

# RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: QUALIFICANDO O PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA A MELHORIA DA APRENDIZAGEM DOS ESTUDANTES

KELLY DA SILVA REBELO<sup>1</sup>  
MAUREN POÇAS<sup>2</sup>  
JUTTA CORNELIA REUWSAAT JUSTO<sup>3</sup>

## RESUMO

Com a intenção de contribuir com a aprendizagem de problemas matemáticos, propomos uma investigação sobre a formação continuada de professores que atuam no Ensino Fundamental de uma escola pública, qualificando a prática docente. Antes dos encontros de formação com os professores, no início de 2011, realizamos pré-testes de resolução de problemas matemáticos com os alunos. Neste trabalho, apresentamos os problemas que foram mais difíceis e os tipos de erros mais ocorridos do 2º ao 6º ano, através de análise quantitativa dos dados. Os resultados apontam para intervenções a serem propostas na formação continuada que promovam o desenvolvimento de habilidades metacognitivas dos alunos que os auxiliem na interpretação dos problemas e na autorregulação de suas aprendizagens.

**Palavras-chave:** Educação matemática, resolução de problemas, formação continuada de professores, Ensino Fundamental.

## ABSTRACT

The intention of this research is contributing to the learning of mathematical problems. It proposes an investigation into the continuing education of elementary teachers from a public school. It was conducted a test of mathematical problem solving with students and then training meetings as continuing education in the beginning of 2011. In this paper, we present the harder problems and more occurred errors on the 2nd to 6th grade through quantitative data analysis, aiming to suggest interventions with students to be proposed in the continuing education. Those interventions promote the development of metacognitive skills of students who assist in the problems interpretation and their learning self-regulation.

**Keywords:** Mathematics education, problems Solving, continuing education, Elementary School.

<sup>1</sup> Acadêmico do curso de Pedagogia/ULBRA – Bolsista CAPES/INEP.

<sup>2</sup> Acadêmico do curso de Pedagogia/ULBRA – Bolsista PROICT/ULBRA.

<sup>3</sup> Professor – Orientador do curso de Pedagogia/ULBRA e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/ULBRA (jcrjusto@gmail.com).

## INTRODUÇÃO

A presente pesquisa é parte do projeto aprovado<sup>4</sup> no Edital 2010 do Programa Observatório da Educação (OBEDUC) que se propõe a realizar a formação continuada de professores do Ensino Fundamental. O recorte traz uma pesquisa experimental que investiga a resolução de problemas matemáticos por estudantes de uma escola pública municipal de São Leopoldo/RS. O objetivo é buscar o aprimoramento no desempenho dos alunos do Ensino Fundamental em resolução de problemas matemáticos aditivos e multiplicativos, qualificando a prática docente a partir de estratégias de formação continuada de seus professores no próprio lócus escolar.

Trata-se de um estudo experimental que será realizado em quatro anos, por etapas, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Franz Louis Weinmann em São Leopoldo/RS. A Escola possui classes da Educação Infantil ao 6º ano do Ensino Fundamental. Os alunos da Educação Infantil e do 1º ano não fazem parte das investigações. Para poder ter resultados mais concretos e verossímeis quanto à influência de um programa de formação continuada e de um programa de ensino sobre a aprendizagem na resolução de problemas matemáticos, é preciso que os dados sejam coletados por um período mais longo de tempo. Assim, a cada ano da pesquisa, pretende-se buscar informações e evidências a partir da comparação do desempenho de cada turma entre os períodos de início e final de ano letivo. Os próximos anos de coleta de dados servirão para comparar o desempenho das turmas ao longo dos anos em função do trabalho de formação realizado junto aos professores.

No início de cada ano letivo, é aplicado um pré-teste a todos os alunos do Ensino Fundamental. No pré-teste é proposta a resolução de problemas matemáticos, abrangendo diferentes tipos de problemas aditivos e multiplicativos. As crianças recebem os problemas por escrito e podem resolvê-los da forma que considerarem conveniente (com ou sem uso de material de contagem, através de desenhos). Devem, no entanto, escrever um cálculo matemático que resolva o problema.

