

# **A TEORIA DE SIMILARIDADE DE YAGLOM APLICADA À DISPERSÃO DE POLUENTES ATMOSFÉRICOS**

WELLINGTON LINHARES CASTRO <sup>1</sup>, FERNANDA MAFFACIOLLI  
VALENTINI <sup>2</sup>, PAULO RICARDO SONNEMANN <sup>3</sup>,  
DAVIDSON MARTINS MOREIRA <sup>4</sup>

## **RESUMO**

*Nos problemas de dispersão atmosférica a escolha de uma parametrização turbulenta representa uma decisão fundamental para a modelagem do transporte de contaminantes. Do ponto de vista físico a parametrização da turbulência é uma aproximação da natureza no senso que estamos colocando em modelos matemáticos uma relação aproximada que em princípio pode ser usada como uma substituição para o verdadeiro termo desconhecido. A validade de cada modelo depende do modo como os parâmetros turbulentos são calculados e relacionados ao atual conhecimento da Camada Limite Planetária (CLP). A teoria de similaridade de Yaglom domina a dispersão vertical de uma liberação na camada superficial e é aplicável em condições muito instáveis quando um extensivo regime de convecção livre existe. O objetivo deste trabalho é investigar a influência da teoria de similaridade de Yaglom no processo de dispersão turbulenta. O parâmetro de dispersão vertical gerado a partir desta teoria é utilizado em um modelo Gaussiano e os resultados de concentrações superficiais são confrontados com dados observacionais do experimento de dispersão atmosférica de Prairie Grass.*

**Palavras-chave:** teoria de similaridade; parametrização da turbulência; camada limite convectiva.

---

<sup>1</sup>Acadêmico do Curso de Biologia - Bolsista PROICT/ULBRA

<sup>2</sup>Acadêmica do Curso de Engenharia de Plásticos - Bolsista PROICT/ULBRA

<sup>3</sup>Acadêmico do Curso de Matemática - Bolsista PROICT/ULBRA

<sup>4</sup>Professor – orientador do Curso de Engenharia Ambiental/ULBRA

## ABSTRACT

*In the problems of atmospheric dispersion the choice of a turbulent parameterisation represents a fundamental decision for the modelling of the transport of pollutants. Of the physical point of view the parameterisation of the turbulence is an approach of the nature in the sense that we are putting in mathematical models an approximate relationship that can be used as a substitution for the true ignored term in beginning. The validity of each model depends on the way as the turbulent parameters are made calculations and related to the current knowledge of the Planetary Boundary Layer (PBL). The theory of similarity of Yaglom dominates the vertical dispersion of a liberation in the superficial layer and it is applicable in very unstable conditions when an extensive regime of free convection exists. The objective of this work is to investigate the influence of the theory of similarity of Yaglom in the process of turbulent dispersion. The parameter of vertical dispersion generated starting from this theory is used in a Gaussian model and the results of superficial concentrations are confronted with given observed of the experiment of atmospheric dispersion of Prairie Grass.*

**Key words:** *similarity theory; turbulence parameterisation; convective boundary layer.*

## INTRODUÇÃO

Os problemas ambientais causados pelo rápido desenvolvimento industrial e tecnológico têm levado, nas últimas décadas, a investigação da dispersão e do transporte de poluentes na atmosfera. Esta investigação é uma atividade fundamental na proteção da qualidade do ar. A partir da estimativa do campo de concentração de poluentes próximo à fonte, é possível avaliar o impacto ambiental causado e agir no sentido de solucionar o problema da forma mais conveniente.

A dificuldade em controlar as emissões a partir de diferentes fontes tem estimulado o desenvolvimento de modelos que possam relacionar a taxa de emissão com a qualidade do ar. A fim de descrever adequadamente a relação entre as emissões e a qualidade do ar, um modelo deve levar em conta os parâmetros físicos meteorológicos e micrometeorológicos que ocasionam o transporte de poluentes.

A teoria de Yaglom (1972) domina a dispersão vertical de uma liberação na camada superficial e é aplicável em condições muito instáveis ( $-z_i/L > 10$ ) quando um extensivo regime de convecção livre existe ( $-L < z < 0.1z_i$ ). Yaglom argumentou que neste regime, a taxa de produção da turbulência devido ao empuxo é a mais relevante variável a determinar a velocidade vertical média de uma pluma ou nuvem. O acelerado crescimento - o expoente 3/2 sobre X versus 1 para a teoria estatística - falha para o aumento de  $\sigma_w$  com a altura na camada de convecção livre. Devemos reconhecer que esta lei de crescimento representa somente o comportamento de um pequeno tempo ou distância porque a pluma eventualmente se estenderá para dentro da camada de mistura onde  $\sigma_w$  varia mais lentamente com a altura z. Isto é, os efeitos de uma região de mistura finita e uma escala de comprimento que limita a turbulência ( $\propto z_i$ ) devem entrar. Além disso, lembramos

