
Utilização do GeoGebra como um recurso para o ensino da trigonometria no Ensino Médio: Construção de Objeto de Aprendizagem Ciclo e Função

Douglas Fonseca Machado¹, Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa²

¹Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática – Bolsista CNPQ, ²Professor-Orientador do Curso de Licenciatura em Matemática da Ulbra, iaqchan@ulbra.br

Resumo

Esse artigo apresenta parte da pesquisa em andamento que tem por objetivo desenvolver objetos de aprendizagem para subsidiar os professores em sua prática docente. Foi realizado um estudo sobre as pesquisas com objetos de aprendizagem desenvolvidos com o GeoGebra, o qual identificou que as atividades solicitam aos alunos que realizem as construções geométricas para depois serem explorados os conceitos matemáticos. Verifica-se que objetos de aprendizagens prontos permitem que o professor e aluno foquem nos conceitos matemáticos a serem aprendidos ao não dispender tempo nas construções que acabam sendo somente uma sequência de comandos sem sentido ao aluno. Apresenta-se um objeto de aprendizagem para a compreensão do seno e cosseno de um ângulo e as respectivas funções matemáticas associadas.

Palavras-chave: Trigonometria, Tecnologias Digitais, GeoGebra.

Abstract

This article presents part of an ongoing research aimed at developing learning objects to support teachers in their teaching practice. A study was conducted on research involving learning objects developed with GeoGebra, which identified that the activities require students to create geometric constructions before exploring mathematical concepts. It is observed that ready-made learning objects allow the teacher and the student to focus on the mathematical concepts to be learned, without spending time on the constructions that end up being just a sequence of meaningless commands to the student. An learning object is presented for understanding the sine and cosine of an angle and their respective associated mathematical functions.

Keywords: Trigonometry, Digital Technologies, GeoGebra.

Introdução

Ao longo do tempo na história da educação, metodologias de ensino surgiram com o propósito de aperfeiçoar o ensino, sendo desenvolvidas para acompanhar as necessidades da sociedade de acordo com o momento sociocultural vigente. Com a evolução das tecnologias, consolidou-se as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) que estão presentes no cotidiano.

Lopes (2013) afirma que devido a constante evolução das TDIC muitas delas acabaram beneficiando a educação com o desenvolvimento de vários recursos para dinamizar a mesma.

O uso das tecnologias digitais no ensino pode contribuir no processo de aprendizagem da Matemática. As tecnologias estão presentes na educação dando suporte à entrega de materiais e gestão da aprendizagem, como é o caso dos

ambientes virtuais de aprendizagem, bem como em sistemas de simulação que permite que os alunos realizem experimentos, observem, construam hipóteses, façam inferências e generalizações.

[...] ao invés de ensinar aos estudantes uma matemática “pronta e acabada”, a eles deveria ser dada a oportunidade de desenvolver a matemática (matematizar) por meio de um processo reinvenção guiada, na qual o professor o professor desempenha um forte papel pró-ativo, criando ambientes de aprendizagem estimulantes. (FONSECA; TREVISAN, p.3, 2016)

Utilizar apenas dos materiais convencionais na sala de aula, giz e quadro negro, pode acabar não sendo o suficiente para desenvolver as habilidades e competências matemáticas necessárias para o mundo contemporâneo. Neste caso o uso das tecnologias digitais permite que sejam abordados conceitos matemáticos de maneira diferenciada, assim possibilitando novos caminhos para um aprendizado dinâmico.

O enfoque deste trabalho é a trigonometria e o uso de *softwares* educativos em sala de aula, de modo a oportunizar situações problema para que os estudantes tenham a possibilidade de construir conceitos como as razões trigonométricas e suas relações no ciclo trigonométrico, em detrimento da memorização de fórmulas.

A trigonometria é um objeto de conhecimento do Ensino Fundamental e Médio baseado no estudo dos lados e ângulos dos triângulos sendo ampliado com o estudo do ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos (BRASIL, 2018, p.545).