Os professores regentes de turma da escola participam de um programa de formação continuada sobre o ensino e a aprendizagem dos problemas matemáticos aditivos e multiplicativos. Os encontros são realizados em grupo, na própria escola, fora do período de aula, sendo as atividades de formação coordenadas pelas pesquisadoras com a colaboração de

bolsistas de pesquisa. Esse programa pretende assegurar o conhecimento dos diferentes problemas matemáticos pertencentes aos campos aditivo e multiplicativo e privilegiar um componente psicopedagógico que permita aprender como atuar eficazmente na sala de aula, para favorecer a aprendizagem dos problemas matemáticos. Nos encontros com os professores, queremos repensar a prática como o espaço de aprendizagem e de construção do pensamento prático do professor, permitindo e provocando o desenvolvimento de capacidades e competências sempre em diálogo com a situação real. O ensino dos problemas aditivos será implementado pelos professores regentes e elaborado por eles com a colaboração e orientação das pesquisadoras, considerando-se os estudos realizados durante o programa de formação. Os princípios que constituirão o ensino levam em conta as habilidades cognitivas e metacognitivas, correspondentes à leitura do problema, à sua compreensão, à análise da situação, ao planejamento de uma solução, à avaliação de resultados, e estarão vinculadas a aspectos didático-metodológicos, como a discussão em classe de diferentes procedimentos de solução encontrados pelas crianças, promovendo a ampliação dos conhecimentos, a partir da interação entre os alunos e professora. Também considera-se a importância de eleger alguns recursos representacionais para o ensino dos problemas.

Um pós-teste será aplicado nas turmas para verificar se houve um avanço no desempenho dos alunos, em relação ao pré-teste. O material será o mesmo aplicado no pré-teste.

Neste trabalho apresentamos resultados parciais do primeiro ano de pesquisa. Em 2011, tivemos 214 alunos e 13 professores participantes.

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E A FORMAÇÃO CONTINUADA

A resolução de problemas é uma atividade indispensável para construir o sentido dos conhecimentos. Os problemas oferecem a possibilidade de construção de conhecimentos matemáticos e de modelização de situações, o que ajuda a compreender o mundo que nos rodeia (CHAMORRO, 2003). Resolver um problema matemático exige conhecimentos que vão além de realizar contas adequadamente. Para escolher uma operação adequada que resolve um problema é necessário que se tenha uma rede de conceitos sobre as operações matemáticas, construindo significados ligados a diversas situações a que elas pertencem.

<sup>4</sup> Projeto financiado pela CAPES e pelo INEP no âmbito do Programa Observatório da Educação.

Um campo conceitual define-se pelo conjunto de situações cuja compreensão necessita do domínio de vários conceitos de naturezas diferentes. Segundo Vergnaud (1990), a primeira entrada de um campo conceitual é a das situações e a segunda entrada seria a dos conceitos e dos teoremas. Para ele, é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. O campo conceitual aditivo é definido por Vergnaud (1990) como o conjunto de situações que pedem uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações para serem resolvidas e, ao mesmo tempo, pelo conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. Analogamente, o campo conceitual multiplicativo se define, no entanto, com situações de multiplicação e de divisão.

Enfocar a estrutura do problema e não as operações aritméticas utilizadas para resolver problemas se tornou dominante na pesquisa em educação matemática. Esse enfoque está baseado em algumas hipóteses sobre como as crianças aprendem matemática, três das quais Nunes e Bryant (2009) explicitam: a) para compreender adição e subtração corretamente, as crianças também devem compreender a relação inversa entre elas; o mesmo acontecendo com a multiplicação e a divisão. Assim, um foco específico em operações distintas, que era o modo mais típico de pensar no passado, se justifica apenas quando o foco do ensino está nas habilidades de cálculo; b) as relações entre adição e subtração, por um lado, e multiplicação e divisão, por outro lado, são conceituais: elas se relacionam com as conexões entre as quantidades de cada um destes domínios de raciocínio; c) as conexões entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão são processuais: a multiplicação pode ser realizada por adições repetidas e a divisão usando repetidas subtrações. É necessário reconhecer que a conexão entre multiplicação e adição não é conceitual e, sim, está centrada no processo de cálculo, ou seja, o cálculo da multiplicação pode ser feito usando-se a adição repetida porque a multiplicação é distributiva com relação à adição. Assim, supõe-se que, apesar das ligações processuais entre adição e multiplicação, essas duas formas de raciocínio são diferentes o suficiente para serem consideradas como distintos domínios conceituais. Portanto, os termos raciocínio aditivo e multiplicativo são usados para as relações conceituais ao invés de se referirem às operações aritméticas.