que esta teoria se aplica somente para fontes superficiais. Apesar destas restrições, a teoria fornece um resultado limite muito útil sobre a taxa de dispersão, desde que a teoria estatística não pode legitimamente ser aplicada na camada superficial por causa da variação de  $\sigma_w$  com  $z$ . Para a difusão vertical a partir de uma fonte superficial, o crescimento de convecção livre ( $\sigma_z \sim t^{3/2}$ ) fita bem as observações de laboratório quando  $X \leq 0.5$ .

O objetivo deste trabalho é investigar a influência da teoria de similaridade de Yaglom no processo de dispersão turbulenta. O parâmetro de dispersão vertical função da distância da fonte em condições fortemente instáveis é utilizado em um modelo Gaussiano e confrontado com dados observacionais do experimento de dispersão atmosférica de Prairie Grass (Barad, 1958).

## MÉTODO DE OBTENÇÃO DO PARÂMETRO DE DISPERSÃO VERTICAL

Pasquill (1961) sugere a seguinte relação sigma, que é consistente com a teoria estatística de difusão:

$$\sigma_z = \sigma_w t S_z(t/T_L) \quad (1)$$

onde  $\sigma_w$  é o desvio padrão da velocidade do vento vertical,  $S_z$  é uma função universal da difusão,  $t$  é o tempo e  $T_L$  é a escala Lagrangeana de tempo. A equação (1) tem sido

a base de muitas análises práticas dos dados de difusão desde o trabalho de Draxler (1976). Pesquisadores da difusão têm frequentemente sugerido que uma aproximação como esta, iniciando com medidas diretas da turbulência próxima da fonte, é a maneira mais confiável de modelar a difusão.

A partir da teoria de similaridade de Yaglom o parâmetro de dispersão vertical pode ser expresso como:

$$\frac{\sigma_z}{z_i} = \frac{2}{3} c_1 X^{3/2} \propto t^{3/2} \quad (2)$$

onde  $X = \frac{w_* x}{U z_i}$  pode ser imaginado como um tempo adimensional desde que é a razão do tempo de viagem ( $x/U$ ) com a escala de tempo convectivo ( $z_i/w_*$ ),  $X$  é a distância adimensional e  $c_1$  é a constante de Yaglom.

Baseado na equação (1), na teoria de difusão estatística de Taylor (1921) e em análises dimensionais, a formulação para o parâmetro da dispersão vertical  $\sigma_z$  pode ser dado por:

$$\sigma_z = \sigma_w t \left( \frac{t}{2T L_w} \right)^{1/2} \quad (3)$$

onde  $\sigma_w$  (variação da velocidade vertical turbulenta) e  $T_{L_w}$  (escala de tempo de decorrelação Lagrangeana vertical) calculado de um modelo espectral (Degrazia et al., 1998) podem ser escritos como:

$$\sigma_w = \frac{(1.06c_w)^{1/2} \psi^{1/3} \left(\frac{z}{z_i}\right)^{1/3}}{\left(f m_w^*\right)^{1/3}} w^* \quad (4)$$

e

$$T_{iw} = \frac{0.13}{c_w^{1/2} \psi^{1/3} \left(f m_w^*\right)^{2/3}} \frac{z^{2/3}}{z_i} \frac{z_i}{w^*} \quad (5)$$

onde  $c_w = 0.36$  e  $\psi^{1/3} = 0.97$ . A substituição das Eqs. (4) e (5) na equação (3) resulta:

$$\frac{\sigma_z}{z_i} = 0.89X^{3/2} \quad (6)$$

Finalmente, comparando as Eqs. (2) e (6)

resulta  $c_1 = 1.33$ . Esta constante no trabalho de Nieuwstadt é encontrada por um fitting. Neste trabalho encontramos esta constante a partir do espectro da turbulência. Como um teste para a parametrização (6) foi usado um modelo Gaussiano para simular a concentração observada nos experimentos convectivos de Prairie Grass (Nieuwstadt, 1980).

## O MODELO GAUSSIANO

Os modelos Gaussianos são muito utilizados, porém, aplicam-se somente no limite de grandes tempos de difusão e para condições homogêneas e estacionárias, para as quais o problema da difusão pode ser tratado de forma mais simples.

