Mediación contemplativa y resolución de problemas algebraicos en entornos virtuales

Andrés González R.
Fredy E. González

RESUMEN

Se reporta una investigación realizada con estudiantes para profesor de matemática de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador en su núcleo de Maracay, estado Aragua en Venezuela, y que forma parte de un estudio mucho más amplio del tipo cualitativo que tiene por título *Desarrollo del Pensamiento Algebraico en Entornos de Aprendizaje Mediados Tecnológicamente* que tiene entre sus objetivos construir un sistema categórico conceptual explicativo de las relaciones entre el desarrollo de los procesos del pensamiento algebraico y la mediación tecnológica. En lo concerniente a investigaciones del tipo cualitativista-interpretativos, que involucran la mediación tecnológica, existen muchos aspectos por aclarar en lo que respecta a las técnicas, instrumentos y procedimientos. Por ello puede resultar esclarecedor ensayar métodos con un espectro pequeño contenido en la investigación amplia en aras de ir conformando, junto a la teoría existente y la emergente, una metodología definitiva. Desde esta perspectiva, este trabajo trata de la presentación de un resultado parcial basado en el análisis de un caso particular de interacción virtual entre estudiantes y profesor en relación con un ejercicio de Álgebra Lineal, esperando allanar el camino en la metódica del trabajo macro con miras a la exploración definitiva de la información que se recoja. Como interrogantes de investigación se plantean las siguientes, (1) ¿Cuáles son las características de las interacciones virtuales cuando se enseña y aprende un contenido matemático específico?, y (2) ¿Qué conocimientos metodológicos, en relación con la investigación macro, puede aportar el estudio de un caso particular de teleinteracción? A fin de darle respuestas a estas interrogantes se trazaron los siguientes objetivos:(1) examinar algunos elementos eventuales de la dinámica de las teleinteracciones durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático específico en un contexto de mediación tecnológica, y (2) explicitar el aprendizaje que puede aportar el estudio de un caso particular en la construcción de la metodología definitiva para el análisis de la información global. Los sujetos involucrados fueron los integrantes de dos secciones del Curso Álgebra Lineal del Instituto Pedagógico de Maracay durante el período académico 2008-II, los instrumentos empleados fueron los Foros de la Plataforma Moodle, el procedimiento consistió en la organización e implementación de un foro virtual el cual se inserta en un curso presencial de Álgebra Lineal con apoyo de esta plataforma. El análisis de la información consistió en el examen de los errores y aciertos cometidos por los estudiantes en relación con un problema particular de Álgebra Lineal.

Palabras clave: Pensamiento algebraico. Mediación tecnológica y formación inicial del educador matemático.

Andrés González R. é Professor Contratado de Matemáticas e Estatísticas em Pré e Pós-Graduação na Universidade Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay, Venezuela). E-mail: agorondell@yahoo.es
Fredy E. González é Professor Universitário no Núcleo de Investigação em Educação Matemática "Dr. Emilio Medina" (NIEM), Universidade Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay, Venezuela). E-mail: fredy-gonzalez1950@yahoo.es
Recebido para publicação em 18/03/2014. Aceito, após revisão, em 19/08/2014.

Contemplative mediation and algebraic problem solving in virtual environments

ABSTRACT

We report an investigation of student teachers with math Pedagogical University Experimental Libertador in its core Maracay, Aragua in Venezuela, and is part of a much larger study of qualitative which is entitled Algebraic Thinking in Development technologically mediated learning environments which has among its objectives to build a system of categorical explanatory conceptual relations between the development of algebraic thinking processes and technological mediation. Regarding the type investigations qualitative-interpretive, involving technological mediation, there are many aspects to be clarified with respect to the techniques, tools and procedures. Therefore test methods may be illuminating a small spectrum extensive research content in order to be formed, together with the existing and emerging theory, a definitive methodology. From this perspective, this work is the presentation of a partial result based on the analysis of a particular case of virtual interaction between students and teacher regarding an exercise in linear algebra, hoping to pave the way in the macro work methodically towards a final scan of the information that is collected. As research questions posed the following, (1) What are the characteristics of virtual interactions when teaching and learning specific mathematical content?, and (2) What methodological knowledge, research regarding macro, can provide the study of a particular case teleinteraction? In order to give answers to these questions were drawn the following objectives: (1) examine some possible elements of the dynamics of teleinteractions during the teaching and learning of specific content in a context of technological mediation, and (2) explicit learning that can bring a case study on the construction of the final methodology for analysis of global information. The subjects involved were members of two sections of the course Linear Algebra Maracay Pedagogical Institute during the academic period 2008-II, the instruments used were the Moodle Platform Forums and Diaries digitized, the procedure involved in the organization and implementation of a virtual forum which is inserted in a linear algebra course supported by this platform. The data analysis consisted of examining the rights and wrongs committed by students in relation to an exercise in linear algebra.

Keywords: Algebraic thinking. Technological mediation and initial training of mathematics educator.

Mediação contemplativa e resolução de problemas algébricos em ambientes virtuais

RESUMO

O artigo relata uma investigação com professores-alunos de matemática na Universidade Pedagógica Experimental Libertador - núcleo Maracay, Estado de Aragua/Venezuela. É parte de um estudo maior de natureza qualitativa que tem por titulo “O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico em Ambientes de Aprendizagem Mediados Tecnologicamente” e por seus objetivos a construção de um sistema categórico-conceitual explicativo das relações entre o desenvolvimento dos processos do pensamento algébrico e mediação tecnológica. Em relação às investigações do tipo qualitativa-interpretativas envolvendo mediação tecnológica, há muitos aspectos a serem esclarecidos com relação às técnicas, ferramentas e procedimentos. Daí porque é importante ensaiar (experimentar) métodos que se atenham a um pequeno espectro do conteúdo da investigação mais ampla, com vistas a ir construindo, em conjunto com a teoria já existente e a emergentes, uma metodologia definitiva. Dessa perspectiva, o artigo apresenta um resultado parcial que tem por referencia a análise de um caso particular de interação virtual entre alunos e professor, com base num exercício de álgebra linear. Espera-se com isso consolidar um caminho metodológico na investigação mais ampla, com vistas a um tratamento definitivo da informação coletada. São essas as questões de pesquisa: (1) Quais são as características das interações virtuais quando se ensina e aprende um conteúdo matemático específico?, e (2) Que conhecimentos metodológicos, em relação a macro investigação, pode fornecer o estudo de um caso particular por meio de teleinterações ? A fim de dar respostas a essas perguntas foram elaboradas os seguintes objetivos: (1) examinar alguns elementos eventuais da dinâmica de teleinterações durante o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo específico de matemática em um contexto de mediação tecnológica, e (2) explicitar a aprendizagem que pode contribuir o estudo de um caso particular para a construção de uma metodologia definitiva para a análise da informação global. Os sujeitos envolvidos eram membros de duas sessões do curso de Álgebra Linear do Instituto Pedagógico de Maracay durante o período acadêmico 2008-2. Os instrumentos utilizados foram os Fóruns plataforma Moodle. O procedimento utilizado se constituiu na organização e implementação de um fórum virtual no âmbito do curso de Álgebra Linear com apoio na referida plataforma. A análise dos dados consistiu no exame dos erros e acertos dos estudantes em relação a um problema particular de Álgebra Linear.

Palavras-chave: Pensamento algébrico. Mediação tecnológica e formação inicial de educadores de matemática.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se exponen resultados parciales de un estudio más amplio acerca de los procesos del Pensamiento Algebraico en entornos de aprendizaje mediados tecnológicamente, de los integrantes de un grupo de estudiantes para profesor de Matemática en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay, estado Aragua, Venezuela),cuyo propósito es construir un sistema categórico conceptual explicativo de las relaciones entre los procesos del pensamiento algebraico y la mediación tecnológica.

El presente reporte está basado en el análisis de un caso particular de teleinteracción, es decir, de interacción virtual, entre uno de los estudiantes participantes en el estudio y su profesor (quien, simultáneamente, es el investigador responsable de la ejecución del mismo) en relación con un ejercicio de Álgebra Lineal; el mencionado análisis ha sido asumido como un ensayo de la metódica que será puesta en juego para examinar la información recaudada durante la fase de campo del trabajo más amplio al que se ha hecho referencia anteriormente.

Las interrogantes que orientaron el análisis fueron: (1) ¿Cuáles son las características de las interacciones virtuales cuando se enseña y aprende un contenido matemático específico? y (2) ¿Qué aportes metodológicos, en relación con la investigación macro, pueden derivarse del estudio de un caso particular de teleinteracción?; el proceso de búsqueda de respuestas implicó: (1) examinar los elementos emergentes en el proceso de teleinteracción (iniciado por uno de los estudiantes al solicitar retroinformación a sus compañeros en torno a la solución de un problema que él había abordado), que fue el objeto estudiado en este caso particular; y, (2) identificar aspectos del análisis que pudieran ser aplicados en el tratamiento de la restante información recaudada en la investigación.

Seguidamente se hará mención a las coordenadas conceptuales que sirven de referencia al estudio global y, por ende, al caso particular aquí reportado; además, se ofrece información relativa al escenario donde se llevó a cabo el estudio y las características de los sujetos que participaron en el mismo; se indica cuál fue el instrumento utilizado para recaudar la información, así como también las técnicas analíticas empleadas; además, se explica el procedimiento diseñado para propiciar las teleinteracciones. La parte medular del trabajo la constituye el reporte de las interacciones entre los estudiantes y el profesor a lo largo del caso examinado, así como el análisis de las mismas; con base en lo anterior se formulan conjeturas, conclusiones e inferencias útiles para la investigación global en la que se enmarca el caso particular aquí reportado.