Para o estudante desenvolver as competências e habilidades associadas à trigonometria, é necessário que ele compreenda de forma aprofundada o conteúdo. Entretanto, a trigonometria quando ensinada em sala de aula, necessita da utilização de diversos materiais que auxiliem o aprendizado, caso contrário, se torna apenas mais uma matéria da matemática, fazendo com que os alunos se atenham aos procedimentos realizados de forma mecânica sem se aprofundar no objeto de conhecimento e entender o seu uso no cotidiano (CASSOL, 2012).

No Ensino Médio, caso não seja introduzida utilizando um material de apoio necessário para a aprendizagem, os estudantes podem passar a desenvolver uma aversão ao conteúdo devido a sua abordagem técnica e complexa, quando apresentados ao ciclo trigonométrico e as funções

trigonométricas (BRAGA; SOUZA, 2019). Devido a esta situação apresentada, uma possível alternativa para o ensino da trigonometria no Ensino Médio é a utilização de *softwares* de geometria dinâmica como o GeoGebra.

O GeoGebra é um *software* de geometria dinâmica gratuito que pode vir a ser utilizado em sala de aula. Este *software* engloba diversas áreas da matemática e apresenta relações entre elas, permitindo uma interação com o objeto de conhecimento estudado de forma que ele compreenda os conceitos envolvidos de modo que estes tenham um significado.

O objetivo deste trabalho foi realizar a pesquisa de relatos e propostas pedagógicas com foco na utilização do GeoGebra em sala de aula no ensino da trigonometria subsidiando o desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para ser utilizado em sala de aula com um potencial pedagógico satisfatório para a aprendizagem das relações trigonométricas.

Materiais e Método

Para o desenvolvimento do objeto de aprendizagem foi realizada uma pesquisa bibliográfica, subsidiando a pesquisa sobre as tecnologias na sala de aula. Foram pesquisados trabalhos no portal de teses e dissertações da Capes e do Google Acadêmico e separados 21 trabalhos dos quais se identificou alguns que possuem potencial para serem explorados de maneira a serem utilizados em sala de aula.

Destes 21 artigos, 4 deles foram utilizados como referência para a construção do objeto de aprendizagem de nome Ciclo e Função utilizando o *GeoGebra Classic 5*. O objetivo da construção deste objeto é oportunizar uma interação para que os estudantes consigam estabelecer uma relação entre o ciclo trigonométrico e as funções trigonométricas seno e cosseno.

Resultados e Discussão

Apresenta-se aqui a análise dos artigos levantados identificando suas particularidades, abordagens didáticas e a temática dentro do ensino da trigonometria, logo após é apresentada a construção realizada com base nos artigos.

Boneco Trapezista: Trigonometria Via Modelagem Matemática com o Auxílio do GeoGebra

Este artigo aborda uma pesquisa-ação na qual se relata uma proposta de ensino utilizando a modelagem matemática com auxílio do GeoGebra. A atividade em questão possui como ação principal,

observar os movimentos de um boneco trapezista (brinquedo tradicional na região paraense) junto dos estudantes, com o intuito de representar o movimento do boneco em uma função trigonométrica.

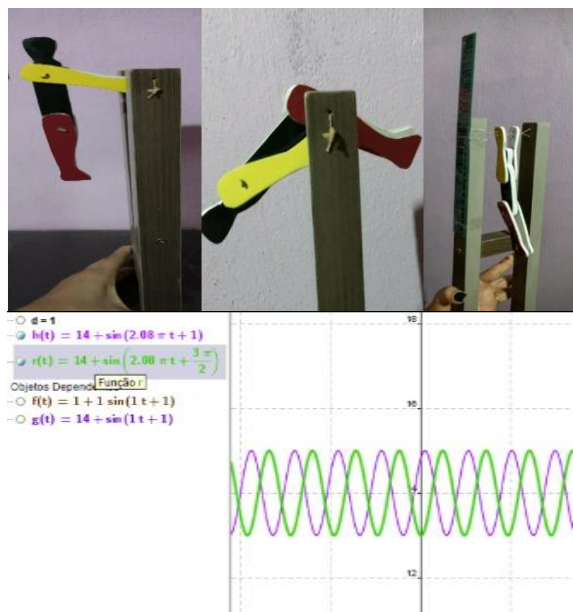


Figura 1. Boneco Trapezista e Modelagem do seu Movimento no GeoGebra.