A função distribuição normal ou Gaussiana fornece uma solução fundamental da equação

de difusão, e tem sido assumido como um modelo de difusão em muitos trabalhos (Hanna, 1982) dada por:

$$\bar{c}^y(x, z) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_z U} \left[ \exp\left(-\frac{(z-H_s)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H_s)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (7)$$

onde  $\bar{c}^y$  é a concentração integrada lateralmente, e  $\sigma_z$  a dispersão vertical da pluma. Observa-se que para a solução do modelo Gaussiano necessita-se conhecer o parâmetro de dispersão vertical  $\sigma_z$ .

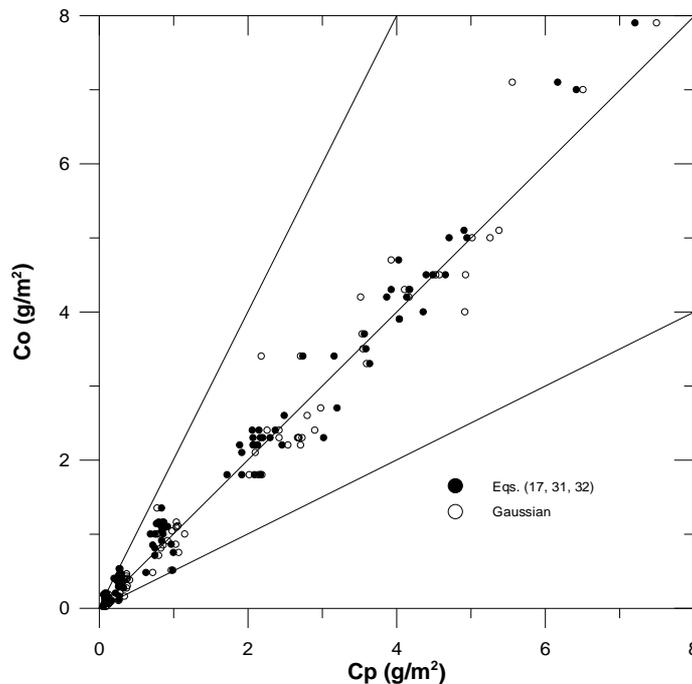
## RESULTADOS E AVALIAÇÃO DO MODELO

A performance da presente parametrização (Eqs. 6 e 7) tem sido confrontada com dados experimentais de concentração usando  $\text{SO}_2$  dos experimentos de dispersão realizados em O'Neill, Nebraska, 1956, descritos em Barad (1958). O poluente foi emitido sem empuxo a uma altura de 0.5 m e foi medido pelos amostradores a uma altura de 1.5 m em cinco distâncias (50, 100, 200, 400, 800 m). O sítio de Prairie Grass foi plano com um comprimento de rugosidade de 0.6 cm. Os resultados para vinte experimentos fortemente convectivos ( $-z_i/L > 10$ ) são apresentados.

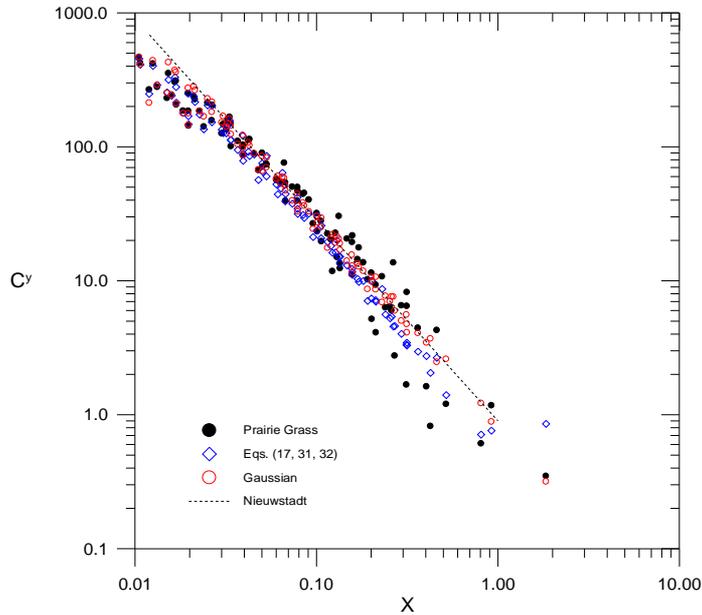
A Figura 1 mostra o diagrama de espalhamento de concentração usando a aproximação Gaussiana (7) com o parâmetro de dispersão vertical dado pela Eq. (6). A Figura 2 mostra uma comparação entre os valores de concentração adimensional observada e predita como uma função da distância

adimensional. Os resultados gerados pelos presentes modelos são comparados com valores de concentração observados durante o experimento de Prairie Grass e, além disso, com os resultados de Nieuwstadt (1980). Esta comparação mostra que, diferente do modelo de Nieuwstadt, para pequenas distâncias de via-

gem a presente parametrização reproduz muito bem as concentrações observadas integradas lateralmente. Para distâncias maiores, o rápido declínio nas concentrações medidas pode ser explicado pela perda de material traçador nos experimentos de campo para a superfície ou outras causas.