ÁMBITO CONCEPTUAL

Formación del educador matemático

Durante la última década del siglo XX, la preocupación por el tema relacionado con la formación de los profesores de Ciencias y Matemática ha sido recurrente; diversos trabajos (Gil, Pessoa, Fortuny y Azcárate, 1994; Michinel, Andrés, y Esteves, 2005; UNESCO, 1998) ponen en evidencia la necesidad de replantear el currículo para la formación inicial y permanente de estos educadores, así como también se reconoce que el docente, como un actor clave, debe jugar un papel estelar en el proceso de mejoramiento de la calidad de la enseñanza, aprendizaje y evaluación de las ciencias y las matemáticas en la escuela.

Por otro lado, se tiene que en la *Sociedad del Conocimiento*, caracterizada por la inmensa disposición de información, que coloca al saber por encima del tener, es indudable que la formación inicial del profesor de Matemática tiene que proveer de conocimiento para el uso pedagógico y didáctico de las nuevas tecnologías, y esto pasa por reconocer las virtudes y desventajas de su empleo. En este sentido Gil y De Guzmán (1993) afirman que la utilización de estas modernas tecnologías puede contribuir con el desarrollo de nuevas tendencias en el campo de la Educación Matemática tales como: modelización, nuevas técnicas de evaluación, lo motivacional, cambios metodológicos hacia la adquisición de los procesos típicos del pensamiento matemático, la resolución de problemas, etc.; con este asunto también se asocian cuestiones como: un desplazamiento hacia la matemática discreta, el impacto en el contenido de los métodos modernos del cálculo, la recuperación del pensamiento geométrico y de la intuición espacial, el auge del pensamiento algebraico, de la probabilidad y estadística, entre otros.

Además, la tecnología también puede jugar un papel relevante desde el punto de vista de la construcción de los conceptos matemáticos contribuyendo con procesos como el de la visualización matemática, el cual está dirigido a "entender un enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión" (Hitt, 2003; p.215), constituyéndose los sistemas gráficos y algebraicos en nociones clave para esta actividad. Autores como Ursini, Escareño, Montes y Trigueros (2005) afirman que se está mirando con mucho interés las posibilidades que ofrecen los medios tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas y, en particular, para la enseñanza del álgebra.

Entornos virtuales de aprendizaje (EVA)

Tomando en cuenta el consenso existente en cuanto a las posibilidades de los Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA), cabe destacar el impacto sobre la relación profesor-alumno, ya que ambos actores deben emprender la búsqueda creativa de mecanismos que propicien el tránsito de la condición de alumno (docente) presencial a virtual. Sobre estos dos aspectos, Barberá y Badia (2004) presentan una noción interesante sobre las concepciones del proceso instruccional en un entorno virtual; para los autores no se puede hablar (en este contexto) de un proceso centrado en el estudiante ni mucho menos en el docente sino en la relación que se establece entre ambos para construir conocimiento conjuntamente. Además, hacen referencia a las consecuencias de dejar de ser un actor presencial (tanto el estudiante como el profesor) para convertirse en un actor virtual. En este sentido, además del dominio didáctico y tecnológico, es exigible para un profesor virtual manejar muy bien su disciplina puesto que esto garantizaría más vías de adaptación y flexibilización de cara a los alumnos.

En este trabajo se asume el concepto de mediador propuesto por Villegas (2006), para quien el docente constituye un “intermediario entre los conocimientos previos que posee el alumno y los saberes de los cuales se ha de apropiar” (p.136).

También es necesario destacar que Internet, junto con todos sus servicios, ha generado y/o redefinido conceptos importantes en el ámbito académico-educativo tales como los de Comunidad de Aprendizaje y Aprendizaje Colaborativo, en los que se modifica el rol de los actores tradicionales del hecho educativo; por ejemplo, cambia el papel ejercido por el docente, convirtiéndose en autor, experto y mediador, siendo este último rol uno de los más importantes. La noción de trabajo colaborativo es tomada bajo la misma interpretación que hace Barajas (2003), esto es como una “metodología de enseñanza en la que los estudiantes están estimulados o son requeridos para trabajar conjuntamente en la resolución de un problema” (p.17)

También se ha reconocido que en la enseñanza de la Matemática, los foros de discusión y el correo electrónico, cada uno con su carácter asíncrono, son servicios de Internet que los educadores pueden usar para apoyar el trabajo de aprendizaje de algunos conceptos matemáticos.

Finalmente, es necesario señalar que el uso de la tecnología informática siempre supondrá riesgos que no pueden ser previsibles, no existe manera alguna de categorizar sus efectos en buenos y malos, pues sus “peligros y posibilidades no se oponen entre sí: son aspectos de sus mismas capacidades” (Burbules y Callister, 2001, p.36). Lo que se impone, entonces es mantener actitud permanentemente reflexiva y abierta ante al empleo de dicha tecnología.

Educación Matemática y Mediación Tecnológica

La calidad y el impacto tecnológico, han sido planteados, como dos de los grandes desafíos curriculares del siglo XXI para la educación en general y, particularmente, para la enseñanza de las Matemáticas (Alsina, 2001). De hecho, es notable el interés de los investigadores de la Educación Matemática por conocer las implicaciones que tiene el uso de los recursos informáticos en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Todo lo cual ha incidido para la creación de líneas de investigación, programas de formación e investigación, publicaciones, etc. a través de los cuales se aspira estudiar el fenómeno de enseñanza y aprendizaje de la Matemática bajo la mediación tecnológica.

En este ámbito, los siguientes son algunos de los asuntos de interés indagatorio en Educación Matemática: (a) El papel de las TIC en la modelización (Ortiz, 2013); (b) el rol y uso de la tecnología en la enseñanza del álgebra y el cálculo (Ferrara, Prat y Robutti, 2006); (c) relación entre los procesos de construcción del conocimiento matemático por colectivos humanos y los medios, y sus implicaciones en la visualización, experimentación y múltiples representaciones a través del desarrollo de cursos en línea (Borba y Villareal, 2005); (d) relaciones entre la tecnología, los afectos y la cognición, Cogno-Tecno-Emoción, (González y Capace, 2005) y (e) el desarrollo de la identidad profesional de los educadores matemáticos mediante las interacciones en un entorno virtual (Bairral, 2002).

Además, de este interés, también da cuenta el número creciente de trabajos presentados como reportes de investigación y reflexiones teóricas, en los distintos niveles de escolaridad venezolanos, en relación con los software cabrí, Geometer's Sketchpad, y más recientemente Geogebra en eventos como el Congreso venezolano de Educación Matemática (COVEM) y la VI Jornada de Investigación en Educación Matemática del Departamento de Matemática del Instituto Pedagógico de Maracay.

Un ejemplo interesante de la importancia atribuida a la tecnología en la Educación Matemática es el estudio, desde la perspectiva socioepistemológica, llevado a cabo por Montiel (2005) quien usó las capacidades de Internet, especialmente el foro virtual para que, a través de las intervenciones y discusiones de los estudiantes, éstos lograran la resignificación del concepto de derivada.

Dado a que se ha hecho referencia a los foros virtuales, a continuación se mostrarán algunos aspectos que caracterizan los que se pueden implementar mediante la plataforma Moodle:

(a) Constituyen una alternativa comunicacional multidireccional y asincrónica, esto significa que la comunicación es entre alumno y alumno; alumno y docente; y, docente y alumno sin necesidad de coincidir en el tiempo

(b) Los puede crear el docente según las unidades programáticas del curso, en este caso se crearon cuatro foros, correspondientes a los siguientes temas: producto interno, polinomios y formas canónicas; además de un foro de tipo social que se denominó *Café Virtual* en el que se podían tratar asuntos misceláneos (sociales, económicos, históricos, matemáticos, etc.)

(d) Cualquier participante puede abrir un tema de discusión en cada foro, con lo cual existe la posibilidad de que coexistan varios asuntos de discusión en relación con aspectos teóricos del tema que se trata, resolución de problemas, o cualquier comentario.

(e) Se pueden enviar archivos adjuntos, esto resultó ser de extraordinaria importancia puesto que el editor de texto del foro presenta limitaciones para trabajar con símbolos matemáticos. Se debe señalar que la comunicación de llamados de atención general, notas importantes, etc., se hacía a través de dos vías en línea: el servicio de mensajería de correo electrónico del Aula Virtual y la colocación de avisos tipo carteleras en la sección principal de la misma. También, se solía hacer el comentario respectivo durante el encuentro presencial en el aula.

Desde el punto de vista interno cada foro está organizado por temas. Cada uno de éstos es una intervención realizada por un participante dirigida a toda la comunidad del Curso, es decir, está a la vista de todos; puede ser una pregunta, la exposición de una duda, un comentario, etc. A su vez, un tema puede contener distintas respuestas o comentarios los cuales no están expuestos a la vista, sino que se debe ingresar al tema respectivo para tener acceso a ellos.