Fonte: Braga e Souza (2019, p. 14)

A motivação principal dos autores vem da abordagem extensa e conteudista que a trigonometria possui no ensino médio. Esta forma de ensino para Braga e Souza (2019) acaba por fazer com que o estudante pense que a trigonometria venha a ser algo estático, não percebendo suas aplicações no cotidiano. Desta forma, foi utilizada a modelagem matemática em conjunto do GeoGebra como uma resposta para a situação problema em questão.

[...] a Modelagem Matemática é capaz de oferecer condições de manter a atenção do aluno durante o processo de aprendizagem, contextualizando o conteúdo e quando associada ao uso do software Geogebra os resultados positivos podem ser potencializados. (BRAGA, SOUZA, 2019, p.638)

Essa utilização da modelagem matemática junto com a representação gráfica do modelo permite que os estudantes consigam observar e realizar inferências sobre os coeficientes envolvidos no modelo, possibilitando que o estudante dê significado ao seu aprendizado.

Este objeto serviu de referência para a construção do objeto *Ciclo e Função* pela sua característica de interação, mas também pelo que lhe falta, o uso de botões e controladores que permitam uma interação delimitada ao que se deseja que seja observado pelo estudante.

Teaching a Concept with GeoGebra: Periodicity of Trigonometric Functions

Os autores desta obra, Ibrahim e Llyas (2016) salientam o fato que o ensino da trigonometria envolvendo a periodicidade de uma função trigonométrica geralmente possui uma abordagem algébrica com pouca representação visual, que acarreta uma construção de conhecimento rasa e sem aprofundamento. Devido a esta problemática os autores decidiram verificar a efetividade das tecnologias digitais utilizando o *software* GeoGebra no ensino da periodicidade destas funções. Para isso os autores separaram uma turma de 36 estudantes em dois grupos, denominados como experimental e controle, no qual os estudantes do grupo controle iriam aprender este conceito das funções trigonométricas utilizando da representação gráfica estática e algébrica, enquanto os estudantes do grupo experimental iriam utilizar o GeoGebra como recurso didático para o entendimento do conceito e assim comparar a efetividade do aprendizado dos dois grupos. Após 15 dias de aula, os autores aplicaram um teste avaliativo com 5 questões envolvendo a periodicidade de funções trigonométricas com o intuito de se verificar qual grupo de estudantes obteve um resultado mais satisfatório.

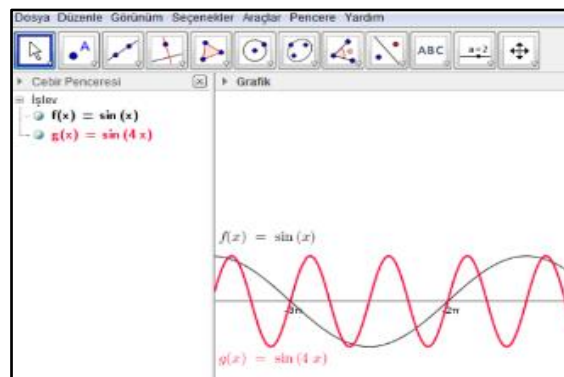


Figura 2. Representação de diferentes funções no GeoGebra para observar sua periodicidade.

Fonte: Ibrahim e Llyas (2016, p.577)

Os autores relatam que os estudantes que participaram do grupo controle comentaram que achavam entediadas as aulas expositivas, devido a diversas pausas que o professor realizava para desenhar os gráficos das funções no quadro, isso ocasionou em uma baixa interação entre professor e aluno além de pouco interesse no tema a ser abordado. Entretanto, o grupo experimental, por verificar os conceitos de forma mais dinâmica, realizou experimentações na periodicidade das funções trigonométricas, ocasionando uma maior participação dos estudantes deste grupo.