A semântica dos problemas matemáticos verbais influencia a compreensão dos problemas pelas crianças. A compreensão do problema implica em que o resolvidor interprete a situação-problema através da semântica e, a partir dela, estabeleça relações entre os números do problema, para então buscar a operação matemática que o auxiliará a encontrar a solução (JUSTO, 2009).

Vinte tipos de problemas aditivos foram classificados em quatro categorias semânticas: transformação, combinação, comparação e igualação (MIRANDA et al., 2005; GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006; ORRANTIA, 2006). Duas dessas categorias referem-se explicitamente a uma ação - transformação e igualação, enquanto as outras duas estabelecem uma relação estática entre as quantidades do problema - combinação e comparação (ORRANTIA, 2006). Cada categoria semântica pode identificar distintos tipos de problemas dependendo da quantidade desconhecida. Em função da posição da incógnita, ou seja, dependendo de qual valor é desconhecido, os problemas possuem diferentes níveis de dificuldade. Os problemas que são resolvidos pela operação que está expressa no problema são chamados de canônicos e aqueles que exigem a resolução pela operação inversa da situação apresentada são denominados não canônicos. Mais adiante traz-se alguns exemplos.

Em relação aos problemas multiplicativos, Nunes e Bryant (1997) afirmam que há níveis diferentes de raciocínio e classificam os seguintes tipos de problemas: Correspondência um a muitos envolvendo os subtipos: multiplicação, problema inverso de multiplicação e produto cartesiano; Relação entre variáveis (covariação); e Distribuição. Os problemas de correspondência um a muitos envolvem a ideia de proporção, trabalhando com a ação de replicar. Dentre os seus subtipos destaca-se, para este trabalho, o de produto cartesiano (exemplo: Rita vai viajar levando 3 saias e 4 blusas. Quantos trajes diferentes ela pode vestir mudando suas saias e blusas?)

De modo semelhante, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) diferenciam quatro grupos de situações envolvendo problemas multiplicativos: Comparativa; Proporcionalidade; Configuração retangular; e Combinatória. Os problemas de combinatória (exemplo: Para a festa de São João da minha rua temos 6 rapazes e 8 moças para dançar a quadrilha. Quantos pares diferentes posso formar se todos os rapazes dançarem com todas as moças?) se assemelham aos de produto cartesiano classificados por Nunes e Bryant (1997).

Smole e Diniz (2001) consideram que o ensino baseado na resolução de problemas precisa compreender a aprendizagem de conceitos, a construção de estratégias e de procedimentos, além de habilidades metacognitivas. A metodologia de resolução de problemas leva em conta as habilidades cognitivas e metacognitivas, correspondentes à leitura do problema, à sua compreensão, à análise da situação, ao planejamento de uma solução, à avaliação de resultados; e está vinculada a aspectos didático-metodológicos, como a discussão em classe de diferentes

procedimentos de solução encontrados pelas crianças, promovendo a ampliação dos conhecimentos, a partir da interação entre os alunos e professor (POLYA, 1986, 1997; VERGNAUD, 1990, 1996, 2003; KRULIK; REYS, 1997; NUNES; BRYANT, 1997, 2009; MAGINA et al., 2001; KILPATRICK; SWAFFORD, 2005; VICENTE et al., 2008; JUSTO, 2009). Os objetivos atitudinais a serem desenvolvidos para atingir a disposição em aprender são os seguintes: desenvolver confiança e convicção em suas habilidades; estar disposto a correr riscos e perseverar; e gostar de fazer matemática (VAN DE WALLE, 2009).

No âmbito da pesquisa, entende-se que o rendimento escolar do aluno não é consequência direta, ou somente, da prática do professor, pois, se o fosse, não teríamos rendimentos tão diferenciados em uma mesma sala de aula. Sabemos que há outros fatores intervenientes no rendimento escolar. No presente estudo, entretanto, enfatizamos que a prática do professor também é um fator relevante para o rendimento satisfatório ou não do aluno, mesmo que não seja o único.