En lo referido a las metodologías puestas en juego, para la educación matemática, la noción de trabajo colaborativo, ya presentada, resulta trascendente, pues bajo este método se demanda explícitamente, la comunicación, la retroalimentación y la ayuda entre pares; todo lo cual se ve potenciado si se usan sincrónica o asincrónicamente recursos como los ofrecidos por Internet dinamizando y a la vez flexibilizando el sentido de la cooperación entre los participantes.

Además, esta idea de colaboración en un ambiente virtual es clave, porque permite reafirmar el proceso de *Resolución de Problemas* como enfoque de enseñanza y aprendizaje en el que se requiere una actuación de permanente ayuda entre el docente y el estudiante en sus diferentes sentidos, lo que permite poner en práctica procesos de pensamiento de alto nivel como el *Algebraico*, posibilitando de esta manera el desarrollo de aprendizajes matemáticamente significativos.

Con respecto a la conceptualización del término problema, en el presente estudio se concibe como una situación que propicia la activación de un conjunto de acontecimientos cognitivos, desafiando el intelecto a ir más allá de la aplicación de algún algoritmo o técnica matemática; la resolución de un problema es una "Tarea Intelectualmente Exigente" (González (1998); por ello requiere de un nivel de cognición más elevado que el que se emplea para la diferenciación de conceptos, se orienta hacia procesos más formativos como el análisis, la generalización, la deducción, y en especial, la relación entre conceptos y la generación de ideas.

Otro aspecto que se ha de destacar cuando se examina el proceso de resolución de problemas matemáticos en un entorno virtual es el carácter de la participación del docente quien puede desempeñar varios papeles, por ejemplo la "red le permite al educador desempeñar un rol de ayudante y observador manteniéndose en segundo plano" (Harasim, Hiltz, Turoff y Teles, 2000, p.198). Esta presencia no ostensible es lo que en esta indagación se ha caracterizado y denominado *Mediación Contemplativa*.

Esta *Mediación Contemplativa* se explica así: cuando un estudiante interviene, a través de la exposición de una duda en relación con la resolución de un problema, entonces dependiendo de la característica específica, en cuanto al fondo y la forma de ésta, y de la dinámica general de interacción en el Aula Virtual el docente ofrece la primera respuesta, o bien deja transcurrir un tiempo conscientemente prudencial a la espera de que cualquier otro participante ofrezca alguna solución, en algunos casos el docente no responde directamente, sino que motiva a hacerlo al resto de los alumnos, esto obliga a mantener una actitud docente de permanente líder, de observador activo, y de constante evaluador de todo el proceso.

Pensamiento algebraico

El pensamiento algebraico es un tipo de pensamiento matemático que permite, entre otros procesos: deducir lo general en lo particular e inversamente, hacer y revertir operaciones, reconocer patrones y abordar procesos de modelización. Para Godino, Castro, Aké y Wilhelmi (2012) uno de los rasgos distintivos del pensamiento algebraico es su manera de abordar el proceso de generalización matemática, es decir del proceso mediante el cual se logra el paso de lo concreto a lo abstracto. Por tanto se considera importante que el educador matemático posea un nivel satisfactorio de desarrollo de su pensamiento algebraico a fin de que pueda promoverlo en sus estudiantes.

En la actualidad este pensamiento se ha constituido en un área de interés como lo reflejan los trabajos de Sierpinska (1996); Blanton y Kaput (2003); Arzarello, Bazzini y Chiappini (1994); Kieran (1992); Filloy (1993); Puig (2003), Schlieman, Carraer y Brizuela (2011); Andonegui (2009); Barrio, Lalanne, y Petich (2010), etc. En estos estudios se analiza, entre otros, el paso de la aritmética al álgebra, el proceso de generalización, la apropiación del símbolo en Matemática, en particular los usos que se le dan a las letras (cuyo antecedente más importante es el trabajo de Küchemann, 1981), la interpretación y uso del signo igualdad, la modelización y los procesos de abstracción y de generalización.

En lo que respecta al Álgebra Lineal, afirma Artigue (2003) que las investigaciones reportan un fenómeno particular con respecto al aprendizaje del concepto de espacio vectorial en los primeros años del nivel universitario, se trata de la discrepancia entre la capacidad de este concepto para resolver problemas nuevos y su valor como concepto generalizador, unificador y formalizador, es decir, una cantidad importante de estudiantes no sienten la necesidad de recurrir a la construcción abstracta de espacio vectorial para resolver la mayoría de los problemas de un primer curso de álgebra lineal, obviando así el valor epistemológico esencial del Álgebra Lineal (Artigue, 2003); ocurriendo así dos hechos (que sean evidenciado en la práctica): (a) todos los espacios son vectoriales se hacen equivalentes a R^n y (b) sólo se valoran los aspectos procedimentales en el cálculo de operaciones, por ejemplo con matrices. De acuerdo con la óptica de esta autora romper esta anomalía pasa por desarrollar conexiones complejas entre los modos de razonamiento, los puntos de vista, lenguajes y sistemas de representaciones simbólicas.

ÁMBITO METODOLÓGICO

Escenario y sujetos del estudio

La investigación se desarrolló durante el período académico 2008-II en el Departamento de Matemática del Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara" de Maracay (Aragua, Venezuela), Núcleo de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Los sujetos participantes fueron 52 Estudiantes para profesor de Matemática, cursantes de dos secciones de la asignatura Álgebra Lineal, la cual se inserta en el componente obligatorio de su formación especializada.

Descripción del corpus analítico

El Curso contempló la implementación de un aula virtual que consistió en usar un espacio en internet que provee la Universidad denominado *Salón Virtual*, entre algunas de sus características se tiene que está desarrollado bajo la plataforma tecnológica llamada Moodle que se basa en software libre. En este Salón se desarrollaron 4 foros diseñados, organizados e implementados a fin de propiciar la producción y consecuente recolección de información para llevar a cabo el estudio; dichos foros se estructuraron de acuerdo al contenido programático de la asignatura: producto interno, polinomios, formas canónicas y café virtual (espacio para "descansar"). Todo el trabajo realizado en el aula virtual se cuantificó con la ayuda de la misma plataforma, en la siguiente tabla se presenta el resumen correspondiente a los foros.

TABLA 1 – Cuantificación de las aportaciones en los foros.

Foro académico (tema I)	5114-264
Foro académico II (Polinomios)	11050-741
Foro académico III (formas canónicas)	5916-510
Café virtual	10859-1110

El primer número representa la contabilización del número de entradas de los estudiantes al foro y el segundo la cantidad de participaciones efectivas realizadas en él.

Procedimiento

Tomando en cuenta las características que tienen foros en la plataforma MOODLE los estudiantes fueron instados a participar de dos maneras diferentes, pero complementarias; una era presentando sus dudas, confusiones, etc.; y la otra era a través de las observaciones, comentarios, ayudas, etc. que debían ofrecerse entre ellos mismos, con esto último se buscaba resaltar la importancia del trabajo colaborativo de forma general, pero particularmente en estos entornos virtuales de aprendizaje. Esta idea en todo momento se explicitó, se insistió, y se estuvo atento sobre los avances en este sentido.

Cuando se adjuntaban archivos con solución a algún problema, se implementaba la *Mediación Contemplativa* y luego se procedía a la corrección, para ello se hacían marcas en dicho documento tales como: resaltado en colores diferentes (amarillo, verde y rojo), observaciones escritas en letras grandes y comentarios insertados con la ayuda del procesador de textos. Cabe destacar que ante un error cometido no se daba la respuesta correcta de forma inmediata, sino que a través de las marcas ya señaladas se hacían contrastes con la teoría, se consideraban contraejemplos, se inducía a analizar la naturaleza de los objetos algebraicos y la especificidad de su lenguaje, etc.

Organización de los datos

La naturaleza del estudio hizo posible la generación de múltiples tele-interacciones (Bairral, 2002) del docente con los alumnos, de éstos entre sí, y de ambos con el contenido matemático objeto de estudio; éstas podían ser espontáneas o inducidas, mediante los foros establecidos y manifestadas en forma de opiniones, preguntas, comentarios, etc., acerca de cualquier aspecto del curso con ello se produjo mucha información que debió organizarse idóneamente para su análisis. Para hacerle seguimiento a estas teleinteracciones (T**)**, se diseñó un esquema para disponer organizadamente la información y se elaboró un dispositivo que permite visualizar y explicitar el recorrido de las intervenciones de los diferentes alumnos (ver anexo).

Para facilitar la visualización esquemática de las discusiones realizadas en los foros, se estructuraron los temas a través de tablas que contienen los siguientes datos generales: (1) nombre del foro, que es colocado por el docente facilitador y no puede ser modificado por los participantes, (2) título, nombre que identifica la entrada principal de una participación, el cual es colocado por el estudiante y no puede ser modificado por el facilitador (salvo su eliminación u ocultamiento total); (3) nombre del autor, identifica el nombre de la persona que lo abrió; (4) fecha, es la que corresponde al día que se generó; (5) hora, ésta es asignada automáticamente por la plataforma al momento de crearse, y (6) número de respuestas, es la cantidad de personas que lo comentaron o respondieron. También la tabla suministra el comentario que hizo el autor cuando creó el tema (ya ajustados los detalles de forma relacionados con la ortografía) y, el archivo que adjuntó, si lo hubiere. En la siguiente tabla 2 se muestra una imagen del aspecto organizacional de los datos arrojados por los foros.

TABLA 2 – Esquema de organización de los datos.

