad de contar con docentes preparados, que permitan abordar explícitamente los distintos significados del signo igual, especialmente el de equivalencia relacional, tal como lo sugieren los currículos nacionales e internacionales (Castro y Molina, 2007; Molina, 2009; Burgell y Ochoviet, 2015; Parodi y Lezama, 2017; Matthews et al., 2012). Si bien este trabajo se desarrolló con una muestra reducida, abre líneas de investigación futuras orientadas a estudiar estos fenómenos en contextos de aula, con tareas que involucren problemas contextualizados y con muestras más amplias, así como a profundizar en el rol de la intervención docente en la construcción de significados del signo igual.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Los autores R.M, M.L, J.P.F, R.G concibieron la idea de la investigación presentada. Todos los investigadores recopilaron los datos y participaron activamente en el desarrollo de la teoría, la metodología, organización, análisis de los datos y discusión de los mismos.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de esta investigación serán puestos a disposición por el autor de correspondencia R.M previa solicitud razonable.

REFERENCIAS

Blanton, M. y Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes Algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *36*(5), 412-446.

Blanton, M., y Kaput, J. (2005). Helping elementary teachers build mathematical generality into curriculum and instruction. *ZDM,* 37(1), 34-42.

Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. J. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. NCTM.

Brizuela, B. M. (2023). Prácticas algebraicas en los primeros cursos de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 43–57). *SEIEM*. https://seiem.es/docs/actas/26/Seminarios/043.pdf

Burgell, F., Ochoviet, C. (2015). Significados del signo de igual y aspectos de su enseñanza. Un estudio realizado con estudiantes de primer año de enseñanza secundaria y sus profesores. *Enseñanza de las Ciencias, 33*(3), pp. 77-98

Castro, E. y Molina, M. (2007). Desarrollo de pensamiento relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. *Educación Matemática, 19*(2), 67-94. https://www.redalyc.org/pdf/405/40519204.pdf

Carpenter, T. P., Franke, M. L. y Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic y algebra in elementary school.* Heinemann.

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., y Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking, *ZDM*, 37(1), 53-59.

Common Core State Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for mathematics.* National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. http://www.corestandards.org/Math/.

Escobar, U. y Tirado, F. (2021). Pensamiento relacional en la escolarización de la jerarquía de operaciones y álgebra temprana en primaria. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 24(1), 9-34. https://doi.org/10.12802/relime.21.2411

Fernández, C. y Ivars, P. (2016). Pensamiento relacional en primaria: el papel del maestro. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas. 2016, 73: 14-22 http://hdl.handle.net/10045/65269

Hernandez, R,. Fernandez, C., y Baptista, M., (2014) Metodología de la Investigación. *Mcgraw-hill / interamericana editores, s.a. De c.v.* Isbn: 978-1-4562-2396-0

Hernández, M. (2017). Desarrollo de pensamiento relacional early-álgebra en la escuela primaria. propuesta de una actividad tecnológica escolar. http://hdl.handle.net/11349/5219

Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. In: C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, y A. Pérez (Eds.), *8th International Congress on Mathematical Education: Selected lectures* (271-290). S. A. E. M. Thales.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator, 8*, 139-151.

Knuth, E., Alibali, M., Mcneil, N., Weinberg, A. y Stephens, A. (2011). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence y variable. En: CAI, J.; KNUTH, E. (ed.). *Early algebraization: Advances in Mathematics Education*. Springer, p. 259–276.

Kusuma, N., Subanti, S., y Usodo, B. (2018). Students' misconception on equal sign. *Journal of Physics: Conference Series, 1008*(1), 012058. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1008/1/012058

Kiziltoprak, A., & Yavuzsoy, N. (2017). Relational thinking: The bridge between arithmetic and algebra. *International Electronic Journal of Elementary Education, 10*(1), 131–145. Retrieved from https://iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/305

Mason, J. (1999). La incitación al estudiante para que use su capacidad natural de expresar generalidad: las secuencias de Tunja. *Revista EMA, 4*(3), 232-246.

Mason, J. (2017). Overcoming the algebra barrier: Being particular about the general, and generally looking beyond the particular, in homage to Mary Boole. En S. Stewart (ed.), *And the rest is just algebra* (pp. 97-117). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-45053-7_6

Matthews, P., Rittle-Johnson, B., Mceldoon, K., Taylor, R. (2012). Measure for measure: What combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education, 43* (3), 316–350.