## RESULTADOS DOS TESTES

Os testes propunham a resolução de 15 problemas matemáticos aditivos e multiplicativos para o 2º e 3º anos, e 16 problemas para o 4º, 5º e 6º anos. Uma análise estatística dos resultados considerou testes paramétricos e não paramétricos, como o *t-student*, o *Wilcoxon* e o

*Mann-Whitney*. Segue a análise estatística dos resultados do pré-teste realizado no início do ano letivo de 2011. O artigo apresenta os problemas que foram mais difíceis e os tipos de erros mais ocorridos do 2º ao 6º ano.

Ao realizar-se a correção dos testes, os erros considerados foram de raciocínio, de procedimento de cálculo, de falta de atenção, de erro na resposta escrita e em branco. Entende-se por erro de *raciocínio*, quando os sujeitos não conseguem chegar ao cálculo que resolve o problema. Os de *procedimento de cálculo* ocorrem quando os sujeitos encontram o cálculo adequado para resolução do problema, no entanto não conseguem desenvolver este cálculo corretamente. Os erros de *falta de atenção*, quando os sujeitos apresentam o raciocínio adequado, desenvolvem o procedimento de cálculo correto, porém, copiam erradamente os números do problema, ou ainda realizam a operação correta, mas indicam outra. O erro na *resposta escrita* ocorre quando o problema é solucionado corretamente, mas a resposta escrita não coincide com a resposta encontrada, ou a resposta escrita não responde a pergunta proposta pelo problema. Têm-se, ainda, questões em que os estudantes não tentam resolver o problema, deixando o mesmo *em branco*. Há casos em que não é possível avaliar, pois, o sujeito só escreve a resposta, sem apresentar o desenvolvimento da questão.

Ao analisar os resultados do pré-teste, evidencia-se que, de uma forma geral, os maiores percentuais de erros foram devido ao raciocínio incorreto, como pode-se ver na Tabela 1.

**Tabela 1.** Comparação dos Tipos de Erros 2º, 3º, 4º, 5º e 6º ano. n= número de erros ocorridos

RESULTADOS	2º e 3º ANO	4º, 5º e 6º ANO
	Total de estudantes: 82	Total de estudantes: 132
	Pré-teste	Pré-teste
Tipo de Erro	n	n
Raciocínio	134	495
Procedimento de cálculo	68	140
Em branco	90	122
Falta de atenção	21	17
Erro na resposta escrita	32	49
<b>Total de erros</b>	<b>345</b>	<b>823</b>

Fonte: A pesquisa.

Os erros foram computados sobre o total de questões avaliadas. Verifica-se ainda um número elevado de questões deixadas em branco e que somadas aos erros de raciocínio sugere que os estudantes encontram dificuldades em encontrar uma solução ao problema. Os erros na resposta escrita também podem evidenciar que os alunos

não compreenderam totalmente o problema que resolveram.

Seguem exemplos de dois alunos do 6º ano em que eles não conseguem encontrar o cálculo adequado para resolver o problema, caracterizando-se como erro de raciocínio (Figura 1).

**Figura 1.** Exemplos de erro de raciocínio.

a) EM UM AUDITÓRIO TEM 133 CADEIRAS. QUANTAS CADEIRAS É PRECISO COLOCAR NO AUDITÓRIO PARA QUE 242 CRIANÇAS POSSAM SE SENTAR?

R: É preciso 375 cadeiras

$$\begin{array}{r} 133 \\ + 242 \\ \hline 375 \end{array}$$

AI1

g) JOCA ESTAVA JOGANDO BAFO. PERDEU 125 FIGURINHAS E FICOU COM 56. QUANTAS FIGURINHAS JOCA TINHA NO INÍCIO DO JOGO?