Foro	Título del tema	Autor	Fecha	Hora	Nº de Respuestas

Cada una de estas intervenciones se “bajó” de la plataforma y se reescribió con el editor de texto Word con un mismo tipo de letra, corrigiéndoles los errores los ortográficos, pero conservando la integridad del aporte. Se preservó la identidad de los estudiantes asignándoles una letra o una letra con un número.

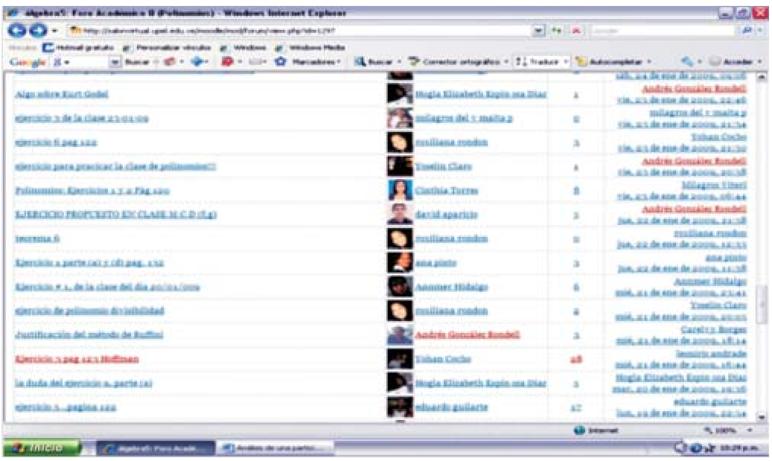
Análisis de los datos

El análisis que se implementó en este trabajo consistió en el examen de los errores y aciertos cometidos por los estudiantes en relación con un problema de Álgebra Lineal, los cuales quedaron reflejados en sus aportaciones en el foro correspondiente. Para ello se consideraron varios aspectos tales como: el lenguaje natural y el algebraico, manejo del simbolismo con su sintaxis y su semántica, lo relativo al cálculo de las operaciones, el uso e interpretación del símbolo de igualdad y la habilidad para manejar la generalización.

El contexto del análisis realizado fue el segundo foro virtual intitulado Foro Académico II (Polinomios), las instrucciones para éste fueron: *Este espacio persigue los mismos objetivos que el anterior foro. Se trata de que interactuemos en función de nuestras conexiones, limitaciones, dudas (viejas y nuevas) alrededor del tema de Polinomios. Como pueden ver como concepto nos parece tan familiar, y así es, solo que ahora nos pondremos en una perspectiva totalmente innovadora e interesante*.

A continuación, en la figura 1, se muestra una panorámica del aspecto general del foro al que se hace referencia:

FIGURA 1 – Aspecto general del Foro 2.



En este Foro se presentó el problema que sirvió de base al presente estudio: *sea A una matriz diagonal sobre el cuerpo F , es decir, una matriz para la cual* $A_{ij} = 0$ *para* $i \neq j$. *Sea f el polinomio sobre F definido por,* $f = (x - A_{11}) \ldots (x-A_{nn})$,*¿Cuál es la matriz f(A)?*

Este planteamiento aparece en uno de los libros que se empleó en el Curso (Hoffman, K. y Kunze, R. (1973), Álgebra Lineal: México, Prentice-Hall; página 122).

En la tabla 3 se pueden apreciar todos los elementos identificatorios del tema propuesto por Y1. Puede verse que esta intervención tuvo 28 réplicas, las cuales se mostrarán con su respectivo análisis.

TABLA 3 – Tema propuesto por Y1.

<table>
<tr><td>Foro Académico II (polinomios)</td><td>Título del tema
Ejercicio 3 pág. 123 Hoffman</td><td>Autor
Y1</td><td>Fecha
Sábado
06-12-08</td><td>Hora
9:44 am</td><td>Nº de Respuestas
28</td></tr>
<tr><td colspan="6">Comentario: Hola a todos buen día, necesito orientación con este ejercicio lo comencé a trabajar pero no sé si estoy errado. Aquí dejo lo que he hecho</td></tr>
<tr><td colspan="6">Archivo adjunto enviado: (Formato Word)

Ejercicio 3 pág. 122 Hoffman

Sea A una matriz diagonal nxn sobre el cuerpo F, es decir, una matriz para la cual Aij = 0 para i≠j. Sea f el polinomio sobre F definido por

$f=(x- A_{11})\ldots (x- A_{nn})$.¿Cuál es la matriz f(A)?

$f(A) =(x- A_{11})(x- A_{12}) (x- A_{13})\ldots (x- A_{1(n-1)})(x- A_{1n})(x- A_{21}) (x- A_{22}) (x- A_{23})\ldots (x- A2_{(n-1)}) (x- A_{2n})\ldots\ldots (x- A_{(n-1)1}) (x- A_{(n-1)2}) (x- A_{(n-1)3})\ldots (x- A_{(n-1)(n-1)}) (x- A_{n1}) (x- A_{n2}) (x- A_{n3})\ldots (x- A_{n(n-1)}) (x- A_{nn})$

$=(x- A_{11})(x- 0) (x- 0)\ldots (x- 0)(x- 0)(x- 0) (x- A_{22}) (x- 0)\ldots (x- 0) (x- 0)\ldots\ldots (x- 0) (x- 0) (x- 0)\ldots (x- A_{(n-1)(n-1)}) (x- 0) (x-0) (x- 0)\ldots (x- 0) (x- A_{nn})$

$=(x- A_{11}) (x) (x)\ldots (x)(x)(x) (x- A_{22}) (x)\ldots (x) (x)\ldots\ldots (x) (x) (x)\ldots (x- A_{(n-1)(n-1)}) (x) (x) (x)\ldots (x) (x- Ann)$

$$\begin{bmatrix} (A11 \quad A12 \quad A13\ldots A1(n-1)\ldots Ann \\ A21 \quad A22 \quad A23\ldots A2(n-1)\ldots A2n \\ A31 \quad A32 \quad A33\ldots A3(n-1)\ldots A3n \\ \\ A(n-1)1 \quad (n-1)2 \quad A(n-1)3\ldots A(n-1)(n-1)\ldots A(n-1)n \\ A11 \quad A11 \quad A11\ldots A11\ldots A11) \end{bmatrix}$$</td></tr>
</table>

En la siguiente figura se puede ver un aspecto general de las participaciones en el tema propuesto por el estudiante Y1.

FIGURA 2 – Aspecto general del tema propuesto por Y1.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA EXPUESTO

En primer lugar se debe destacar la naturaleza profundamente abstracta del problema, supone que el estudiante maneja conceptualmente la estructura algebraica de cuerpo y el significado de que una matriz esté definida en uno determinado. Además, exige tener claro que los conjuntos de matrices cuadradas y polinomios junto a las operaciones usuales de adición, multiplicación y multiplicación por un número real poseen una estructura de álgebra, en particular las matrices diagonales constituyen un ejemplo de dicho sistema.

En relación con la definición de matriz diagonal, ésta queda resumida en el mismo planteamiento a través de la expresión: "*una matriz para la cual* $A_{ij} = 0$ *para* $i \neq j$". En este contexto el símbolo $i \neq j$ alude a aquellas coordenadas matriciales cuyas posiciones de las columnas difieren de las de las filas. Como la igualdad de estas posiciones sólo ocurre en la diagonal principal, entonces el resolutor del problema debe ser capaz de traducir lo expresado simbólicamente como una matriz cuyos elementos por fuera de la diagonal son ceros, pudiendo o no ser ceros los elementos de la mencionada diagonal principal.

Otro aspecto contenido en la dimensión abstracta del problema es el polinomio mismo. Éste aparece en notación generalizada, pero quien se enfrenta a la resolución debe tomar conciencia de que hay 2 aspectos concretos que son cruciales para la solución: hay n factores polinomiales de grado 1, éstos vienen dados por las diferencias entre la indeterminada x y los elementos de la diagonal de la matriz A, por esa razón el polinomio dado tiene grado n.

También se requiere el dominio del símbolo $f(A)$, y considerar que el mismo remite al proceso de evaluar elementos de álgebras en polinomios, en este caso el elemento del álgebra a evaluar es la matriz A, el resultado de tal procedimiento es un elemento del álgebra, es decir, la notación $f(A)$ alude a una matriz diagonal. Este proceso está regido por ciertas reglas operativas que deben ser aplicadas.

En resumen, para resolver el problema se debe tener claro: el concepto y propiedades de las matrices diagonales y el proceso de evaluar elementos de álgebras en polinomios. Además, se debe tener conciencia del manejo simbolismo algebraico y habilidad para trabajar en un ámbito de generalización.

Respuesta institucional

Sea la matriz diagonal $A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$, en la que los escalares A_{ii} están en F y sea el polinomio $f = (x - A_{11}).(x - A_{22})\dots(x - A_{nn})$. Al evaluar la matriz en el polinomio resulta $f(A) = (A - A_{11}.I).(A - A_{22}.I)\dots(A - A_{nn}.I)$. aquí I es la matriz identidad de orden nxn. Se trata entonces de analizar lo que ocurre en cada producto. En el primer factor se tiene:

$$A - A_{11}.I = \begin{bmatrix} A_{11} - A_{11} & 0-0 & \dots & 0-0 \\ 0-0 & A_{22} - A_{11} & \dots & 0-0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0-0 & 0-0 & \dots & A_{nn} - A_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{22} - A_{11} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_{nn} - A_{11} \end{bmatrix}$$

Como se puede observar, cada factor $A - A_{ii}.I$ es una matriz diagonal en la que la entrada correspondiente a la posición (i,i) es cero; es decir el primer factor tiene un cero en la posición (1,1), el segundo tiene un cero en la posición (2,2), finalmente el factor enésimo tiene un cero en la posición (n,n). Ahora bien, para multiplicar matrices diagonales basta multiplicar los elementos de la diagonal, con esta información se concluye que $f(A) = 0$.