Mejías, C. y Alsina, À. (2020). La incorporación del Early Algebra en el currículo de educación primaria. *NÚMEROS: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 105*, 81-102. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7643023

Ministerio de Educación de Chile. (2018). *Bases curriculares: primero a sexto básico* (1ª ed.). Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Programa de estudio: Matemáticas, cuarto año básico* (1ª ed.). Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019): *El currículo en Primaria, ESO y Bachillerato.* BOE. https://educagob.educacionfpydeportes.gob.es/curriculo.html

Molina, M. (2006*). Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria* [Tesis doctoral, Universidad de Granada.] http://hdl.handle.net/10481/1402

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA, 3*(3), 135-156. https://doi.org/10.30827/pna.v3i3.6186

Molina, M. (2011). Integración del pensamiento algebraico en la educación básica: Un experimento de enseñanza con alumnos de 8–9 años. En M. Martinho., R. Ferreira., I. Valey., y J. P. Ponte (Eds.), *Ensino e aprendizagem da álgebra: Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 27–51). EIEM. https://core.ac.uk/download/12342003.pdf

Molina, M. y Castro, E. (2005) Trabajo con igualdades numéricas para promover el pensamiento relacional. *PNA, 1*(1), 205-214. http://hdl.handle.net/11162/48023

Molina, M., Castro, E. y Ambrose, R. (2006). Trabajo con igualdades numéricas para promover pensamiento relacional. *PNA, 1*(1), 33-46. http://hdl.handle.net/10481/3473

Molina, M., Castro, E. y Castro, E. (2009). Elementary students understanding of the equal sign in number sentences. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 17*(7 (1)), 341-368.

Morales, R., Agurto, Á., Mendoza, I., Olave, C., Valenzuela, L., y Díaz-Levicoy, D. (2025). Estrategias que usan estudiantes de tercer año de Educación Primaria cuando resuelven una tarea de pensamiento funcional. *Educación Matemática, 37*(2), 79-106. https://doi.org/10.24844/EM3702.03

Napaphun, V. (2012). Relational Thinking: Learning Arithmetic in Order to Promote Algebraic Thinking. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 35*, 84-101.

Parodi, S., Ochoviet, C. y Lezama, J. (2017). La comprensión del signo de igual en la entrada al álgebra: el diseño de tareas y la conversación en la clase de matemática. *Enseñanza de las Ciencias*. *Revista de investigación y Experiencias didácticas, 35*(3), 51–67. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2302

Parodi, S. y Ochoviet, C. (2025). Significados del signo igual en la práctica de aula de una profesora en formación. *PNA, 19*(4), 371-392. https://doi.org/10.30827/pna.v19i4.30842

Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática, 33*(1), 153-180. https://doi.org/10.24844/EM3301.06

Pinto, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M. y Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en

educación primaria. *Enseñanza de las Ciencias, 41*(1), 149–173. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5835

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. En C. Kieran (ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5-12 year- olds. ICME 13 Monographs* (pp. 3-25). Springer.

Schliemann, A., Carraher, D., y Brizuela, B. (2011). El carácter algebraico de la aritmética (R. Biekofsky, Trad.) (1st ed.). Paidós.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de casos. *Ediciones Morata, S. L.*

Trujillo, P. A., Castro, E. y Molina, M. (2009). El proceso de generalización: un estudio con futuros maestros de primaria. *Indivisa, Monografía XII*, 73-90.

Villarreal-Puga, J., y Cid, M. (2022). La aplicación de entrevistas semiestructuradas en distintas modalidades durante el contexto de la pandemia. *Revista Científica Hallazgos21*, *7*(1), 52- 60.

Wardat, Y., Jarrah, A. M., y Stoica, G. (2021). Understanding the meaning of the equal sign: A case study of middle school students in the United Arab Emirates. *European Journal of Educational Research, 10*(3), 1505-1514. https://doi.org/10.12973/eu-jer.10.3.1505

Zapatera, Alberto. (2022). La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria. *Educación matemática, 34*(2), 134-152. https://doi.org/10.24844/em3402.05