Após a realização do experimento, os autores notaram que os estudantes do grupo experimental obtiveram melhores resultados, com um maior número de acertos no teste realizado em relação ao grupo controle. O grupo experimental também obteve maior participação nas aulas, desta forma evidenciado uma experiência positiva dos alunos com a utilização do *software* GeoGebra, que impactou na sua aprendizagem.

Sequência Didática Para o Ensino de Trigonometria Usando o Software GeoGebra

O trabalho de Lopes (2013) apresenta um caderno de atividades como uma proposta de ensino de caráter investigativo utilizando o GeoGebra como recurso didático nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, visando verificar as potencialidades e limitações do *software* para o aprendizado de trigonometria. Para Lopes (2013) a utilização de um *software* de Geometria Dinâmica vem a propiciar um ambiente de investigação no qual o estudante vem a realizar descobertas ao interagir com o objeto de conhecimento representado pelo *software*.

O produto educacional desenvolvido por Lopes (2013) possui como referência a tese do mestrado do próprio autor e é separado em duas partes. Na primeira parte do caderno se consolida os conhecimentos prévios de trigonometria com sendo revisto os conceitos básicos da matéria, proporcionando a familiarização do estudante com o GeoGebra. Na segunda parte, o aluno realiza atividades que exploram os objetos de conhecimento de Funções Trigonométricas. As atividades possuem questões norteadoras para guiar o estudante durante o seu aprendizado.

Por causa da versatilidade de formas e representações que o GeoGebra proporciona, ele permite que sejam desenvolvidas diversas atividades personalizadas que auxiliem o educador no entendimento dos conteúdos. Lopes (2013) afirma que uma das grandes potencialidades do programa é a investigação e visualização, pois elas possibilitam uma argumentação com o levantamento de hipóteses satisfatórias para o processo de aprendizagem do estudante.

Entretanto, Lopes (2013) relata que as limitações do GeoGebra não se embasam no *software* em si, mas sim na infraestrutura das escolas com a falta de computadores e professores que possuam domínio no próprio software.

A Utilização do Software GeoGebra no Ensino da Trigonometria na Educação Básica

Neste artigo os autores Ramos, Lisboa e Nunes (2021) trazem como problemática a insatisfação do professor de matemática com os livros didáticos fornecidos pelo Ministério da Educação (MEC), que segundo os autores dificilmente se aplicam ao contexto atual dos estudantes, não levando em consideração a possibilidade de o estudante possuir alguma defasagem em sua aprendizagem que poderia vir a ser melhor trabalhada. Desta forma, a aprendizagem por meio dos livros didáticos vem a ampliar a defasagem dos estudantes, podendo até mesmo vir a dificultar a sua aprendizagem nos temas propostos por eles.

Devido esta problemática, Ramos Lisboa e Nunes (2021) passam a associar o uso GeoGebra com suas aulas teóricas de funções trigonométricas como uma forma alternativa para proporcionar um aprendizado com significado. Segundo os autores a associação destes fatores acarreta

[...]que os alunos despertem maior interesse pela construção do seu conhecimento, uma vez que tal técnica permite ao professor conduzir as aulas de maneira dinâmica, instigando a curiosidade e mantendo a atenção dos alunos por mais tempo ao assunto, aprofundando assim conceitos ora trabalhados teoricamente em sala de aula. (RAMOS; LISBOA; NUNES, 2021, p.1221).

Os pesquisadores problematizam o fato de que o livro didático acaba por acelerar de forma não orgânica o processo de aprendizagem do aluno, expondo as relações métricas no triângulo retângulo logo de imediato, fazendo com que o estudante não construa o conhecimento pela observação dos padrões que se apresentam nas funções trigonométricas. A fim de que o estudante se desenvolva e ocorra a aprendizagem, é proposto pelos autores que, ao invés de utilizar somente o livro didático, as funções trigonométricas sejam apresentadas utilizando o GeoGebra devido a sua fácil representação gráfica desses objetos matemáticos.