Análisis de la participación de Y1

En esta comunicación, se intuye que Y1, aun cuando maneja el concepto de matriz diagonal, tiene una confusión bien importante con la notación empleada en el ejercicio, pues no logra comprender como se forman los factores en el producto indicado, interpreta cada factor como la diferencia de x y todos los escalares que son entradas de la matriz, de acuerdo con esto él cree tener los productos $(x- A_{11})(x-0)\ (x-0)\dots\ (x-0)(x-0)(x-0)\ (x-A_{22})\ (x-0)\dots$La anterior expresión significa que sí toma en cuenta que la matriz A es diagonal y por eso surgen esas diferencias de x y los ceros.

Por otra parte, no parece apreciar lo relacionado con la notación $f(A)$ que le pide sustituir la indeterminada x del polinomio por la matriz A considerando que, en este caso, A^0 es la matriz identidad que es el neutro multiplicativo del álgebra de las matrices cuadradas.

Finalmente, Y1 coloca una matriz de una forma que luce aislada, pero se presume que es para reforzar la idea de que trabajó con esa matriz. Ante este planteamiento el docente esperó por la participación de los demás estudiantes. Dos días después, el 8 de diciembre interviene Y2.

> **Y2**: *Hola Y1 y hola a todos! Y1 me parece que tu procedimiento está muy bien lo único que te hace falta es sustituir a la matriz A, es decir, donde está X debe ir A ya que estas buscando f(A). Yo también lo estoy haciendo pero aún no llego al resultado; Si lo terminas primero lo colocas para comparar o si alguno de mis demás compañeros ya lo hicieron les agradecería la ayuda. nos vemos*
>
> **Investigador:** En este caso se observa que Y2 leyó con detenimiento lo que propuso Y1, y lo comparó con lo que ella hacía. Pese a que no logra ver el cómo evaluar la matriz en el polinomio f, está consciente de que debe hacerlo cuando expresa "*donde está X debe ir A ya que estas buscando f(A)*", pero no es capaz de comprender que comparte la misma confusión con Y1 en la construcción del polinomio. De las dos intervenciones es posible detectar diferencias y similitudes. La semejanza está en que ambos saben que deben construir el polinomio, caso en el cual se comparte la confusión; y la diferencia estriba en la conciencia de Y2 de que debe evaluar $f(A)$. Es importante hacer esta distinción pues es posible especular sobre la naturaleza de ambas, posiblemente para Y2 es una limitante la forma genérica en que está expresado el polinomio, pareciese que si se tratara de un polinomio concreto sí fuese capaz de hacer la sustitución correspondiente. En el caso de Y1 no se puede establecer una conjetura al respecto pues se limitó a construir el polinomio. Finalmente, Y2 solicita ayuda, para solucionar su problema de evaluación, al hacer una invitación directamente a sus compañeros a participar en la solución de este ejercicio.

Luego de una prudente espera mediante la *Mediación Contemplativa* (cinco días desde que fue propuesto el problema y tres días luego de la última intervención) y tomando en cuenta que ningún otro alumno comentaba, el profesor decidió intervenir el día 11 a fin de levantar el ánimo de los estudiantes y darle continuidad al proceso de resolución:

> **I:** *Saludos para Y1 y Y2. Les envío mis observaciones; esperé, pero imagino que los demás compañeros se abstuvieron de participar pues consideraron que no tenían ideas que aportar. Insiste Y1 y luego nos compartes*.

Como se indicó anteriormente, a través de las marcas de colores sobre el archivo enviado por Y1 se buscaba llamar la atención, destacando el color rojo para advertir en torno a la gravedad del error, mientras que en amarillo y verde estaban otros comentarios. La corrección estaba dirigida a dos cosas fundamentalmente: destacar los conceptos involucrados en el ejercicio y a lo útil que podría ser la particularización. En este sentido se recomendó "*Particularizar para una matriz cuadrada diagonal, por ejemplo una 3x3 ó 4x4*". Esto último se considera trascendente, pues instaba a trabajar de manera inductiva, estrategia ésta ampliamente recomendada en los procesos de resolución de problemas

Ese mismo día interviene G motivada, posiblemente, por la intervención del docente

G: *Hola a todos!!! Estuve realizando el ejercicio! pero no sé si está bien! aquí se los envío! saludos a todos!* **I:** La intervención de G es muy importante pues por primera vez se hace uso de una matriz diagonal particular, es decir tomó en cuenta la sugerencia dada en cuanto a emplear la particularización, y utilizó una matriz diagonal de orden 2x2, sin embargo también comparte con Y1 la misma confusión conceptual referida a los dos procesos básicos involucrados en este problema como lo son la construcción del polinomio y la evaluación en él. Por otra parte, con respecto a la evaluación de elementos de álgebras en polinomios parece saber, de acuerdo a lo que escribe en la última línea de su solución, que al evaluar una matriz en un polinomio lo que se obtiene es una matriz pues iguala la notación $f(A)$ con una matriz 2x2. Sin embargo, esta matriz la diseña con los coeficientes del polinomio que construyó tomando en cuenta las diferencias de la indeterminada con todos los escalares de la matriz lo que es un error de acuerdo a las mismas observaciones que se le hicieron a Y1 al principio. Finalmente, se percibe un descuido notacional en el trabajo, esto se afirma pues el mismo símbolo también el símbolo $f(A)$ aparece igualado a un polinomio.

Se percibe un cambio en la frecuencia de las aportaciones ya que ese mismo día interviene Y1.

Y1: *Hola a todos, saludos profesor. Ok tomaré en cuenta sus sugerencias, ya nuestra compañera G estudió un caso en particular. Voy a intentar generalizarlo y lo envío nuevamente. Muchas gracias.* **I:** Esta participación de Y1 puede considerarse como un compromiso público de continuar con la resolución del ejercicio. Es posible que la participación del docente y la de la compañera G hayan significado un aliciente, esto se deduce de las siguientes dos afirmaciones, "*tomaré en cuenta sus sugerencias"* y "*G estudió un caso en particular*". Se observa que sabe que no puede quedarse con el caso particular, sino que debe avanzar hacia la generalización.

Ese mismo día, y a los pocos minutos del comentario de Y1, otra participante, J1, decide participar en la discusión.

J1: *Hola G, a todos mis saludos. Queremos encontrar una matriz f(A) donde f es el polinomio cuyas raíces son precisamente los valores propios de A, siendo A una matriz diagonal. Es decir, sustituirás sólo por los elementos de la diagonal principal de dicha matriz. En este ejercicio creo que es importante darnos cuenta que el polinomio que nos dan tiene esa forma precisamente porque los elementos de la diagonal de una matriz diagonal coinciden con sus valores propios, menciono que es importante porque observo que varios compañeros también han cometido este error, entonces aprovecho para hacer esta breve observación constructiva para todos.* **I:** Esta intervención es muy particular, pues emplea un lenguaje sin símbolos pero cargado de conceptos que no han sido tratados en el Curso. La afirmación de que se debe encontrar una matriz "*f(A) donde f es el polinomio cuyas raíces son precisamente los valores propios de A*" es totalmente cierta, pero no deja de generar incertidumbre en el docente por la firmeza con que se hace. Sin embargo el comentario es genérico no aporta elementos para construir el polinomio ni para la evaluación. Otro asunto que vale la pena mencionar es la ambigüedad del lenguaje escrito con respecto al oral, esto se afirma pues no queda claro a qué error de sus compañeros se refiere J1 cuando dice "*…es importante darnos cuenta que el polinomio que nos dan tiene esa forma precisamente porque los elementos de la diagonal de una matriz diagonal coinciden con sus valores propios, menciono que es importante porque observo que varios compañeros también han cometido este error*".

Casi inmediatamente luego de J1 nuevamente interviene Y1.

Y1: Hola G y saludos a *todos, mira aquí envío unas modificaciones a lo que hiciste. Observa la sugerencia del profesor, ve que solo debemos tomar elementos de la forma Ann.Verifícalo, saludos, cuídate.*

I: Efectivamente, Y1 ha corregido el trabajo de G. A través del caso particular logra darse cuenta de que el polinomio se construye sólo con los escalares ubicados en la diagonal de la matriz. En este esclarecimiento de Y1 contribuyó la asistencia del docente, pues como él mismo afirma "*observa la sugerencia del profesor, ve que solo debemos tomar elementos de la forma Ann*". No obstante, Y1 aún continúa con la confusión conceptual relativa al segundo proceso básico involucrado en el problema relativo a las evaluaciones, probablemente para él la sustancia del proceso de resolución radica en el diseño del polinomio. A pesar de esto, de la última línea se deduce que sabe que debe obtener una matriz, es probable que la intervención de J1 también haya contribuido a aclarar este aspecto. Finalmente, se evidencia un descuido en el manejo de los símbolos matemáticos ya que en un mismo contexto tiene igualado el símbolo $f(A)$ a una matriz y a un polinomio. Se especula que esto es debido a la no conciencia sobre la riqueza semántica del signo algebraico.