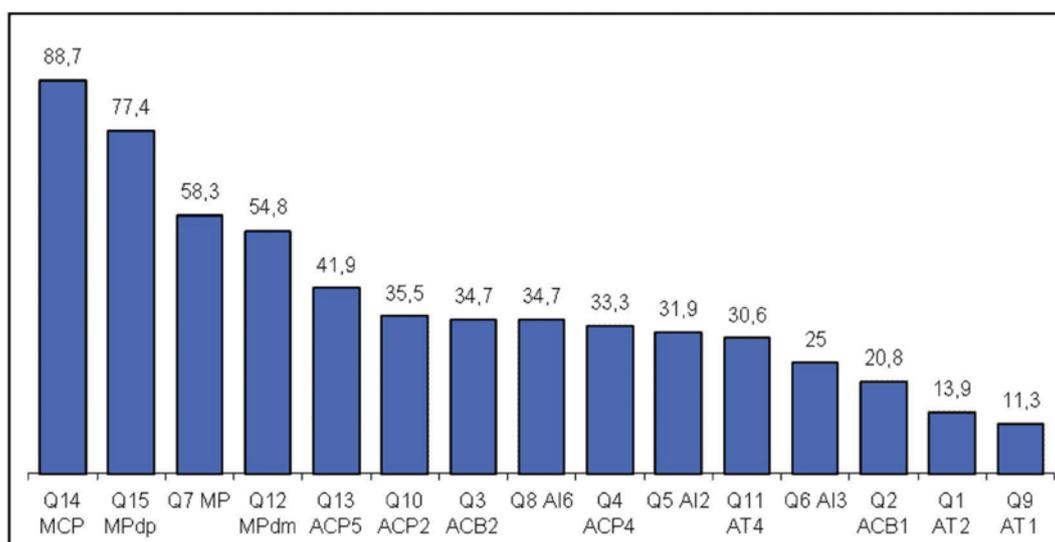
R: \_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 56 \\ \hline 750 \\ 1250 \\ \hline 7000 \end{array}$$

Este tipo de erro tornou-se mais evidente no 2º e 3º ano em problemas multiplicativos de comparação (MCP), de proporcionalidade (MP) com a ideia de partilha (MPdp) e de medida (MPdm), em aditivos de comparação - situações de comparação entre

quantidades estáticas - (ACP5 e ACP2) e de combinação - situações estáticas entre uma quantidade e suas partes (ACB2). A Figura 2 apresenta os tipos de problemas em ordem decrescente de erros apresentados.

**Figura 2.** Distribuição das questões de acordo com o percentual de erros no 2º e 3º ano.



A maior quantidade de erros nos problemas multiplicativos nestas séries pode ser explicada por estes problemas não serem trabalhados de maneira formal durante o 2º ano do Ensino Fundamental. Estes problemas são introduzidos formalmente no currículo da Escola a partir do 3º e 4º anos, o que justifica a dificuldade encontrada pelos alunos em resolver este tipo de problema. O exemplo a seguir apresenta o problema com maior índice de erro. Trata-se de um problema multiplicativo de comparação, no qual quantidades que estão sob relação constante são comparadas.

**Figura 3.** Problema com maior índice de erro no 2º e 3º ano.

f) MARIA TEM 2 BONECAS DE PANO E CAROLINA TEM 3 VEZES MAIS BONECAS DO QUE MARIA. QUANTAS BONECAS TEM A CAROLINA?

R: \_\_\_\_\_

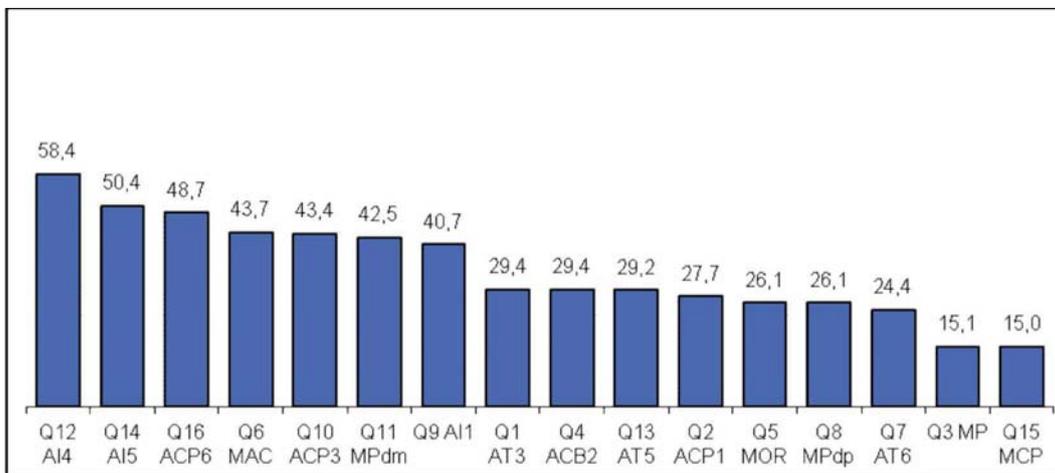
$$\begin{array}{r} 2 \\ + 3 \\ \hline 5 \end{array}$$