Objeto de aprendizagem

Os trabalhos analisados sobre a temática relações e funções trigonométricas apresentaram o cenário educacional com o uso das tecnologias digitais para a aprendizagem da matemática e forneceram subsídio para o desenvolvimento de um objeto de aprendizagem interativo, no qual os estudantes realizam atividades exploratórias identificando padrões, testando hipóteses, realizando inferências

e, deste modo, construindo conceitos sobre a temática.

Com este olhar sobre a maneira de ensinar, foi desenvolvido o Ciclo e Função, que é um objeto de aprendizagem que possibilita que os estudantes compreendam conceitos de trigonometria por meio da investigação e exploração (LOPES, 2013; BRAGA; SOUZA, 2019), bem como proporcionar um ambiente dinâmico para fomentar as discussões entre os alunos e levando, na medida do possível, a um engajamento na realização das atividades (IBRAHIM; LLYAS, 2016; RAMOS; LISBOA; NUNES, 2021).

O objeto de aprendizagem desenvolvido permite que o estudante venha a identificar as regras que a função seno e cosseno possuem e conjecturar sobre o que é seno e cosseno, se tornando protagonistas de seu aprendizado.

Na análise da abordagem didática dos trabalhos investigados, se identificou que os alunos ou professores realizam as construções geométricas durante a aula, para depois fazerem a análise e interpretação para a construção dos conceitos da trigonometria. Contudo, por mais que o uso do GeoGebra desta forma ocasione em resultados positivos para o aprendizado, entende-se que a interação com “objetos prontos aproveita-se melhor o tempo de estudo para análise das características dos mesmos” (HOMA, GROENWALD, 2016, p.143).

O objeto de aprendizagem Ciclo e Função é apresentado na Figura 3, no qual observa-se os botões seletores da função a ser estudada (seno e cosseno) e os comandos Anima (verde) e Reinicia (vermelho).

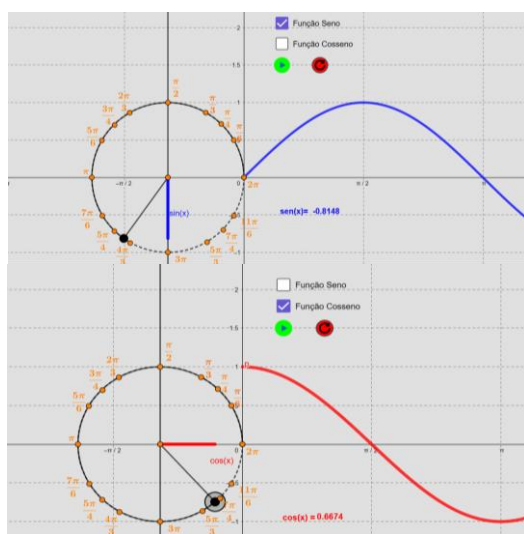


Figura 3. Ciclo e Função: Ciclo Trigonométrico e sua relação com a função seno e cosseno.

De acordo com a função selecionada é feita a projeção do lado do ângulo analisado no eixo das ordenadas ou das abscissas. Para verificar os valores para o seno e o cosseno de um determinado ângulo, o estudante movimenta o ponto sobre o círculo de raio unitário de modo que a projeção em relação à posição do ponto é apresentada sobre o eixo, bem como a função se forma de acordo com o ângulo em radianos. As funções são limitadas entre 0° e 360° devido aos valores do ciclo trigonométrico.

O objeto de aprendizagem também apresenta uma animação que possibilita ao estudante ver a relação entre o arco de uma circunferência de raio unitário e a variável independente das funções trigonométricas, assim como a relação entre a medida da projeção sobre o eixo e o valor do cosseno do ângulo.

O botão de animação (verde) faz a animação (Figura 4) que transforma o arco de circunferência em um segmento sobre o eixo das abscissas e movimenta o segmento da projeção para que o estudante veja este como o valor da variável dependente no eixo das ordenadas.