El docente ve la necesidad de no dejar decaer el entusiasmo en la discusión, por ello vuelve a intervenir el día 12.

I: *Hola G, y a todos los que estamos "peleando" con este ejercicio, va saliendo poco a poco. Te envío las correcciones, debemos insistir*

Nuevamente, en el archivo adjuntado, se emplean colores para destacar los errores y los comentarios, pero se decidió también llamar la atención usando letras de mayor tamaño. Se hace un exhorto a fin de que se le dé importancia a la teoría, pues se tuvo la impresión de que al intentar resolver el ejercicio no se usaba ésta, sino que se trabaja empíricamente, esta es la intención cuando se pregunta *"¿qué dice la definición de* α^0 *?*". En el llamado de atención "*NO lo hagas empíricamente*" se insta a reivindicar el aspecto conceptual que subyace en lo procedimental. Finalmente, en la corrección se enfatiza la relación simétrica del signo de igualdad, y se resalta la naturaleza específica de los objetos matemáticos, esto se evidencia cuando I hace la afirmación: en el *"lado izquierdo de la igualdad, dice f(A), la definición dice que esto es una matriz, pero lo que tienes en el lado derecho de la igualdad es un polinomio"*

Este mismo día 12, y con motivo de la incertidumbre que generó en el docente la participación de J1, interviene el profesor nuevamente.

I: *Saludos a todos y particularmente a J1. Me gustaría que nos ahondaras, nos dieras detalles, brevemente, sobre esta idea (para nada despreciable): Dijiste "queremos encontrar una matriz f(A) donde f es el polinomio cuyas raíces son precisamente los valores propios de A".*

Dado que J1 en su participación manejó elementos conceptuales que, siendo parte del contenido de este Curso, no se habían tratado hasta ese momento se decidió solicitar de ella una mayor precisión como se evidencia cuando el docente pide que "*nos ahondaras, nos dieras detalles, brevemente, sobre esta idea (para nada despreciable)*". Esta manera de actuar buscaba, por un lado, que ella expusiera concretamente las relaciones que encontró entre esta teoría y el ejercicio con el que se trabajaba, y por otra parte, también se intentaba verificar la legitimidad de su intervención, esto es, que fuese ella quien efectivamente la realizó, o en todo caso, que no fuese una intervención plagiada.

En este contexto nuevamente interviene Y1 sin tomar en cuenta, aparentemente, la discusión con J1.

Y1: *Hola a todos aquí envío algo que trabaje referente al ejercicio 3 pag123 Hoffman. Disculpen no supe como insertar las matrices en el documento, pero igual se las di a entender. Por favor revísenlo. Saludos*
I: Se aprecian dos cosas importantes: Y1 decide detenerse en su avance hacia la generalización con la que se había comprometido en sus anteriores comunicaciones. Esto significó un avance muy positivo pues da evidencias de tomar conciencia sobre los dos aspectos procedimentales básicos involucrados en el ejercicio, así entonces logra construir correctamente el polinomio y procede a hacer la evaluación $f(A)$. En este último proceso comete un error que no parece ser grave como lo es el referido a la identificación de la matriz identidad, por esta razón el valor de la evaluación es incorrecto. Para finalizar reitera el error de establecer la igualdad entre un polinomio y una matriz a través del símbolo, es decir no iguala los objetos directamente sino a través de su representación simbólica. Sobre esto ya se había llamado la atención anteriormente y parece importante no descuidar esta limitación.

Intervención de J1 el día 12.

J1: *Saludos a todos... aquí le envío más detalladamente el por qué de mi breve análisis,* ***no es la resolución del ejercicio****, pero considero que de alguna manera u otra nos ayudará para seguir adelante con la resolución del mismo, pues esto contribuirá a tener una visión más clara de lo que allí ocurre. Cualquier comentario, les sabría agradecer...J1*
I: Tal como J1 afirma su actual intervención "*no es la resolución del ejercicio*". Evidentemente esta aportación está relacionada con la solicitud expresa del docente a que dijera concretamente cuáles eran esas conexiones que logró establecer entre la teoría de valores propios y el actual ejercicio. En este sentido J1 intenta justificarse; sin embargo no ofrece detalles en torno a las relaciones que encontró, y el documento anexado trata del tópico de valores propios en forma general.

La próxima intervención es de Y1, en ella se desvía del tema principal en discusión, está relacionada con el tema abierto por J1 con respecto al concepto de valor propio de una matriz.

Y1: *Hola J1 gracias por tu aporte, aquí envío otro material que nos habla un poco de lo que son los valores propios de un polinomio (los valores propios de una matriz son los ceros de su polinomio característico) y se nos presenta un ejemplo muy sencillo.*
I:Nuevamente al docente le llama la atención que un concepto algebraico específico que no se ha presentado ni discutido en la clase presencial sea tratado con tanta "soltura" por los estudiantes, en este sentido es significativa la fluidez con la cual expresa "*los valores propios de una matriz son los ceros de su polinomio característico*". En todo caso, tomando en cuenta que no se concretó la conexión entre estos últimos conceptos manejados y el ejercicio que se discute, las dos últimas intervenciones pueden interpretarse como un desvío momentáneo. Es posible especular que en esta intervención Y1 sobreestimó la intervención de J1 e intentó competir con ella pues pensó que estos materiales sí contribuirían en la resolución

El trabajo del día 13 comienza con la intervención de Y1 en la que retoma lo realizado con el caso particular, corrigiendo el error cometido en la matriz identidad 2x2. Como se podrá observar obvia deliberadamente su anterior comentario.

Y1: *Saludos a todos, aquí está el mismo ejercicio pero le hice un cambio porque en el anterior tuve un error al colocar la matriz unidad*.

I: A estas alturas pareciese que Y1 no está consciente de las diferencias conceptuales que existen entre las notaciones $f(x)$ y $f(A)$ ya que persiste en el error de igualar matriz y polinomio a través del símbolo que los identifica. Dado que ya se ha llamado la atención en torno a los aspectos conceptuales que la resolución del problema conlleva, y tomando en cuenta que en esta intervención se corrigió sólo lo concerniente a la matriz identidad y a los cálculos correspondientes, es posible presumir que la limitación relacionada con el aspecto teórico-simbólico tiene que ver con el énfasis puesto en el resultado a cambio del descuido en la formalidad de todo el proceso.

Luego, ese mismo día interviene G.

G: *Hola a todos! gracias por sus correcciones! las tendré mucho en cuenta, voy a tratar de hacerlo nuevamente!.*

I: A pesar de que con este caso particular ya quedó establecido, y se logró ver qué es lo que sucede, G, en su comentario, no indica cuáles son esas correcciones que va a hacer. Aún más, llama la atención su frase "*voy a tratar de hacerlo nuevamente!"*, cuando en realidad lo que se requiere, tomando en cuenta la última intervención de Y1, es un arreglo parcial; es posible que esto se deba a una lectura superficial del resto de las aportaciones en el Foro.

En la próxima intervención el docente da un paso avanzado en relación con la necesaria generalización del trabajo.

I: *Observemos que cuando generalizamos, nos encontramos con productos de la forma (x-A11) en los cuales, al evaluar A se transforman en (ejemplifico sólo con el primer factor) (A-A11I) (I es la matriz identidad. Es decir,* ***el primer factor*** *es una diferencia de la forma (A-B) donde B es una matriz diagonal con todos sus elementos en la diagonal iguales a A11. Luego esta diferencia se transforma en una matriz C (diagonal) con un cero en la posición (1,1) y el resto de las posiciones en la diagonal son de la forma A22 -A11, A33-A11, A44-A11, ..., Ann-A11. Esto se repite (mutatis mutandis) para cada factor. Ahora bien, la otra sugerencia es: buscar cómo son los productos para matrices diagonales, qué propiedades satisfacen, etc. Seguimos...*

Ya ha transcurrido una semana desde que se colocó el ejercicio, por esa razón, y buscando no amilanar la discusión, se decide ampliar el repertorio del apoyo, precisando los detalles del proceso de evaluación, y sugiriendo directamente la necesidad de buscar propiedades que cumplen las operaciones con matrices diagonales. Con la expresión "**el primer factor** *es una diferencia de la forma (A-B) donde B es una matriz diagonal con todos sus elementos en la diagonal iguales a A11*" indirectamente se sugiere analizar lo que ocurre en cada factor del polinomio. Por otra parte, corrigiendo el documento que envió G de una manera concreta se destacó el error cometido al igualar objetos matemáticos de distinta naturaleza. Sin embargo, el docente no tomó en cuenta que G no hizo la evaluación $f(A)$ sino que, erróneamente, construyó esta última matriz con los coeficientes del polinomio f .

Una hora después que participó el docente vuelve a intervenir Y1.

Y1: *Hola profesor, saludos a todos agradezco sus correcciones, de seguro las tomaré en cuenta*

I: Se trata de un compromiso público que hace Y1 de continuar el trabajo.

Luego de este conjunto de intervenciones transcurren 3 días. Se retoman las participaciones con la intervención de G el día 16.