**Figura 1** – Diagrama de espalhamento das concentrações observadas e previstas usando a aproximação (7) com o parâmetro de dispersão vertical dado pela Eq. (6).



**Figura 2** - Comparação entre valores de concentração integrada lateralmente adimensional observada e predita  $C^y$  como uma função da distância adimensional  $X$ .

Os resultados dos índices estatísticos (Hanna, 1989) são comparados com os obtidos a partir do modelo Gaussiano, e são mostrados na Tabela 1.

Os índices estatísticos aplicados são definidos do seguinte modo:

- Nmse (erro quadrático médio normalizado)

$= \overline{(C_o - C_m)^2} / \overline{C_o C_m}$ ; informa sobre todos os desvios entre concentrações dos modelos e observadas. É uma estatística adimensional e seu valor deve ser o menor possível para um bom modelo.

- Fa2 = fração de dados (%) que estão entre  $0.5 \leq (C_m / C_o) \leq 2$ .

- Cor (coeficiente de correlação) =  $\overline{(C_o - \overline{C_o})(C_m - \overline{C_m})} / \sigma_o \sigma_m$ ; descreve o grau de associação ou concordância entre as variáveis. Para uma boa performance o seu valor deve ser 1.

- Fb =  $(\overline{C_o} - \overline{C_m}) / 0.5(\overline{C_o} + \overline{C_m})$ ; informa a tendência do modelo de superestimar ou subestimar as concentrações observadas. O valor ótimo é zero.

- Fs =  $(\sigma_o - \sigma_m) / 0.5(\sigma_o + \sigma_m)$ .

Onde  $C_o$  e  $C_m$  são as concentrações observadas e previstas pelo modelo, respectivamente, e  $s$  é o desvio padrão.

Uma excelente concordância com os resultados do modelo Gaussiano foi obtida com

a aproximação que considera a teoria de Yaglom.

**Tabela 1** - Índices estatísticos para avaliar a performance do modelo.

Modelo	Nmse	Fa2	Cor	Fb	Fs
Gaussiano com Eq. (6)	0.03	0.94	0.98	0.01	0.05

## CONCLUSÕES

Um simples parâmetro de dispersão vertical dependente da distância da fonte para uma CLP instável com a constante de Yaglom proveniente do espectro da turbulência é proposto. Este coeficiente é válido em regiões próximas de uma fonte contínua baixa em condições fortemente instáveis.

A análise estatística dos resultados mostra uma excelente concordância entre os resultados da aproximação proposta com os experimentais. A presente análise sugere que a inclusão da teoria de Yaglom, melhora a descrição do processo de transporte turbulento de efluentes atmosféricos liberados por uma fonte contínua baixa em condições fortemente convectivas. Finalmente é relevante mencionar que o modelo proposto para o parâmetro de dispersão, expresso pela Eq. (6), dependente da distância da fonte é adequado para aplicações em modelos de difusão atmosféricos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPERGS (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul) pelo parcial suporte financeiro deste trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARAD, M. L. Project Prairie Grass: A Field Program in Diffusion. **Geophysical Research**, Paper No. 59 (II) TR-58-235, 1958.

DEGRAZIA, G. A.; MANGIA, C.; RIZZA, U. A comparison between different methods to estimate the lateral dispersion parameter under convective conditions. **Journal of Applied Meteorology**, v. 37, p. 227-231, 1998.

DRAXLER, R. R. Determination of atmospheric diffusion parameters. **Atmospheric Environment**, v.10, p.99-105, 1976.

HANNA, S. R. Applications in air pollution modeling. In: NIEUWSTAD, F. T. M.; DOP, H. von (Eds.). **Atmospheric turbulence and air pollution modeling**. D. Reidel Publishing, 1982. p. 275-310.

HANNA, S. R. Confidence limit for air quality models as estimated by bootstrap and jackknife resampling methods. **Atmospheric Environment**, v.23, p.1385-1395, 1989.

TAYLOR, G. I. Diffusion by continuous movements. **Proceedings of the London Mathematical Society**, v.20, p.196-212, 1921.

NIEUWSTADT, F. T. M. Application of mixed-layer similarity to the observed dispersion from a ground level source. **Journal of Applied Meteorology**, v.19, p. 157-162, 1980.

PASQUILL, F. The estimation of the dispersion

of windborne material. **Meteorological Magazine**, v. 90, p. 33-37, 1961.

YAGLOM, A. M. Turbulent diffusion in the surface layer of the atmosphere. **Izv. Atmos. Oceanic Phys.**, v.8, p.333-340, 1972.