MCP

Ao contrário do que se pode observar no 2º e 3º ano, os problemas de estrutura multiplicativa aparecem como os de mais fácil resolução para os alunos do 4º, 5º e 6º ano. A dificuldade maior é encontrada nos problemas aditivos não canônicos de

igualação (AI4, AI5 e AI1) e comparação (ACP6 e ACP3), assim como nos multiplicativos de divisão com ideia de medida (MPdm) e de análise combinatória (MAC). A Figura 4 apresenta o percentual de erro para cada questão.

**Figura 4.** Distribuição das questões de acordo com o percentual de erros no 4º, 5º e 6º ano.



Os problemas que apresentam maior índice de erro nestas séries são os de igualação. O exemplo a seguir pertence a esta categoria, e foi o problema que apresentou maior dificuldade de resolução para os estudantes (Figura 5).

**Figura 5.** Problema com maior índice de erro no 4º, 5º e 6º ano.

d) ANA TEM 47 CDs. SUA AMIGA LARA TAMBÉM TEM CDs. SE LARA TIVESSE 19 CDs A MENOS DO QUE TEM, ELA TERIA O MESMO NÚMERO DE CDs QUE A ANA. QUANTOS CDs TEM A LARA?

R: Ana tem 28 CDs.

$$\begin{array}{r} 347 \\ -19 \\ \hline 28 \end{array}$$

AI4

Esta categoria é composta por duas, pois, para resolvermos os problemas, precisamos realizar a comparação entre quantidades e a mudança (transformação) de uma dessas quantidades para que a igualdade seja estabelecida.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os primeiros resultados nos levam a crer que o conhecimento dos diferentes problemas matemáticos

aditivos e multiplicativos e o conhecimento da metodologia de resolução de problemas favorecem a aprendizagem dos alunos. Os resultados dos pré-testes apontam para a necessidade de se promover atividades em que os estudantes desenvolvam habilidades metacognitivas e cognitivas, para que os auxiliem na precisão de seus cálculos, na interpretação dos problemas e na autorregulação de suas aprendizagens.

Assim, os encontros de formação continuada dos professores na própria escola terão como objetivo trabalhar o conhecimento matemático do professor e didático-metodológico sobre a resolução de problemas que possibilitem o desenvolvimento das habilidades cognitivas e metacognitivas nos estudantes.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática.** Brasília: Ministério da Educação, 1997. v. 3.
- CHAMORRO, M. C. (Coord.) **Didáctica de las Matemáticas para Primaria.** Madrid: Pearson Educación, 2003.
- GARCÍA, A. I.; JIMÉNEZ, J. E.; HESS, S. Solving Arithmetic Word Problems. **Journal of Learning Disabilities**, v. 39, n. 3, p. 270-281, maio/jun. 2006.
- JUSTO, Jutta C. R. **Resolução de problemas matemáticos aditivos: possibilidades da ação docen-**

- te. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.
- KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J. (Eds.). **Helping Children Learn Mathematics**. Washington: National Academy Press, 2005.
- KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.
- MAGINA, S., et al. **Repensando Adição e Subtração**. São Paulo: PROEM, 2001.
- MIRANDA, A.C. *et al.* Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas: el papel de la metacognición. **Revista de Neurologia**, v. 40, Supl. 1, p. 97-102, 2005.
- NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.
- \_\_\_\_\_. **Paper 4: Understanding relations and their graphical representation**. London: Nuffield Foundation, 2009.
- ORRANTIA, Josetxu. Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva evolutiva. **Revista de Psicopedagogia**, v. 23, n. 71, p. 158-180, 2006.
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1986.
- \_\_\_\_\_. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.
- SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs). **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.
- \_\_\_\_\_. A Trama dos Campos Conceituais na Construção do Conhecimento. **Revista do Geempa**, Porto Alegre, p. 9-19, 1996.
- \_\_\_\_\_. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. Petrópolis: Vozes, 2003.
- VICENTE, S. et al. Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales. **Infancia y Aprendizaje**, v. 31, n. 4, p. 463-483, 2008.