G: Hola *de nuevo! Tomando las sugerencias de mis compañeros aquí les envío de nuevo el ejercicio! Espero que esta vez sí esté bien*
I: Se observa que G, en primer lugar insiste en el trabajo con su caso particular, el cual ha sido abordado y corregido en varias oportunidades. En segundo lugar, a través de errores de notación, sobre los cuales ya se habían formulado observaciones, consigue la respuesta correcta. Esta manera de actuar, hace presumir que o bien no revisó las anteriores observaciones, o lo hizo superficialmente.

Interviene el profesor el día 17:

I: *Hola G, y saludos a todos. Te envío mis observaciones;, en todo caso, te invito a que revises minuciosamente mi anterior intervención. Un abrazo*

Ya han transcurrido 11 días desde que se planteó el ejercicio, y G insiste en su trabajo con la matriz diagonal 2x2, por esta razón se reiteran algunas observaciones ya hechas empleando los colores y letras grandes para llamar la atención. Adicionalmente, expresamente se alerta sobre la limitación que presenta trabajar con un caso particular, de esa manera se motiva a trascender hacia la generalización.

Transcurren 2 días más. El día 19 interviene Y1.

Y1: *Hola a todos, saludos aquí envío algo que he realizado en el ejercicio 3. Seguí las sugerencias dadas por el profesor. Revísenlo por favor y compartamos ideas. Me falta realizar el producto entre las matrices encontradas, pero quiero saber primero si lo que he hecho hasta ahora está bien. Gracias espero que estén bien. Por cierto no supe cómo escribir las matrices y por eso las hice en un rectángulo. Disculpen*
I: Ya se aprecia un salto cualitativo en el trabajo, ahora Y1 decide trabajar de forma generalizada, sin embargo no logra superar la dificultad con la notación, se ayuda analizando lo que ocurre en cada factor por separado lo que resultará clave en la resolución (lo cual está en correspondencia con la ayuda ofrecida en la penúltima intervención del profesor), y ello le permite observar que cada factor agrega un cero a la diagonal, sin embargo descuida los valores de las restantes posiciones de la matriz

Interviene Y1.

Y1: *Hola a todos de nuevo, miren el profesor en su sugerencia nos dice "la otra sugerencia es: buscar cómo son los productos para matrices diagonales, qué propiedades satisfacen, etc. Seguimos..." pero observando lo que hice anteriormente me doy cuenta que al desarrollar cada uno de los factores, no obtuve una matriz diagonal. Por favor si alguien puede decir dónde está el error se lo agradecería.*
I: Y1 cae en cuenta de que cada factor de la matriz $f(A)$ debe ser una matriz diagonal

Vuelve a intervenir Y1.

Y1: *Hola saludos, aquí dejo un material referente a las operaciones con matrices diagonales. Estas operaciones son muy sencillas ya que solo trabajo con los elementos que se encuentran en la diagonal.*
I: La necesidad de obtener propiedades para las operaciones con las matrices diagonales obliga a Y1 a la búsqueda de tales propiedades, al tenerlas las colocó en el foro a través de otro tema de discusión

Ante esto interviene el profesor:

I: *Saludos a todos y particularmente a Y1. Creo que debes revisar las anteriores correcciones pues da la impresión de que NO las tomas en cuenta, algunas de estas observaciones ya fueron hechas a G. En todo caso te envío nuevamente mis observaciones. Seguimos*

De forma directa en el comentario se hace un llamado de atención por cuanto se observa que se reiteran algunos errores que habían sido corregidos. El docente trabaja sobre el archivo último que envió Y1, coloca marcas y agrega observaciones orientadas a subsanar las fallas en la manipulación de los símbolos; particularmente exhorta a utilizar la hipótesis. Interviene Y1 el día 20:

Y1: *Saludos a todos y prof. si es cierto se me pasó por alto utilizar la hipótesis, disculpen. Aquí agrego algo*.

I: En esta intervención Y1 demuestra haber superado sus dificultades en cuanto a la notación y la interpretación conceptual del proceso de evaluar una matriz en un polinomio, se aprecian dos pequeños errores que parecen más bien un descuido y se hace el señalamiento respectivo.

Interviene el profesor:

I: *Saludos Y1, en primer lugar debo* ***FELICITARTE*** *por tu insistencia, ya vemos que valió la pena, sólo tienes un detallito que es corregible y ya. Sería bueno que usarás el editor de ecuaciones para que se vea mejor, otra cosa: en tu mensaje anterior en el que agregaste las propiedades de las matrices diagonales NO colocaste la referencia es saludable que lo hagas. Un abrazo y espero que este esfuerzo recompensado te motive a continuar. Seguimos en contacto*

En esta participación, además de felicitar y de señalar los dos pequeños errores, se insta a mejorar la presentación de los trabajos a través de un editor de ecuaciones.

Interviene Y1.

Y1: *Muchas gracias profesor espero que este bien y a mis compañeros y amigos igual. Pondré en práctica lo del editor de ecuaciones.*

Interviene D.

D: *Hola Johan, gracias por compartir este ejercicio con todos nosotros, te felicito de verdad que si le has dedicado.*

I: En esta participación y en las siguientes se reconoce el esfuerzo puesto en práctica por Y1, y se exponen otras soluciones del problema

Interviene A el día 21:

A: Hola *Y1 y a todos los compañeros que se dedicaron con tanta dedicación a este ejercicio... De verdad los felicito muchísimo... Gracias por compartirlo con todos nosotros... Considero que esta discusión fue de gran relevancia porque nos ayudo mucho a aclarar dudas... Feliz Noche... Éxito*

Interviene J2:

J2: *Hola Y1 como estás, la primera vez que leí el ejercicio no lo entendí pero la esencia del ejercicio estaba en lo que escribiste, para mis compañeros que no lo han leído bien les envió el mismo ejercicio pero un poco menos complejo.*

El día 21 de enero de 2009 ocurre otra participación que llamó la atención puesto que resultó ser una especie de resumen. Interviene E:

E: *Hola muchachos aquí esta una vez más el ejercicio Nro.3 del Hoffman pág. 123. Tomando en consideración lo escrito por ustedes!!!*

Interviene L:

L: Hola *E, hola Johan y a todos gracias por compartir este ejercicio, fue de gran ayuda. felicitaciones*

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El problema sobre el que se fundamentó el trabajo requería, además del dominio de algunos contenidos programáticos específicos, de habilidades del pensamiento algebraico que se supone ya han alcanzado los educadores matemáticos en formación inicial, en ellas se resalta la capacidad para trabajar con la generalización, esto es así ya que tanto el polinomio como la matriz eran genéricos, aun cuando ambos objetos algebraicos tenían claramente definidas sus propiedades.

Por otra parte, se observaron insuficiencias en la manipulación del símbolo de igualdad, lo cual limita significativamente el lenguaje algebraico de estos futuros docentes, lo cual coincide con lo encontrado por González y González (2011) en el que evidenciaron que mayoritariamente prevalecía una visión procedimental del símbolo de igualdad (=) en la cual se enfatiza el aspecto computacional sobre lo estructural (Sfard 1991, citado en Andonegui, 2009) en el cálculo del resultado de las operaciones.

Sin embargo, tomando en cuenta los dos aspectos mencionados en los párrafos anteriores los resultados observados no permiten ser concluyentes en relación con el impacto de la mediación virtual en el proceso de generalización ni en el desarrollo del lenguaje algebraico particularmente lo relacionado con el manejo del simbolismo, se cree que estos aspectos constituyen asuntos muy importantes sobre los que se debe profundizar.

En cuanto a la resolución del problema, objeto del análisis, se emplearon 14 días después de haber sido propuesto el problema por un estudiante durante un período vacacional navideño, la solución se alcanzó en virtud de un complejo proceso en el que se pusieron en práctica distintas estrategias que, muy probablemente, no sean susceptibles de vincularlas con un contexto presencial y convencional de enseñanza, contrariamente creemos que ello fue posible gracias a las posibilidades particularmente, las de tiempo y espacio que ofrece un entorno virtual como Moodle.

Fueron muchas las estrategias en las que se conjugaron el ámbito tecnológico y el humano, se destaca el ensayo y el error, los acercamientos sucesivos mediante el trabajo inductivo, revisión de la teoría, etc., en esto fue clave el apoyo y la presencia constante del profesor-tutor. En este sentido, se resalta la metodología de enseñanza en el aula virtual que se ha denominado *Mediación contemplativa del docente,* se trata de una mediación reflexiva, vigilante, pero que no que se hace ostensible al alumno de manera constante; espera, con cautela y parsimonia, la intervención del participante. El mediador contemplativo no se hace visible, aun cuando está al tanto de todo lo que ocurre en el entorno virtual.

El docente mediador contemplativo, sin llegar a ser intervencionista, debe ser garante de la dinámica actoral de cada participante en todas las actividades que se proponen en la enseñanza virtual, detectando necesidades académicas, tanto individuales como grupales, y tomando decisiones vanguardistas, pero fomentando constantemente una cultura de corresponsabilidad en el aprendizaje, en este caso del álgebra. Aun cuando el docente no actuaba inmediatamente en todos los casos, sí estaba consciente de las implicaciones de su rol de mediador.