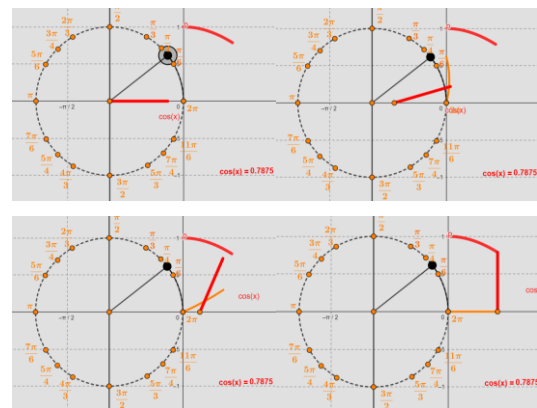


Figura 4. Animação da função cosseno

O objeto de aprendizagem Ciclo e Função está disponível no link: <https://www.geogebra.org/m/asdm3jed>

Conclusões

O uso do GeoGebra como ferramenta de ensino possui potencial quando o educador domina as funcionalidades e possibilidades utilizando-o como um ambiente para a investigação e experimentação dos conceitos matemáticos.

Durante a investigação das TDIC na educação foram encontrados diversos materiais que mesclam o ensino da trigonometria com o GeoGebra, que atribuem características positivas para o ensino pela sua interatividade e possibilidades exploratórias.

Na maioria dos trabalhos, as propostas de atividades apenas mostram as diferentes funções trigonométricas, exigindo que os alunos façam as construções no GeoGebra, que acaba tomando parte do tempo de estudo em construções e aprendizagem da interface do GeoGebra.

A utilização de objetos de aprendizagem prontos, do repositório do GeoGebra ou mesmo desenvolvidos pelo professor podem facilitar a aprendizagem, pois o estudante tem como se dedicar a interagir, observar e compreender os conceitos envolvidos.

Referências

BRAGA, Roberta Modesto; SOUZA, Amanda Maia. Boneco Trapezista: Trigonometria via Modelagem Matemática com o auxílio do Geogebra. **Revista Cocar**, [S. l.], ano 2019, v. 13, n. 27, p. 637-659, 28 dez. 2019. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2861>. Acesso em: 21 jun. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CASSOL, Vanessa Jurinic. **Tecnologias no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma meta-análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos**. 2012. 83 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <https://hdl.handle.net/10923/3110>. Acesso em: 15 jul. 2022.

FONSECA, Maycon Odailson dos Santos da; TREVISAN, André Luis. Caracterização e encaminhamento de tarefas matemáticas em aulas de cálculo diferencial e integral. **Encontro nacional de Educação Matemática**. Anais, São Paulo, 2016.

HOMA, Agostinho Iaquan Ryokiti; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. Área de figuras planas com objetos de aprendizagem no Geogebra. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, [S.L.], v. 9, n. 1, p. 123-147, 29 ago. 2016. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). <http://dx.doi.org/10.3895/rbect.v9n1.2000>.

IBRAHIM, Kepceoğlu; LLYAS, Yavuz. Teaching a concept with GeoGebra: periodicity of trigonometric functions*. **Educational Research And Reviews**, [S.L.], v. 11, n. 8, p. 573-581, 23 abr. 2016. Academic Journals. <http://dx.doi.org/10.5897/err2016.2701>.

LOPES, Maria Maroni. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software

GeoGebra. **Bolema: Boletim de Educação Matemática** [online]. 2013, v. 27, n. 46 [Acessado 20 Maio 2022], pp. 631-644. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300019>>. Epub 13 Jan 2014. ISSN 1980-4415. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300019>.

RAMOS, Fábio Mendes; LISBOA, Cristiane Aparecida; NUNES, Daniel Martins. UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S.L.], v. 7, n. 6, p. 1217-1227, 7 jun. 2021. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educacao. <http://dx.doi.org/10.51891/rease.v7i6.1463>.