El mismo Y1 lo reconoce cuando dice: "*al iniciar la discusión del primero de ellos me sentía un poco perdido, leía la teoría y hasta alquilé el libro para leer algunas cosas; al sentirme perdido me pasó por la mente hasta dejar de opinar del ejercicio, pero me siento incentivado por las palabras del profesor y la de muchos compañeros"*

Como parte sustantiva de esta indagación también se pueden exponer las siguientes afirmaciones a modo de conjeturas:

(a) La plataforma tecnológica utilizada propicia un mayor número de intervenciones que la componente presencial del curso.

(b) Los alumnos de mejor desempeño tienden a tomar la iniciativa en los foros, esto concuerda con lo que estiman Harasim, L.; Hiltz, S.; Turoff, M. y Teles, L. (2000, p.198)

(c) En la teleinteracción los alumnos actúan con un nivel menor de inhibición que la interacción propia de un ambiente presencial. En palabras de Y1: "*Durante la realización de los ejercicios cometí muchos errores y muchas veces hasta me sentí apenado, luego analicé la situación y pensé que no hay motivo para eso"*.

(d) El docente, como administrador de la plataforma, desempeña un importante papel mediacional, esta relevancia se fundamenta a través de la caracterización del concepto de *docente Mediador Contemplativo.*

(e) Las teleinteracciones permiten hacerle seguimiento a las trayectorias descritas por los errores que los estudiantes cometen, lo cual hace posible la corrección oportuna.

(g) En un contexto de mediación virtual de la enseñanza se puede invertir más tiempo en la búsqueda de la solución a un problema que el que se tiene disponible en una modalidad presencial.

Como la resolución de problemas es un proceso que exige el desarrollo de procedimientos, técnicas, métodos e instrumentos se ha de reconocer como una limitación para este trabajo la ausencia de un protocolo (González, 2001); este instrumento es importante ya que viabiliza el acceso a los procesos de pensamiento puestos en juego por quien se aboca al esfuerzo de buscar solución a algún problema matemático. Esto hace un poco insuficiente el estudio efectuado pues no se tuvo acceso a los procesos cognitivos que activaron los resolutores.

Metodológicamente se pudo lograr lo siguiente: (a) diseño de un esquema para disponer organizadamente la información; (b) elaboración de un dispositivo para explicitar el recorrido de las intervenciones de los diferentes alumnos en la teleinteracción; (c) definición de las fases por las que transita el acompañamiento del docente en un ambiente mediado tecnológicamente. En la siguiente página se presenta un gráfico que contribuye a visualizar el planteamiento metodológico relacionado con el seguimiento, a lo largo del tiempo, de la trayectoria de las intervenciones.

REFERENCIAS

ALSINA, C. *Mañana será otro día: Un reto matemático llamado futuro.* (Monográfico) *El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI*. *Biblioteca Uno*. p.13-21, 2001.

ANDONEGUI, M. *La Matemática de primer año de bachillerato.* In: XIII Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Matemática, Mérida (Venezuela), 2009.

ARTIGUE, M. *¿Qué se Puede Aprender de la Investigación Educativa en el Nivel Universitario? Asociación Matemática Venezolana*, v. x, n.2, p.117-134, 2003.

ARZARELLO F.; BAZZINI L.; CHIAPPINI G. *Intensional semantics as a tool to analyze algebraic thinking*, *Rendiconti del Seminario Matematico,* Univ. Torino, v.52, n.2, p.105-125, 1994.

BAIRRAL, M. *Desarrollo Profesional Docente en Geometría: Análisis de un proceso de Formación a Distancia*. Universidad de Barcelona. Tesis doctoral inédita. Disponible en: http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/41422/1/TOL119.pdf, 2002, Acceso en: 31 jan. 2014.

BARAJAS, M.; ÁLVAREZ, B. *La tecnología educativa en la enseñanza superior: Entornos virtuales de Aprendizaje.* Madrid: McGraw-Hill, 2003.

BARBERÁ, E.; BADIA, A. *Educar con aulas virtuales: Orientaciones para la innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje.* Madrid: Machado libros, 2004.

BARRIO, E.; LALANNE, L.; PETICH, A *Entre y aritmética y álgebra: Un camino que atraviesa los niveles primario y secundario: Investigaciones y aportes*. Buenos Aires: Novedades Educativas, 2010.

BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching*. Países Bajos: Kluwer Academic Publishers, 1996.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. *Developing elementary teachers "algebra eyes and ears" Teaching Children Mathematics*, v.10, n.2, p.70-83, 2003.

BORBA, M.; VILLARREAL, M. *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*: *Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation.* E.U: Springer, 2005.

BURBULES, N.; CALLISTER, T. Educación: Riesgos y promesas de las nuevas tecnologías de la información. Madrid: Granica, 2001.

FERRARA, F.; PRAT, D.; ROBUTTI, O. *The role and uses of technologies for the teaching of algebra y calculus*. In: GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Ed). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present y future.* Rotterdam: Sense Publishers, 2006.

FILLOY, E. *Tendencias cognitivas y procesos de abstracción en el aprendizaje del álgebra y de la Geometría*. *Enseñanza de las Ciencias*, v.11, n.2, p.160-166, 1993.

GIL, D.; PESSOA, A.; FORTUNY, J.; AZCÁRATE, C. *Formación del profesorado de las ciencias y la Matemática, tendencias y experiencias innovadoras*, Madrid: Editorial Popular, 1994.

GIL, D.; DE GUZMÁN, M. *Enseñanza de las ciencias y la Matemática: Tendencias e innovaciones*. Madrid: Editorial Popular, 1993.

GODINO, J.; CASTRO, W.; AKÉ, L.; WILHELMI, M. *Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental*. *Bolema, Rio Claro (SP)*, v.26, n.42B, p.483-511, abr. 2012.

GONZÁLEZ, F. *Los protocolos escritos como medio para evaluar la comprensión matemática aplicando el análisis semiótico al proceso de resolución de problemas matemáticos*. *Enseñanza de la Matemática*, v.10, n.2, p.44-51, 2001.

______. *Metacognición y Tareas Intelectualmente Exigentes*. Zetetike, v.6, n.9, p.59-87, 1998.

GONZÁLEZ, F.; CAPACE, L. *Cogno-Tecno-emoción: Convergencia de la cognición y la afectividad en ambientes tecnológicamente mediados*. Investigación Doctoral. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, 2005.

GONZÁLEZ, R.; GONZÁLEZ F. *Exploración Del Pensamiento Algebraico de Profesores de Matemática en Formación. La Prueba EVAPAL"*. *Acta Scientiae*, Canoas, v.13, n.1, p.31-54, jan./jun. 2011.

HARASIM, L.; HILTZ, S.; TUROFF, M.; TELES, L. *Redes de aprendizaje: Guía para la enseñanza y el aprendizaje en red.* Barcelona: Gedisa, 2000.

HITT, F. *Una reflexión sobre la construcción de conceptos Matemáticos en ambientes con tecnología*. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, v.X, n.2, p.213-223, 2003.

HOFFMAN, K.; KUNZE, R. *Álgebra Lineal*. México: Prentice-Hall, 1973.

KIERAN, C. *The learning and teaching of school algebra*. In: GROWS, D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. N Y: McMillan Publishers Co. 1992.

KÜCHEMANN, D. *The understanding of generalized arithmetic (Algebra) by secondary school children,* tesis de doctorado, University of London, Institute of Education, 1981.

MICHINEL, J.; ANDRÉS, M.; ESTEVES, Y. *Un plan de investigación inter-institucional con miras a desarrollar un programa de formación permanente para docentes*. Trabajo de investigación no publicado, 2005.

MONTIEL, G. Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v.8, n.2, p.219-235, 2005.

ORTIZ, J. *Indagaciones en Educación Matemática. Perspectivas desde el Pensamiento Numérico y Algebraico*. Ponencia presentada en la VI Jornada de Investigación en Educación Matemática del IPMAR, Maracay, Venezuela (14 y 15 de noviembre de 2013), 2013.

PUIG, L. *Signos, textos y sistemas matemáticos de signos*. In: FILLOY, E. (Coordinador). *Matemática educativa. Aspectos de la investigación actual*. México: Fondo de Cultura Económica, 2003.

SCHLIEMAN, A.; CARRAER, D.; BRIZUELA, B. *El carácter algebraico de la aritmética. De las ideas de los niños a las actividades en el aula*. Buenos Aires: Paidos, 2011.

SFARD, A. *On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin*. *Educational Studies in Mathematics*, v.22, p.1-36, 1991.

SIERPINSKA, A. *Whither mathematics education?* Plenary address, published in ALSINA, C.; ALVAREZ, J; NISS, M; PÉREZ, A.; SFARD, A. (Eds.). *Proceedings of the 8th International Congress on Mathematics Education*, Seville, (14–21 July), p.21–46, 1996.

UNESCO. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. *Declaración mundial sobre la Educación Superior en el siglo XXI: visión y acción*. Disponible en: www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm. Acceso en 18 jan. 2014.

URSINI, S; ESCAREÑO, F; MONTES, D.; TRIGUEROS, M. *Enseñanza del Álgebra elemental. Una propuesta alternativa*. México: Trillas, S.A., 2005.

VILLEGAS, M. *La investigación en el aula y la dinámica de la clase. Desde una perspectiva Constructivista Sociocultural*. In: MORA, D. (Compilador). Aprendizaje y enseñanza en tiempos de transformación educativa. Bolivia: Campo Iris, S.R.L, 2006.

[ANEXO 1]
[Dispositivo para el seguimiento de las intervenciones en el foro]